



Łukasz Szymczyk

Ilościowy model funkcjonowania
funduszu inwestycyjnego otwartego

The quantitative model
of an open-end investment fund

Praca doktorska

Promotor: dr hab. Katarzyna Perez, prof. UEP

Pracę przyjęto dnia:

Podpis Promotora

Poznań 2022

*Chciałbym serdecznie podziękować mojej żonie **Agacie**, za cierpliwość i wzięcie na siebie trudów dnia codziennego, co było nie lada wyzwaniem zwłaszcza w okresach intensywnej pracy naukowej. Dziękuję Ci także za owocne dyskusje nad podejmowanymi przeze mnie zagadnieniami oraz sprawdzenie niektórych wzorów i wyprowadzeń matematycznych, a także wszystko co doprowadziło do powstania tej pracy, a wymienienie czego w szczegółach zajęłoby wiele jej stron. To całe wsparcie jest dla mnie nie do przecenienia.*

*Drugą osobą, bez której przedkładana rozprawa nie miałaby racji bytu jest moja promotorka, Pani **dr hab. Katarzyna Perez, prof. UEP**. Weryfikacja moich koncepcji, merytoryczne wsparcie i ogromna wiedza, jaką zechciała się Pani ze mną podzielić, to tylko niektóre z elementów będących fundamentem dla tej pracy. Nie bez znaczenia były także zaufanie, jakim mnie Pani obdarzyła oraz motywacja, która pozwoliła mi doprowadzić to wyzwanie do końca.*

Spis treści

Wstęp	6
Rozdział 1. Organizacja jako system i pomiar jej funkcjonowania w teorii.....	14
1.1. Systemowe ujęcie organizacji	14
1.2. Pomiar działania organizacji.....	16
1.3. Niepewność pomiaru	18
1.4. Obliczanie niepewności pomiarów pośrednich	21
1.5. Przesłanki filozoficzne do modelowania w naukach społecznych	21
Rozdział 2. Funkcjonowanie funduszy inwestycyjnych otwartych w literaturze.....	24
2.1. Idea funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych.....	24
2.2. Kluczowe aspekty funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych	27
2.2.1. Wyniki inwestycyjne.....	27
2.2.2. Przepływy kapitału netto.....	34
2.3. Kluczowe wyzwania w funkcjonowaniu funduszy inwestycyjnych otwartych.....	39
2.3.1. Opłaty i koszty funkcjonowania	39
2.3.2. Limity inwestycyjne	46
2.5.3. Płynność	50
Rozdział 3. Ogólna charakterystyka funduszy inwestycyjnych w Polsce	53
3.1. Podstawy prawne funkcjonowania funduszy inwestycyjnych w Polsce	53
3.2. Ogólne zasady działania funduszy inwestycyjnych w Polsce	61
3.3. Podział funduszy inwestycyjnych w Polsce	64
3.4. Dynamika rozwoju rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce.....	68
Rozdział 4. Konstrukcja ilościowego modelu działania funduszu inwestycyjnego otwartego	73
4.1. Koncepcja i podstawowe założenia modelu	73
4.2. Dynamika modelu	81
4.2.1. Warunki początkowe.....	83
4.2.2. Przepływy netto	85
4.2.3. Zmiana wartości jednostki uczestnictwa.....	88

4.2.4. Wynik inwestycyjny.....	90
4.2.5. Opłaty i koszty	92
4.2.6. Stopy zmiany wartości.....	98
4.3. Równanie rekurencyjne i analiza na odcinku czasu	100
4.4. Przypadki szczególne modelu.....	101
4.4.1. Przybliżenie „braku sukcesu”	103
4.4.2. Przybliżenie „stałego udziału kategorii jednostek uczestnictwa”	103
4.4.3. Przybliżenie „jednostek uczestnictwa jednej kategorii”	104
Rozdział 5. Symulacje ilościowego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego	
otwartego	106
5.1. Dane i metodyka	106
5.2. Symulacje	109
5.2.1. Względne przepływy netto	109
5.2.2. Stopa zwrotu przed opłatą	120
5.2.3. Koszty funduszu inwestycyjnego.....	127
5.3. Wnioski.....	128
Zakończenie	129
Bibliografia.....	132
Spis tabel	148
Spis rysunków	149
Załącznik 1. Oznaczenia i notacja modeli	151
Załącznik 2. Skróty i akronimy	157

Wstęp

Przez ostatnie trzy dekady globalny rynek finansowy przeszedł istotne przeobrażenia, które spowodowały instytucjonalizację inwestowania, w wyniku czego jednym z najważniejszych jego fundamentów stały się fundusze inwestycyjne. Wśród nich najstarszymi i największymi pod względem wartości aktywów netto (WAN) są fundusze inwestycyjne otwarte (FIO). Mają one charakter regulowany i długoterminowy¹. Zgodnie z danymi *Investment Company Institute* (ICI, 2022, s. 18) udział takich funduszy w światowym rynku finansowym wciąż wzrasta: w 2012 roku wynosił on 21%, a w 2021 już 27% z wartością aktywów równą 71,1 bln USD. Jednym z najważniejszych czynników rozwoju rynku FIO jest popyt ze strony gospodarstw domowych. W Stanach Zjednoczonych udział funduszy inwestycyjnych otwartych w oszczędnościach gospodarstw domowych stanowi aż 23% i przewyższa znacząco aktywa lokat bankowych, które wynoszą jedynie 13% (ICI, 2022, s. 19). W krajach Unii Europejskiej (UE), gdzie system finansowy jest inny i historycznie to banki odgrywały dominującą rolę w stosunku do giełdy papierów wartościowych, udziały te kształtują się na poziomie odpowiednio 10% w przypadku funduszy inwestycyjnych otwartych i 32% w przypadku depozytów (ICI, 2022, s. 18). Zatem w porównaniu do USA rynek funduszy inwestycyjnych otwartych w Europie jest znacznie mniej rozwinięty. Jednak konieczność odkładania dodatkowych środków na emeryturę przez gospodarstwa domowe jest jednym z głównych argumentów, ale i motorem napędowym rozwoju rynku funduszy inwestycyjnych otwartych w Unii Europejskiej.

Potencjał rynku FIO jest także dostrzegany przez Komisję Europejską, która w dyrektywach daje możliwość transgranicznego łączenia czy zarządzania funduszami inwestycyjnymi, co ma na celu zwiększenie znaczenia rynku unijnego w stosunku do znacznie mniej rozdrobnionego rynku amerykańskiego. Co więcej, konsekwentne wdrażanie projektu unii rynków kapitałowych realizującego ideę jednolitego rynku kapitałowego ujawnia aspiracje Unii Europejskiej do realnego konkurowania z rynkiem amerykańskim. Także w

¹ ICI (*Investment Company Institute*) przyjmuje definicję regulowanych długoterminowych funduszy inwestycyjnych za IIFA (*International Investment Funds Association*), rozumiejąc je jako instytucje wspólnego inwestowania, które są formalnie uregulowane i mają charakter długoterminowy. Ich odpowiednikami w UE są fundusze otwarte regulowane dyrektywą UCITS (*Undertakings for the Collective Investment in Transferable Securities*), oraz fundusze alternatywne regulowane dyrektywą AIFM (*Alternative Investment Fund Managers*). Oprócz funduszy długoterminowych występują fundusze rynku pieniężnego MMF (*Money Market Fund*) zaliczane do monetarnych instytucji finansowych MFI (*Monetary Financial Institution*) i regulowane odrębnym rozporządzeniem ECB (*European Central Bank*).

Polsce ustawodawca dostrzega tę ważną rolę FIO. W 2018 roku wprowadzona została w życie ustawa o pracowniczych planach kapitałowych (PPK), która umożliwia tworzenie dedykowanych funduszy inwestycyjnych pozwalających na gromadzenie dodatkowych oszczędności emerytalnych w ramach tzw. III filaru. Ponadto właśnie zakończył się czteroletni cykl obniżek maksymalnej wartości opłaty za zarządzanie – zgodnie z regulującym go rozporządzeniem maksymalna stawka była obniżana o -0,5 pp. rocznie do wartości 2,0% obowiązującej od stycznia 2022 roku.

Warto w tym miejscu także podkreślić ogólnoswiatowy rozwój wyspecjalizowanych usług w zakresie robo-doradztwa inwestycyjnego, które wpisują się we wszechstronnie obecną digitalizację życia codziennego. Usługi takie są o wiele tańsze od swojej tradycyjnej alternatywy. Algorytmy komputerowe są przy tym pozbawione sprzężeń wynikających z prywatnych przekonań osoby zarządzającej funduszami, które najczęściej negatywnie wpływają na osiągnięte przez nią wyniki inwestycyjne. Algorytmy mogą być także łatwo monitorowane i szybko modyfikowane, jeżeli zajdzie taka potrzeba. Dodatkowo dynamiczny rozwój metod uczenia maszynowego oraz sztucznej inteligencji ogólnie dają tym rozwiązaniom dużą zdolność dostosowywania się do zmiennych warunków rynkowych oraz efektywnego działania także w całkowicie nowych sytuacjach i na szeroką skalę. Rozwój tej gałęzi rynku prowadzi do zwiększenia dostępności i upowszechnienia się funduszy inwestycyjnych otwartych jako narzędzi służących do oszczędzania i inwestowania.

Przedstawiona perspektywa pozwala wnioskować, że dynamika rozwoju rynku funduszy inwestycyjnych otwartych na świecie (w tym i w Europie) będzie utrzymana w kolejnych latach. Chcąc dobrze zrozumieć i interpretować to zjawisko, należy w pierwszej kolejności dokładnie opisać mechanizmy nim rządzące oraz ukazać ich konsekwencje i zależności. W literaturze dotyczącej funduszy inwestycyjnych otwartych są one badane pod różnymi kątami, ale dominują trzy główne nurty skupiające się przede wszystkim na:

- przepływach kapitału – reprezentujących decyzje uczestników FIO,
- stopach zwrotu – ukazujących efektywność funduszy inwestycyjnych otwartych,
- kosztach i opłatach ponoszone z aktywów FIO.

Relacja pomiędzy wymienionymi aspektami jest przy tym analizowana przede wszystkim od strony popytu, czyli inwestorów będących uczestnikami tych funduszy. Niewiele miejsca poświęca się natomiast stronie podażowej – spółkom inwestycyjnym i ich menadżerom, którzy optymalizują swoje decyzje, działając na coraz bardziej konkurencyjnym rynku.

Zadanie to jest zdecydowanie utrudnione ze względu na istotnie ograniczony zasób powszechnie dostępnych danych. W konsekwencji możliwości porównania własnych produktów z konkurencją są istotnie ograniczone i obarczone dużą niepewnością. Dodatkowo w literaturze procesy składające się na operacyjne funkcjonowanie FIO są zwykle interpretowane wybiórczo i niezależnie, w sposób wysoce uproszczony. Wskutek tego do opisu zjawisk nie zostają wykorzystane wszystkie dostępne dane w sposób w pełni wyczerpujący ich wartość informacyjną.

Przedstawiony stan rzeczy i dostrzeżona luka, a także zawodowe doświadczenie autora jako analityka danych w towarzystwie funduszy inwestycyjnych, stały się motywacją do zbudowania kompleksowego i szczegółowego modelu, który w sposób ilościowy, a przez to obiektywny, będzie opisywał funkcjonowanie funduszy inwestycyjnych otwartych, włączając ich interakcje z otoczeniem. W związku z tym w rozprawie doktorskiej podjęte zostaje zadanie opracowania modelu funkcjonowania FIO, który będzie pozwalał na rzetelną analizę dowolnie wybranych parametrów (np. wspomnianych przepływów gotówkowych, efektywności czy też kosztów). Co więcej, dzięki holistycznemu podejściu, zaproponowany zostanie także wystandaryzowany sposób opisu dla niepewności wynikającej czy to z przyjętej metody, czy też braku dostępności części danych.

Głównym celem pracy jest skonstruowanie szczegółowego i kompleksowego ilościowego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego. Jego podstawowa wersja dokładnie opisuje rzeczywisty sposób funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego i ma charakter modułowy, tzn. elementy konstrukcji (pozycje kosztowe, przepływy, opłaty operacyjne) są uwzględnione w wyjściowym ujęciu addytywnie i zostają włączone do modelu zgodnie ze stanem faktycznym w każdym przypadku. Dzięki temu model podstawowy może być przystosowany i zastosowany do ilościowego opisu dowolnego otwartego funduszu inwestycyjnego. Uwzględnienie szczegółowych aspektów działalności operacyjnej funduszu² pozwala przy tym na zastosowanie modelu przez praktyków zatrudnionych czy to w towarzystwie funduszy inwestycyjnych, czy też reprezentujących np. agenta transferowego, w codziennej pracy: (1) do analiz i symulacji historycznych wyników inwestycyjnych, (2) do opisu przyszłości w zakresie planowania realizującego zadania rachunkowości zarządczej, (3) do przygotowania dokładnych analiz opłacalności biznesowej dla podejmowanych projektów

² Na przykład dokładność liczby jednostek uczestnictwa przyznawanej inwestorowi w zamian za wpłatę środków pieniężnych do funduszu inwestycyjnego.

i scenariuszy w tym obszarze, pozwalających badać wrażliwość wyniku finansowego na parametry projektowanych rozwiązań, (4) a także do analiz pozwalających na porównanie własnych produktów z konkurencją (tzw. *market intelligence*). Z drugiej strony praca ma charakter teoretyczny – model przedstawia stronę operacyjną funduszu inwestycyjnego w sposób stricte ilościowy i kompatybilny z pozostałymi obszarami jego działalności³. W związku z tym znaczenia nabiera konstrukcja konkretnych warstw przybliżeń w różnych ścieżkach analitycznych, która pozwala na dopasowanie opisu do powszechnie dostępnych danych i na wykorzystanie pełni informacji, jaką niosą ze sobą te dane. Dzięki temu, w zależności od wybranego zagadnienia, model można elastycznie dostosowywać i badać fundusze pod różnym, dowolnie wybranym kątem. Warto przy tym nadmienić, że uwzględnione zostają także pewne szczególne elementy konstrukcji, jak wiele kategorii uczestnictwa czy konieczność przeprowadzenia dekompozycji przepływów i wartości aktywów netto według dystrybutorów lub szczególnie traktowanych inwestorów (partnerów biznesowych).

W związku z powyższym **celami szczegółowymi** dysertacji są:

- teoretyczne osadzenie modelu w kontekście organizacji jako systemu oraz wypracowanie podejścia do opisu jego funkcjonowania, a także towarzyszącej mu niepewności;
- przegląd literatury naukowej o kluczowych aspektach i wyzwaniach funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych, w tym podejść ilościowych do pomiaru przepływów kapitału i efektywności;
- zaprezentowanie charakterystyki rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce jako przykładu rynku o wysokiej dynamice zmian w funkcjonowaniu FIO;
- konstrukcja ilościowego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego;
- symulacje i analizy ukazujące zakres zastosowania skonstruowanego modelu.

Przedmiotem badania w proponowanej rozprawie są fundusze inwestycyjne otwarte (FIO). Prowadząc analizy nad całym rynkiem takich funduszy, z pozycji zewnętrznego obserwatora, można uzyskać dane jedynie w ograniczonym zakresie. Mowa tu o dwojakiego rodzaju ograniczeniach. Pierwsze z nich jest związane z niską częstotliwością publikacji danych – dane są publikowane w określonych odstępach czasu, jak miesiąc w przypadku

³ Jak zarządzanie portfelem inwestycyjnym i ryzykiem, wycena jednostek uczestnictwa czy modelowanie popytu poprzez predykcje np. za pomocą modeli skłonności do zakupu.

wartości aktywów netto, czy pół roku w przypadku sprawozdań finansowych. Chcąc maksymalnie wykorzystać dostępną informację, potrzeba jednocześnie wprowadzić do modelu lub jego wersji przybliżonej możliwie wiele rzeczywistych cech publikowanych z różną częstotliwością. Jednakże należy przy tym dokładnie uzasadnić takie postępowanie. Szczególne miejsce zajmuje w tym zestawieniu wycena jednostki uczestnictwa, która w przypadku funduszy inwestycyjnych otwartych publikowana jest zwykle zgodnie z częstotliwością występowania, czyli praktycznie niemal każdego dnia roboczego. W tym przypadku mamy jednak do czynienia z ograniczeniem drugiego rodzaju, jakim jest dokładność prezentowanych danych. Otóż wartości jednostek podawane są z dokładnością do pełnych groszy, co przy dużej ich liczbie ma znaczenie na poziomie całego funduszu. Jeszcze ważniejszym w kontekście dokładności jest fakt, że ujawniane w sprawozdaniach pozycje publikowane są w najogólniejszym wymaganym ujęciu, czyli w sposób zagregowany, przez co traci się dostęp do wiedzy np. o szczegółowych pozycjach kosztowych. W związku z powyższym celem następczym rozprawy staje się optymalne uogólnienie modelu szczegółowego poprzez wprowadzenie założeń o rozkładach prawdopodobieństwa wykorzystywanych zmiennych losowych.

W pracy autor stawia następujące **pytania badawcze**:

- Jak dokładnie szacować wartość przepływów netto funduszu reprezentującą decyzje jego uczestników?
- Jak dokładnie i jednoznacznie opisać wynik zarządzania przed opłatą, celem oceny i porównania efektywności pracy zarządzających portfelem inwestycyjnym funduszu?
- Jak kompleksowo analizować opłaty i koszty funduszowe, w szczególności inne niż opłata za zarządzanie?

Przygotowany model **pozwala w rezultacie** na poszukiwanie relacji pomiędzy zagadnieniami dotyczącymi zarządzania portfelem instrumentów finansowych i uzyskiwanymi wynikami inwestycyjnymi, a rzeczywistymi danymi dostępnymi obserwacji dla nieuprzywilejowanego uczestnika rynku, poprzez proces operacyjny funkcjonowania funduszu inwestycyjnego i jego detaliczną analizę. Jest to szczególnie istotne w trwającym okresie dynamicznych zmian regulacyjnych dotyczących strony kosztowej funduszy inwestycyjnych w Polsce. Ostatecznie przygotowane rozwiązania pozwolą także na dokładniejszą ilościową analizę zachowania inwestorów, a w konsekwencji na uprawdopodobniony jakościowy opis tych zjawisk na gruncie nauk behawioralnych. Są to

jednak pewnego rodzaju „efekty uboczne”, ponieważ **głównym rezultatem** prowadzonych analiz będzie uogólnienie i wyjaśnienie powiązań pomiędzy powszechnie występującymi w literaturze światowej formułami i modelami.

Realizacji celu głównego i celów szczegółowych jest podporządkowana struktura pracy. Praca składa się z pięciu rozdziałów. Rozdział pierwszy ukazuje szeroki kontekst opisu funkcjonowania organizacji jako systemu. Tak bowiem rozumiany jest fundusz inwestycyjny otwarty w tej pracy – jest organizacją tworzącą pewien system zależności decydujący o sprawności jego funkcjonowania. Przedstawiono podejście systemowe do organizacji w naukach o zarządzaniu, które następnie jest rozszerzone o aspekt funkcjonowania instrumentu finansowego, jakim jest fundusz inwestycyjny otwarty. Następnie zaprezentowano podejście do pomiaru oraz opisu jego niepewności, co ma miejsce w rzeczywistości gospodarczej związanej z pomiarem i oceną działania funduszy inwestycyjnych otwartych. Całość wieńczy konkluzja na temat przesłanek natury filozoficznej uzasadniających podejście autora do modelowania w naukach społecznych, a w szczególności w finansach.

Rozdział drugi stanowi kompleksowy przegląd światowej literatury na temat funduszy inwestycyjnych otwartych. Analizę rozpoczynają rozważania dotyczące samej idei funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego. Następnie skupiono się na kluczowych aspektach i wyzwaniach w funkcjonowaniu FIO rozpatrywanych przez naukowców, w tym na wynikach inwestycyjnych FIO, ich związku z przepływami kapitału oraz opłatami i kosztami funduszy, a także na limitach inwestycyjnych oraz płynności portfela inwestycyjnego FIO, która zależna jest od płynności rynku, na którym aktywa lokuje taki fundusz.

Trzeci rozdział pracy prezentuje ogólną charakterystykę rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce. Rynek ten został wybrany przez autora do wykonania symulacji modelu ze względu na dostęp do danych, doświadczenia praktyczne autora, a także w związku z jego dynamicznymi przeobrażeniami wpływającymi na funkcjonowanie polskich FIO. W pierwszej kolejności skupiono się na ewolucji otoczenia prawnego, w którym działają polskie fundusze inwestycyjne, a także ogólne zasady ich funkcjonowania. Przedstawiono również podział FIO w oparciu o różne kryteria klasyfikacji (w tym dominujące kryterium ustawowe). Na końcu ukazano dynamikę rozwoju polskiego rynku funduszy inwestycyjnych z perspektywy dokładnie 30 lat po jego powstaniu.

Budowa autorskiego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego zawarta jest w czwartym rozdziale pracy. Na początku przedstawiono koncepcję i podejście do badań nad konstruowanym modelem FIO, których realizacja pozwoliła na uzyskanie wyniku końcowego. Opisano też przestrzeń matematyczną, w której osadzone są rozważania, a także jej podstawowe własności. Na tak przygotowanym gruncie zaproponowano kompleksowy model skupiony wokół ewolucji WAN, który w sposób ilościowy szczegółowo opisuje procesy dotyczące funkcjonowania FIO. Na zakończenie rozdziału przedstawiono różne reżimy przybliżeń dla modelu, a także towarzyszące im założenia. Finalnie dostarczone zostaje narzędzie w postaci ogólnego rozwiązania zaproponowanych równań rekurencyjnych, co pozwala na prowadzenie analiz nie tylko z dnia na dzień, ale też na dowolnych odcinkach czasu (np. miesiąc kalendarzowy).

Piąty rozdział stanowi opis symulacji rzeczywistych zastosowań przeprowadzonych na wzorach uzyskanych z zaproponowanego w poprzednim rozdziale modelu. Znajduje się tu także odniesienie do realnych danych z rynku polskiego, które stanowi nie tylko przykład użycia, ale także uzasadnienie dla wyboru parametrów symulacyjnych. Przeanalizowano przy tym charakterystyczne zastosowania do opisu przepływów netto i stopy zwrotu przed opłatą. Warty uwagi wynikiem jest dowód na to, że uzyskane z opracowanego modelu formuły opisujące przepływy netto w ujęciu względnym (*cash flow*) stanowią w gruncie rzeczy uogólnienie wzorów, jakie możemy znaleźć w artykułach naukowych, są zatem obarczone mniejszą niepewnością i mają szerszy zakres stosowalności.

Zgodnie z duchem zrealizowanego programu studiów doktoranckich (tj. Międzywydziałowych Interdyscyplinarnych Studiów Doktoranckich prowadzonych na Uniwersytecie Ekonomicznym w Poznaniu) **praca ma charakter interdyscyplinarny**. Wykorzystane zostają: (1) wystandaryzowane podejście do opisu błędu pomiarowego właściwe dla nauk przyrodniczych, (2) ujęcie organizacji jako systemu zaczerpnięte z nauk o zarządzaniu, (3) metody ilościowe i matematyczne, (4) a nawet koncepcje opisu układu pochodzące z filozofii nauki, czy (5) przesłanki prawne dotyczące mechanizmów działania funduszy inwestycyjnych otwartych. Nie mniej **przedstawione rozważania reprezentują przede wszystkim dyscyplinę ekonomia i finanse**. Po pierwsze dlatego, że skupiają się one na działaniu konkretnego podmiotu finansowego, jakim jest fundusz inwestycyjny otwarty – instytucja działająca na rynku finansowym, obracająca kapitałem pieniężnym, której głównym celem działalności jest wypracowanie zysku kapitałowego. Po drugie, autor

modeluje procesy bezpośrednio związane z pieniądzem: dynamika funduszu jest reprezentowana ewolucją WAN oraz jego składowych, gdzie zaproponowany zostaje m.in. sposób obliczania przepływów kapitałowych netto, jak też analizy stopy zwrotu z kapitału czy też poziomu kosztów ponoszonych przez spółki zarządzające w celu sprawnego funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych.

Rozdział 1.

Organizacja jako system i pomiar jej funkcjonowania w teorii

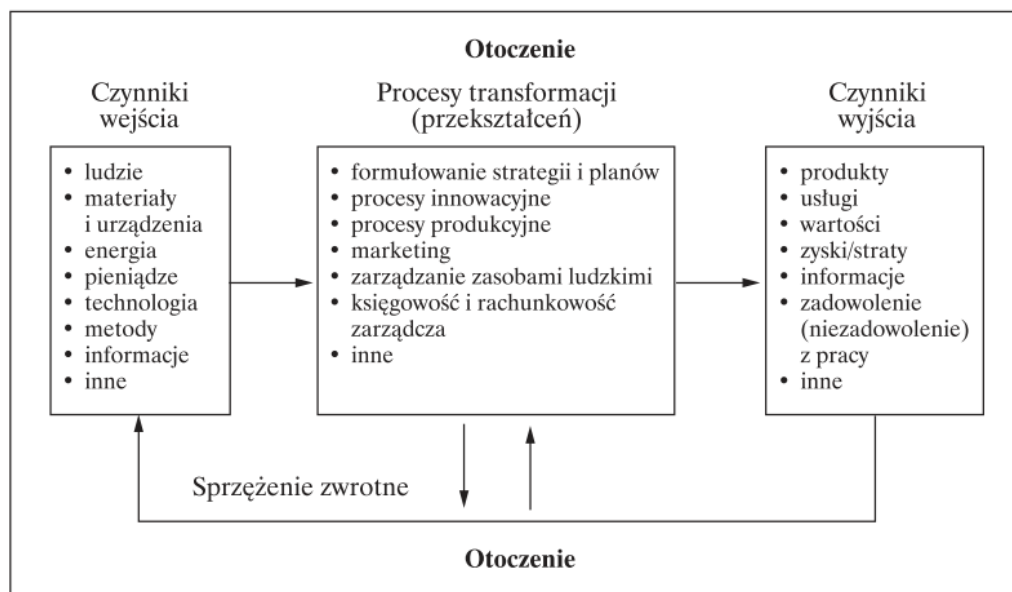
1.1. Systemowe ujęcie organizacji

Utożsamienie organizacji z pewnego rodzaju systemem jest powszechnie znaną koncepcją eksplorowaną od dawna przez różne nurty badawcze w naukach o zarządzaniu (Karcz, 2016). Ogólnie rzecz ujmując, „system jest to zbiór elementów i zachodzących między nimi relacji” (Mazur, 1987). Już dowolny schemat organizacyjny przedsiębiorstwa może być punktem wyjścia dla odnalezienia przesłanek pozwalających wypełnić tą ogólną definicję, dlatego podejście takie wydaje się całkiem naturalne, a nawet nieuniknione, także w finansach. W konsekwencji, aby odkryć unikalne własności organizacji w ujęciu systemu, nie wystarczy jedynie przeanalizować jej charakterystyczne obszary (podsystemy), ale trzeba dostarczyć kompletnego opisu pozwalającego odkryć pełnię relacji pomiędzy nimi, co zostaje zrealizowane w dalszej części pracy dla funduszu inwestycyjnego otwartego.

Ponieważ organizacja niejako z założenia oddziałuje z otoczeniem, wypełniając konkretne cele, dla których została utworzona, to można już precyzyjniej określić ją mianem systemu otwartego. W kontekście opisu funkcjonowania z perspektywy finansowej oznacza to tyle, że jasno należy określić zarówno *czynniki wejścia* (Karcz, 2016), włączając warunki początkowe działania, jak również czynniki wyjścia. W obu przypadkach mogą to być parametry czy wielkości takie, które odnoszą się do rzeczywistości oraz które mogą zostać zinterpretowane w terminach swojego otoczenia. Relacje pomiędzy czynnikami wejścia i wyjścia opisują charakterystyczne dla danej organizacji procesy transformacji. Tym razem są to wielkości charakterystyczne dla działalności danej organizacji, zarówno te proste i łatwo interpretowalne, jak też złożone ukazujące abstrakcyjne wymiary jej funkcjonowania. To właśnie ten poziom opisu ujawnia własności takiego systemu jako całości, niewidoczne przy analizie poszczególnych podsystemów.

W podejściu systemowym do zarządzania organizacja jest często traktowana jak czarna skrzynka, która transformuje czynniki wejścia na czynniki wyjścia w bliżej nieokreślonym sposobie (por. Rysunek 1) (Peszek, 2002). Wynika to zapewne z faktu, że poziom skomplikowania podsystemów jest bardzo duży, co łatwo sobie uzmysłowić biorąc pod uwagę chociażby decyzje ludzkie. Wymiar finansowy wygląda pod tym kątem zupełnie inaczej

– przepływające zasoby (środki finansowe, środki produkcji itp.) podlegają transformacji wg ściśle określonych reguł i są zapisywane z konkretnie określoną dokładnością na dobrze opisanych kontach. Poziom skomplikowania struktury finansowej zależy oczywiście od rodzaju organizacji i działalności jaką wykonuje, a na efektywność procesu wpływa wiele czynników, jak choćby wspomniane decyzje ludzkie, ale opis samego mechanizmu jest zwykle możliwy do ustalenia. To właśnie całościowa struktura organizacji wyłaniająca się z takiego opisu jest źródłem dodatkowej wiedzy o samym systemie i pozwala zidentyfikować jego unikalne własności. Co więcej, ta warstwa opisu może posłużyć kadrze zarządzającej do testowania i optymalizowania akcji podejmowanych w obszarze decyzyjnym. Można w tym przypadku mówić o współoddziaływaniu tych warstw – analiza mechanizmów finansowych wpływa w pewnym stopniu na sytuacje decyzyjne, natomiast konsekwencje decyzji zarządczych modyfikują mechanizmy finansowe, według których działa organizacja.



Rysunek 1. Systemowe ujęcie organizacji

Źródło: (Piotrowski, 2009) za (Karcz, 2016).

Przy takim podejściu kluczowym aspektem jest kwestia złożoności zależności występujących w organizacji, co można zgłębić poprzez analizę dynamiki systemu. **Modelowanie i odpowiednie symulacje pozwalają lepiej zrozumieć sam system** (Karcz, 2016). Zatem im bardziej model jest bliski rzeczywistości, tym większą wartość mają uzyskiwane wyniki analityczne i tym lepiej pozwalają poznać organizację. Upraszczenie

modelu, czyli jego osłabianie, niezależnie od źródła takiej sytuacji, też może być efektywniej przeprowadzone, jeżeli dokładnie rozpoznana zostanie natura uproszczeń i ich wpływ na jakość oraz dokładność uzyskiwanych wyników. Warto zatem obok dokładnego opisu mechanizmów sformułować dla danego systemu także odpowiadający opis dokładności (stosowalności) dla stosowanego modelu, co powinno być poprzedzone rozważaniami na temat niepewności opisu. Realizacja tego zadania to element rzetelnego sprawdzenia solidności przeprowadzonego rozumowania (*robustness check*), co jest obowiązkowym punktem każdego badania naukowego.

1.2. Pomiar działania organizacji

Doskonałym punktem wyjścia dla rozważań o pomiarze funkcjonowania organizacji, np. funduszu inwestycyjnego otwartego, jest koncepcja pomiaru i jego niepewności w naukach przyrodniczych. Pojęcia te są od dawna wysoce rozwinięte teoretycznie, zwłaszcza w dziedzinie fizyki⁴, gdzie eksperyment jest jedynym testem poprawności teorii opisującej naszą rzeczywistość, dlatego też warto zaczerpnąć z tego dorobku. Podejście do pomiaru oraz jego niepewności w naukach społecznych, w szczególności w finansach, zostanie zaproponowane w drodze identyfikacji podobieństw i różnic w odniesieniu do metod właściwych dla nauk przyrodniczych. Rozważania będą przy tym ograniczone do pomiarów ilościowych, czyli takich, które w wyniku jasno wskazują na pewną wartość ze zbioru liczb rzeczywistych (lub jego podzbioru), związaną z określoną wielkością, jej skalą i jednostką⁵.

Pomiar w **naukach przyrodniczych** jest aktem weryfikacji stanu systemu, ma zatem na celu ustalenie najlepszego oszacowania wartości danej wielkości (Kirkup & Frenkel, 2006). Istotną kwestią jest przy tym relacja modelu i powiązanego eksperymentu. Nieco upraszczając, można stwierdzić, że teoria w fizyce jest przede wszystkim efektem pewnego głębokiego namysłu jako abstrakcyjnego aktu i jest to model rzeczywistości, który stara się jak najdokładniej ją naśladować, ale prawdopodobnie nigdy nie będzie on dopasowany idealnie do opisywanego systemu. W takiej sytuacji pomiar ma na celu zbadanie zgodności

⁴ Ogólnie rzecz biorąc pomiarami i ich interpretacją zajmuje się nauka nazywana metrologią.

⁵ Może to być np. waluta (polski złoty, PLN) czy sztuki dla liczby produktów, ale też rozważane mogą być wielkości bezwymiarowe, niejako bez jednostki, analogicznie jak ma to miejsce w naukach przyrodniczych. W tym ostatnim przypadku istotną rolę może grać skala, np. gdy badana jest opinia na temat danego produktu czy usługi stosując popularną aktualnie metodę NPS (*net promoter score*), gdzie skala zostaje określona na zbiorze liczb naturalnych od 0 do 10 (alternatywnie w niektórych podejściach od 1 do 10).

teorii w warstwie opisu matematycznego ze stanem faktycznym (jej przetestowanie), a dokładność pomiaru określa wtedy potwierdzony eksperymentem (lub nie) poziom takiego dopasowania.

W zależności od okoliczności pomiar może pozostać niemal niezauważony lub mieć kolosalny wpływ na stan systemu fizycznego w chwili następnej, uniemożliwiając praktycznie predykcję. Ze względu na badaną wielkość pomiar może mieć charakter bezpośredni, gdy jego wartość odczytujemy wprost za pomocą pewnego urządzenia pomiarowego, lub też pośredni, gdy wartość mierzonej wielkości Y nie jest możliwa do ustalenia wprost, znaczy nie istnieją metody i instrumenty technicznie na to pozwalające. Pomiary pośrednie polegają wtedy na ustaleniu wyniku pomiaru na podstawie określonej teorii tudzież wzoru związanego z wybraną metodą eksperymentalną $Y = f(\mathbf{X})$ poprzez zbadanie innych wielkości X_1, X_2, \dots, X_n mierzonych pośrednio, gdzie $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ oraz $n \in \mathbb{N}$.

Podobnie jak w fizyce, pomiar w naukach przyrodniczych ma na celu ustalenie pewnego stanu badanego systemu. Również tym razem można mówić o konsekwencji pomiaru. Łatwo sobie wyobrazić sytuację, gdy stan systemu nie zostaje zmieniony aktem pomiaru w żaden sposób – odczytując np. wartość środków zgromadzonych na danym koncie nie dokonujemy jej zmiany. Z drugiej zaś strony, sam fakt dokonania pomiaru może mieć charakter wręcz stwórczy w kontekście badanego przedmiotu czy zjawiska, gdy np. badając opinię pytaniem typu „Jak bardzo zgadza się Pani/Pan z tym stwierdzeniem w skali od 1 do 5?” badacz doprowadza do refleksji ankietowanego i zajęcia wcześniej nieuświadomionego stanowiska, co może mieć wpływ na jego przyszłe decyzje. Warto zauważyć, że nie są to dokładne analogie do sytuacji w naukach przyrodniczych, a jedynie pewne podobieństwa.

W finansach sytuacja zostaje odwrócona (w porównaniu z fizyką). Tym razem system zostaje utworzony przez człowieka i jego idealny opis jest możliwy do ustalenia. Nie oznacza to natomiast osiągnięcia stanu pełnej przewidywalności, gdyż taki otwarty system oddziałuje z otoczeniem, a na jego dynamikę wpływają pewne parametry zewnętrzne mające charakter zmiennych losowych, które opisują np. zachowania i decyzje ludzkie. W takich okolicznościach każda organizacja może być rozważona jako osobny system, natomiast pomiary mają na celu analizę jego dynamiki, w tym opis wymiany z otoczeniem, a także dokonanie porównania między takimi systemami (zwłaszcza tego samego rodzaju). Całość bardzo często ma na celu i prowadzi do wysnuwania wniosków oraz szukania prawidłowości dotyczących parametrów zewnętrznych wpływających na pomiar oraz relacji między nimi,

jak np. decyzje posiadaczy jednostek uczestnictwa funduszy inwestycyjnych otwartych w świetle uzyskiwanych wyników inwestycyjnych.

Praktycznie rzecz biorąc w finansach, ze względu na częściowe ograniczenia w dostępie do danych, związane chociażby z tajemnicą organizacji dotyczącą prowadzonej przez nią działalności – nawet znając idealny model, badacze są najczęściej zmuszeni do dokonania pewnych uproszczeń i założeń, aby móc przeprowadzić jakiegokolwiek badania i wysnuwać wnioski. Prowadzi to do **osłabienia dokładności pomiarów pośrednich** będących najczęściej podstawą wnioskowania w ramach dokonywanych analiz, co zostaje dokładniej rozważone poniżej. Jest to jeden z głównych argumentów do podjęcia się zbudowania ilościowego opisu działania funduszu inwestycyjnego otwartego w tej pracy doktorskiej.

1.3. Niepewność pomiaru

Z natury rzeczy pomiar w naukach przyrodniczych \hat{X} nie jest tożsamy z konkretną wielkością X , a jest jedynie jej lepszym lub gorszym przybliżeniem (estymatorem). Zatem jego dokładność odzwierciedla stopień zgodności ze stanem faktycznym (wartością prawdziwą). Nie mniej mówiąc o dokładności, należy w gruncie rzeczy odwołać się do niepewności przeprowadzonego pomiaru i jej źródeł. Zgodnie z wypracowanymi przez świat nauki, międzynarodowymi wytycznymi zawartymi w (JCGM 100:2008, s. 3)⁶ jako rekomendacja INC-1 (1980), należy rozróżnić dwie kategorie niepewności pomiaru:

- Kategoria A – należą do niej komponenty niepewności estymowane przy użyciu metod statystycznych i zostają one opisane za pomocą wariancji s_i^2 lub odchylenia standardowego s_i , a także odpowiedniej liczby stopni swobody ν_i .
- Kategoria B – pozostałe komponenty niepewności, estymowane przy użyciu innych metod, pozwalających na podanie pewnych wartości u_i^2 oraz u_i , będących swojego rodzaju przybliżeniem odpowiadającej wariancji i odchylenia standardowego, których istnienie zostaje założone.

Nie należy przy tym utożsamiać powyższych kategorii z pojęciem błędu przypadkowego i systematycznego odpowiednio, jasno rozróżniając przyczynę niepewności pomiaru od sposobu jej opisu. W ogólności może bowiem okazać się, że niepewności natury systematycznej będą dobrze opisane metodami statystycznymi lub też odwrotnie –

⁶ JCGM – Joint Committee for Guides in Metrology

niepewności przypadkowe muszą zostać opisane innymi metodami niż statystyczne ze względu na swoją naturę i dostępną o nich wiedzę.

Ze względu na występowanie różnorodnych niepewności, chcąc opisać dokładność pomiaru podaje się przedział liczbowy $[\hat{X} - \Delta X, \hat{X} + \Delta X]$ w którym z określonym prawdopodobieństwem zawiera się X , gdzie wartość ΔX określa się mianem *niepewności rozszerzonej*. Oznacza to, że prawdopodobieństwo P znalezienia wartości X w tym przedziale jest bardzo duże⁷. Kiedy na podstawie przyjętej metody badacz jest w stanie określić rozkład pomiaru jako normalny, to stosując np. regułę trzech odchyień (3σ) może wtedy istotnie zawęzić taki przedział, stwierdzając, że mierzona wielkość znajduje się w nim z dużym prawdopodobieństwem (99,7%). Jeżeli natomiast z okoliczności wynika, że powinien zostać przyjęty rozkład jednostajny, to można w takich okolicznościach wskazać cały przedział (gdy nie jest zbyt rozległy względem uzyskanego wyniku), w którym mierzona wielkość znajduje się ze 100% prawdopodobieństwem, o ile przyjęta teoria jest prawidłowa. W tym ostatnim przypadku, dla dużych przedziałów można próbować je zawęzić, dobierając odpowiednią metodę statystyczną z uwzględnieniem rozrzutu pomiaru w zestawieniu z analizowanym komponentem. Biorąc pod uwagę powyższe, możemy zapisać:

$$\hat{X} = X \pm S_X \pm \Delta_S X \quad , \quad (1.1)$$

gdzie S_X oznacza całkowite odchylenie standardowe opisujące niepewność pochodzącą od komponentów niepewności kategorii A, natomiast $\Delta_S X$ to maksymalna niepewność pochodząca od komponentów kategorii B.

Wskazując podstawowe źródła niepewności pomiarów, warto ponownie odwołać się do międzynarodowych standardów (JCGM 100:2008, s. 6). Poniżej wymieniono podstawowe kategorie niepewności, na które wskazuje (Arendarski, 2006):

- Niekompletną (nieściłą) definicję wielkości mierzonej – bywa, że w wyniku braku wiedzy i odpowiednich przesłanek, niektóre istotne efekty nie zostają odpowiednio uwzględnione w przyjętej definicji.
- Błędy instrumentalne – dotyczą jakości (klasy) wykorzystywanego oprzyrządowania.
- Błędy obserwacji – mają one związek z ograniczeniem eksperymentatora oraz tymi dotyczącymi przebiegu samego eksperymentu.

⁷ Zatem $P(\hat{X} - \Delta X \leq X \leq \hat{X} + \Delta X) = 1 - \alpha$, gdzie α jest bardzo małe (Arendarski, 2013, s. 18). Wartość $1 - \alpha$ nazywana jest *poziomą ufnością* i ustalona jest przez badacza poprzez podanie wartości α , różniącej się w zależności do charakteru prowadzonych badań.

- Błędy metody – związane z przyjętym modelem systemu oraz stosowaniem przybliżonych wzorów przy pomiarach pośrednich.
- Błędy środowiskowe – odnoszą się do warunków otoczenia, gdy wykonywany jest dany pomiar, a zatem mogą ulegać zmianie w czasie.
- Błędy obliczeniowe – dotyczą zaokrągleń i uproszczeń (np. przy stosowaniu stałych fizycznych).

Zaznaczyć trzeba, że jest to lista otwarta i źródła potencjalnych błędów powinny każdorazowo zostać przeanalizowane przez badacza, który w ramach krytycznej analizy bierze pod uwagę okoliczności danego doświadczenia, jego przebieg oraz związany z pomiarem nim opis matematyczny.

Przechodząc już bezpośrednio do finansów oraz biorąc pod uwagę wspomniany fakt możliwości ustalenia kompletnego modelu, głównych źródeł błędów należy spodziewać się w związku z samą metodą przybliżonego opisu pomiarów pośrednich. Przy próbie tłumaczenia mierzonego zjawiska za pomocą hipotez w postaci zestawu wybranych wielkości należy także uważać na niekompletność takiego opisu.

Tabela 1. Przykłady błędów pomiarowych w finansach

Rodzaj błędu	Opis przykładu
Niekompletna definicja	<ul style="list-style-type: none"> • Przyjęcie formuły na podstawie wyobrażeń o układzie • Pominięcie aspektów definicyjnych ze względu na niedostateczną wiedzę
Błąd instrumentalny	[nie dotyczy]
Błąd obserwacji	<ul style="list-style-type: none"> • Źle przepisana wartość • Błędnie skopiowana kolumna danych
Błąd metody	<ul style="list-style-type: none"> • Zbyt daleko idące uproszczenia
Błąd środowiskowy	<ul style="list-style-type: none"> • Przybliżenia nie przystające do warunków rynkowych, np. dotyczące zmienności parametrów opisujących rynek
Błąd obliczeniowy	<ul style="list-style-type: none"> • Wartości pieniężne zaokrąglone do tysięcy w sprawozdaniach • Wskaźniki podane z małą dokładnością

Źródło: opracowanie własne

1.4. Obliczanie niepewności pomiarów pośrednich

W ogromnej większości przypadków w finansach głównym źródłem niepewności jest model matematyczny zjawiska i przyjęte uproszczenia oraz przybliżenia przy obliczaniu badanych wielkości. Dlatego też istotną częścią takich analiz powinno być wyznaczenie niepewności dla pomiarów pośrednich Y podanych w postaci zależności funkcyjnej jako:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) , \quad (1.2)$$

gdzie X_1, X_2, \dots, X_n oznaczają pomiary bezpośrednie o znanych niepewnościach obu typów $S_{X,i}$ oraz $\Delta_s X_i$ dla $i = 1, 2, \dots, n$. Chcąc teraz obliczyć całkowitą niepewność pomiaru pośredniego, skorzystamy ze wzorów:

$$S_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} S_{X,i} \right)^2} , \quad (1.3)$$

dla niepewności pochodzących od komponentów kategorii A, oraz:

$$\Delta_s Y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta_s X_i \right| , \quad (1.4)$$

dla niepewności pochodzących od pozostałych komponentów, czyli kategorii B.

1.5. Przesłanki filozoficzne do modelowania w naukach społecznych

Chęć czy nawet potrzeba skonstruowania szczegółowego ilościowego modelu operacyjnego wywodzi się z wcześniejszej refleksji autora nad rolą i postacią podejścia naukowego w badaniach ekonomicznych. Jest to zagadnienie szczegółowe bardziej ogólnego obszaru rozważań znanego pod nazwą *problem demarkacji*, który jest zagadnieniem współczesnej filozofii nauki. Jego idea polega na poszukiwaniu tzw. *kryterium demarkacji*, czyli zamkniętej listy cech pozwalających na odróżnienie teorii czy zadania naukowego od pozostałych form działalności ludzkiej bądź świadomości społecznej jak sztuka, literatura, religia, metafizyka itd. Celem ukształtowania intuicyjnego rozumienia warto przytoczyć pogląd, według którego uznanie danego rozumowania za naukowe jest równoznaczne z przypisaniem mu wyjątkowej niezawodności lub podobne wyróżniających go cech.

Autorem terminu „problem demarkacji” jest Karl Popper, który chcąc zdefiniować naukę, przeciwstawił się poglądom logicznych pozytywistów o możliwości określenia matematycznego prawdopodobieństwa teorii jako kryterium naukowości (Aduszkiewicz, 2004). Doszedł on do wniosku, że bazując na danych obserwacyjnych, nie możemy wnioskować o stopniu prawdziwości danej teorii. Formułując teorię, powinno się natomiast

według Poppera podać jednocześnie możliwą do przeprowadzenia rozstrzygającą procedurę falsyfikacji (choćby w dalekiej przyszłości). Wobec tego twierdzenia, których nie można sfalsyfikować, nie mogą zostać uznane za naukowe. Zadaniem naukowca w takim ujęciu jest więc stawianie ambitnych hipotez i uciążliwe dążenie do ich sfalsyfikowania, dzięki czemu nauka rozwija się metodą prób i błędów. Co ciekawe, na bazie *popperyzmu* można dojść do wniosku, że ani logika, ani matematyka nie kwalifikują się do grona dziedzin naukowych. Ponieważ takie podejście nie bierze pod uwagę prawdziwości danej teorii, uzasadnionym zdaje się przykładać je do oceny raczej samej metody.

Jednym z krytyków poglądów Poppera na naukę był Thomas Kuhn, który twierdził, że nauka nie rozwija się w sposób liniowy poprzez stawianie i obalanie ambitnych hipotez, lecz w drodze kolejnych rewolucji pomiędzy którymi następują spokojne okresy ubogie w nowe teorie czy poglądy. Kuhn wprowadza pojęcie *paradygmatu*, czyli wiodącego poglądu w danej dziedzinie nauki. W jednej z interpretacji przyjmuje się, że paradygmat może być silniejszy niż doświadczenie, które go falsyfikuje i obowiązuje aż do momentu, gdy pojawi się w zastępstwie lepszy paradygmat.

Problem demarkacji doczekał się wielu opracowań, a różnorodność poglądów na temat definicji nauki nie daje się zawrzeć w krótkim podsumowaniu. Podobnie różnorodne są ekonomia i finanse i próba całościowej ich oceny w kontekście bycia nauką wydaje się nie być możliwa. Zbiór paradygmatów ekonomii i finansów jako dyscypliny wiedzy, często rozłącznych lub nawet (pozornie lub nie) sprzecznych prowadzi do konkluzji o konieczności szczegółowego spojrzenia na konkretne, w miarę jednorodne obszary. Dzięki temu możliwą staje się ocena metod stosowanych przez naukowców w konkretnym obszarze zainteresowań. Na kanwie takiego procesu uprawnionym staje się wysnuć wniosek o naukowości ekonomii i finansów zwłaszcza w zmatematyzowanej jej części. Na drugim biegunie natomiast znajdziemy obszary opisowe, czasami nawet spekulatywne. Ich problemy w kontekście bycia nauką wynikają często z prób nadmiarowego rozszerzania hipotez na dużą skalę lub nawet na całą dziedzinę, podczas gdy przesłanki, na podstawie których są formułowane bywają dość szczegółowe. Rolą naukowca staje się wtedy pokonanie atrakcyjnej pokusy opisu całej dziedziny jedną teorią na rzecz dokładnej analizy założeń, a każde ich rozluźnienie powinno być poparte szeroko zakreślonymi analizami. Co ciekawe, z podobnymi problemami od dawna boryka się fizyka, w obszarze której wielu znamienitych badaczy zabrnęło w ślepy zaułek w poszukiwaniu teorii wszystkiego.

Dalsze rozważania podjęte w tej rozprawie doktorskiej opierają się o pogląd autora, według którego ekonomię i finanse należy nazwać nauką w takim stopniu, w jakim ich przedstawiciele będą posługiwali się maksymalnym możliwym (lub sobie znanym) reżimem rozumowania, dążąc do zaproponowania falsyfikowalnych twierdzeń przy jednoczesnym podaniu obszaru obowiązywania. Naturalnie nie będzie wtedy możliwy jednolity opis wszystkich zjawisk ekonomicznych i finansowych, ale z drugiej strony szeroki system wielu teorii będzie stanowił solidny fundament, a obalenie jego składowej nie zagrozi całemu gmachowi ustrukturyzowanej wiedzy. W tym właśnie duchu powstawał prezentowany w dalszej części dysertacji model funduszu inwestycyjnego otwartego, mający stanowić cegiełkę owego fundamentu.

Rozdział 2.

Funkcjonowanie funduszy inwestycyjnych otwartych w literaturze

2.1. Idea funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych

W literaturze przedmiotu możemy znaleźć wiele zbliżonych do siebie definicji funduszu inwestycyjnego otwartego. Wynikają one z genezy tego rynku na świecie (Borowski, 2011; Perez, 2012b). Dowiadujemy się z niej, że ewidentną motywacją do zorganizowania w XVIII i XIX wieku pierwszych funduszy inwestycyjnych było zapewnienie dywersyfikacji dla drobnych (ale w tamtej erze wciąż niemasowych) inwestorów (Rouwenhorst, 2004). Pierwsze fundusze inwestycyjne miały jednak charakter zamknięty. Pionierem wśród funduszy inwestycyjnych otwartych dostępnych dla masowych klientów (a zatem faktycznych funduszy zbiorowego inwestowania zwanych potocznie *mutual funds*) stał się Massachusetts Investors Trust, utworzony w 1924 roku w Bostonie, USA. Od tamtej pory rynek funduszy inwestycyjnych otwartych przeszedł wiele przeobrażeń. Dziś jest on wysoce uregulowany, stąd chcąc wybrać najtrafniejszą definicję funduszu inwestycyjnego otwartego warto posłużyć się przepisami obowiązującego prawa, tj. przede wszystkim ustawą o funduszach inwestycyjnych. Mając to na uwadze, **funduszem inwestycyjnym otwartym** (FIO) nazwiemy instytucję, której jedynym przedmiotem działalności jest sformalizowane inwestowanie środków zebranych od inwestorów jednostkowych. Chcąc dokładniej rozważyć ideę wspólnego inwestowania pod postacią FIO, warto przeanalizować niektóre z uniwersalnych cech takich instytucji, które zostały zebrane w zwarty sposób przez Perez (2012b) czy Dawidowicza (2012). Mianowicie, inwestor dokonując lokaty w funduszu staje się jego **uczestnikiem**, co jest dokumentowane przez tytuły uczestnictwa pozwalające dokładnie określić udział uczestnika w funduszu. Wartość posiadanych przez inwestora tytułów uczestnictwa zostaje określona na podstawie wyceny podającej wartość aktywów netto (WAN), która dokonywana jest w ściśle określonych momentach oraz według ściśle określonych procedur. Najważniejszym jest jednak fakt, że inwestycja w fundusz charakteryzuje się bardzo wysokim poziomem bezpieczeństwa, przy czym należy zaznaczyć, że mowa tu przede wszystkim o ochronie interesów uczestników funduszu w ramach obowiązujących przepisów prawa, a nie o **ryzyku inwestycyjnym**, którego poziom jest cechą immanentną dla każdego funduszu i zależy m.in. od określonej specjalnie dla niego polityki inwestycyjnej. Aczkolwiek ta – w przypadku

funduszy otwartych – również nie może być dowolnie ustalona, a powinna zostać osadzona w limitach określonych ustawą. Dokładny opis czynników ryzyka zawiera prospekt informacyjny funduszu, czyli ogólnodostępny (tj. publiczny) i obszerny dokument zawierający także opis profilu inwestora czy parametry modelu operacyjnego funduszu.

Dzięki zgromadzonym w drodze proponowania nabycia tytułów uczestnictwa środkom, przeważnie większym niż te, jakimi dysponuje każdy inwestor z osobna, fundusz może dokonać odpowiedniej **dywersyfikacji** swojego portfela inwestycyjnego, optymalizując dzięki temu poziom potencjalnie osiąganego zysku w stosunku do podejmowanego ryzyka. Co więcej, dzięki przedstawionemu efektowi skali możliwym staje się też obniżenie kosztów transakcyjnych. Wszystkie decyzje dotyczące sposobu ulokowania zebranych w funduszu środków podejmują wykwalifikowani menadżerowie, a ich główną przesłanką powinno być osiągnięcie zysku, dlatego też inwestor indywidualny, powierzając środki funduszowi, nie musi martwić się swoimi ewentualnymi brakami, czy to wiedzy o rynku kapitałowym, czy doświadczenia w lokowaniu na tym rynku środków. Warto przy tym nadmienić, że występują również fundusze inwestycyjne, dla których zysk rozumiany jako wzrost wartości aktywów nie jest priorytetem wprost, np. wehikuły podatkowe.

Za wszystko, co oferuje swoim uczestnikom fundusz, pobierana jest przez zarządzającą nim instytucję odpowiednia opłata, pomniejszająca zysk lub powiększająca stratę inwestora. Należy również pamiętać, że w przypadku realizacji osiągniętych zysków inwestor zobligowany jest do zapłaty **podatku od zysków kapitałowych**. Wśród funduszy istnieją jednak tzw. fundusze parasolowe z wydzielonymi subfunduszami, pomiędzy którymi można dokonywać alokacji środków poprzez tzw. zamianę, tj. poprzez zamianę tytułów uczestnictwa jednego z subfunduszy na tytuły uczestnictwa innego subfunduszu w ramach tego samego funduszu parasolowego, bez konieczności uiszczania podatku, aż do momentu zakończenia inwestycji. Należy przy tym wyraźnie zaznaczyć różnicę pomiędzy rzeczoną zamianą a konwersją. Ta ostatnia jest zamianą jednostek pomiędzy funduszami i nie jest czynnością zwolnioną od obowiązku podatkowego.

Prawidłowe wykonywanie operacji funduszu inwestycyjnego otwartego nie jest możliwe bez następujących podmiotów: **spółki zarządzającej funduszem**, **depozytariusza** przechowującego aktywa funduszu, **agenta transferowego** zajmującego się obsługą uczestników funduszu oraz **dystrybutora** odpowiedzialnego za sprzedaż tytułów uczestnictwa funduszy. Należy zaznaczyć, że dla zachowania najwyższego bezpieczeństwa

środków uczestników FIO, ustawodawca narzucił nadzorowanie tych podmiotów ze strony organu nadzoru nad rynkiem finansowym, a także zobowiązał je do wykonywania swoich obowiązków z najwyższą starannością i współpracy w szeroko pojętym interesie uczestników. Ponadto sam fundusz, spółka zarządzająca i depozytariusz muszą cechować się rozdzielnością majątkową. W obsługę funduszu inwestycyjnego otwartego są również zaangażowane podmioty prowadzące jego rachunkowość, audytorzy i instytucje rankingowe, które zajmują się oceną jego ekonomicznej działalności i porównywaniem osiągniętych przez fundusze wyników inwestycyjnych (Perez, 2012b).

Cechą wspólną wymienionych podmiotów jest to, że za swoje usługi pobierają opłaty i prowizje. Ich wysokość jest dla inwestora kosztem ponoszonym w związku zarządzaniem funduszem. Koszt ten (oprócz odrębnie pobieranej opłaty za dystrybucję) nie jest widoczny gołym okiem; jest bowiem wyrażony w wartości aktywów netto funduszu, na podstawie której wyznacza się cenę, a następnie stopę zwrotu z funduszu. Oznacza to, że opłaty i prowizje podmiotów zaangażowanych w prawidłowe funkcjonowanie funduszu bezpośrednio wpływają na osiągnięty przez niego wynik inwestycyjny – dzieje się tak, niezależnie od tego, czy jest to wynik dodatni czy ujemny. To jeden z głównych powodów, dla których wyniki inwestycyjne są najważniejszym aspektem działania funduszy inwestycyjnych otwartych, a wysokość kosztów najważniejszym w tym działaniu wyzwaniem.

Poniżej zaprezentowano wyniki badań naukowych dotyczących tych i innych aspektów funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych. W tym miejscu należy zauważyć, że literatura w całości skupia się na badaniu i wnioskowaniu o tych aspektach z punktu widzenia strony popytowej rynku, tj. inwestorów. W zasadzie w literaturze nie ma badań na temat korzyści lub kosztów związanych z działaniem funduszy otwartych dla strony podaźowej tego rynku, a w szczególności firm zarządzających i ich właścicieli. Jest to jeden z głównych argumentów do powstania przedkładanej rozprawy doktorskiej, w której zaproponowano model funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego ułatwiający optymalizowanie procesów zarządczych w firmie zarządzającej.

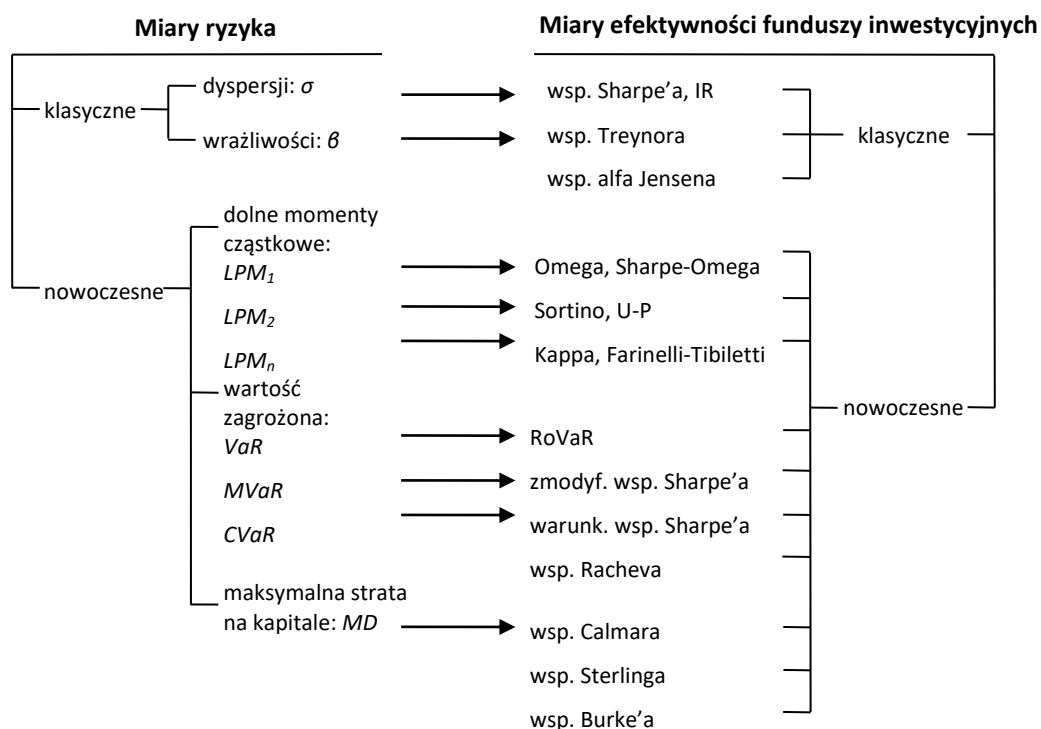
2.2. Kluczowe aspekty funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych

2.2.1. Wyniki inwestycyjne

Wyniki inwestycyjne są głównym kryterium brany pod uwagę przy podejmowaniu decyzji alokacyjnych w fundusze inwestycyjne (Busse & Irvine, 2006; Ippolito, 1992; Sirri & Tufano, 1998), a także najważniejszą determinantą mikroekonomiczną wpływającą na rozwój tego rynku (Perez, 2012b, 2012a). Z tych powodów wynikami inwestycyjnymi zainteresowana jest zarówno strona popytowa, jak i podaźowa rynku. Pomiar i ocena wyników inwestycyjnych stały się możliwe dzięki upowszechnieniu się **nowoczesnej teorii portfela inwestycyjnego** H. Markowitza (1952, 1959) udowadniającej konieczność badania relacji między oczekiwaną stopą zwrotu a ryzykiem inwestycyjnym portfela. To na kanwie teorii portfela Markowitza w pracach Sharpe'a (1966b, 1994), Treynora (1965), Jensena (Jensen, 1968b, 1969) czy Carharta (1997a), a także wielu innych autorów (Bernardo & Ledoit, 2000; Dowd, 2000; Kazemi et al., 2004; F. Sortino et al., 1999; F. A. Sortino & Price, 1994; Young, 1991) zaproponowano **miary określające wyniki funduszy inwestycyjnych**. Nazywamy je miarami lub wskaźnikami efektywności. Efektywność różni się od dochodowości tym, że oprócz stopy zwrotu uwzględnia ryzyko inwestycyjne. Stąd, mówiąc o wynikach czy efektywności funduszy inwestycyjnych, mówimy o stopach zwrotu ważonych ryzykiem (*risk-adjusted returns*). To właśnie sposób pomiaru ryzyka inwestycyjnego jest kryterium klasyfikacji miar efektywności funduszy inwestycyjnych. Dokładną klasyfikację miar ryzyka możliwych do zastosowania przy pomiarze efektywności funduszy inwestycyjnych prezentuje Dittmann (2019). Obszerną klasyfikację samych miar efektywności przedstawia zaś Zamojska (2012) i Perez (2012a). Zamojska (2012) dzieli te miary na warunkowe lub bezwarunkowe miary absolutne i na miary relatywne. Podobnie czyni Perez (2012a), która rozdziela te miary na:

- miary klasyczne (tradycyjne), tzn. te wykorzystujące do pomiaru ryzyka inwestycyjnego odchylenie standardowe i współczynnik beta oraz
- miary nowoczesne (alternatywne), oparte na innych miarach ryzyka, np. dolnych momentach cząstkowych, wartości zagrożonej czy maksymalnej stracie na kapitale.

W szczególności ten ostatni podział zaprezentowano na poniższym rysunku.



Rysunek 2. Podział miar efektywności funduszy inwestycyjnych wg Perez (2012a)

Źródło: (Perez, 2012a)

Warto zaznaczyć, że w literaturze przedmiotu wyraźnie dominują badania nad wynikami funduszy inwestycyjnych wykorzystujące modele klasyczne, w tym głównie miarę bezwarunkową, jaką jest współczynnik alfa Jensena z czteroczynnikowego modelu Carharta (1997a), który do modelu Famy i Frencha (1993a) dodał czynnik *momentum* zaproponowany przez Jegadeesha i Titmana (1993) (Cuthbertson et al., 2010). Jest tak do dziś (por. np. Jones i Mo (2021)), mimo powstania w ostatnich latach kolejnych wersji modelu Famy i Frencha (2015a, 2018)⁸. Co ciekawe, choć w nauce czteroczynnikowy współczynnik alfa Jensena jest wykorzystywany od 25 lat, w praktyce gospodarczej do oceny funduszy inwestycyjnych jest on stosowany dopiero od niedawna. I to głównie w swej pierwotnej (jednoczynnikowej) postaci oraz nie przez inwestorów a właścicieli spółek zarządzających, i to głównie przez tych działających na rynku globalnym. Znacznie dłużej i powszechniej w praktyce gospodarczej do oceny i prezentacji wyników funduszy inwestycyjnych wykorzystuje się współczynnik Sharpe'a (1966). Mimo że jest miernikiem warunkowym, cieszy się dużą popularnością, co

⁸ Choć w ostatnim czasie pojawiają się pojedyncze prace badające rynek funduszy inwestycyjnych za pomocą sześcioczynnikowego modelu Famy i Frencha (2018). Por. np. (Cuthbertson i in., 2022).

wynika z prostoty jego konstrukcji i interpretacji. Jest najbardziej zrozumiały, a przez to łatwy do zastosowania przez uczestników tego rynku (Lo, 2002).

W najprostszej postaci **ocena efektywności funduszy inwestycyjnych** polega na porównaniu ich stóp zwrotu ważonych ryzykiem ze stopami zwrotu innych funduszy bądź tzw. portfeli wzorcowych (benchmarków). Przy tym fundusze szereguje się od tych o najwyższej do tych o najniższej wartości stopy zwrotu ważonej ryzykiem obliczonej według danej miary efektywności. W literaturze można odnaleźć ogromną liczbę badań na temat porównania wyników funduszy inwestycyjnych otwartych. Dorobek w tej materii ma już ponad 60 lat. W znakomitej większości dotyczy on najstarszego i najbardziej rozwiniętego rynku amerykańskich funduszy akcji. Stąd pochodzą najbardziej inspirujące, a także najczęściej cytowane przez innych naukowców prace badawcze (oprócz wymienionych już artykułów są to np. (Barras i in., 2010; Berk & van Binsbergen, 2015; Elton i in., 1996; Gil-Bazo & Ruiz-Verdu, 2009; Grinblatt & Titman, 1989; Gruber, 1996; Ippolito, 1989, 1993; Kosowski i in., 2006; Malkiel, 1995; Riley, 2021). W ostatnich latach nie brakuje też prac porównujących wyniki inwestycyjne funduszy z różnych obszarów geograficznych świata (Ferreira et al., 2013; Vidal-García et al., 2016) lub z rynków dojrzałych np. w Wielkiej Brytanii (D. Blake & Timmermann, 1998; Fletcher & Forbes, 2002; Fletcher & Ntozi-Obwale, 2009) czy Unii Europejskiej (Gajewski & Tran Dieu, 2021; Otten & Bams, 2002; Otten & Schweitzer, 2002; Vidal-García, 2013), a także z rynków rozwijających się, w tym funduszy inwestycyjnych z Chin (Liao et al., 2017; Yi et al., 2018).

Ze względu na uprzywilejowanie funduszy inwestycyjnych otwartych w dostępie do informacji, co wynika wprost z silnej formy hipotezy rynku efektywnego Famy (1965), w badaniach dotyczących ich wyników stawia się hipotezę o osiągnięciu przez nie ponadprzeciętnych stóp zwrotu. Wyniki tych badań pokazują jednak, że osiągnięcie takich stóp zwrotu jest niemożliwe, przynajmniej po uwzględnieniu kosztów (Perez, 2012b). Szczególnie dotyczy to funduszy aktywnie zarządzanych, których zarządzający mimo pobierania wysokiego wynagrodzenia nierzadko wypracowują stopy zwrotu niższe niż zarządzający funduszami pasywnymi (C. R. Blake et al., 1993; Gruber, 1996; Harper et al., 2006; Jensen, 1968b; Malkiel, 1995, 2013; Sharpe, 1966c; Treynor, 1965). Jest to jeden z głównych powodów, dla których drogie fundusze aktywne w ostatnich latach zaczęły być zastępowane funduszami pasywnymi. Przez ostatnią dekadę fundusze pasywne zwiększyły swój udział w światowym rynku funduszy inwestycyjnych otwartych do 1/4, a stosowane przez nie

strategie przynoszą ich uczestnikom bardzo dobre wyniki i są wystarczająco zrozumiałe, by cieszyć się dużym powodzeniem (Elton et al., 2019). Szczególnie dynamicznie rozwija się rynek funduszy typu *exchange-traded funds* (ETF) (Miziołek, 2013). Wśród nich znaczną popularnością cieszą się ETF realizujące strategię *smart-beta* (Meucci, 2015; Trąpczyński, 2018). Strategia ta pozwala inwestorom wybrać poziom pożądanej ekspozycji funduszu na ryzyko inwestycyjne i przez to kontrolować ryzyko funduszu ETF. Inwestorzy stają się zatem uczestnikami ETF aktywnie zarządzanego, ponosząc przy tym opłaty za fundusz pasywny. Zachowują też wysoką płynność, przejrzystość i korzyści podatkowe z inwestycji w taki fundusz. To bardzo atrakcyjna inwestycyjnie alternatywa dla drogich funduszy aktywnych, których celem jest osiągnięcie premii czynnikowych (Chen & Chi, 2018; C. Jiang et al., 2021; Nazaire et al., 2021). Z tego powodu można spodziewać się dalszego wzrostu popularności tych funduszy – już dziś ETF realizujące strategię *smart-beta* na rynku amerykańskim stanowią ponad 20% wszystkich rodzajów funduszy ETF (Le, 2022).

Z punktu widzenia oceny wyników funduszy inwestycyjnych otwartych istotny jest nie tyle sam wynik, a to, jak długo jest on przez zarządzających utrzymywany. **Utrzymywanie, powtarzanie lub persystencja stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych otwartych** (*fund performance persistence*) jest bodajże najczęściej weryfikowanym przez naukowców zjawiskiem dotyczącym tych funduszy. Persystencja określa ich pozycję konkurencyjną (Perez, 2012a). Fundusze znajdujące się w kolejnych okresach oceny na najwyższych miejscach rankingu nazywa się zwycięzcami (*winners*) lub po prostu najlepszymi funduszami (*hot hands*), a te na miejscach najniższych funduszami przegranymi (*losers*) lub najgorszymi (*icy hands*) (Hendricks et al., 1993). Jeżeli między okresami oceny fundusze przemieszczają się między grupami w rankingu, np. z wyższej przechodzą do niższej lub odwrotnie, zjawisko to nie występuje. Taka sytuacja ma miejsce w modelu Berka i Greena (2004), który zakłada dobrze funkcjonujący rynek finansowy i wynikający stąd brak persystencji stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych. Wśród badaczy jak dotąd nie ma zgody co do tego, czy zjawisko to występuje w rzeczywistości gospodarczej czy nie. Pierwsze prace na ten temat z lat 70. i 80. XX w. dotyczyły bardzo długiego (bo dziesięcioletniego) horyzontu czasowego i dowodziły słabej powtarzalności stóp zwrotu przez zarządzających funduszami inwestycyjnymi otwartymi (Levy & Lerman, 1988; Sarnat, 1972). W późniejszych pracach z lat 90. XX w. i pierwszej dekady XXI w. skracano horyzont czasowy badania do pięciu lub dwu-trzech lat, aż w końcu do jednego roku. Wyniki tych badań wskazywały, że wyniki funduszy inwestycyjnych

otwartych utrzymują się w krótkim okresie, ale głównie w przypadku funduszy najgorszych, a nie najlepszych (C. R. Blake et al., 1993; Carhart, 1997a; Cuthbertson et al., 2008; Elton et al., 1996; Fama & French, 2010; Grinblatt & Titman, 1992; Kosowski et al., 2006). Dotyczy to również rynków mniej rozwiniętych (Basu & Huang-Jones, 2015; Bóta & Ormos, 2016; Collinet & Firer, 2003; Hsu & Lin, 2007), w tym rynku polskiego (Białkowski & Otten, 2011; Jackowicz & Filip, 2009; Perez, 2011). Nie brakuje jednak dowodów na to, że jest inaczej (Babalos et al., 2008; Filip, 2012; Sehgal & Jhanwar, 2011).

Najnowsze wyniki badań dotyczących utrzymywania stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych otwartych w skali regionalnej lub globalnej również nie są jednoznaczne, jednak raczej potwierdzają występowanie badanego zjawiska. Vidal-Garcia (2013), na podstawie dużej próby funduszy akcji działających w sześciu krajach Europy w latach 1988-2010, zauważył występowanie persystencji nawet do 36 miesięcy. Poza tym stwierdził, że inwestorzy mogą wspierać się w swoich decyzjach inwestycyjnych historycznymi stopami zwrotu funduszy, jako że te mają moc predykcyjną i pozwalają na przewidywanie przyszłych stóp zwrotu. Vidal-Garcia i in. (2016) przeanalizowali występowanie krótkoterminowej persystencji na próbie funduszy z 35 krajów na świecie działających w latach 1990-2013. Potwierdzili wcześniejsze doniesienia na temat występowania persystencji stóp zwrotu funduszy w krótkim (a nie w długim) okresie zarówno wśród funduszy najgorszych, jak i funduszy najlepszych. Do podobnych wniosków doszli Ferreira i in. (2019) na podstawie globalnej próby akcyjnych funduszy inwestycyjnych z 27 krajów. Badacze zauważyli dodatkowo, że na prezentowane zjawisko ma wpływ konkurencja rynkowa.

Jedną z ostatnich prac na prezentowany temat jest artykuł Curtbertsona i in. (2022). Autorzy zbadali persystencję stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych otwartych na podstawie danych z bazy Morningstar o 2183. funduszach akcji, które funkcjonowały w USA w okresie od stycznia 1990 r. do października 2021 r. Zjawisko badali na różnych płaszczyznach: a) w oparciu o naukowe modele czynnikowe i praktyczne modele indeksowe, b) budując duże i małe portfele funduszy; c) przy użyciu konwencjonalnej statystyki t-Studenta oraz wartości p z metody nieparametrycznej bootstrap oraz (iv) wykorzystując stopy zwrotu funduszy netto (bez opłat) i brutto (z uwzględnieniem opłat). Najważniejszym rezultatem tego badania jest występowanie persystencji stóp zwrotu netto mierzonych alfą Jensena w przypadku historycznie najlepszych funduszy łączonych w małe portfele. Przy tym okres utrzymywania wyników tych funduszy wynosi 6 miesięcy lub krócej, zarówno dla praktycznych modeli

indeksowych, jak i naukowych modeli czynnikowych. Zdaniem badaczy inwestorzy nie powinni zatem skupiać się na wielu różnych kryteriach alokacji środków w fundusze inwestycyjne, a raczej koncentrować się na budowaniu małego portfela historycznie najlepszych funduszy. To bowiem może dać im stopę zwrotu, której oczekują z tej formy alokacji kapitału.

Budowa portfela najlepszych funduszy inwestycyjnych otwartych, czyli funduszu najlepszych funduszy, jest dla dzisiejszego drobnego inwestora wyzwaniem. Wynika to z wielu powodów. Do najważniejszych z jednej strony należy jego niska wiedza o finansach (Bianchi, 2018; J. Jiang et al., 2020), z drugiej zaś przytłaczająca liczba funduszy znajdujących się w ofercie spółek zarządzających, w której inwestor po prostu się gubi. Przez to w praktyce nierzadko ucieka on od inwestycji w fundusze inwestycyjne i – kierując się motywem ostrożności i przezorności – wybiera gotówkę i lokaty bankowe. Robi to, mimo że, jak dowodzi Dittmann (2020), ze względu na atrakcyjne stopy zwrotu i niskie ryzyko inwestycyjne powinien wybierać fundusze dłużne. Niestety niejednoznaczne wyniki badań naukowców na temat utrzymywania stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych w wyborze również nie pomagają. W ostatnich latach, na kanwie rozwoju usług robo-doradczych w gospodarce 4.0, badacze rozpoczęli poszukiwania najlepszych funduszy, wykorzystując do tego techniki prognozowania uczenia maszynowego. Pionierskimi pracami wykorzystującymi metody uczenia maszynowego do **przewidywania stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych otwartych** są artykuły Chianga i in. (1996) oraz Indro i in. (1999), które różnią się przede wszystkim przedmiotem predykcji.

Chiang i in. (1996) przewidują wartość aktywów netto na jednostkę uczestnictwa (WANJU), a zatem cenę funduszy otwartych. Robią to na podstawie 5-letniego zestawu danych na temat różnych cech 101 amerykańskich funduszy akcji działających na rynku w latach 1981-1986 za pomocą *backpropagation neural network* (BPN) – jednej z technik sztucznych sieci neuronowych. Pięć lat trenowania sieci ma pozwolić na prognozę WANJU w kolejnym, szóstym roku. Wyniki prognozy są następnie porównane z wynikami otrzymanymi na podstawie modeli regresji liniowej i nieliniowej. Badacze wykazali, że możliwości predykcyjne sieci neuronowych znacznie przewyższają te dotyczące tradycyjnych modeli. Do takiego samego wniosku doszli m.in. Ray i Vina (2011), Priyadarshini i Babu (2012), Narula i in. (2015) czy Pan i in. (2019) i Rout i in. (2020).

Indro i in. (1999) rozszerzają badania Chianga i in. (1996) i prognozują stopę zwrotu ważoną ryzykiem, czyli efektywność funduszy mierzoną 1-czynnikowym współczynnikiem alfa Jensena. Wykorzystują do tego perceptron wielowarstwowy (*multi-layer perceptron*, MLP) i nieliniowy optymalizator GRG2. Za dane wejściowe do modelu służą takie historyczne cechy operacyjne funduszy, jak 5-letnia roczna alfa Jensena, wskaźnik obrotu, wskaźniki c/z i z/wk, mediana kapitalizacji rynkowej oraz procent gotówki i akcji w portfelach funduszy. Do badania autorzy wykorzystują dużą bazę danych Morningstar, która składała się z 559 amerykańskich funduszy akcyjnych. Indro i in. (1999) zauważyli, że zastosowana technika generowała lepsze wyniki prognozowania niż modele liniowe.

Innym ważnym badaniem dotyczącym prognozowania efektywności funduszy inwestycyjnych otwartych za pomocą uczenia maszynowego jest badanie Wanga i Huanga (2010), którzy skupiają się na prognozowaniu współczynnika Sharpe'a. Przy tym porównują BPN do szybkiego adaptacyjnego klasyfikatora sieci neuronowych (*fast adaptive neural network classifier*, FANNC). Uważają, że FANNC jest przydatny w ich eksperymencie, ponieważ pozwala ocenić wydajność funduszu mierzoną wskaźnikiem Sharpe'a znacznie szybciej niż BPN. To sprawia, że FANNC jest ważnym narzędziem dla aplikacji finansowych, które wymagają ogromnych ilości danych i rutynowych aktualizacji. Wang i Huang (2010) stwierdzają, że FANNC można by wykorzystać w internetowym systemie oceny stworzonym dla inwestorów w celu dostarczenia im informacji o bieżących wynikach funduszy inwestycyjnych.

Jedno z ostatnich badań na temat prognozowania wyników funduszy inwestycyjnych otwartych z wykorzystaniem uczenia maszynowego przeprowadzili DeMiguel i in. (2021). Celem badaczy było zidentyfikowanie portfeli funduszy inwestycyjnych o ponadprzeciętnych współczynnikach alfa Jensena z pięcioczynnikowego modelu Fama i Frencha (2015a) uzupełnionego o czynnik *momentum* (Fama & French, 2018) za pomocą trzech metod uczenia maszynowego, tj. elastycznej sieci, wzmocnienia gradientowego i drzew losowych. Za dane wejściowe posłużyły informacje miesięczne o 17. cechach funduszy otwartych, które według Jonesa i Mo (2021) mogą mieć statystycznie istotny wpływ na wyniki inwestycyjne tych funduszy. Próbą badawczą były aktywnie zarządzane i bezprowizyjne fundusze akcji działające na rynku amerykańskim w latach 1980-2020. W oparciu o informacje o tych funduszach badacze trenowali sieci przez 10 lat i prognozowali wartości alf portfela najlepszych funduszy w następnym roku. Procedurę powtarzali, przesuając okno

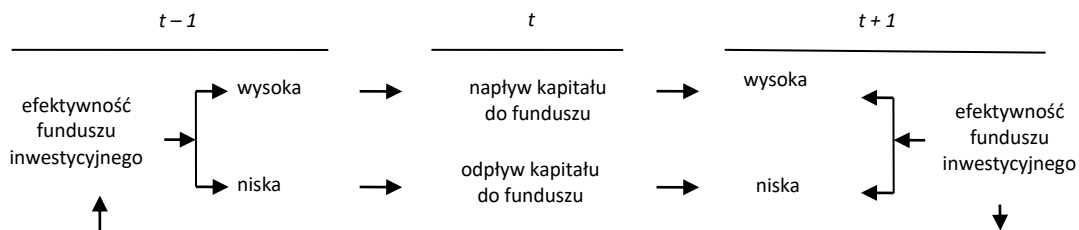
trenowania i prognozy o rok. Wyniki ich badania pokazały, że uczenie maszynowe, które uwzględnia nieliniowość i interakcje między cechami a wynikami funduszy inwestycyjnych otwartych, jest przydatnym narzędziem do prognozowania stóp zwrotu tych funduszy inwestycyjnych otwartych. Wyniki badań są odporne na zmianę miary efektywności, zawężenie próby badawczej do funduszy detalicznych, czy na różne warunki rynkowe. Zdaniem Miguela i in. (2021): „ekonomicznie duże dodatnie współczynniki alfa portfeli najlepszych funduszy, które dokumentują, dają nadzieję na przetrwanie aktywnego zarządzania aktywami”.

Oprócz nadziei inwestorzy będący potencjalnymi uczestnikami funduszy inwestycyjnych otwartych potrzebują informacji i wiedzy o funduszach, które dadzą im oczekiwaną stopę zwrotu. To do nich głównie napływa kapitał, nie tylko ten nowy, ale i ten przenoszony od funduszy, które przyniosły uczestnikom straty. Wielkość tych przepływów wpływa na wartość aktywów funduszy, a zatem na ich cenę i w konsekwencji na stopy zwrotu. Z tego powodu przepływy kapitału między funduszami to kolejne niezwykle ważne i szeroko dyskutowane w literaturze zagadnienie związane z funkcjonowaniem funduszy inwestycyjnych otwartych. Więcej na jego temat znajduje się poniżej.

2.2.2. Przepływy kapitału netto

Na podstawie badań empirycznych dotyczących stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych otwartych wiemy już, że ogólnie pod względem stóp zwrotu aktywnie zarządzane fundusze inwestycyjne nie przewyższają pasywnych benchmarków. Ponadto zarządzający utrzymują ich wyniki inwestycyjne co najwyżej przez bardzo krótki okres. Brak persystencji stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych otwartych dowodzi, że w rozumieniu Fama (1965) rynki są stosunkowo efektywne – dobór instrumentów finansowych do portfela funduszu inwestycyjnego jest zadaniem trudnym i dlatego większość zarządzających aktywnymi funduszami inwestycyjnymi nie osiąga ponadprzeciętnych stóp zwrotu. Jeśli tak się stanie, odpowiada za to bardziej szczęście niżli doświadczenie i umiejętności zarządzającego, które badają Clare i in. (2022).

Efektywność rynku wydaje się jednak kłócić z kolejnym zjawiskiem na rynku funduszy inwestycyjnych otwartych zaobserwowanym przez naukowców. Chodzi o występowanie dwukierunkowej zależności między efektywnością funduszy inwestycyjnych a napływem lub odpływem z nich kapitału. Obrazuje ją poniższy rysunek.



Rysunek 3. Zależność między efektywnością a przepływem kapitału w funduszu inwestycyjnym otwartym

Źródło: Perez (2012a, s. 292)

Na gruncie teoretycznym dwukierunkową relację między stopami zwrotu a przepływem kapitału netto w funduszach inwestycyjnych otwartych rozpatrują Berk i Green (2004). Wyjaśniają przy tym mechanizm zachowania i działania inwestorów decydujących się na transfer środków pieniężnych między funduszami w zależności od wypracowanych przez nie stóp zwrotu w sytuacji równowagi rynkowej. Model Berka i Greena (2004) pokazuje, jak oczekiwane stopy zwrotu funduszy inwestycyjnych równoważą się dzięki przepływom środków w funduszach. Model zakłada, że na rynku finansowym występuje bardzo duża ilość kapitału, którego właściciele są racjonalni i inwestują go w fundusze inwestycyjne, które wraz ze wzrostem zarządzanych aktywów stają się coraz mniej efektywne. Jeżeli oczekiwana stopa zwrotu funduszu A przewyższa oczekiwaną stopę zwrotu funduszu B, rynek nie znajduje się w równowadze, ponieważ inwestorzy mogą poprawić swoją oczekiwaną użyteczność poprzez transfer środków z funduszu B do funduszu A. Przenoszenie środków będzie następowało do momentu, w którym niekorzyści skali znikną w funduszu B, dzięki czemu będzie on tak samo konkurencyjny jak fundusz A. Taka zależność dotyczy wszystkich funduszy funkcjonujących na rynku, co sprawia, że w równowadze ich wyniki inwestycyjne funduszy otwartych są nieprzewidywalne, tzn. nie występuje zjawisko ich persystencji. Jeśli wyniki te w sposób wystarczający informują o umiejętnościach menedżerów funduszy, będą odzwierciedlone w zrównoważonych przepływach kapitału z gorszych do lepszych funduszy. Choć racjonalne i efektywne informacyjnie, w równowadze przepływy kapitału w funduszach również nie są predykatorami przyszłych stóp zwrotu funduszy (Perez 2012a).

W rzeczywistości gospodarczej występują odstępstwa od równowagi opisanej w modelu Berka i Greena (2004) i to w obu kierunkach. Biorąc pod uwagę pierwszy kierunek, inwestorzy „śledzą” wypracowane przez zarządzających funduszami stopy zwrotu i kierują

swoje środki do tych, które w ostatnim czasie okazały się najlepsze (Berkowitz & Kotowitz, 2000a; Chevalier & Ellison, 1997; Ippolito, 1992; Jain & Wu, 2000; Sirri & Tufano, 1998). Ewentualnie umarzają tytuły uczestnictwa funduszy, które przyniosły im straty (Ha & Ko, 2019; Schiller et al., 2020; Spiegel & Zhang, 2013). Wyniki pierwszych badań na temat relacji między przeszłymi stopami zwrotu a przyszłymi przepływami kapitału w funduszach inwestycyjnych otwartych dowodziły, że jest ona dodatnia i liniowa (Lakonishok i in., 1992; Patel i in., 1994; Smith, 1978; Spitz, 1970). Późniejsze badania zaś, że dodatnia, ale wypukła. Przy tym jest silna i krótkookresowa w funduszach przynoszących zysk, a słaba i średnio- bądź długookresowa w funduszach przynoszących straty. Dodatkowo jest silniejsza w przypadku funduszy bezprowizyjnych i młodszych niż w funduszach prowizyjnych i starszych.

W napływie kapitału do najlepszych funduszy pomagają też wyższe nakłady na rozpowszechnienie informacji o osiągniętych ostatnio ponadprzeciętnych stopach zwrotu, czego dowiedli Jain i Wu (2000). Można to wytłumaczyć tym, że reklamowanie dobrych wyników inwestycyjnych pozwala na minimalizowanie kosztów poszukiwania najlepszych funduszy przez inwestorów. Zwiększony napływ kapitału do funduszy, które rozpowszechniają informacje o wypracowanych dodatnich stopach zwrotu, zaobserwowano też w najlepszych „rodzinach” funduszy inwestycyjnych (Cronqvist, 2011; Gallaher et al., 2006).

Bergstresser i Poterba (2002) odnieśli się do zależności między przepływem kapitału a opodatkowaniem dochodów i zysków kapitałowych z uczestnictwa w funduszach inwestycyjnych otwartych. Badacze zaobserwowali, że fundusze amerykańskie o dość wysokim poziomie niezrealizowanych zysków cechuje mały napływ i odpływ kapitału. Ich uczestnicy unikają realizacji zysku. Ponadto napływający do funduszy kapitał jest bardziej wrażliwy na historyczne stopy zwrotu netto niż historyczne stopy zwrotu brutto. Ivković i in. (2005) oraz Ivković i Weisbenner (2009) badali napływ i odpływ kapitału w funduszach oddzielnie. Naukowcy zauważyli, że napływ kapitału do funduszy jest odpowiedzią na relatywne stopy zwrotu, odpływ zaś na absolutne stopy zwrotu oraz wysokie wskaźniki kosztów operacyjnych. Przy tym, inwestorzy chętniej utrzymują w swych portfelach fundusze, których wartość wzrosła, a chętniej pozbywają się funduszy, których wartość spadła. Zatem potencjalne obciążenia podatkowe zdają się wpływać na przepływ kapitału w funduszach. Zmniejszają również efekt większej skłonności do realizacji zysku niż strat (*disposition effect*).

Druga relacja, tj. między przeszłymi przepływami środków pieniężnych a przyszłymi wynikami funduszy inwestycyjnych otwartych jest tłumaczona alternatywnymi hipotezami lub efektami, tj. „mądrych decyzji alokacyjnych inwestorów” („*smart money*”) oraz „trwałego przepływu kapitału” („*persistent flow*”). Pierwszy efekt pokazuje zdolność inwestorów funduszy inwestycyjnych do przewidywania krótkoterminowych wyników funduszu i odpowiedniego inwestowania poprzez przenoszenie pieniędzy od funduszy gorszych do lepszych. Występowania tego zjawiska dowiedli m.in. Gruber (1996), Zheng (1999), Keswani i Stolin (2008), Muñoz (2019), czy Yu (2012). Drugi efekt jako pierwszy opisał Wemers (2003), który stwierdził, że nabywanie tytułów uczestnictwa powoduje wzrost cen akcji przekraczający efekt momentum, a wyniki inwestycyjne funduszy są zależne bardziej od transakcji związanych z przepływem kapitału niż od umiejętności menedżerów. Podobnie Lou (2012) oraz G.J. Jiang i Yuksel (2017) twierdzą, że ponieważ przepływy funduszy są bardzo trwałe, oczekuje się, że fundusze z przeszłymi wpływami (wypływami) otrzymają dodatkowy kapitał (umorzenia), zwiększą (zmniejszą) liczbę istniejących tytułów uczestnictwa oraz osiągną wyższe (niższe) wyniki inwestycyjne w kolejnych okresach. W przeciwieństwie do hipotezy „mądrych decyzji alokacyjnych inwestorów”, która przypisuje dodatniej relacji między przepływem kapitału a przyszłymi wynikami funduszu zdolnościom inwestorów do identyfikowania wykwalifikowanych zarządzających funduszami, hipoteza „trwałego przepływu kapitału” sugeruje prosty mechanizm presji cenowej — tę pozytywną zależność napędzają przepływy inwestorów do funduszy inwestycyjnych.

Badania nad dwukierunkową relacją między wynikami inwestycyjnymi a przepływami kapitału w funduszach otwartych trwają. Ogólnie skupiają się one na znalezieniu czynników determinujących zachowanie inwestorów – uczestników tych funduszy w zależności od tego, jakie decyzje alokacyjne podejmą, a tym samym – jaki wynik osiągną zarządzający tymi funduszami. Są one również bardzo przydatne z punktu widzenia przedmiotu tej rozprawy doktorskiej. W sposób modelowy ujmują bowiem wartość przepływów kapitału funduszu. Zauważmy, że dostępność rzeczywistych danych dotyczących tej wartości dla spółek zarządzających, które konkurują na rynku lokalnym czy regionalnym, ale nierzadko i globalnym, jest utrudniona (podobnie zresztą jak dla naukowców). Stąd oszacowanie w czasie rzeczywistym tej wartości i uwzględnienie jej w modelu funkcjonowania funduszu, tak aby sprawdzić, czy i jak może przyczynić się do osiągania przez niego lepszych wyników i dać większe korzyści spółce zarządzającej, jest nieocenione (i w zasadzie niezbędne). W poniższej

tabeli zaprezentowano przykłady sposobów pomiaru przepływu kapitału w funduszach inwestycyjnych otwartych stosowanych w literaturze. Autor bazuje na nich w dalszej części pracy, gdzie proponuje autorski model funkcjonowania tego rodzaju funduszu.

Tabela 2. Modele szacowania przepływów kapitału w funduszach inwestycyjnych otwartych w literaturze naukowej

Artykuł naukowych	Przybliżenie Cash Flow
Berkowitz i Kotowitz (2000a), s. 369)	$CF_{it} = \frac{NAV_{it} - NAV_{it-1}(1+r_{it})}{NAV_{it-1}}$
Sirri i Tufano (1998), s. 1594) Gil-Bazo i Ruiz-Verdú (2009b), s. 26) Artavanis i in. (2019), s. 8) Miguel i in. (2021, s. 10)	$Flow_{it} = \frac{TNA_{it} - TNA_{it-1}(1+R_{it})}{TNA_{it-1}}$
Dahlquist i in. (2000), s. 4)	$F_{it} = TNA_{it} - TNA_{it-1} \frac{NAV_{it}}{NAV_{it-1}}$
Spiegel i Zhang (2013), s. 10) Artavanis i in. (2019, s. 9)	$F_{it}^{SZ} = \frac{TNA_{it}}{TotalTNA_t} - \frac{TNA_{it-1}}{TotalTNA_{t-1}}$
Barber i in. (2016), s. 2607) Rakowski i Yamani (2021)	$F_{pt} = \frac{TNA_{pt}}{TNA_{i,t-1}} - (1 + R_{pt})$
Lamont i Frazzini (2007), s. 9)	$F_t^i = TNA_t^i - (1 + R_t^i)TNA_{t-1}^i - MGN_t^i$
Berk i Tonks (2007), s. 7) Babalos i in. (2009b), s. 11)	$Flow_{p,t} = \frac{TNA_{p,t} - TNA_{p,t-1}(1+R_{p,t})}{TNA_{p,t-1}(1+R_{p,t})}$
Gabriel i in. (2015), s.184)	$FLOW_{i,t} = \frac{\frac{TNA_{i,t} - TNA_{i,t-1}}{1+R_{i,t}}}{TNA_{i,t-1}}$
Bergstresser i Poterba (2002), s. 400)	$I_t^u = \frac{Assets_t}{Assets_{t-1}} - \frac{NAV_t + DIV_t + GAINS_t}{NAV_{t-1}}$
Bergstresser i Poterba (2002, s. 400)	$I_t = \frac{I_t^u}{1+0.5R_t}$
Huang i in. (2007), s. 12)	$f(r_1) = \frac{X_{e1} - X_0(1+r_1)}{X_0} + \lambda \min \left[1, \frac{\hat{c}(r_1)}{\bar{c}} \right] \frac{X_{n1}}{X_0}$

Źródło: artykuły cytowane w tabeli.

Należy zaznaczyć, że w niektórych badaniach na temat konfrontacji modelu Berka i Greena (2004) z rzeczywistością gospodarczą podkreśla się, że związek między stopą zwrotu a napływem kapitału do funduszy jest nie wypukły, a liniowy (Ha & Ko, 2019; Huang et al., 2007; Rakowski & Yamani, 2021; Schiller et al., 2020; Spiegel & Zhang, 2013). Zdaniem Rakowskiego i Yamaniego (2021) wypukłość jest wrażliwa na specyfikację modelu branego pod uwagę w badaniu prezentowanej relacji. Ich zdaniem, aby uzyskać wynik wypukłości, badacz musi polegać na rankingach efektywności funduszy uwzględniających ich cele inwestycyjne. Autor tej pracy doktorskiej odnotowuje ten fakt i pamięta o wypukłości lub

liniowości relacji między wynikami inwestycyjnymi a przepływami kapitału, konstruując swój model.

2.3. Kluczowe wyzwania w funkcjonowaniu funduszy inwestycyjnych otwartych

2.3.1. Opłaty i koszty funkcjonowania

Opłaty i koszty funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego są obok wyników inwestycyjnych najbardziej dyskutowanym zagadnieniem w literaturze przedmiotu (Adams et al., 2012a). Ich struktura i wysokość jest określana przez spółkę zarządzającą w taki sposób, aby pokryć poniesione przez nią nakłady dotyczące zarządzania funduszem i przynieść jej dochód z tytułu świadczenia tej usługi. Stawki opłat związanych z funkcjonowaniem funduszu są udostępniane inwestorom, tak aby przed podjęciem przez nich decyzji alokacyjnej, mieli świadomość, o ile zmniejszy się ich wynik brutto z inwestycji w tytuły uczestnictwa. Ustalenie struktury i wysokości opłat i kosztów działania funduszu, które usatysfakcjonują tak zarządzających, jak i uczestników funduszy inwestycyjnych otwartych jest w związku z tym największym wyzwaniem, z jakim mierzą się obie strony tego rynku.

W ramach opłat pobieranych przez spółkę zarządzającą bezpośrednio od inwestorów wyróżnia się:

- opłaty manipulacyjne – jednorazowe i pobierane w przypadku zaistnienia określonego typu okoliczności, najczęściej według stawki odnoszącej się do środków związanych z procesem, którego dotyczy opłata;
- opłaty operacyjne – pobierane na bieżąco z aktywów funduszu w zależności od wartości tych aktywów, ale także od uzyskanego wyniku inwestycyjnego.

Najpopularniejszą **opłatą manipulacyjną** jest **opłata za nabycie**, zwana też opłatą dystrybucyjną, gdyż często przychód z tej opłaty jest przenoszony na dystrybutora, co zabezpiecza koszty dystrybucji. Opłata pobierana jest przy nabywaniu tytułów uczestnictwa funduszu inwestycyjnego otwartego w zależności od wartości inwestycji, najczęściej poprzez odpowiednie zwiększenie jego ceny. Kolejną, nieco mniej popularną jest **opłata za odkupienie**, czyli opłata umorzeniowa pobierana w momencie realizacji przez uczestnika funduszu zysku lub straty w zależności np. od bieżącego stanu inwestycji i/lub czasu jej trwania. Opłata za odkupienie ma zapobiegać zbyt szybkiemu wycofywaniu środków oraz przeciwdziałać spekulatywnemu stylowi inwestowania, dlatego jej stawka spada do 0% po

pewnym, określonym w statucie czasie wynoszącym często 6 lub 12 miesięcy od nabycia danego pakietu tytułów uczestnictwa funduszu otwartego.

Niekiedy występują również pewne dodatkowe opłaty manipulacyjne, np. **opłata za zamianę**. Jest ona pobierana w funduszach parasolowych (tzn. funduszach z wydzielonymi subfunduszami) przy zamianie tytułów uczestnictwa pomiędzy subfunduszami przed upływem określonego czasu od ostatniej zamiany lub w sytuacji nadliczbowej zamiany w stosunku do określonego rocznego limitu. Zdarza się także, że występuje wyrównująca opłata za nabycie związana z dodatnią różnicą stawek opłaty za nabycie pomiędzy subfunduszem *docelowym* i subfunduszem *źródłowym* transakcji. W analogiczny sposób można rozważać opłaty związane z konwersjami, które występują w przypadku przenoszenia środków z jednego do drugiego funduszu w ramach danej rodziny funduszy.

Bardzo często stawki opłat manipulacyjnych uzależnione są od wszystkich środków na rachunkach danego inwestora (łącznie z tymi, które nie dotyczą danej czynności, w związku z którą pobierana zostaje opłata). Oczywiście można by określać kolejne okoliczności naliczania takich opłat, warto jednak pamiętać, że co do zasady wprowadzenie danej opłaty manipulacyjnej powinno być związane z jasno określonym celem, jak np. pokrycie nadmiarowych kosztów powstałych w związku z szczególnie wzmożoną aktywnością określonej grupy klientów. Co najważniejsze, definicje zawarte w **tabelach opłat**, znajdujących się w dokumentach opisujących okoliczności naliczania opłat manipulacyjnych udostępnianych przez spółki zarządzające (np. w statucie funduszu czy w Kluczowych Informacjach dla Inwestorów publikowanych przez fundusze inwestycyjne działające w Unii Europejskiej), powinny być przejrzyste, proste i zrozumiałe, dzięki czemu łatwiej uniknąć błędów operacyjnych i reklamacji.

Podstawowym źródłem utrzymania spółki zarządzającej, stanowiącym jego przychody są **opłaty operacyjne**, w ramach których wyróżnia się opłatę za zarządzanie oraz opłatę za wyniki inwestycyjne. Taka struktura opłat operacyjnych wynika wprost z ekonomicznej **teorii agencji**, przedstawionej przez Rossa (1973), Jensena i Mecklinga (1979) oraz Holmstroma (1979, 1999). Teoria ta wyjaśnia zależności występujące między przełożonymi (*principals*), np. udziałowcami lub akcjonariuszami, a agentem (*agent*), czyli zarządzającym przedsiębiorstwem (*company's manager*). Jej istotą jest wybór najefektywniejszej formy kontraktu wiążącego przełożonych z agentem, pozwalającego uniknąć tzw. problemów agencji (*agency problems*) dotyczących zachowań ludzkich (np. ograniczonej racjonalności,

awersji do ryzyka, pokusy nadużycia), organizacji (np. konfliktu interesów) oraz informacji (np. jej asymetryczności i konieczności ponoszenia kosztów, w celu jej zdobycia). W szczególności kontrakt agenta może opierać się:

- na wynagrodzeniu stałym w postaci pensji (wówczas mówimy o wynagrodzeniu zorientowanym na pensję, *salary-oriented contract*, *salary-based contract*)

oraz/lub

- na wynagrodzeniu zmiennym (w postaci premii, prowizji, akcji czy opcji na akcje lub innych instrumentów łączących wynagrodzenie z majątkiem przełożonych) uzależnionym od wypracowanych wyników (mówimy wtedy o wynagrodzeniu zorientowanym na wyniki, *outcome-oriented contract*, *performance-based contract*).

W funduszach inwestycyjnych przełożonymi są uczestnicy funduszy (czyli inwestorzy), agentem zaś zarządzający, który w imieniu i na zlecenie uczestników funduszu ma obracać ich kapitałem, podejmując racjonalne decyzje alokacyjnej uwzględniające preferowane przez nich ryzyko inwestycyjne i oczekiwaną stopę zwrotu. Za swoją pracę zarządzający otrzymuje wynagrodzenie, które ma być adekwatne do jego wykształcenia, umiejętności i doświadczenia. Wynagrodzenie zarządzającego jest tzw. kosztem agencji (*agency cost*) świadomie ponoszonym przez uczestników funduszu za zarządzanie ich środkami pieniężnymi, które – rzecz jasna – ma być efektywne. Poziom tego wynagrodzenia ma być na tyle duży, aby uniemożliwić występowanie problemów agencji (Perez, 2012a, s. 298-239).

Biorąc pod uwagę powyższe, w praktyce gospodarczej w strukturze kosztów operacyjnych funduszy inwestycyjnych znajdują się wzmiankowana **opłata za zarządzanie** (*management fee*) i **opłata za wyniki inwestycyjne** (*performance/incentive fee*). Ta pierwsza jest określona przez podanie nominalnej stawki, która często zależy od poziomu ryzyka, jakie ponosi klient przy inwestycji w dany fundusz (a więc również od potencjalnego zysku), przy czym im większe ryzyko inwestycyjne związane z danym funduszem, tym większa opłata za zarządzanie. Ta druga pobierana jest przez spółkę zarządzającą w przypadku spełnienia określonych warunków związanych z wynikami inwestycyjnymi. Przy tym stosuje się zwykle jeden z dwóch modeli jej naliczania:

- model wzorcowy, w którym opłata za wyniki inwestycyjne pobierana jest w przypadku uzyskiwania wyników lepszych od portfela wzorcowego (tzw. *benchmarku*) lub zdefiniowanego poziomu bazowej stopy zwrotu (tzw. *hurdle rate*);

- model granicznej stopy zwrotu (tzw. *high water-mark*) – w tym przypadku opłata jest pobierana w momencie osiągnięcia przez fundusz najlepszego wyniku inwestycyjnego od początku funkcjonowania lub w określonym okresie z przeszłości do rozważanej chwili (np. przez ostatni rok).

W obu przypadkach wysokość opłaty obliczana jest najczęściej według stawki określającej udział w zdefiniowanej według zasad nadwyżce. Niekiedy spółki zarządzające określają górny limit dla wysokości opłaty za sukces w odniesieniu do wartości aktywów netto funduszu (WAN), np. 20% WAN.

Poza wymienionymi opłatami spółki zarządzające przewidują pokrywanie z aktywów funduszu inwestycyjnego otwartego niektórych kosztów operacyjnych związanych z jego funkcjonowaniem. Wyróżniamy tu:

- **koszty nielimitowane** – jest to zamknięty katalog kosztów pokrywanych w całości z aktywów funduszu bez względu na ich wysokość. Zakres pozycji ujętych w tej grupie określa ustawodawstwo o funduszach inwestycyjnych. Do kosztów tych należą np.: prowizje maklerskie i bankowe związane z transakcjami kupna/sprzedaży papierów wartościowych; prowizje i opłaty bankowe, np. za przechowywanie papierów wartościowych i prowadzenie rachunków bankowych; opłaty, prowizje i koszty związane z obsługą i spłatą pożyczek i kredytów zaciągniętych przez fundusz inwestycyjny otwarty, w tym odsetki związane z tymi kredytami lub pożyczkami, a także koszty związane z utrzymaniem nieruchomości;
- **koszty limitowane** – pokrywane z aktywów funduszu do określonego poziomu ustalonego względem WAN lub w postaci sztywno podanej wartości maksymalnej. Limity definiowane są zarówno dla każdej wymienionej kategorii kosztowej, jak też w odniesieniu do łącznej sumy kosztów limitowanych. Jeżeli w danej pozycji koszty rzeczywiście poniesione powodują przekroczenie limitu, to nadwyżkę pokrywa spółka zarządzająca z własnych środków. Kategoriami takich kosztów mogą być takie wynagrodzenia dla podmiotów zewnętrznych jak depozytariusz, agent transferowy czy biegły rewident, ale też koszty operacyjne związane z czynnościami wykonywanymi po stronie spółki zarządzającej, np. koszty systemu do obsługi księgowej funduszu lub do sprawozdawczości. Niemniej jednak katalog tych kosztów i limity muszą zostać jasno wskazane w statucie funduszu, który musi zostać zaakceptowany przez organ nadzoru nad rynkiem finansowym.

Zarówno koszty manipulacyjne, jak i koszty operacyjne mają istotne znaczenie z punktu widzenia wyników inwestycyjnych funduszy inwestycyjnych, obniżają bowiem efektywność inwestycji w ten instrument. W związku z tym powinny być przedmiotem szczególnej uwagi każdego inwestora planującego lokatę kapitału w fundusze inwestycyjne. W literaturze nie brak jednak dowodów na to, że w praktyce gospodarczej tak nie jest. Pokazują to rezultaty badań zarówno z początków rozwoju funkcjonowania tego rynku w latach 80-90. XX w. (Alexander, 1998; Barber et al., 2005; Wilcox, 2003), kiedy wiedza i umiejętności inwestorów na temat racjonalnego i efektywnego lokowania środków w fundusze inwestycyjne otwarte była niska, jak i dziś, kiedy jest ona znacznie wyższa, a to za sprawą doniesień naukowych i różnorodnych form edukacji finansowej. Eksperyment laboratoryjny na ten temat przeprowadzili Anufriev i in. (2019), którzy zauważyli, że inwestorzy ignorują informacje o pobieranych okresowo lub niewielkich opłatach operacyjnych funduszy i swoje decyzje alokacyjne dotyczące funduszy podejmują na podstawie stóp zwrotu brutto, a nie netto. Znaczenie dla nich ma wysoka opłata za nabycie, która powstrzymuje ich od umorzenia tytułów uczestnictwa tego funduszu.

Tym samym Anufriev i in. (2019) potwierdzili doniesienia Chordia (1996), który zauważył, że dla inwestorów znaczenie mają opłaty manipulacyjne, a nie operacyjne. Chordia (1996) uznał, że stosowanie przez fundusze otwarte opłat manipulacyjnych, pobieranych zarówno z góry, jak i z dołu, zmniejsza prawdopodobieństwo umorzeń ich tytułów uczestnictwa. Takie opłaty odwołują bowiem inwestorów od odsprzedaży udziałów w funduszach. Jest to istotne z dwóch powodów. Po pierwsze, mniejsza skala umorzeń oznacza hamowanie odpływu kapitału, co ma znaczenie dla wielkości funduszy (a w konsekwencji dla wysokości pobieranej przez spółkę zarządzającą opłaty za zarządzanie, która jest podstawowym źródłem jej przychodów). Po drugie, fundusze, które charakteryzują się dużą rotacją tytułów uczestnictwa, są zmuszone utrzymywać wyższe rezerwy gotówkowe. Wyższe rezerwy gotówkowe (charakterystyczne dla funduszy bezprowizyjnych) oznaczają co prawda większą płynność, ale i mniejsze lokaty kapitału, a zatem potencjalnie niższą efektywność. Jak wskazał Chordia (1996), poziom gotówki spadał wraz z występowaniem lub zwiększaniem opłat manipulacyjnych, przy czym większe znaczenie dla niezbywania tytułów uczestnictwa badanych funduszy miały opłaty z dołu. Naukowiec dowiódł także, że fundusze prowizyjne, szczególnie o strategii agresywnego wzrostu, utrzymywały w swoich portfelach mniej płynne akcje, z którymi jest najczęściej związana wyższa efektywność (Perez, 2012a, s. 277).

Do ciekawych wniosków doszli Khorana i in. (2009), którzy porównali wysokość opłat manipulacyjnych i operacyjnych w 46 580 funduszy inwestycyjnych otwartych z 18 krajów, które stanowiły ówczasie około 86% światowego rynku. Naukowcy zauważyli bardzo duże różnice pomiędzy krajami i rodzajami funduszy: fundusze większe oraz oferowane w ramach „rodzin” funduszy, a także fundusze indeksowe i fundusze funduszy pobierają niższe opłaty manipulacyjne i operacyjne. Podobnie rzecz miała się z funduszami sprzedawanymi inwestorom instytucjonalnym. Ponadto w krajach o większej prawnej ochronie inwestorów oraz w krajach bogatszych, w których występuje większy odsetek osób wykształconych oraz mniejsza koncentracja branży bankowej lub brak możliwości działania banków na rynku kapitałowym fundusze inwestycyjne pobierają niższe opłaty za zarządzanie. Mimo to od lat 80 XX w. do końca pierwszej dekady XXI w. w tych krajach opłaty te sukcesywnie wzrastały, na co w przypadku USA uwagę zwracają Malkiel (2013).

W literaturze występują nieliczne dowody na to, że poziom opłat za zarządzanie w funduszach inwestycyjnych otwartych kształtuje się na właściwym poziomie, co ma wynikać głównie z konkurencji rynkowej (Coates & Hubbard, 2011; Grinblatt & Keloharju, 2008). Choi i in. (2010) zauważają jednak, że konkurencja może być niewystarczająca, aby zminimalizować koszty agencji związane z opłatami i kosztami funduszy otwartych. Poza tym Gil-Bazo i Ruiz-Verdu (2009b) potwierdzają, że opłaty za zarządzanie są zbyt wysokie w stosunku do osiągniętych rezultatów inwestycyjnych – między nimi występuje ujemna zależność, szczególnie w przypadku funduszy otwartych zarządzanych aktywnie. Innymi słowy, osiągnięte przez większość funduszy zarządzanych aktywnie stopy zwrotu nie rekompensują wielkości ponoszonych przez ich uczestników kosztów (por. wczesne prace np. Jensena (1968), Grinblatta i Titmana (1989) i Ippolito (1989) czy późniejsze doniesienia Adamsa i in. (2012b), Hu i in. (2016), Vidal-Garcii i in. (2018), czy Galagedery i in. (2020)). Wnioski te nie napawają optymizmem, tym bardziej, że zgodnie z teorią agencji, im większy związek między wynagrodzeniem zarządzających a wypracowanymi przez nich stopami zwrotu, tym większy bodziec z ich strony do osiągnięcia ponadprzeciętnych rezultatów. Potwierdza to praca teoretyczna Dasa i Sundarama (2002), którzy uważają, że wyższe opłaty za wyniki inwestycyjne powinny przyczyniać się do osiągnięcia przez zarządzających wyższych stóp zwrotu. Powinny, jednak w praktyce gospodarczej niejednokrotnie tak się nie dzieje i inwestorzy, potencjalni uczestnicy funduszy inwestycyjnych otwartych (szczególnie tych aktywnie zarządzanych), jak i właściciele spółek zarządzających tymi funduszami mają tego

świadomość. Przynajmniej od drugiego dziesięciolecia XXI w., kiedy to rozpoczęło się obniżanie poziomu opłat za zarządzanie. W niektórych państwach, jak np. w USA, proces ten wynikał z czynników rynkowych – został wymuszony przez stronę popytową, która coraz chętniej kierowała środki do znacznie tańszych, a dających podobne wyniki inwestycyjne funduszy pasywnych. W innych państwach, np. w Polsce, proces ten został wymuszony przez ustawodawcę. Warto dodać, że w przypadku Polski nie ma rolę odegrał raport Komisji Europejskiej nt. systemów dystrybucji detalicznych produktów inwestycyjnych (European Commission, 2018), w którym wyraźnie pokazano, że opłaty za zarządzanie pobierane przez polskie spółki zarządzające są co najmniej dwukrotnie wyższe niż średnia unijna. Na tej kanwie dnia 13 grudnia 2018 roku w życie weszło Rozporządzenie Ministra Finansów w sprawie maksymalnej wysokości wynagrodzenia stałego towarzystwa za zarządzanie funduszem inwestycyjnym otwartym i specjalistycznym funduszem otwartym. Zgodnie z nim maksymalna wysokość opłaty za zarządzanie mogła wynosić w 2019 roku 3,5%, a w kolejnych latach musiała być obniżana o 0,5%, tak, aby w 2022 roku osiągnąć 2%.

Ograniczenie w maksymalnej wysokości opłaty za zarządzanie jest głównym powodem, dla którego od pewnego czasu spółki zarządzające rozważają lub już wprowadzają w funduszach otwartych opłatę za wyniki inwestycyjne. Należy zaznaczyć, że jest to możliwe np. w przypadku funduszy działających na terenie Unii Europejskiej na podstawie Dyrektywy UCITS (Dyrektywa Parlamentu Europejskiego..., 2014), jednak już nie w Stanach Zjednoczonych, gdzie w przypadku *mutual funds* pobieranie tej opłaty jest zabronione (w USA jest ona pobierana jedynie przez niepubliczne fundusze hedge). Jak dowodzą Servaes i Sigurdsson (2022), fundusze europejskie z opłatami za wyniki inwestycyjne osiągają różne wyniki – te, które definiują benchmark lub porównują się do benchmarku łatwego do pokonania, osiągają roczną stopę zwrotu netto ważoną ryzykiem o 0,5% niższą niż fundusze nie pobierające tej opłaty. Te z kolei, które portfela wzorcowego nie definiują, dają inwestorom stopy zwrotu przeciętne lub powyżej przeciętnej. Ogólnie jednak wszystkie tego rodzaju fundusze pobierają opłaty wyższe niż w funduszach bez opłaty za wyniki inwestycyjne. Servaes i Sigurdsson (2022) zauważają też racjonalność inwestorów, którzy dokonują słusznych wyborów alokacyjnych i wycofują kapitał z drogich i nieefektywnych funduszy pobierających tę opłatę. Zwracają jednak uwagę, że na rynku istnieje pewien podzbiór funduszy inwestycyjnych otwartych, w których opłaty za wyniki inwestycyjne są od inwestorów pobierane jedynie w celu uzyskania dodatkowych przychodów.

Podsumowując, zdaniem autora, by wysokość opłaty za zarządzanie i ewentualnie za wyniki inwestycyjne była rekompensowana wypracowywanymi dla uczestników stopami zwrotu z zarządzanych funduszy, spółki zarządzające powinny korzystać z modelu funkcjonowania funduszu otwartego pozwalającego optymalizować ich przychód w taki sposób, aby jednocześnie usatysfakcjonować poszukujących efektywnej stopy zwrotu netto uczestników funduszu. Wówczas wyzwanie, jakim jest określenie wysokości stawek opłat i kosztów funkcjonowania takiego funduszu, będzie zadaniem wykonalnym. Jest to jeden z głównych powodów zaproponowania takiego modelu w dalszej części tej rozprawy doktorskiej.

2.3.2. Limity inwestycyjne

Menadżerowie zarządzający funduszem inwestycyjnym otwartym, konstruując jego portfel inwestycyjny, stają przed bardzo trudnym zadaniem. Z jednej strony muszą sprostać oczekiwaniom uczestników funduszu, którzy liczą na ponadprzeciętne stopy zwrotu i jednocześnie bezwzględnie korzystają przy tym ze swojego prawa do umarzania tytułów uczestnictwa w dowolnym, dla nich korzystnym momencie. Z drugiej zaś strony cała konstrukcja portfela musi przebiegać w reżimie ściśle określonych ustawodawstwem o funduszach inwestycyjnych limitów inwestycyjnych oraz z określoną w statucie funduszu polityką inwestycyjną. Oczywiście to ostatnie ograniczenie przyjmowane jest dość dowolnie i ma na celu pokazać swoisty *charakter* funduszu i określony zakres czynników ryzyka związanych z dokonywanymi inwestycjami. Przyjęta polityka inwestycyjna pozwala także na klasyfikowanie i grupowanie podobnych funduszy. Jeżeli chcemy lepiej rozpoznać przestrzeń możliwych konstrukcji portfela inwestycyjnego funduszu, to takie zadanie należy rozpocząć od analizy zapisów ustawy o funduszach inwestycyjnych i pewnych uniwersalnych ograniczeń. Te różnią się w zależności od jurysdykcji, w której działa fundusz inwestycyjny otwarty.

Dla przykładu warto przeanalizować (a przy tym porównać) fragmenty ustawodawstwa dotyczącego FIO w Stanach Zjednoczonych – największego i najbardziej rozwiniętego rynku FIO oraz w Unii Europejskiej – tworzącego młodego, skupiającego wiele małych i rozproszonych lokalnych rynków FIO, który przez realizację zasady jednolitego rynku chce dorównać pod względem wielkości rynkowi amerykańskiemu. Przy tym autor nie będzie koncentrował się

na limitach jakościowych, dotyczących np. określenia katalogu rynków regulowanych, na których może inwestować fundusz, a skupi się na szeroko rozumianych ograniczeniach ilościowych. Omawiane ograniczenia określone są w stosunku do potencjalnie dostępnych dla funduszu lokat w zależności od ich charakteru oraz rodzaju podmiotu bezpośrednio związanego z daną lokatą⁹, a także z powiązaniem pomiędzy takimi podmiotami. Warto też dodać, że narzucone przez ustawodawstwo limity są niezależne od czasu, z wyłączeniem jedynie pewnego okresu od utworzenia funduszu, ściśle zdefiniowanego co do długości trwania (np. 6 miesięcy dla FIO) i przeznaczonego na konstrukcję właściwego portfela inwestycyjnego.

W **Stanach Zjednoczonych** ramy prawne działania funduszy inwestycyjnych otwartych ustalone są w The Investment Company Act of 1940 (The Investment Company Act., 2018). Fundusz taki zgodnie z podziałem przyjętym w tej ustawie to *open-end investment company*, który dalej może być klasyfikowany jako zdywersyfikowany (*diversified investment company*). Limity inwestycyjne tego funduszu są określone w bardzo prosty i zwięzły sposób. Fundusz zdywersyfikowany to taki, którego minimum 75% wartości aktywów netto (WAN) jest rozproszone między różnego rodzaju instrumenty finansowe tak, że walory jednego emitenta nie przekraczają 5% WAN funduszu, a udział funduszu w papiery jednego emitenta nie przekracza 10% wartości tych walorów w obrocie. Ustawa zakłada dowolność w dokonywaniu decyzji inwestycyjnych co do pozostałych 25% WAN funduszu.

Znacznie bardziej szczegółowe limity inwestycyjne określone są dla funduszy inwestycyjnych otwartych działających na terenie **Unii Europejskiej**. Nadrzędną regulacją w UE jest Dyrektywa UCITS (Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2014/91/UE, 2014). Określa ona zarówno katalog instrumentów finansowych, w które kapitał uczestników może lokować fundusz, jak i ich procentowy udziału w WAN. Tak skrupulatnie określone limity inwestycyjne mają nadrzędny cel, jakim jest ochrona inwestora. W szczególności unijne fundusze otwarte mogą inwestować w:

- zbywalne papiery wartościowe i instrumenty rynku pieniężnego dopuszczone do obrotu na rynku regulowanym;

⁹ Mówiąc o *podmiocie bezpośrednio związanym z daną lokatą* rozumiemy np. emitenta nabywanych akcji czy obligacji lub bank, w którym składany jest depozyt.

- instrumenty rynku pieniężnego inne niż te z rynku regulowanego, o ile emisja lub emitent tych instrumentów podlegają regulacjom mającym na celu ochronę inwestorów i oszczędności;
- tytuły uczestnictwa instytucji zbiorowego inwestowania (z UE i spoza UE), które posiadają odpowiednie zezwolenie na działanie, są nadzorowane, prowadzą pełną sprawozdawczość finansową, i zachowują co najmniej taki sam poziom ochrony właścicieli tytułów uczestnictwa co ten założony w Dyrektywie UCITS;
- depozyty w instytucjach kredytowych, płatne na każde żądanie;
- finansowe instrumenty pochodne.

Ogólną zasadą dotyczącą limitów inwestycyjnych jest zakaz inwestowania w jeden rodzaj papierów wartościowych lub instrumentów rynku pieniężnego więcej niż 5% aktywów danego funduszu wspólnego inwestowania. Zostawiono jednak znaczną swobodę państwom członkowskim w dostosowywaniu powyższego limitu do wewnętrznego katalogu papierów wartościowych, na przykład:

- w wypadku zbywalnych papierów wartościowych i instrumentów rynku pieniężnego limit ten może zostać podwyższony do 10%, jednak łączna wartość takich lokat nie może przekraczać 40% wartości aktywów danego funduszu,
- wspomniany limit 5% może być podniesiony nawet do 35% aktywów, gdy przedmiotem są inwestycje w dłużne papiery wartościowe emitowane lub gwarantowane przez państwo,
- limit ten może być podniesiony do 25% aktywów, gdy przedmiotem lokat są dłużne papiery wartościowe podlegające specjalnym regulacjom dotyczącym zabezpieczenia interesów ich posiadaczy (na przykład listy zastawne).

Poza tym, dyrektywa przewiduje ograniczenie, polegające na określeniu maksymalnego 20% zaangażowania aktywów FIO w wyemitowane przez jeden podmiot papiery wartościowe, instrumenty rynku pieniężnego, depozyty i ekspozycję związaną z derywatami OTC. Przy tym, jak jeden podmiot traktuje się przedsiębiorstwa należące do tej samej grupy kapitałowej i z tego powodu zobowiązane do składania skonsolidowanego sprawozdania finansowego, jak to określono w Dyrektywie 83/349/EEC92 lub w uznanych międzynarodowych standardach rachunkowości.

Dyrektywa przewiduje również obowiązek wprowadzenia w spółce zarządzającej procesu zarządzania ryzykiem (*risk management process*), który pozwala monitorować i szacować w

każdym czasie ryzyko zajmowanych pozycji i jego wpływ na całkowite ryzyko zarządzanego portfela. Ponadto spółki zarządzające mogą wprowadzić techniki związane z lokowaniem w zbywalnych papierach wartościowych i instrumentach rynku pieniężnego. Dzięki temu realizowany jest główny cel ustawodawcy europejskiego – ochrona inwestorów (Perez 2012b 112-114).

Szczegóły dotyczące ustawowych limitów inwestycyjnych obowiązujących fundusze inwestycyjne otwarte działające w Polsce zostaną zaprezentowane w kolejnym rozdziale. W tym miejscu warto wskazać, że nie ma badań na temat wpływu tych limitów na działanie funduszy inwestycyjnych otwartych. Najpewniej wynika to z tego, że muszą być one po prostu stosowane i jako elementarnej części działania funduszy otwartych nie można ich zmieniać.

W literaturze można jednak odnaleźć prace na temat wpływu pozaustawowych ograniczeń inwestycyjnych, jakie najczęściej określone są w statutach funduszy otwartych. Ograniczenia te wynikają z praktyki gospodarczej i dotyczą na przykład wielkości stosowanej dźwigni finansowej, krótkiej sprzedaży, wykorzystania opcji czy inwestowania w nie płynne instrumenty finansowe. Almazan i in. (2004) badali formę, wskaźniki przyjęcia i uzasadnienie ekonomiczne różnych ograniczeń dotyczących inwestycji w fundusze otwarte na próbie amerykańskich krajowych funduszy akcji aktywnie zarządzanych z lat 1994-2000. Dowiedli, że ograniczenia są bardziej powszechne, gdy w radach nadzorczych występuje większy odsetek członków zależnych od właściciela spółki zarządzającej; gdy zarządzający portfelem funduszu ma większe doświadczenie; gdy fundusz jest zarządzany przez zespół, a nie przez jedną osobę, oraz gdy fundusz nie należy do dużej rodziny funduszy. Według Almazana i in. (2004) fundusze o małych i dużych ograniczeniach inwestycyjnych generują podobne stopy zwrotu wazone ryzykiem.

Podobne badanie, lecz uwzględniające nowsze dane i dodatkowe czynniki decydujące o ograniczeniach inwestycyjnych w funduszach otwartych, w tym wynagrodzenie za wyniki inwestycyjne, zarządzanie ryzykiem płynności i sub-doradztwo inwestycyjne, przeprowadzili Fulkerson i Hong (2021). Dowiedli oni, że w latach 1996-2011 na rynku amerykańskich funduszy akcji aktywnie zarządzanych nastąpiło zmniejszenie restrykcji inwestycyjnych, które wcale nie wpłynęło korzystnie na wypracowywane stopy zwrotu, wielkość przepływu kapitału czy poziomu ponoszonego przez fundusz ryzyka inwestycyjnego. Zauważyli jednak, że likwidowanie ograniczeń inwestycyjnych przyczyniało się do większej rotacji

zarządzających. Zdaniem naukowców pozaustawowe ograniczenia inwestycyjne nie tłumaczą słabych wyników inwestycyjnych i nie są wiążące. Takie rezultaty badań skłaniają zatem do refleksji, że zarządzający funduszami inwestycyjnymi otwartymi powinni skupić się na ograniczeniach ustawowych i ściśle ich przestrzegać w celu ochrony interesów inwestorów.

2.5.3. Płynność

Dla zarządzającego aktywami funduszu inwestycyjnego otwartego **wyzwanie dotyczące płynności dotyczy dwóch ściśle powiązanych ze sobą płaszczyzn: wewnętrznej i zewnętrznej**. Po pierwsze należy zadbać o to, żeby na poziomie funduszu płynność wewnętrzna była na tyle wysoka, aby zaspokoić wszystkie żądania odkupienia tytułów uczestnictwa. Wiąże się to z koniecznością przewidywania potencjalnego poziomu owych odkupień (przynajmniej w krótkim terminie), a w przypadku, gdy znacznie przewyższają one nabycia – należy podjąć decyzję o tym, które pozycje portfela powinny zostać zredukowane, modyfikując tym samym przyjętą strategię inwestycyjną. W tym właśnie momencie powstaje problem płynności zewnętrznej: otóż nie zawsze możliwym jest dostosowanie składu portfela według optymalnej strategii (jakkolwiek nie zostaje ona wyznaczona), bo wszakże łatwo sobie wyobrazić sytuację braku chętnych na konkretnie oferowane przez fundusz instrumenty (a przynajmniej po zadanej cenie). W takim przypadku zamiast redukować potencjalnie najmniej korzystne lokaty zgodnie z ich rzeczywistą wartością, zarządzający muszą pozbywać się ich za „półdarmo” lub też wyprzedawać inne, bardziej atrakcyjne pozycje portfela. Zdarza się, że sytuacja wcale nie wygląda lepiej, gdy przychodzi fala wysokich nabyć. Oczywiście większe nabycia oznaczają wyższe aktywa, a zatem większe przychody spółki zarządzającej, jednak zarządzający mają za zadanie korzystnie lokować środki nawet wtedy, gdy nikt nie chce sprzedawać „najlepszych” instrumentów finansowych.

Jak więc widzimy – problem płynności powinien być jednym z głównych zagadnień rozważanych przez zarządzających aktywami i nie można go pominąć przy omawianiu mechanizmów związanych z funduszami inwestycyjnymi otwartymi. Należy zwrócić uwagę, że zagadnienie płynności funduszy, zarówno z punktu widzenia płaszczyzny wewnętrznej, jak i zewnętrznej jest podnoszone w literaturze równie nieczęsto jak w przypadku takich aktywów kapitałowych, jak akcje. W modelach wieloczynnikowych najczęściej pomija się czynnik płynności rynkowej opisany przez Amihuda (2002) jako determinantę ceny tytułów

uczestnictwa funduszy inwestycyjnych otwartych, a jednocześnie determinantę płynności portfela funduszu. Jako nieliczni czynnik ten rozpatrują Wagner i Winter (2013) w badaniu stóp zwrotu funduszy europejskich w latach 2002-2009. Na podstawie otrzymanych rezultatów naukowcy stwierdzają, że płynność rynku jest czynnikiem istotnie wpływającym na wyniki funduszy otwartych. Ich zdaniem, zarządzający preferują nabywanie do portfeli funduszy płynne papiery wartościowe, ponieważ wolą być przygotowani na nieoczekiwane umorzenia ze strony uczestników funduszu, którzy – przypomnijmy – mają do tego prawo na każde żądanie. Dotyczy to szczególnie okresów ekstremalnych turbulencji rynkowych, jak np. Globalnego Kryzysu Finansowego z lat 2007-2009, na co uwagę zwracają też Huang (2020). Fundusze, które w takim czasie muszą sprostać nadmiernym umorzeniom, w pierwszej kolejności wyprzedają niepłynne papiery wartościowe i przenoszą aktywa do bardziej płynnych akcji (Ben-Rephael, 2017; Brown et al., 2010). W ten sposób – jak pisze Ben-Rephael (2017) uciekają w stronę płynności (tzw. *flight-to-liquidity*), jednak w zasadzie „konsumują ją, kiedy jest najbardziej cenna”. Dzieje się tak w przypadku najślabszych zarządzających. Ci najlepsi, jak pokazują rezultaty badań, potrafią wykorzystać trend związany z płynnością rynkową i dzięki temu wypracowywać wyższe stopy zwrotu niż pozostali. Jak zauważają Cao i in. (2013), zarządzane przez nich fundusze cechuje dłuższy czas funkcjonowania, wyższe współczynniki kosztów całkowitych oraz wyższy poziom obrotu aktywami

Przegląd literatury na temat funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych pokazuje, które jego aspekty są istotne z punktu widzenia podejmowania decyzji przez inwestorów – nabywców tytułów uczestnictwa funduszy otwartych, będących stroną popytową rynku, a które są ważne dla zarządzających, będących przedstawicielami strony podażowej tego rynku. W zasadzie dla obu stron rynku mogłyby być rozpatrywane łącznie, choć wnioski z badań naukowych skupiają się głównie na informacji i rekomendacjach dla inwestorów. Jest to zrozumiałe, jako że ta strona rynku funduszy inwestycyjnych otwartych jest znacznie gorzej poinformowana i mniej wyedukowana niż jego strona podażowa. Nie oznacza to jednak, że informacje publiczne na temat konkurencji wśród spółek zarządzających i zarządzanych przez nie funduszy są wystarczające do oceny tej konkurencji. Zdaniem autora rozprawy nie są, stąd w celu zmniejszenia błędów pomiarów z nią związanych

w dalszej części pracy proponuje on ilościowy model funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego. Zanim to zrobi, przedstawi rynek funduszy inwestycyjnych otwartych w Polsce, który przez ostatnie 30 lat, od kiedy powstał, podlegał licznym przeobrażeniom wpływającym na przedstawione aspekty funkcjonowania funduszy otwartych, stąd jest doskonałym materiałem do symulacji jego modelu.

Rozdział 3.

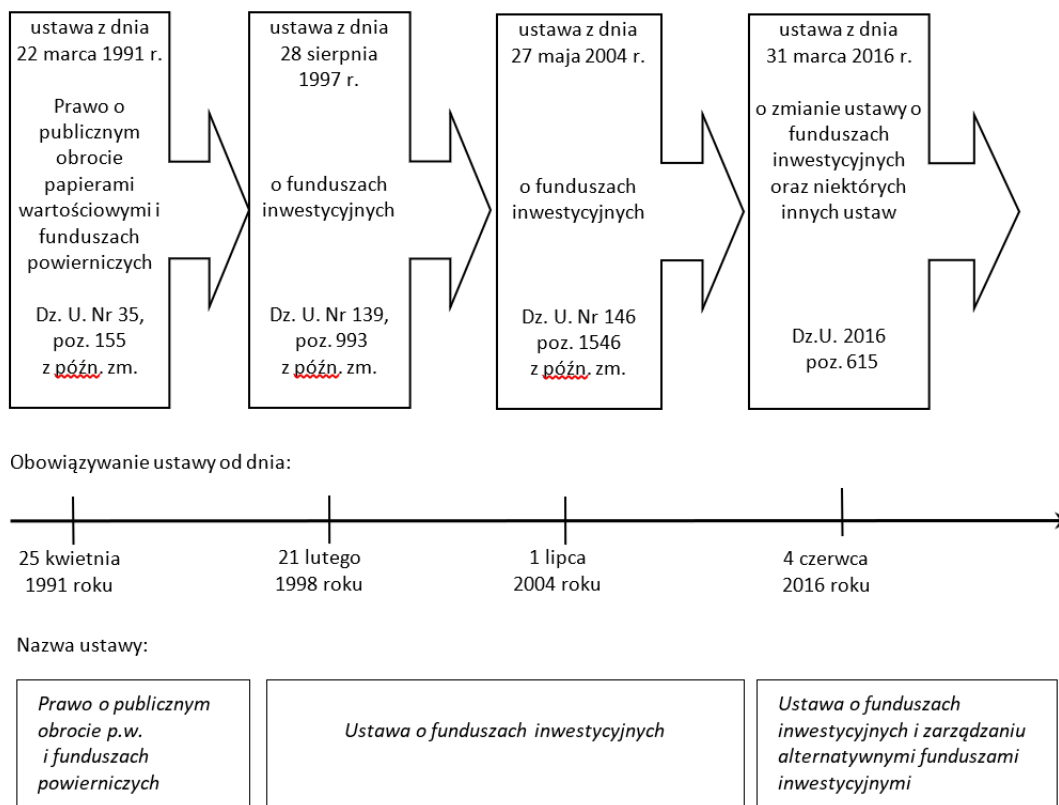
Ogólna charakterystyka funduszy inwestycyjnych w Polsce

3.1. Podstawy prawne funkcjonowania funduszy inwestycyjnych w Polsce

Funkcjonowanie funduszy inwestycyjnych otwartych stało się możliwe w Polsce po wejściu w życie ustawy z dnia 22 marca 1991 r. Prawo o publicznym obrocie papierami wartościowymi i funduszach powierniczych. Był to pierwszy akt prawny po przemianach ustrojowych w Polsce, który inicjował powstanie po kilkudziesięciu latach przerwy rynku finansowego typowego dla gospodarek rynkowych, w których zasadniczą rolę odgrywają prywatne instytucje finansowe (Miziołek & Trzebiński, 2018). Od momentu utworzenia pierwszego funduszu powierniczego w lipcu 1992 roku (był nim niepokonany przez kolejne 10 lat pod względem WAN Pierwszy Polski Fundusz Powierniczy Pioneer Zrównoważony) rynek tych instytucji – podobnie jak cały rynek finansowy – podlegał wielu przekształceniom, które przyczyniły się do zwiększenia liczby działających na nim podmiotów i zróżnicowania jego oferty, a także doprowadziły do zmian jego wielkości oraz struktury. Przekształcenia te miały bezpośredni związek ze zmianami w ustawodawstwie dotyczącym funduszy inwestycyjnych, które wynikały z jednej strony z dynamicznego rozwoju całego polskiego rynku finansowego co powodowało, że obowiązujące regulacje stawały się z czasem niewystarczające, z drugiej zaś – z potrzeby uelastycznienia i liberalizacji działalności funduszy inwestycyjnych, choćby w celu zwiększenia ich konkurencyjności, szczególnie po wstąpieniu Polski do Unii Europejskiej (Perez, 2012b). Nie należy też zapominać o konieczności dostosowywania rodzimego ustawodawstwa do regulacji unijnych, które również ewoluowały i ewoluują nadal.

Zmiany w ustawodawstwie o funduszach inwestycyjnych (otwartych i nie tylko) w Polsce została zaprezentowana na Rysunku 3. Zaprezentowano na nim trzy najważniejsze ustawy, mające nadrzędne znaczenie dla rozwoju tego rynku, a także ustawę czwartą – najważniejszą jak dotąd nowelizację regulacji obowiązujących do dziś od wejścia Polski w strukturę Unii Europejskiej w 2004. Nowelizacja ta spowodowała zmianę nazwy obowiązującej ustawy, reklasyfikację i uzupełnienie rodzajów regulowanych funduszy, które mogą być oferowane w Polsce, oraz redefinicję takich obszarów ich działania jak zakres obowiązków i wymogi

dotyczące podmiotów niezbędnych do funkcjonowania funduszy, czy polityka i limity inwestycyjne.



Rysunek 4. Ewolucja ustawodawstwa o funduszach inwestycyjnych w Polsce w latach 1992-2022

Źródło: (Miziołek & Trzebiński, 2018; Perez, 2012b)

Genezę zmian w ustawodawstwie o funduszach inwestycyjnych w Polsce przedstawiają Miziołek i Trzebiński (2018), którzy dzielą ją na kolejne etapy związane z wchodzeniem w życie kolejnych ustaw lub ich ważnych nowelizacji:

- etap I, od kwietnia 1991 r. do stycznia 1998 r.,
- etap II, od lutego 1998 r. do lutego 2001 r.,
- etap III, od marca 2001 r. do czerwca 2004 r.,
- etap IV, od lipca 2004 r. do grudnia 2008 r.,
- etap V, od stycznia 2009 r. do stycznia 2013 r.,
- etap VI od lutego 2013 r. do maja 2016 r. oraz
- etap VII, od czerwca 2016 r. do dziś.

W tym miejscu autor rozprawy chciałby zaznaczyć, że jego intencją jest przedstawienie ewolucji regulacji prawnych o funduszach inwestycyjnych w sposób syntetyczny (momentami wybiórczy), a nie szczegółowy. To bowiem skrupulatnie zrobili już Perez (2012b), a także Miziołek i Trzebiński (2018). Jednak nie ograniczy się on tylko do zmian w regulacjach dotyczących funduszy inwestycyjnych otwartych, ale funduszy w ogóle, jako że wiele z zapisów ustawy jest jednolita dla wszystkich rodzajów funduszu.

Pierwszy etap ewolucji prawodawstwa dotyczącego funduszy inwestycyjnych w Polsce to wprowadzenie w życie i obowiązywanie **ustawy z dnia 22 marca 1991 roku – Prawo o publicznym obrocie papierami wartościowymi i funduszach powierniczych**. Zapisy dotyczące funduszy powierniczych znalazły się w Rozdziale 8. ustawy i zajmowały 25 artykułów (art. 89-113 tej ustawy). Określały zatem działanie tego rynku w sposób bardzo ogólny. Jednak były niezbędnym asumptem do jego powstania.

W myśl tych zapisów fundusz powierniczy (FP) miał charakter funduszu inwestycyjnego otwartego i służyć „do zborowego lokowania środków pieniężnych w papierach wartościowych”. Tytuły uczestnictwa nazwano „jednostkami uczestnictwa”, która to nazwa jest uprawniona dla funduszy otwartych do dziś. Fundusz powierniczy mógł być utworzony przez działającą na terytorium Rzeczypospolitej Polskiej spółkę akcyjną nazwaną towarzystwem funduszy powierniczych (TFP). TFP mogło jedynie lokować powierzone środki pieniężne w imieniu własnym i na wspólny rachunek uczestników funduszu oraz zarządzać jednym lub wieloma funduszami. Pierwotna wysokość minimalnego kapitału akcyjnego towarzystwa, jaki powinien być w całości pokryty wkładami pieniężnymi, wynosiła 1 mln PLN. Aby rozpocząć działalność, towarzystwo musiało uzyskać zezwolenie ówczesnej Komisji Papierów Wartościowych (KPW). Zezwolenia wymagano też od banku – powiernika, który przechowywał majątek funduszu powierniczego po zawarciu stosownej umowy z TFP jeszcze przed wnioskowaniem o rozpoczęcie działalności do KPW.

W ustawie z 1991 r. określono podstawowy katalog instrumentów finansowych, w które mógł lokować aktywa fundusz oraz zasady ich dywersyfikacji. Co najmniej 90% wartości posiadanych środków fundusze powiernicze miały lokować w papierach wartościowych dopuszczonych do publicznego obrotu, pozostałą część mogły inwestować w inne walory, pod warunkiem możliwości ustalania ich ceny z częstotliwością nie mniejszą niż to konieczne do obliczania wartości netto aktywów funduszu. Na wzór prawa amerykańskiego określono, że nie więcej niż 5% wartości jego środków mogło być lokowane w papierach wartościowych

jednego emitenta, a nie więcej niż 10% w różne papiery wartościowe tego samego emitenta. Ograniczenia te nie dotyczyły walorów emitowanych przez Skarb Państwa lub Narodowy Bank Polski, przede wszystkim ze względu na charakter emitenta i związane z tym znikome ryzyko inwestycyjne. Przepisy te są obowiązujące do dziś.

W ustawie ustalono także, że przeciętny stan środków płynnych nie powinien być mniejszy niż 10% wartości kapitału zgromadzonego przez fundusz, wskazując tym samym na konieczność utrzymywania wysokich rezerw gotówkowych. Z jednej strony oznaczało to wysoką płynność jednostek uczestnictwa, czyli utrzymywanie zdolności do ich umarzania na każde żądanie uczestników funduszu powierniczego, co z punktu widzenia chęci zapewnienia ochrony ich interesów miało znaczenie decydujące, z drugiej jednak – ograniczało możliwości lokacyjne funduszy powierniczych, co potencjalnie mogło mieć wpływ na ich rentowność.

Aby umożliwić inwestorom nabywającym jednostki uczestnictwa ocenę stanu funduszy i zmiany ich wartości, ustawodawca określił obowiązki informacyjne, które powinny być przestrzegane przez towarzystwa funduszy powierniczych. Były one zobowiązane do ogłaszania co najmniej raz w roku sprawozdań finansowych w piśmie przeznaczonym do publikacji, a nie rzadziej niż raz w miesiącu miały przedstawiać do publicznej wiadomości (w jednym z dzienników ogólnopolskich) informacje o stanie każdego funduszu, w tym przynajmniej wartość aktywów netto (WAN) funduszu i wartość aktywów netto przypadających na jednostkę uczestnictwa (WANJU), oraz określać stopę zmiany tych wartości w ciągu ostatniego miesiąca (Perez, 2012b).

Drugi i trzeci etap zmian w otoczeniu prawnym funduszy inwestycyjnych w Polsce wyróżnione przez Miziołka i Trzebińskiego (2018) wiążą się z wejściem w życie pierwszej właściwej **ustawy z dnia 27 sierpnia 1997 r. o funduszach inwestycyjnych**. Nowe prawo przyniosło fundamentalną zmianę konstrukcji oraz sposobu funkcjonowania tych podmiotów. Fundusz inwestycyjny zyskał osobowość prawną. Oznaczało to, że „jest on instytucją, której majątek powstały z wpłat inwestorów jest majątkiem osoby prawnej, odrębnym od majątku uczestników funduszu i majątku towarzystwa zarządzającego funduszem. W związku z tym fundusz ponosi odpowiedzialność za swoje zobowiązania całym majątkiem zarówno wobec uczestników, jak i osób trzecich” (Miziołek & Trzebiński, 2018). Jak zauważają Miziołek i Trzebiński (2018, s. 21), „w ten sposób rozwiano wszelkie wątpliwości dotyczące własności środków funduszu, co było jedną z istotnych wad poprzedniej ustawy”.

Fundusz inwestycyjny mógł być zakładany przez towarzystwo funduszy inwestycyjnych (TFI), spółkę akcyjną działającą na terytorium RP po otrzymaniu zezwolenia od ówczesnej Komisji Papierów Wartościowych i Giełd (KPWiG). Minimalna wielkość kapitału akcyjnego TFI została uzależniona od liczby zarządzanych funduszy – na pierwszy fundusz TFI powinno posiadać co najmniej 3 mln PLN kapitału akcyjnego, na każdy kolejny zaś o 1 mln PLN więcej. Bank – powiernika zastąpiono na wzór prawa unijnego depozytariuszem, którym mógł zostać bank mający siedzibę w RP i fundusze własne w wysokości co najmniej 100 mln PLN lub Krajowy Depozyt Papierów Wartościowych. Poza prowadzeniem rejestru aktywów funduszu inwestycyjnego depozytariusz został między innymi zobowiązany do kontrolowania wszystkich operacji funduszu i odmowy ich wykonania, jeśli są sprzeczne z prawem lub ze statutem funduszu, a także występowania w imieniu uczestników funduszu z powództwem przeciwko towarzystwu o odszkodowanie z tytułu szkody spowodowanej niewykonaniem lub nienależytym wykonaniem obowiązków w zakresie zarządzania i reprezentacji. Podmiot ten zaczął więc pełnić funkcję rzecznika interesów uczestników funduszu (Perez, 2012b).

Nowym rozwiązaniem wprowadzonym w ustawie o funduszach inwestycyjnych z 1997 roku było wyodrębnienie czterech rodzajów funduszy inwestycyjnych:

- funduszu inwestycyjnego otwartego (FIO), działającego na zasadach zbliżonych do funduszy powierniczych i zastępującego dotychczas istniejący fundusz powierniczy¹⁰,
- specjalistycznego funduszu inwestycyjnego otwartego (SFIO), wzorowanego na funduszu otwartym, od którego odróżniała go możliwość określenia w statucie wymagań formalnych w stosunku do uczestników funduszu (na przykład ograniczenia ich kręgu) lub ustalenia specjalnych warunków, na jakich uczestnik mógł żądać odkupienia jednostki przez fundusz,
- funduszu inwestycyjnego zamkniętego (FIZ), emitującego certyfikaty inwestycyjne, czyli niepodzielne papiery wartościowe na okaziciela, reprezentujące jednakowe prawa majątkowe i dopuszczone do publicznego obrotu, których emisja wymagała zgody KPWiG i które mogły być nabywane na rynku pierwotnym i wtórnym,
- funduszu inwestycyjnego mieszanego (FIM), łączącego cechy funduszu otwartego i zamkniętego (emitował, tak jak fundusz zamknięty, certyfikaty inwestycyjne, dopuszczone do obrotu publicznego papierami wartościowymi na okaziciela, i miał, podobnie

¹⁰ Ustawa przewidywała okres przejściowy zamiany funduszy powierniczych na FIO, a towarzystw funduszy powierniczych na TFI wynoszący 3 lata.

jak fundusz otwarty, obowiązek wykupywania certyfikatów na żądanie uczestnika funduszu, a następnie ich umarzania, z tą jednak różnicą, że był zobowiązany dokonywać wykupu certyfikatów z częstotliwością określoną w statucie, ale nie rzadziej niż raz w roku, podczas gdy fundusze otwarte dokonywały umorzeń na każde żądanie uczestników) (Perez, 2012b).

Dodatkowo na mocy nowelizacji ustawy z dnia 16 listopada 2000 r. wprowadzono piąty rodzaj funduszy inwestycyjnego, tj. specjalistyczny fundusz inwestycyjny zamknięty (SFIZ), który miał emitować niepubliczne certyfikaty inwestycyjne¹¹. W zamyśle ustawodawcy fundusz ten miały być narzędziem wspierającym rozwój gospodarczy Polski. Polityka inwestycyjna SFIZ była bowiem tak skonstruowana, aby mógł być on funduszem nieruchomości lub funduszem *venture capital* (jako że budownictwo i mała/średnia przedsiębiorczość uważane były za motor napędowy wzrostu gospodarczego). Ostatecznie jednak narzędzie to nie było zbyt wykorzystywane i nie przeciwdziało ówczesnie występującej w Polsce recesji.

W przeciwieństwie do ustawy z 1991 roku, w której jedynie zaznaczono, że cel, do którego osiągnięcia fundusz został utworzony, nie może być zmieniony, w ustawie o funduszach inwestycyjnych z 1997 roku wyraźnie określono cele inwestycyjne, jakie mogły przyjmować nowo utworzone rodzaje funduszy. W szczególności były to:

- ochrona realnej wartości aktywów funduszu,
- osiąganie dochodu funduszu z lokowania aktywów funduszu,
- wzrost wartości aktywów funduszu w wyniku wzrostu wartości lokat.

Cele te mogły występować pojedynczo lub łącznie, jednak nakazano, aby w statucie wyraźnie zaznaczyć, że fundusz nie gwarantuje osiągnięcia sformułowanych przez siebie celów inwestycyjnych. Sposoby osiągania celów inwestycyjnych określały szczegółowo zasady polityki inwestycyjnej, które każdy fundusz powinien określić w swoim statucie.

¹¹ Oprócz tego do najważniejszych rozwiązań wprowadzonych przez znowelizowaną ustawę Perez (2012b) zalicza:

- umożliwienie TFI zarządzania zbiorczym portfelem papierów wartościowych,
- umożliwienie korzystania przy dystrybucji jednostek uczestnictwa z pośrednictwa osób fizycznych,
- umożliwienie składania zleceń nabycia i odkupienia jednostek za pomocą elektronicznych nośników informacji,
- umożliwienie i uregulowanie procedury łączenia FIO i SFIO,
- zmianę trybu tworzenia TFI z koncesyjnego na licencyjny.

Zdaniem autora zapisy te miały znaczenie przełomowe, istotnie bowiem uelastyczyły działanie ówczesnych funduszy inwestycyjnych, a przez to ułatwiły rozwój tego rynku.

Ustawa wprowadziła też szczegółowe normy ostrożnościowe dotyczące zasad polityki inwestycyjnej wszystkich rodzajów funduszy. W zasadzie zarówno regulacje dotyczące celów funduszy, jak i podstawowe zapisy dotyczące polityki inwestycyjnej i limitów inwestycyjnych obowiązują do dziś (choć naturalnie w nieco zmienionej lub uzupełnionej formie, choćby przez to, że zmieniła się klasyfikacja funduszy, a także poszerzono katalog instrumentów finansowych, w które mogły inwestować fundusze inwestycyjne – więcej na ten temat w dalszej części rozdziału).

Kolejne cztery etapy ewolucji prawodawstwa dotyczącego funduszy inwestycyjnych wyróżnione przez Miziołka i Trzebińskiego (2018) dotyczą wejścia i obowiązywania do dziś drugiej właściwej ustawy z dnia 27 maja 2004 r. o funduszach inwestycyjnych. Zarówno sama ustawa, jak i jej kolejne nowelizacje, w tym ta najważniejsza z 31 marca 2016 r., która zmieniła nazwę ustawy na **ustawę z dnia 27 maja 2004 r. o funduszach inwestycyjnych i zarządzaniu alternatywnymi funduszami inwestycyjnymi** (zwana dalej Ustawą), powstały przede wszystkim w związku z koniecznością implementacji na grunt prawa lokalnego dyrektyw unijnych związanych z rynkiem finansowym. W szczególności dla rynku funduszy inwestycyjnych znaczenie ma Dyrektywa UCITS oraz Dyrektywa ZAFI. Ta pierwsza reguluje funkcjonowanie funduszy inwestycyjnych otwartych (zwanymi z j. ang. *undertakings of collective investments in transferable securities*, UCITS), ta druga zaś zarządzających alternatywnymi funduszami inwestycyjnymi (tzw. ZAFI lub z j. ang. *alternative investment fund managers*, AIFM), czyli zarządzających funduszami, które nie są UCITS (przed wejściem w życie dyrektywy ZAFI nazywano je nie-UCITS, z j. ang. *non-UCITS*)¹².

Ustawa w obecnym kształcie ma 331 artykułów zapisanych na 483 stronach. Bardzo rzeczowo prezentuje ją Miziołek i Trzebiński (2018). Ogólnie najważniejsze zmiany w stosunku do poprzednich ustaw można w Ustawie z 2004 r. rozpatrywać z punktu widzenia:

- podmiotowego – instytucji niezbędnych do prawidłowego działania funduszy inwestycyjnych tak otwartych, jak i alternatywnych, w tym TFI, depozytariusza, agenta transferowego, dystrybutora i innych podmiotów zewnętrznych wspierających funkcjonowanie funduszy (np. firm windykacyjnych wspierających fundusze sekurytyzacyjne, firm audytorskich, firm wyceniających aktywa ASI), które są nadzorowane przez Komisję Nadzoru Finansowego (KNF), a którym Ustawa narzuca przedmiot działalności,

¹² Poza tym duże znaczenie mają też zmiany dyrektywy MiFID I i MiFID II, które generują zmiany szczególnie w ustawie z dnia 29 lipca 2005 r. o obrocie instrumentami finansowymi.

wymogi kapitałowe, sposób działania w innych państwach członkowskich UE, czy obowiązki informacyjne (w tym np. na temat polityki wynagrodzeń w TFI, czy zarządzania płynnością, ryzykiem inwestycyjnym lub o dźwigni finansowej w AFI) i konieczność raportowania do KNF;

- przedmiotowego – funduszy inwestycyjnych, które reklasyfikowano pierwotnie na trzy rodzaje: FIO, SFIO i FIZ, a w 2016 rozdzielono na FIO i AFI, wyróżniono ich różne typy i szczególne konstrukcje, a także założono bardziej liberalne zasady polityki inwestycyjnej i obowiązki informacyjne, a zdefiniowane cele inwestycyjne pozostawiono w przypadku FIO i SFIO. W nowelizacji z 2016 r. wprowadzono też nowy rodzaj funduszy AFI, tj. unijny AFI oraz alternatywną spółkę inwestycyjną (ASI), która działa w formie spółki prawa handlowego. Ewolucję rodzajów funduszy inwestycyjnych od początku działania tego rynku do dziś prezentuje w sposób uproszczony poniższa tabela.

Tabela 3. Ewolucja w klasyfikacji funduszy inwestycyjnych w ustawodawstwie polskim

<i>Cecha</i>	<i>Ustawa z dnia 22 marca 1991 roku – Prawo o publicznym obrocie papierami wartościowymi i funduszach powierniczych</i>	<i>Ustawa z dnia 28 sierpnia 1997 roku o funduszach inwestycyjnych</i>	<i>Ustawa z dnia 16 listopada 2000 roku o zmianie ustawy o funduszach inwestycyjnych</i>	<i>Ustawa z dnia 27 maja 2004 roku o funduszach inwestycyjnych</i>	<i>Ustawa z dnia 31 marca 2016 r. o zmianie ustawy o funduszach inwestycyjnych oraz niektórych innych ustaw</i>
rodzaje funduszy	brak	cztery rodzaje: FIO, SFIO, FIZ, FIM	pięć rodzajów: FIO, SFIO, FIZ, FIM, SFIZ	trzy rodzaje: FIO, SFIO, FIZ 3 szczególne konstrukcje 4 szczególne typy	dwa rodzaje: FIO, AFI, w tym: SFIO FIZ oraz ASI unijny AFI 3 szczególne konstrukcje 4 szczególne typy
cel inwestycyjny funduszu	cel, do którego osiągnięcia fundusz został utworzony, nie może być zmieniony	<ul style="list-style-type: none"> • ochrona realnej wartości aktywów funduszu, • osiąganie dochodu funduszu z lokowania aktywów funduszu, • wzrost wartości aktywów funduszu w wyniku wzrostu wartości lokat 	<ul style="list-style-type: none"> • FIO i SFIO – jak w ustawie z 1997 roku • FIZ, SFIZ i FIM – cel określany dobrowolnie przez fundusz 	<ul style="list-style-type: none"> • FIO i SFIO – jak w ustawie z 1997 roku • FIZ – cel określany dobrowolnie przez fundusz 	

Źródło: opracowanie własne na podstawie wymienionych ustaw.

Więcej szczegółów na temat ustawowej klasyfikacji funduszy inwestycyjnych znajduje się w dalszej części tego rozdziału. W tym miejscu należy podkreślić nadrzędną zasadę działania funduszy inwestycyjnych i towarzystw funduszy inwestycyjnych zaimplementowaną z prawa unijnego na grunt prawa polskiego, tj. **zasadę jednolitego paszportu** (*single passport*). Zasada ta wskazuje, że raz przyznane przez instytucję nadzoru nad rynkiem finansowym zezwolenie na działalność funduszu czy spółki zarządzającej w jednym państwie członkowskim pozwala na ich działanie na terenie wszystkich pozostałych państw UE. Harmonijność tej zasady, jak i innych przepisów Ustawy z prawem unijnym oznacza to, że zaproponowany w kolejnym rozdziale autorski ilościowy model funkcjonowania FIO może być stosowany bezwarunkowo w przypadku jakichkolwiek FIO europejskich tak samo jak w przypadku FIO polskich, które stały się próbą badawczą do weryfikacji tego modelu.

3.2. Ogólne zasady działania funduszy inwestycyjnych w Polsce

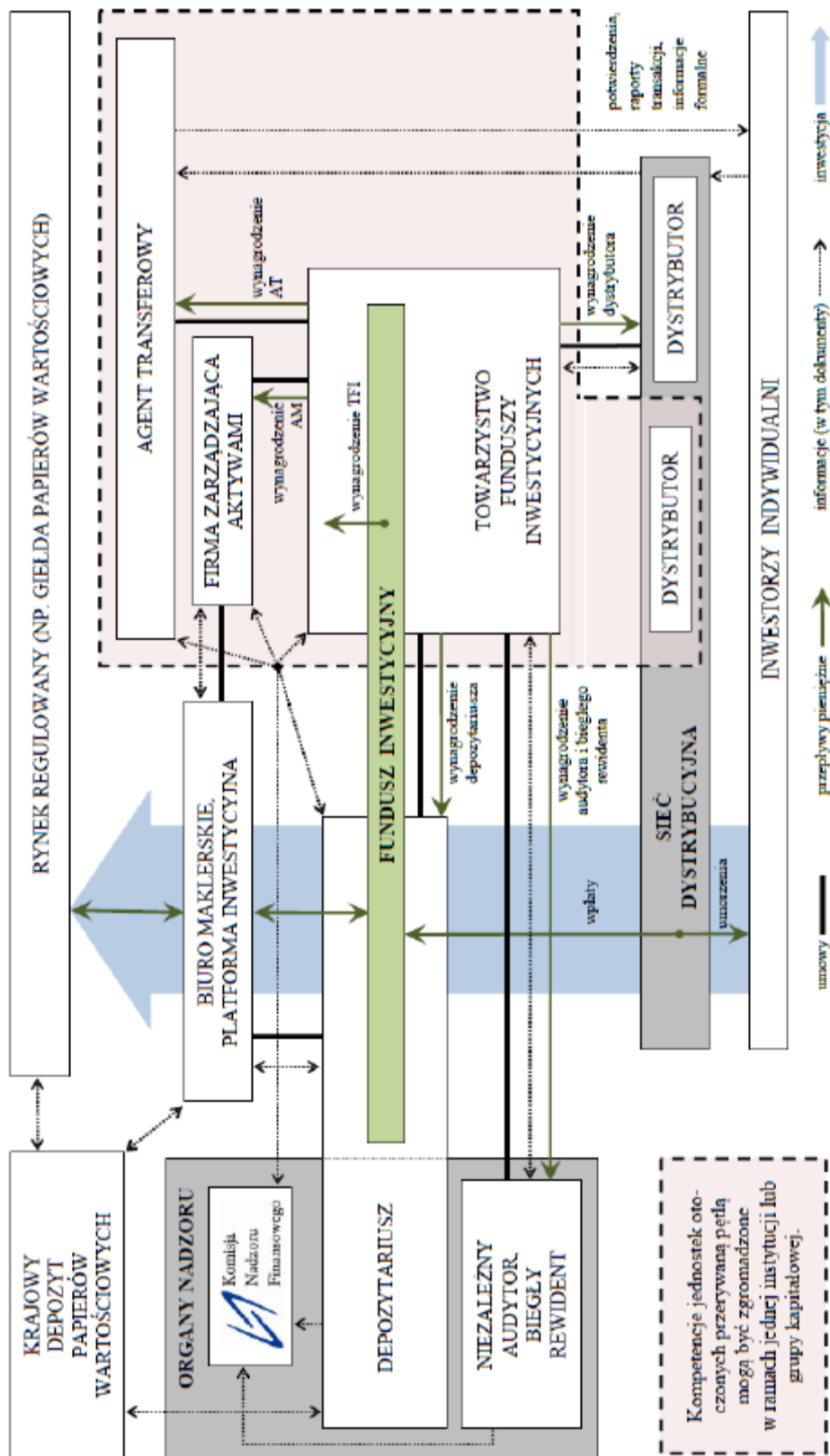
Zanim autor przejdzie do prezentacji ilościowego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego, chciałby przedstawić schemat powiązań między nim a instytucjami, które ustawodawca uznał za niezbędne, aby działał on prawidłowo. Dzięki temu łatwiej będzie zrozumieć sposób przepływu środków pieniężnych, które decydują o elementach tego działania.

Funkcjonowanie funduszy inwestycyjnych w Polsce jest nierozzerwalnie związane z działalnością **towarzystw funduszy inwestycyjnych** (TFI), które, co do rodzaju jako jedyne instytucje mogą takie fundusze tworzyć, a następnie jako organ utworzonego pod postacią odrębnej osoby prawnej funduszu zarządzają nim i reprezentują w stosunkach z instytucjami trzecimi. Chcąc utworzyć fundusz, TFI musi najpierw przygotować i notarialnie przyjąć **statut funduszu**, będący dokumentem określającym szczegółowe zasady jego funkcjonowania. Koniecznym jest także zawarcie umowy pomiędzy TFI a **depozytariuszem**, czyli niezależną od TFI (w szczególności kapitałowo) instytucją, przechowującą i prowadzącą rejestr aktywów funduszu, wydzielonych – co do zasady – od aktywów TFI. Rola depozytariusza jest tym większa, że sprawuje on również funkcję nadzoru nad poprawnością wyceny aktywów oraz nad zgodnością dokonywanych przez fundusz lokat zarówno z określoną w statucie polityką inwestycyjną, jak również z przepisami powszechnie obowiązującego prawa, a w szczególności z określonymi w Ustawie limitami inwestycyjnymi. Depozytariusz pobiera za

swoje usługi opłatę, określoną najczęściej w sposób mieszany pod postacią cennika konkretnych usług oraz jako opłata względna do przedmiotu zawartej umowy (czyli do WAN). Jak już wskazano, funkcję depozytariusza w Polsce mogą pełnić banki krajowe lub oddziały instytucji kredytowych z siedzibą na terytorium Polski, jak również Krajowy Depozyt Papierów Wartościowych (KDPW). Wykaz podmiotów pełniących funkcję depozytariusza dostępny jest na stronach Komisji Nadzoru Finansowego. Ostatecznie do utworzenia funduszu niezbędnymi są jeszcze zgoda **Komisji Nadzoru Finansowego** (KNF lub Komisja) oraz zebranie w drodze zapisów (publicznych albo nie) wpłat w wysokości określonej statutem, niemniej jednak niż 4 mln PLN w przypadku funduszu inwestycyjnego otwartego, również parasolowego, sumując po jego subfunduszach. Warto wiedzieć, że rola KNF nie sprowadza się jedynie do wydawania zgody, ale rozciąga na szeroko pojęty nadzór nad całą działalnością TFI.

Zapisy na tytuły uczestnictwa oraz ich dystrybucję w czasie funkcjonowania funduszu prowadzi **dystrybutorzy**, najczęściej banki, domy maklerskie lub inni pośrednicy finansowi (co do rodzaju wymienieni w zapisach Ustawy, przy czym funkcję dystrybutora może pełnić także TFI). Rejestr uczestników funduszu prowadzony jest przez **agenta transferowego** (AT) – instytucja ta zarówno gromadzi informacje dotyczące inwestorów, jak również przekazuje inwestorom informacje na temat funduszu inwestycyjnego (m.in. raporty o stanie rachunku). Rejestry podmiotów posiadających zezwolenie na pośredniczenie w obrocie tytułów uczestnictwa jak również prowadzących rejestry uczestników dostępne są także na stronach Komisji. Portfelem inwestycji funduszu mogą zarządzać jedynie firmy posiadające zgodę Komisji na prowadzenie takiego rodzaju działalności (AM, ang. *asset management*) oraz zatrudniające wykwalifikowaną kadrę, w tym menadżerów posiadających licencję **doradcy inwestycyjnego** (nadawaną także przez KNF). Funkcja AT oraz AM może być powierzona firmom zewnętrznym albo prowadzona w ramach TFI. Kontrola całej działalności TFI przeprowadzana jest nie tylko przez KNF i depozytariusza, ale również przez **biegłego rewidenta** w zakresie sprawozdań finansowych funduszy.

Przedstawiony mechanizm został schematycznie przedstawiony na Rysunku 4, ale można spotkać się także z jego pewnymi modyfikacjami.



Rysunek 5. Przykładowy schemat przepływu informacji oraz środków pieniężnych związanych z funkcjonowaniem funduszu inwestycyjnego otwartego na rynku polskim
 Źródło: opracowanie własne na podstawie Ustawy oraz schematów zaproponowanych przez Chrościckiego (1998, s. 8, 29)

3.3. Podział funduszy inwestycyjnych w Polsce

Wbrew pozorom kwestia prostej kategoryzacji funduszy inwestycyjnych bywa bardzo złożona. Rzecz nie tkwi jedynie w mnogości perspektyw, z których na owe fundusze można spoglądać, ale również w liczbie źródeł (instytucji) podających standardy takiej klasyfikacji – przede wszystkim w zakresie interpretacji deklarowanej i stosowanej polityki inwestycyjnej. W Tabeli 3 autor przedstawił podział funduszy inwestycyjnych działających w Polsce według różnych kryteriów klasyfikacji, które wypływają z obowiązującej Ustawy. Inspiracją do tego podziału była klasyfikacja ogólna dzieląca fundusze według kryteriów prawnych i ekonomicznych zastosowana przez Perez (2012b).

Tabela 4. Klasyfikacja funduszy inwestycyjnych w Polsce wg wybranych kryteriów podziału

PODZIAŁ	KRYTERIUM PODZIAŁU	RODZAJ (TYP) FUNDUSZU
PODZIAŁY PRAWNE	konstrukcja prawna	otwarte (FIO)
		specjalistyczne otwarte (SFIO)
		zamknięte (FIZ)
	typ inwestorów	publiczne (detaliczne)
		prywatne (dedykowane)
	zgodność z dyrektywą UCITS	zharmonizowane (zgodne)
niezharmonizowane (niezgodne)		
PODZIAŁY EKONOMICZNE	polityka inwestycyjna (w zakresie charakteru dokonywanych przez fundusz lokat)	akcji
		mieszane
		dłużne
		rynku pieniężnego
		absolutnego zwrotu
		pozostałe
	zasięg geograficzny inwestycji	krajowe
		regionalne
		globalne
		pozostałe
	zasięg branżowy inwestycji	wyspecjalizowane
		niewyspecjalizowane
	sposób zarządzania	aktywne
		pasywne

Źródło: Opracowanie własne na podstawie Perez (2012b).

Najbardziej spójnym i niepodważalnym sposobem podziału funduszy inwestycyjnych w Polsce jest zawarte w Ustawie kryterium prawnej konstrukcji funduszu, zgodnie z którym funduszami inwestycyjnymi są:

- *fundusze inwestycyjne otwarte (FIO),*
- *alternatywne fundusze inwestycyjne (AFI), w tym specjalistyczne fundusze inwestycyjne otwarte (SFIO), oraz fundusze inwestycyjne zamknięte (FIZ).*

Fundusze typu FIO i SFIO, jak sama nazwa wskazuje, mają charakter otwarty. Oznacza to, że są powoływane na nieokreślony czas trwania, w którym uczestnicy mogą w dowolnym dniu składać zlecenia nabycia lub umorzenia tytułów uczestnictwa przybierających formę tzw. **jednostek uczestnictwa (JU)**. Taki fundusz otwarty ma obowiązek realizacji zleceń uczestnika nie rzadziej niż raz na 7 dni, choć w praktyce są one rozliczane w dniach wyceny wypadających niemal w każdy dzień roboczy, zgodnie z pewnym ustalonym przez TFI algorytmem. Realnie od momentu zlecenia do otrzymania wycofanych środków mijają 2-3 dni robocze. Uczestnik FO nie może wprowadzać JU do obrotu rynkowego, ani też zbywać ich na rzecz osób trzecich. Z kolei dokonując inwestycji w FIZ, inwestor otrzymuje w zamian **certyfikaty inwestycyjne (CI)**, które fundusz zobowiązuje się wykupić jedynie w ściśle określonych momentach, a nierzadko dopiero w znanej z góry chwili zakończenia swojej działalności. Oznacza to, że FIZ w odróżnieniu od FIO, bywają powoływane na czas określony. Poza tym certyfikaty inwestycyjne mogą (lecz nie muszą) zostać dopuszczone do obrotu na rynku wtórnym, a ich notowanie tamże dostępne często różni się od oficjalnych wycen wynikających z rynkowej wartości portfela inwestycyjnego funduszu, gdyż strony takiej transakcji starają się uwzględnić potencjalną premię lub zdyskontować spodziewaną stratę występującą w planowanym momencie wykupu certyfikatów inwestycyjnych przez fundusz.

Tabela 4 przedstawia syntetyczny katalog lokat oraz zasady ich dywersyfikacji w FIO, SFIO oraz FIZ wynikających wprost z Ustawy. Należy zauważyć, że zapisy Ustawy w tej materii wykraczają znacznie poza ramy regulacji unijnych. Jednak mają na celu uwzględnienie kolejnych podziałów funduszy przyjętych w Ustawie. W ramach trzech głównych rodzajów konstrukcji prawnej funduszu Ustawa dopuszcza trzy przypadki szczególne: fundusze z *różnymi kategoriami JU*, fundusze *parasolowe* oraz fundusze *podstawowe i powiązane* (występujące razem w tzw. konstrukcji *master-feeder*). Prawie wszystkie one mogą przybrać postać funduszu inwestycyjnego otwartego lub zamkniętego. Wyjątkiem są fundusze z

różnymi kategoriami JU, które – jak sama nazwa wskazuje – oferowane są jedynie przez fundusze otwarte.

Dodatkowego opisu w Ustawie doczekały się też szczególne typy funduszy wyróżnione ze względu na cel ich utworzenia, a co za tym idzie – deklarowaną politykę inwestycyjną. Są to fundusze: *portfelowe, sekurytyzacyjne, aktywów niepublicznych oraz rynku pieniężnego*. Jedynie te ostatnie mogą być funduszami otwartymi. Pozostałe muszą przybierać konstrukcję funduszu inwestycyjnego zamkniętego.

Tabela 5. Polityka inwestycyjna i zasady dywersyfikacji lokat FIO, SFIO i FIZ zgodnie z Ustawą

Rodzaj FI	Polityka inwestycyjna	Zasady dywersyfikacji lokat
FIO	papiery wartościowe (p.w.), instrumenty rynku pieniężnego, depozyty w bankach krajowych i zagranicznych do 12M, instrumenty pochodne	<ul style="list-style-type: none"> zasada 5% – 10% - 40% depozyty, instr. pochodne, uznane akcje/dłużne p.w.: 20% p.w. + instr. rynku pien.+depozyty podmiotów z 1 grupy kapitałowej: 20% listy zastawne 1 banku hipotecznego – do 25% wartości aktywów funduszu (WA), suma lokat w listy zastawne max. 80% WA SP, NBP, OECD - łącznie w 1. podmiot: 35%
	j.u. i t.u. innych FIO (polskich i zagranicznych publicznych i nadzorowanych)	<ul style="list-style-type: none"> 20% WA w j.u. jednego FIO w t.u. innych funduszy niż otwarte: max 30%
	do 10% WA w inne p.w. i instrumenty rynku pien.	
SFIO	jak wyżej	<ul style="list-style-type: none"> 20%-50% WA w j.u. jednego FIO 100% WA w j.u. jednego FIO – gdy statut tak stanowi (wskazanie tego FIO)
FIZ	jak FIO + wierzytelności, udziały w spółkach z o.o., waluty, instrumenty pochodne, prawa majątkowe, zbywalne instrumenty r. pieniężnego, nieruchomości	<ul style="list-style-type: none"> jak FIO + j.u. lub c.i. jednego FI (polskiego lub zagr.) – 50% WA j.u. jednego FI – 100%, gdy statut tak stanowi c.i. innego FIZ zarządzanego przez to samo TFI – 20% WA waluta obca 1 państwa lub EUR – 20% WA nieruchomości 1 podmiotu – 25% WA

Źródło: Ustawa.

Innym ważnym kryterium prawnym podziału funduszy inwestycyjnych jest typ inwestorów. Według niego rynek funduszy inwestycyjnych dzieli się na **sektor detaliczny** oraz sektor **funduszy dedykowanych**. Podział tego typu proponowany jest m.in. przez Izbę Zarządzających Funduszami i Aktywami (IZFiA), czyli organizację zrzeszającą polskie

środowisko towarzystw funduszy inwestycyjnych powołaną Ustawą z 2004 r. W wytycznych IZFiA (2021, s. 11) znajduje się opis funduszy dedykowanych jako utworzonych na rzecz jednego inwestora lub ograniczonej liczby inwestorów, których polityka inwestycyjna jest zindywidualizowana, a sposób dystrybucji opracowany w porozumieniu z tymi uczestnikami. Fundusze, które nie są klasyfikowane jako dedykowane, zostają określone w tym wypadku mianem **niededykowanych**. Ta ostatnia grupa to wspomniany już sektor detaliczny, który możemy także opisać konstruktywnie. Otóż będą to fundusze, w które inwestycji może dokonać każdy uczestnik rynku posiadający określone środki (co do zasady). W praktyce informacje o funduszach z sektora detalicznego są obszerne i powszechnie dostępne, natomiast dane na temat funduszy dedykowanych okazują się być szczątkowe lub dostępne tylko dla jego inwestorów (np. inne podmioty z grupy kapitałowej towarzystwa). W niniejszym ujęciu warto wyodrębnić dodatkową klasę funduszy, które zostały utworzone na zlecenie towarzystw ubezpieczeniowych i wykorzystywane są jako bazowe dla tzw. ubezpieczeniowych funduszy kapitałowych (UFK). Inwestycji w te fundusze dokonują konkretne UFK, ale w ich ramach ulokowane są środki klientów detalicznych i w efekcie to one zostają ostatecznie zainwestowane w aktywa na rynku kapitałowym.

Jeżeli chcemy sensownie porównywać wyniki osiągnięte przez fundusze, to najbardziej będzie nas interesował podział ze względu na deklarowaną politykę inwestycyjną. W zasadzie obejmuje on wszystkie kryteria ekonomiczne z Tabeli 5. W konsekwencji wyróżnimy dwa poziomy klasyfikacji: **segmenty** i **grupy**. Klasyfikacja do danego segmentu następuje poprzez analizę portfela FI w zakresie dokonywanych lokat: w akcje i inne udziałowe papiery wartościowe oraz w obligacje i inne papiery o stałym dochodzie, ze szczególnym uwzględnieniem instrumentów rynku pieniężnego. Otrzymujemy tym samym cztery podstawowe (klasyczne) segmenty: **akcji**, **mieszane**, **dłużne** i **rynku pieniężnego**. Dodatkowy podział segmentu funduszy mieszanych na grupy dokonuje się w głównej mierze na podobnych zasadach, co ogólny podział na segmenty podstawowe, czyli przez podanie możliwego udziału akcji w portfelu. Ponadto, w związku ze szczególnym rodzajem prowadzonej polityki inwestycyjnej, wyodrębniony zostaje segment funduszy **absolutnej stopy zwrotu**, które przy braku charakterystycznych limitów inwestycyjnych mają przynosić dodatnią stopę zwrotu w każdych warunkach rynkowych (jest to tzw. polityka *absolute return*) oraz najczęściej pobierają zmienną opłatę za zarządzanie. Niekiedy wyodrębnione zostają także inne segmenty, a na polskim rynku najczęściej dodatkowo wyróżniamy:

fundusze **ochrony kapitału**, które gwarantują w swojej polityce ochronę wartości inwestycji na danym poziomie i w danym okresie lub (obecnie części) jedynie dążą do takiej ochrony i wtedy segment ten bywa sklasyfikowany jako grupa w segmencie funduszy mieszanych; fundusze **nieruchomości**, które inwestują przede wszystkim na rynku nieruchomości; podobnie fundusze **surowcowe**, inwestujące przede wszystkim w aktywa powiązane z surowcami; oraz opisane w Ustawie fundusze **aktywów niepublicznych (AN)** oraz **niestandardyzowane sekurytyzacyjne (NS)**. Tabela 6 zawiera porównanie kryteriów klasyfikacji, jakie są stosowane przez Narodowy Bank Polski (NBP), IZFiA, European Funds and Asset Management Association (EFAMA) oraz Analizy Online (jest to niezależna instytucja komercyjna zajmująca się m.in. badaniem rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce). Podział segmentów na grupy odbywa się poprzez zbadanie takich pozostałych parametrów dla dokonywanych przez fundusz inwestycji jak: specjalizacja geograficzna, specjalizacja branżowa, typ emitenta i ekspozycja walutowa.

W ostatnim czasie szczególną rolę na rynku kapitałowym odgrywają fundusze **zdefiniowanej daty**. Ich konstrukcja oraz deklarowana polityka inwestycyjna zawierające limity zmienne w czasie mają optymalizować, ale także zabezpieczać zysk osiągnięty w znanym z góry choć odległym terminie. Za popularnością funduszy tego rodzaju kryje się fakt, że jest to wymagany rodzaj konstrukcji funduszu oferowanego w ramach **Pracowniczych Programów Kapitałowych (PPK)** będących formą odkładania środków na emeryturę, współfinansowaną przez oszczędzającego, pracodawcę oraz Państwo. Jak nie trudno się domyślić zdefiniowana data takich subfunduszy zależy od przewidywanej daty przejścia na emeryturę przez oszczędzającego, choć możliwa jest alokacja środków wg indywidualnego zlecenia zamiany.

3.4. Dynamika rozwoju rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce

Rynek funduszy inwestycyjnych powstał w lipcu 1992 r. wraz z otwarciem Pierwszego Polskiego Funduszu Powierniczego Pioneer zarządzanego przez Pierwsze Polskie Towarzystwo Funduszy Powierniczych Pioneer. Zatem w 2022 roku obchodzi dokładnie 30 lecie funkcjonowania. W tym czasie w kolejnych etapach rozwoju, o których piszą m.in. Perez (2012b) oraz Miziołek i Trzebiński (2018), przechodził wiele zmian, tak w strukturze podmiotowej, jak i przedmiotowej. Jednak zarówno ze względu na liczbę funduszy

Tabela 6. Porównanie sposobów klasyfikacji funduszy inwestycyjnych ze względu na ich politykę inwestycyjną definiowaną zaangażowaniem w aktywa określonych klas

[w nawiasie kwadratowym nazewnictwo wg EFAMA]

Segment / grupa	Analizy Online	IZFIA	EFAMA	NBP (Rozporządzenie MRIF)
akcji [equity]	akcje ≥ 66%	akcje ≥ 66%	akcje > 85%	akcje ≥ 50%
mieszane [multi-asset]	[aggressive]	---	akcje > 65% i ≤ 85%	---
	zrównoważone [balanced]	akcje ≥ 30% i ≤ 70%	akcje ≥ 40% i ≤ 60% lub akcje ≥ 30% i ≤ 70% + ben. i.w.	akcje ≥ 20%, 50%] i ≤ (40%, 70%] inne < 50%
stabilnego wzrostu [defensive]	akcje ≤ 50%	akcje ≤ 40%	akcje < 35%	akcje ≥ (20%, 40%] i ≤ 40% inne ≤ 50%
aktywnej alokacji [flexible]	akcje ≤ 80% + udział akcji kształtuje się w szerokim przedziale	udział akcji kształtuje się w szerokim przedziale	brak ścisłych limitów inwestycyjnych	---
dłużne [debt]	obligacje ≥ 66%	przebieg wszystkim obligacje + brak inwestycji w akcje	obligacje ≥ 80% + brak inwestycji w akcje	obligacje ≥ 50%
rynku pieniężnego [money market]	instrumenty rynku pieniężnego ≥ 66%	zgodnie z definicją wg Rozporządzenia UE (2017) (szereg warunków)	zgodnie z rekomendacją CESR/ESMA (szereg warunków)	zgodnie z definicją wg Rozporządzenia UE (2013a) (szereg warunków)
absolutnej stopy zwrotu [ARIS]	brak jakiegokolwiek limitów inwestycyjnych + polityka <i>absolute return</i>	brak benchmarku + polityka <i>absolute return</i> + zmienna opłata za zarządzanie	polityka <i>absolute return</i>	polityka <i>absolute return</i> + zmienna opłata za zarządzanie (określone jako <i>hedgingowe</i>)
ochrony kapitału [capital protected]	ochrona wartości jednostki na ustalonym poziomie w ustalonych okresach	deklarujące ochronę kapitału (klasyfikowane jako grupa w segmencie funduszy mieszanych)	fundusze oferujące ochronę kapitału	---
nieruchomości [closed-ended real estate]	rynek nieruchomości ≥ 66% (bezpśrednio)	rynek nieruchomości ≥ 80%	fundusze inwestujące głównie w nieruchomości	rynek nieruchomości ≥ 50%
surowcowe [commodities]	rynek surowców ≥ 66% (bezpśrednio)	rynek surowców ≥ 66%	fundusze inwestujące głównie w surowce	---
aktywów niepublicznych	aktywa niepubliczne ≥ 80% (zgodnie z Ustawą)	aktywa niepubliczne ≥ 80%	---	(rozważany w innej klasyfikacji - jako typ konstrukcji funduszu)
sekurytyzacyjne	wierzytelności ≥ 75% (zgodnie z Ustawą)	wierzytelności ≥ 75% (zgodnie z Ustawą)	---	wierzytelności ≥ 75% (zgodnie z Ustawą)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie źródeł internetowych: IZFIA (2018) i EFAMA (2012); a także na podstawie aktów prawnych: Rozporządzenie UE (2017), Rozporządzenia MRIF (2017). Uwaga: przez akcje rozumie się szeroko pojęte instrumenty udziałowe, a przez obligacje szeroko pojęte instrumenty dłużne.

inwestycyjnych oraz zarządzających nimi towarzystw, jak i wielkość aktywów na rynku bezwzględnie widać jego rozwój. Podczas gdy na koniec pierwszej dekady istnienia rynku działało 18 TFI zarządzających 119. funduszami inwestycyjnymi o łącznej WAN wynoszącej 22,3 mld PLN, po kolejnej dekadzie było to już 54 towarzystw, które podejmowały decyzje alokacyjne w ramach 570 funduszy o łącznej WAN równej (por. Miziołek i Trzebiński, 2018). Dziś na rynku polskim działa 57 towarzystw funduszy inwestycyjnych zarządzających niemal 270 mld PLN w ramach 706. funduszy otwartych i zamkniętych.

Zdaniem autora, strona podażowa rynku ma dziś bardzo dużą wiedzę i doświadczenie, a także funkcjonuje w oparciu o narzędzia na co najmniej europejskim, jeśli nie światowym poziomie. Mimo pewnych zawirowań, związanych z ogólnoświatowymi tendencjami, jak Globalnym Kryzysem Finansowym, czy szokiem pandemii Covid-19, które powodują odpływ kapitału z funduszy inwestycyjnych (przynajmniej krótkotrwały) potencjał przyrostu tego rynku jest bardzo duży. Warto porównać go ze średnią w Unii Europejskiej, czy w Stanach Zjednoczonych, co obrazuje poniższa Tabela 7.

Struktura polskiego rynku funduszy jest znacznie bardziej zróżnicowana niż w przypadku USA czy UE. Inaczej niż w USA czy UE, gdzie biorąc pod uwagę WAN, fundusze akcji z lat 2004-2020 miały udział w rynku odpowiednio średnio 50,3% i 36,7%; w Polsce było to tylko 17,9% (por. Tabela 6). Największą grupę stanowiły fundusze *multi-asset* (19%). Fundusze obligacji i rynku pieniężnego stanowiły odpowiednio 16,7% i 12,4%. Taka struktura stylu funduszu sugeruje, że większość polskich posiadaczy jednostek uczestnictwa w funduszach charakteryzuje co najwyżej umiarkowana – jeśli nie głównie wysoka – awersja do ryzyka; i w rezultacie ma niskie oczekiwania dotyczące stopy zwrotu (co najmniej niższe niż przeciętny posiadacz tytułów uczestnictwa funduszy inwestycyjnych w USA lub Unii Europejskiej). Wysoka fragmentacja po stronie podaży i duża awersja do ryzyka po stronie popytu powinny hipotetycznie prowadzić do niskich opłat za zarządzanie. Jak już wskazano wyżej, tak nie jest, co może być powodem niewykorzystania potencjału, jaki drzemie w tej formie alokacji kapitału.

Tabela 7. Przyrost WAN i struktura funduszy inwestycyjnych otwartych w Polsce na tle USA i Unii Europejskiej w latach 2004-2020

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	Średnia roczna	
wzrost WAN funduszy inwestycyjnych otwartych																			
USA	10,2	8,8	16,9	15,4	-20,0	15,8	6,3	-1,6	12,2	15,3	5,5	-1,4	4,4	14,7	-5,6	20,2	12,2	7,6	
EU	9,5	22,8	14,5	7,5	-22,9	15,2	14,0	-1,4	12,9	9,5	15,8	19,5	4,5	11,6	-3,2	16,9	5,7	9,0	
PL	36,8	71,0	62,3	43,0	-52,8	28,2	29,1	-10,1	38,2	27,1	7,5	20,9	-0,7	13,8	-10,6	5,50	-2,29	18,0	
Struktura rynku funduszy inwestycyjnych otwartych																			
USA	akcji	49,4	53,7	55,0	56,1	53,5	38,0	43,9	47,3	44,8	45,5	51,6	52,4	52,0	52,4	54,9	52,4	49,8	50,3
	pieniężne	27,6	23,5	22,8	22,5	25,7	39,8	29,8	23,7	23,1	20,6	18,1	17,2	17,6	16,7	15,2	16,7	17,0	21,9
	dłużne	17,0	16,0	15,3	14,4	14,0	16,3	19,8	21,9	24,4	26,0	21,8	21,8	21,8	22,3	21,7	21,7	20,4	20,0
	różnych aktywów	6,0	6,8	7,0	7,0	6,8	5,8	6,5	7,1	7,6	7,9	8,5	8,7	8,6	8,6	8,2	7,3	6,3	7,4
EU	akcji	35,0	38,0	41,0	39,9	29,1	33,9	36,0	33,0	33,0	37,0	38,0	38,0	37,0	38,0	37,1	39,0	40,2	36,7
	pieniężne	21,0	18,0	16,0	16,5	25,8	21,1	20,0	19,0	16,0	13,0	13,0	14,0	13,0	12,0	12,9	11,6	12,4	16,2
	dłużne	27,0	25,0	23,0	21,7	22,9	23,0	23,0	27,0	29,0	28,0	28,0	26,0	27,0	27,0	27,3	27,7	26,7	25,8
	różnych aktywów	14,0	13,0	15,0	15,5	16,0	16,4	15,0	16,0	16,0	16,0	16,0	17,0	17,0	18,0	12,9	11,6	12,4	15,2
	inne	3,0	6,0	5,0	6,4	6,3	5,6	6,0	5,0	6,0	6,0	5,0	5,0	6,0	4,0	4,0	3,5	3,2	5,1
PL	akcji	12,7	10,7	19,5	31,3	23,4	29,0	27,7	19,2	16,9	16,0	13,8	11,7	10,9	11,9	13,4			17,9
	pieniężne	14,4	13,2	8,2	6,5	10,3	9,3	13,2	16,1	9,5	11,1	13,5	11,9	12,4	14,8	21,9			12,4
	dłużne	21,2	17,4	7,2	5,6	14,6	13,6	14,4	17,1	28,3	23,1	20,1	16,2	16,8	17,1	17,4			16,7
	różnych aktywów	16,2	18,6	26,3	31,7	26,5	32,7	28,8	18,9	13,8	11,3	15,1	12,8	9,5	11,7	11,4			19,0
	inne	35,5	40,1	38,8	24,9	25,2	15,4	15,9	28,7	31,5	38,5	37,5	47,4	50,4	44,5	35,9			34,0

Źródło: ICI.org, EFAMA.org, IZFA.pl

Powód takiej struktury rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce jest jednak inny. Jak dowodzą rezultaty badania przeprowadzonego w maju 2021 r. na zlecenie Izby Zarządzających Aktywami i Funduszami, inwestowanie wolnych środków odbywa się już na mniejszą skalę niż oszczędzanie pieniędzy. Jedynie 1/5 badanych deklaruje, że inwestuje nadwyżki finansowe, natomiast połowa Polaków wyraża zainteresowanie inwestowaniem w przyszłości. Bardzo niskie oprocentowanie lokat skutkuje poszukiwaniem innych form lokowania pieniędzy. Respondenci spontanicznie wskazali, że bardziej opłacalną formą inwestowania od lokaty jest zakup nieruchomości (najwięcej wskazań – 24%). Na kolejnych miejscach znalazły się akcje (12%), obligacje (6%), drogocenne kruszce np. złoto, srebro (4%), a dopiero za nimi fundusze inwestycyjne (3%). Co ciekawe, aż 34% badanych nie potrafiło udzielić odpowiedzi na pytanie, jaka forma lokowania pieniędzy może przynosić większy zysk niż lokata w banku. Może to sugerować, że kategoria inwestowania nie jest jeszcze wysoko rozwinięta w świadomości Polaków. W percepcji rynku inwestycyjnego istnieje zatem spora

luka, którą można zagospodarować, co daje dużo możliwości dla spopularyzowania funduszy inwestycyjnych.

Niestety, jak pokazały rezultaty ankiety, o funduszach inwestycyjnych słyszało mniej niż połowa Polaków (44%). Większą popularnością cieszą się lokaty (75%), zakup nieruchomości (56%) czy zakup akcji (53%) i obligacji (49%). Co ciekawe, znajomość tej formy inwestowania pieniędzy nie jest aż tak powszechna nawet wśród osób, które inwestują wolne środki. Jedynie 51% osób, które inwestują wolne środki, wie o istnieniu funduszy inwestycyjnych. Wysoki lub bardzo wysoki poziom wiedzy na temat funduszy inwestycyjnych deklaruje jedynie 8% Polaków, natomiast aż 56% przyznaje, że ich poziom wiedzy jest niski albo bardzo niski. Badanie jakościowe pokazało, że u podstaw niskiego poziomu wiedzy o funduszach inwestycyjnych leży ogólny niski poziom wiedzy ekonomicznej oraz duży dystans emocjonalny to tego tematu – panuje przekonanie, że fundusze inwestycyjne to opcja dla firm lub osób z dużym kapitałem. Brak wiedzy rodzi obawy i niechęć (por. IZFA i ARC Rynek i Opinia, 2021). Jest to ogromne wyzwanie, z jakim musi zmierzyć się strona podaźowa rynku, szczególnie teraz, w czasie bardzo wysokiej inflacji i podwyższania stóp procentowych przez banki centralne.

Najbliższa perspektywa nie jest dla rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce optymistyczna. Jednak ostatecznie, w długim terminie, każdy z nas musi oszczędzać na emeryturę. Fundusze inwestycyjne są bardzo dobrym narzędziem do tego, stąd należy pracować nad zniwelowaniem obaw i niechęci Polaków do tej formy alokacji kapitału, przedsięwziąć wiele działań edukacyjnych i pozwalać Polakom uczyć się inwestowania długoterminowego. Wówczas rynek ten stanie się jeszcze bardziej dojrzały, a także efektywny.

Rozdział 4.

Konstrukcja ilościowego modelu działania funduszu inwestycyjnego otwartego

4.1. Koncepcja i podstawowe założenia modelu

Badania nad funduszami inwestycyjnymi otwartymi (FIO) podejmują przede wszystkim problemy dotyczące efektywności, a budowane modele mają wskazać uniwersalną miarę wyniku funduszy, pozwalającą na całościowe opisanie tego efektu, co następnie ma dać odpowiedź na konkretne pytania w zakresie **zjawisk** (jak powtarzalność wyników), **uwarunkowań** (jak stawki opłat za zarządzanie), czy **zachowań** (jak decyzje inwestorów o alokacji środków uwidocznione w przepływie kapitału do funduszy). Podejście to widoczne jest w klasycznych już dzisiaj pracach dotyczących rynku jako takiego, które przedstawili (Jensen, 1968a), (Sharpe, 1966a), (Fama & French, 1993b), czy (Carhart, 1997b), a także w bieżących badaniach dotyczących wyniku inwestycyjnego, jak choćby najnowszy model (Fama & French, 2015b). Ogólne wyniki są natomiast powszechnie wykorzystywane przy szukaniu odpowiedzi na szczegółowe pytania, jak w przypadku relacji kosztu do wyniku inwestycyjnego badanej przez (Gil-Bazo & Ruiz-Verdu, 2009a), (Babalos et al., 2009a), czy (Khorana et al., 2008) albo relacji przepływów do wyników, jaką dostarczają (Berkowitz & Kotowitz, 2000b). Wszystkie te i inne badania wymienione w rozdziale 2 tej pracy doktorskiej prowadzone były za pomocą dedukcji w duchu metody naukowej, czyli w schemacie widocznym na rysunku 6.



Rysunek 6. Schemat badań prowadzonych metodą dedukcji

Źródło: (Szeliga, 2017).

Otrzymane w ten sposób wyniki świetnie nadają się do globalnego opisu całego rynku oraz zjawisk stabilnych w czasie. Jeżeli natomiast mamy do czynienia z zagadnieniami niezwykle szczegółowymi zachodzącymi w bardzo dynamicznym lokalnym środowisku – potrzebne jest inne narzędzie, pozwalające ocenić subtelne aspekty zachodzących procesów. W następstwie tego wybrana została **metoda indukcji**, a **badania prowadzone są w duchu**

eksperymentu uczenia maszynowego (ang. *data science*), czyli według schematu ukazanego na rysunku 7.

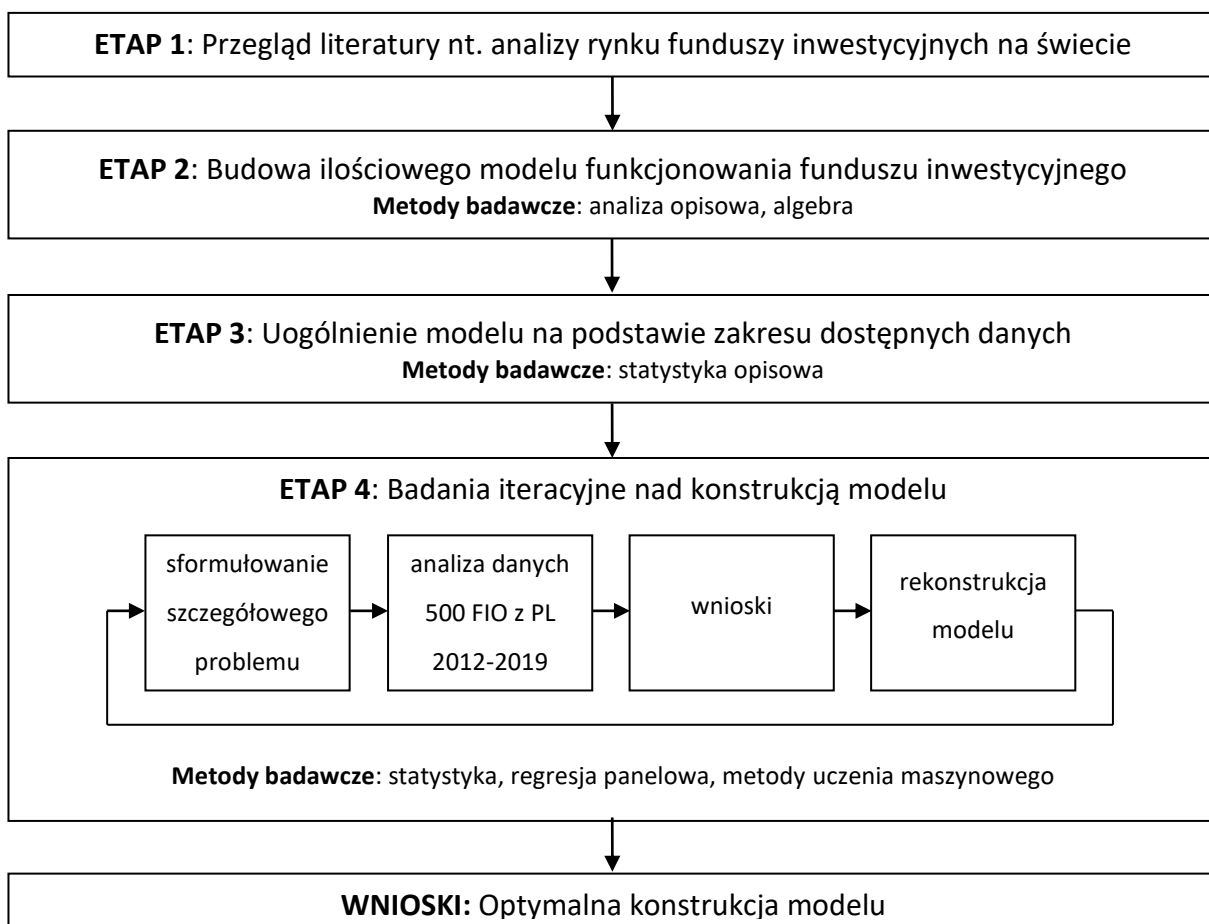


Rysunek 7. Schemat badań prowadzonych metodą indukcji

Źródło: (Szeliga, 2017).

Dzięki takiemu podejściu o **rozwoju zaproponowanego w tej pracy doktorskiej modelu będą decydowały rzeczywiste dane**, a nie hipotezy badawcze. Dla zrealizowania postawionego celu wykorzystane zostają zarówno klasyczne metody z zakresu statystyki i ekonometrii, ale także, w miarę możliwości, metody uczenia maszynowego. Całe badanie zrealizowane zostało w czterech etapach (por. Rysunek 8), z czego trzy pierwsze mają charakter przygotowawczy, natomiast etap czwarty **to iteracyjna praca nad modelem** dążąca do polepszenia jego konstrukcji za każdym razem – jest to kolejna analogia do metody uczenia maszynowego, gdzie iteracyjna zmiana parametrów dokonywana wielokrotnie ma na celu zmniejszenie tzw. funkcji straty (ang. *loss function*), która opisuje zadany problem, informując jak dobrze algorytm pasuje do użytych danych.

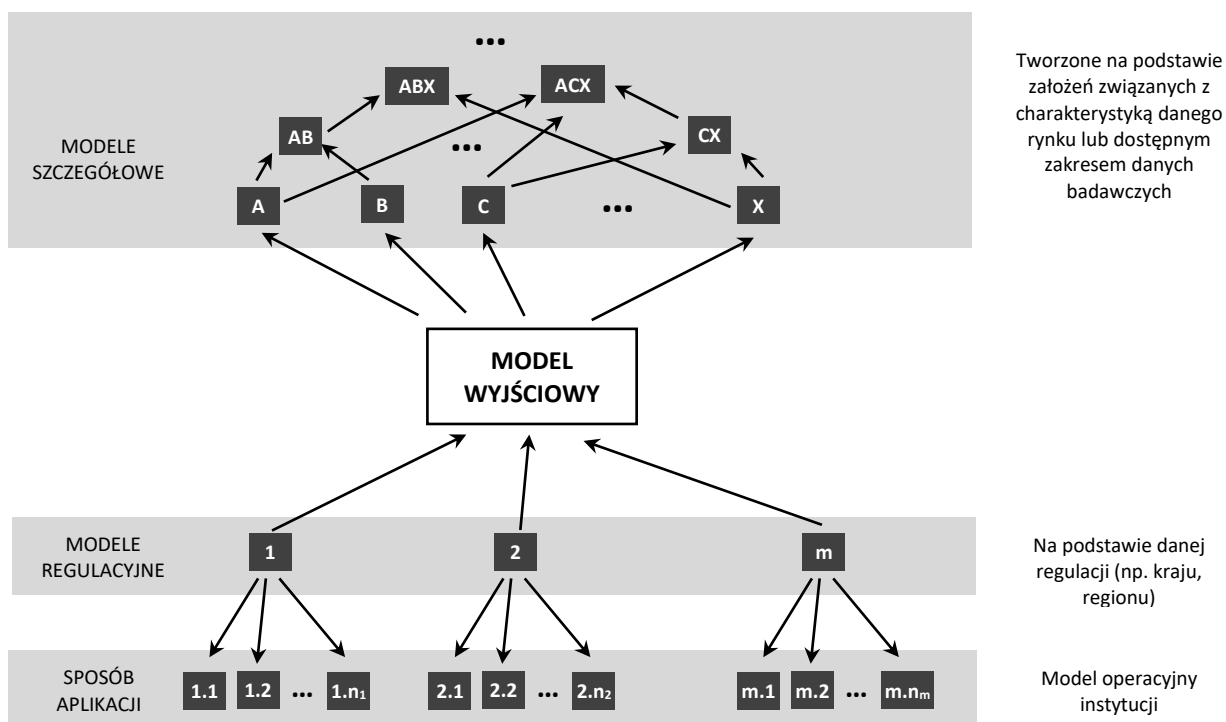
W tym rozdziale dostarczony zostaje autorski opis klasy modeli operacyjno-finansowych funduszu inwestycyjnego otwartego. Wersja podstawowa została przygotowana celem odwzorowania dynamiki działania funduszu otwartego. Warto jednak dodać, że w jednej z wersji granicznych zaproponowany model nadaje się również do opisu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego zamkniętego. W przypadkach skomplikowanej, tudzież złożonej struktury lub ograniczonego dostępu do danych – należy wykorzystać opisane przybliżenia, co zwykle jest konieczne, aby zastosować co najmniej kilka z tych przybliżeń.



Rysunek 8. Etapy badania

Źródło: opracowanie własne.

Schemat widoczny na Rysunku 9 ukazuje strategię badań nad znalezieniem optymalnej konstrukcji modelu funduszu inwestycyjnego otwartego. Punktem wyjściowym analiz są jednoznaczne założenia wynikające z formalnych regulacji, właściwe dla warstwy „modele regulacyjne”. Najniższa warstwa ukazuje mnogość możliwych aplikacji i wynika z pewnej dowolności w interpretacji i operacyjnego sposobu stosowania przepisów – nie jest to przedmiot rozprawy, ale przykład takiego przejścia jest zaprezentowany celem nadania jej kontekstu aplikacyjnego. Punkt centralny schematu to **model wyjściowy**, który powinien być dostatecznie ogólny w znaczeniu opisu matematycznego, aby pozwolić na zejście do możliwie szerokiego zakresu modeli regulacyjnych (np. dla FIO w różnych jurysdykcjach). Najwyższa warstwa to modele szczegółowe, zawężone do określonego reżimu stosowalności wynikającego z charakteru badanej grupy lub też z dostępności danych. Przyjmowane założenia mogą być przy tym przyjmowane w dowolnej konfiguracji, ale zawsze powinny zostać należycie uzasadnione i opisane.



Rysunek 9. Schemat relacji modeli będący drogowskazem dla prowadzonych badań

Źródło: Opracowanie własne.

Przygotowane modele ukazują ewolucję najistotniejszych wielkości wymiernych związanych z biznesową działalnością funduszu, które zostały nazwane **zmiennymi zależnymi** i w języku analizy niepewności reprezentują najczęściej pomiar pośredni. Modele uwzględniają wszystkie istotne mechanizmy i aspekty działalności FIO reprezentowane przez:

- **równania merytoryczne modelu**, na czele z **równaniem centralnym** i **równaniem struktury**, które w różny sposób opisują ewolucję podstawowej zmiennej zależnej, jaką jest wartość aktywów netto (WAN),
- takie **parametry brzegowe**, jak stawki opłat czy warunki początkowe, które zwykle mają charakter pomiaru bezpośredniego,
- **zmienne niezależne**, jak wolumeny sprzedaży, które można rozważać w kategoriach zmiennych losowych i opisują najczęściej sposób współdziałania z otoczeniem.

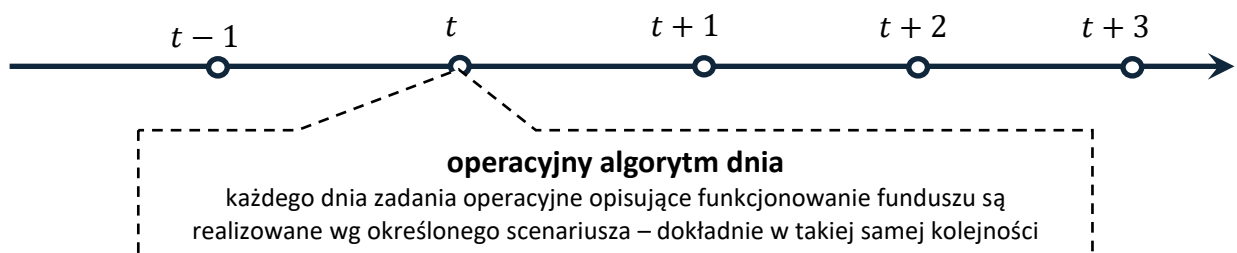
Dzięki modułowej budowie modelu, w zakresie przybliżeń nawet na podstawie znajomości jedynie części parametrów brzegowych oraz zmiennych zależnych dla danego funduszu inwestycyjnego, można wykorzystać przedstawione formuły do aproksymacji nieznanymi wielkościami celem uzyskania dodatkowej wiedzy (jest to atrakcyjne np. przy analizie rynku, ang. *market intelligence*). Wyodrębniono także **parametry struktury** modelu, oznaczone literami

greckimi i będące w gruncie rzeczy podklasą w ramach zmiennych zależnych, mające charakter bardziej techniczny i wyszególnione najczęściej celem poprawy przejrzystości opisu. Choć warto dodać, że mogą też reprezentować jego abstrakcyjną warstwę w kontekście systemowego podejścia do opisu organizacji, która nie jest oczywista i nie wynika wprost z własności podsystemów, czyli komponentów konstrukcji funduszu. Główną przesłanką dla poniższych rozważań będzie teraz:

- wykorzystanie równań modelu do przedstawienia zmiennych zależnych poprzez zmienne niezależne i warunku brzegowe, a także
- wskazanie relacji pomiędzy wybranymi zmiennymi zależnymi.

Rozważania rozpoczynają się od przedstawienia struktury przestrzeni, w której zostaje osadzony model oraz od definicji narzędzi (np. funkcji), które będą dalej wykorzystywane.

Rozważana jest pewna skończona i quasi-dyskretna przestrzeń czasu \mathbb{T} , której elementami są kolejne dni wyceny modelowanego funduszu d_t , indeksowane kolejnymi liczbami naturalnymi $t \in \mathbb{N}$.



Rysunek 10. Schematyczna prezentacja quasi-dyskretnej przestrzeni czasu nad którą rozpięta została konstrukcja modelu funduszu inwestycyjnego otwartego

Źródło: Opracowanie własne.

Ostatni dzień funkcjonowania funduszu d_E dla pewnego $E \in \mathbb{N}$ określony zostaje jako **dzień likwidacji** (choć w gruncie rzeczy może to być, w zależności od konkretnego przypadku, dzień rozpoczęcia lub dzień zakończenia likwidacji, gdyż ta rozciąga się często na dłuższy okres i powoduje określonego typu konsekwencje). Podobnie wyróżniony zostaje **dzień utworzenia** funduszu d_1 , w którym FIO rozpoczyna swoją działalność przy pewnej początkowej WAN oznaczonej przez NAV_0 . Z kolei przez NAV_t oznaczona jest WAN dla modelowanego funduszu na koniec dowolnego dnia wyceny $d_t \in \mathbb{T}$ (przy czym $t \in [E] =$

$\{n \in \mathbb{N} \mid n \leq E\}$). Do zbioru \mathbb{T} można w naturalny sposób wprowadzić porządek liniowy \preceq indukowany porządkiem w zbiorze liczb naturalnych sposobem:

$$\forall t, s \leq E : (d_t \preceq d_s) \Leftrightarrow (t \leq s) . \quad (4.1)$$

Łatwo sprawdzić, że $d_E = \inf(\mathbb{T})$, czyli $d_t \preceq d_E$ dla każdego $d_t \in \mathbb{T}$. Na tak przygotowanym gruncie można zdefiniować **odwzorowanie indeksu** $[[\cdot]]: \mathbb{T} \rightarrow [E]$, gdzie dla każdego $d_t \in \mathbb{T}$ mamy $[[d_t]] = t$. Funkcja ta pozwala korzystać z wprowadzonego do przestrzeni czasowej porządku w ogólniejszych rozważaniach nad zbiorem liczb naturalnych. Dalej rozważane są także przedziały domknięte T_b^e przestrzeni \mathbb{T} nazywane **odcinkami czasu**, ograniczone dniem początkowym d_b oraz dniem końcowym d_e , tj. zbiory postaci $T_b^e = \{d_t \mid d_b \preceq d_t \preceq d_e\}$. Jeżeli nie zostanie wskazane inaczej, w dalszych rozważaniach brany jest pod uwagę dowolny ustalony odcinek czasu $T_b^e \subseteq \mathbb{T}$, który zostaje oznaczony dla uproszczenia jako T . Bardzo często przydatnym okaże się przejście od numeracji globalnej dni związanej z całą przestrzenią \mathbb{T} do numeracji lokalnej związanej z danym odcinkiem czasu T (np. miesiącem kalendarzowym). Zadanie to będzie realizowane poprzez **funkcję przesunięcia** w postaci:

$$u \equiv i_b(t) = t - b + 1 , \quad (4.2)$$

$$i_b^{-1}(u) = u + b - 1 , \quad (4.3)$$

przy czym oznaczenie $u \equiv i_b(t)$ zostało przyjęte dla ustalenia uwagi oraz celem poprawienia przejrzystości opisu. Ponieważ mamy do czynienia z izomorfizmem, to możemy znaleźć funkcję odwrotną, czyli przepis na przejście od numeracji lokalnej do globalnej, który także został powyżej podany wprost. Długość dowolnego odcinka mierzona w dniach może teraz zostać wyrażona jako:

$$L = L(T) \equiv \#[T] = i_b(e) . \quad (4.4)$$

Kolejna niezwykle istotna dla dalszych analiz funkcja $\xi: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{N}$ przyporządkowuje dla każdego dnia d_t funkcjonowania funduszu liczbę dni kalendarzowych niebędących dniami wyceny, które występują bezpośrednio przed danym dniem d_t , powiększoną o jeden. Odwzorowanie to będzie określane mianem **wagi dnia** i oznaczane w skrócie $\xi_t \equiv \xi(d_t)$.

Ponieważ wartości ξ_t będą zawsze zależne od danego przypadku, to są to warunki brzegowe. Natomiast zbiór:

$$\Xi = \Xi_b^e \equiv \xi(T) = \sum_{i=b}^e \xi_i \quad (4.5)$$

będzie nazywany **wagą odcinka czasu** T . Ponadto niech $D(t) \in \{365, 366\}$ oznacza liczbę dni kalendarzowych w roku, w którym występuje dzień d_t (taka zmienna będzie przydatna przy annualizacji). Warto przy tym wprowadzić pewną kombinację wagi dnia i długości roku postaci $\xi_t^* \equiv \xi_t/D(t)$.

Niektóre definiowane dalej wielkości będą określane jako **addytywnie kumulatywne** co oznacza, że jest sens wyznaczania sumy ich wartości po wszystkich dniach z danego odcinka czasu. Podobnie można wyróżnić wielkości **multiplikatywnie kumulatywne**. W takich przypadkach sumę albo iloczyn wielkości P po danym odcinku czasu będziemy oznaczali odpowiednio $P(T)$ lub $P[T]$. Umieszczenie symbolu odcinka czasu w dolnym indeksie wielkości (czyli P_T) będzie informowało, że rozważana jest wartość lokalnie stała (na danym odcinku czasu), natomiast symbol T widoczny w górnym indeksie (czyli P_u^T) związany jest z wykorzystaniem numeracji lokalnej zamiast globalnej

Dla danej wielkości P będzie wykorzystywanych jeszcze kilka dodatkowych oznaczeń. Średnia arytmetyczna i średnia ważona inną wielkością W (np. WAN) wg danego wymiaru X (czyli np. na danym odcinku czasu T lub po kategoriach jednostki uczestnictwa) będą oznaczane odpowiednio przez $P\langle X \rangle$ i $P\langle X|W \rangle$. Dzienna zmiana, czyli $P_t - P_{t-1}$ będzie oznaczana w skrócie przez ΔP_t , natomiast w ujęciu względnym $\nabla P_t \equiv \Delta P_t/P_{t-1}$. Analogicznie dla odcinka czasu T , czyli $\Delta P_T \equiv P_L^T - P_0^T$ oraz $\nabla P_T \equiv \Delta P_T/P_0^T$.

Już od początku należy założyć sprzedaż możliwą przez wielu partnerów (dystrybutorów) oznaczonych przez $p \in \mathcal{P}$, którzy rozliczają się niezależnie i tak też w ogólności należy traktować aktywa pochodzące z ich sieci dystrybucyjnej. Ponadto dopuszczamy wiele kategorii jednostek uczestnictwa funduszu $c \in \mathcal{C}$ różniących się stawką opłat, zwłaszcza operacyjnych. Dlatego też warto podzielić wartość aktywów netto (w j. ang. nazywana *net asset value*, NAV, stąd takie oznaczenie na wartość aktywów netto w poniższych wzorach) w takim właśnie ujęciu na części $NAV_t^{c,p}$, gdzie¹³:

¹³ Zastosowana tutaj została notacja $\sum_{a,b} X_{a,b} \equiv \sum_{a \in A} \sum_{b \in B} X_{a,b}$, czyli jak nie podano zbioru, po którym przebiega sumowanie, to uwzględniana jest cała przestrzeń danego indeksu, a sumy zapisujemy łącznie pod jednym znakiem.

$$\sum_{c,p} NAV_t^{c,p} = NAV_t \quad (4.6)$$

Jednocześnie warto na tym etapie wprowadzić funkcję udziału danej części wielkości P_t^X w całości P_t (np. wg kategorii uczestnictwa, partnera, lub kombinacji tychże) postaci:

$$U_t^X(P) = \frac{P_t^X}{P_t} \quad (4.7)$$

Konstruowany model kładzie istotny nacisk na powtarzalne procesy biznesowe zachodzące w ramach każdego dnia funkcjonowania funduszu. Tym samym, orzekając na początku rozdziału o **quasi-dyskretności** wprowadzonej przestrzeni czasowej przyjęto założenie, że pomimo wewnętrznej struktury dowolnego dnia $d_t \in \mathbb{T}$ (na którą składają się wspomniane procesy), możemy strukturę tę opisać uniwersalnym i powtarzalnym **algorytmem dnia**, a następnie rozważyć wszystkie dni jako elementy skończonego zbioru dyskretnego \mathbb{T} . Przyjęcie konkretnego algorytmu związane jest z modelem operacyjnym danego funduszu, przy czym dla wielu poniższych formuł istotna jest kolejność zachodzących zjawisk.

Nie chcąc zawęzić nadto zakresu rozważań, ale także mając na celu ukazanie konsekwencji przyjętych tutaj założeń, jednocześnie rozważono dwa scenariusze (A) i (B), które są logicznie wewnętrznie spójne. Scenariusze te zaprezentowano w Tabeli 8. Poniższa tabela zawiera także opis trzeciego „mieszanego” scenariusza (C). Scenariusz C prowadzi do pewnej niespójności matematycznej zaburzającej rekurencję. Jednak mimo to, według wiedzy autora, jest on bardzo często stosowany jako sposób rozliczenia w praktyce przez agenta transferowego.

W tym miejscu autor chce zaznaczyć, że do różnych wzorów w obu scenariuszach będą przy numeracji poniżej dodawane litery „A” lub „B” wskazujące na scenariusz, którego dotyczą. Dodatkowo w niektórych miejscach stosowane zostaną naturalne przybliżenia dokonywane niejako natychmiast, dlatego warto je jasno wskazać. W takim wypadku „dokładne” wzory będą oznaczone poprzez literę „K” gdy zasadnym będzie przejście z przybliżeniem z poziomu pojedynczego *klienta* oraz literą „F” dla poziomu *funduszu*. Rozpocznijmy jednak od rozważań indukcyjnych związanych z działalnością FIO.

Tabela 8. Możliwe scenariusze dnia jako atomowego elementu quasi-dyskretnej przestrzeni czasu w ramach której funkcjonuje fundusz

Scenariusz	Algorytm
A	<ol style="list-style-type: none"> 1. Rozliczenie transakcji powodujących zmianę liczby tytułów uczestnictwa, tzw. przepływy netto. 2. Zmiana wartości aktywów w związku z procesem inwestycyjnym w ramach funduszu, której rezultat określamy mianem wyniku inwestycyjnego. 3. Naliczenie kosztów operacyjnych pokrywanych przez FI, w tym opłaty za zarządzanie aktywami. 4. Naliczenie opłaty za sukces.
B	<ol style="list-style-type: none"> 1. Zmiana wartości aktywów w związku z procesem inwestycyjnym w ramach funduszu, której rezultat określamy mianem wyniku inwestycyjnego. 2. Naliczenie kosztów operacyjnych pokrywanych przez FI, w tym opłaty za zarządzanie aktywami. 3. Naliczenie opłaty za sukces. 4. Rozliczenie transakcji powodujących zmianę liczby tytułów uczestnictwa, tzw. przepływy netto.
C	<p>Scenariusz ten jest często spotykany w TFI i powstaje jako mieszanka obu scenariuszy teoretycznych: w tym scenariuszu najpierw rozliczane są transakcje z dnia poprzedniego (czyli jak w scenariuszu A), a później następuje naliczenie opłaty za zarządzanie oraz kosztów operacyjnych na podstawie aktywów z dnia poprzedniego (czyli podstawa jak w scenariuszu B). Także opłata za sukces jest obliczana na tej podstawie. Dla tego scenariusza wzory podstawowe są identyczne jak przy A lub B, ale nie jest on spójnym matematycznym opisem ilościowym i prowadzi do rozbieżności.</p>

Źródło: Opracowanie własne.

W związku z przyjętymi algorytmami, dla uproszczenia notacji w dalszym wywodzie wprowadzone zostają dodatkowe oznaczenia:

$$NAV_{t-1}^c + NF_t^c = NAV_{t-1}^{*,c} \quad , \quad (4.8A)$$

$$NAV_{t-1}^c + RM_t^c = NAV_{t-1}^{*,c} \quad . \quad (4.8B)$$

Porównując komponent, o który zostają zmienione aktywa w tych wzorach ze scenariuszami widocznymi w powyższej tabeli łatwo stwierdzić, że jest to pierwszy etap zmiany wartości aktywów – takie ujęcie pozwala w niektórych przypadkach ukazać podobieństwo opisu pomiędzy tymi scenariuszami.

4.2. Dynamika modelu

Centralne wzory, wokół których została opisana dynamika modelu, wskazują w gruncie rzeczy ewolucję podstawowej zmiennej zależnej, którą jest wartości aktywów netto na poziomie danej kategorii jednostek uczestnictwa $c \in \mathcal{C}$:

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c + NF_t^c + RM_t^c \quad , \quad (4.9)$$

$$NAV_t^c = (1 + r_t^c)(NAV_{t-1}^c + NF_t^c) = (1 + r_t^c)NAV_{t-1}^{*,c} \equiv \gamma_t^c(1 + r_t^c)NAV_{t-1}^c , \quad (4.9A')$$

$$NAV_t^c = (1 + r_t^c)NAV_{t-1}^c + NF_t^c \equiv \gamma_t^c(1 + r_t^c)NAV_{t-1}^c , \quad (4.9B')$$

przy czym wprowadzone zostają następujące parametry struktury:

$$\gamma_t^c \equiv 1 + \frac{NF_t^c}{NAV_{t-1}^c} , \quad (4.10A)$$

$$\gamma_t^c \equiv 1 + \frac{NF_t^c}{NAV_{t-1}^c + RM_t^c} = 1 + \frac{NF_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} , \quad (4.10B)$$

oraz gdzie NF_t^c i RM_t^c to przepływy netto i wynik zarządzania naliczone w dniu d_t odpowiednio, natomiast r_t^c to stopa zmiany wartości aktywów w wyniku zarządzania, co wynika wprost z porównania obu ujęć dynamiki modelu:

$$RM_t^c = r_t^c NAV_{t-1}^{*,c} , \quad (4.11A)$$

$$NAV_{t-1}^c + NF_t^c + RM_t^c = (1 + r_t^c)NAV_{t-1}^c + NF_t^c$$

$$RM_t^c = (1 + r_t^c)NAV_{t-1}^c - NAV_{t-1}^c = r_t^c NAV_{t-1}^c$$

$$RM_t^c = r_t^c NAV_{t-1}^c . \quad (4.11B)$$

$$NAV_{t-1}^c + NF_t^c + RM_t^c = (1 + r_t^c)(NAV_{t-1}^c + NF_t^c)$$

$$RM_t^c = (1 + r_t^c)(NAV_{t-1}^c + NF_t^c) - (NAV_{t-1}^c + NF_t^c) = r_t^c(NAV_{t-1}^c + NF_t^c)$$

Na rejestrach uczestników funduszu zapisane są jednostki uczestnictwa danej kategorii, których cena jest ustalana w każdym dniu wyceny jako:

$$QT_t^c \equiv \frac{NAV_t^c}{JU_t^c} , \quad (4.12)$$

$$QT_t^c = \left[\frac{NAV_t^c}{JU_t^c} \right]_2 \Rightarrow NAV_t^c = QT_t^c JU_t^c + CRV_t^c , \quad (F4.12)$$

gdzie JU_t^c to liczba przyznanych jednostek kategorii $c \in \mathcal{C}$, a CRV_t^c oznacza korektę związaną z zaokrągleniem ceny jednostki do pełnych groszy. Dla porządku warto zaznaczyć, że wynik zarządzania i przepływy netto na poziomie całego funduszu można otrzymać dzięki sumowaniu po kategorii:

$$RM_t \equiv \sum_c RM_t^c , \quad (4.13)$$

$$NF_t \equiv \sum_c NF_t^c . \quad (4.14)$$

Definicje te wydają się oczywiste, ale nie zawsze jest możliwe tak proste przejście od opisu dynamiki danej kategorii jednostek do opisu na poziomie całego funduszu

inwestycyjnego otwartego. Celem zilustrowania takiego przypadku rozważona zostaje stopa zmiany wartości oznaczona wcześniej r_t . Dla zapewnienia spójnego znaczenia na poziomie całego funduszu wielkość taka powinna spełniać analogiczne równania do (4.9A') oraz (4.9B') w danym scenariuszu, skąd:

$$r_t = r_t \langle \mathcal{C} | \gamma_t NAV_{t-1} \rangle , \quad (4.15A)$$

$$RM_t = \sum_c RM_t^c = \sum_c r_t^c (NAV_{t-1}^c + NF_{t-1}^c) = \sum_c r_t^c \gamma_t^c NAV_{t-1}^c$$

$$RM_t = r_t (NAV_{t-1} + NF_t) = r_t \gamma_t NAV_{t-1}$$

$$r_t \gamma_t NAV_{t-1} = \sum_c r_t^c \gamma_t^c NAV_{t-1}^c$$

$$r_t = \frac{\sum_c r_t^c \gamma_t^c NAV_{t-1}^c}{\gamma_t NAV_{t-1}} = r_t \langle \mathcal{C} | \gamma_t NAV_{t-1} \rangle$$

$$r_t = r_t \langle \mathcal{C} | NAV_{t-1} \rangle , \quad (4.15B)$$

$$RM_t = \sum_c RM_t^c = \sum_c r_t^c NAV_{t-1}^c$$

$$RM_t = r_t NAV_{t-1}$$

$$r_t NAV_{t-1} = \sum_c r_t^c NAV_{t-1}^c$$

$$r_t = \frac{\sum_c r_t^c NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} = r_t \langle \mathcal{C} | NAV_{t-1} \rangle$$

czyli jest to średnia stóp dla kategorii jednostek ważona udziałem w aktywach. Fakt ten niestety często zostaje pomijany w badaniach rynkowych, ale też naukowych, gdzie zwyczajowo przyjmuje się jedną wybraną kategorię jednostki jako reprezentacyjną i jej notowania są stosowane do opisu działania całego funduszu inwestycyjnego, co przy istotnych różnicach w stawce opłaty za zarządzanie wprowadza duży dodatkowy wkład do niepewności pomiarowej.

W kolejnych podrozdziałach zostaje pogłębiona analiza dynamiki funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego w rozbiciu na kluczowe procesy składowe.

4.2.1. Warunki początkowe

W chwili $t = 0$ za wpłacony kapitał naliczona zostaje początkowa liczba jednostek uczestnictwa. Często na tym etapie inwestorem jest jedynie samo towarzystwo funduszy inwestycyjnych (TFI) poprzez wpłacenie **kapitału początkowego** (tzw. *seed capital*). Jednak poniżej rozważony zostaje przypadek ogólny, gdy dowolny inwestor $i \in \mathcal{I}$ za pomocą danego partnera $p \in \mathcal{P}$ nabywa jednostki uczestnictwa określonej kategorii $c \in \mathcal{C}$ po cenie QT_0^c (często początkowa wartość jest identyczna dla wszystkich kategorii) za kwotę $PUR_0^{i,c,p}$ opcjonalnie płacąc przy tym opłatę za nabycie w wysokości $CPF_0^{i,c,p}$, w związku z czym na jego rejestrze zostaje zapisana następująca liczba jednostek:

$$JU_0^{i,c,p} = \frac{PUR_0^{i,c,p} - CPF_0^{i,c,p}}{QT_0^c} = \frac{NF_0^{i,c,p}}{QT_0^c} , \quad (4.16)$$

$$JU_0^{i,c,p} = \left[\frac{PUR_0^{i,c,p} - CPF_0^{i,c,p}}{QT_0^c} \right]_d = \left[\frac{NF_0^{i,c,p}}{QT_0^c} \right]_d , \quad (K4.16)$$

gdzie d oznacza liczbę miejsc po przecinku z jaką przyznawane są tytuły uczestnictwa. Warto zauważyć, że wysokość opłaty za nabycie może na przykład zostać opisana prostą postacią funkcyjną poprzez przyłożenie odpowiedniej stawki opłaty za nabycie $RPF_0^{i,c,p}$, czyli:

$$CPF_0^{i,c,p} = RPF_0^{i,c,p} PUR_0^{i,c,p} , \quad (4.17)$$

$$CPF_0^{i,c,p} = [RPF_0^{i,c,p} PUR_0^{i,c,p}]_2 , \quad (K4.17)$$

która może być przy tym zależna od klienta, partnera czy kategorii, ale też od takich parametrów jak suma inwestycji klienta w dany subfunduszy czy nawet cały fundusz. Spotykane są też mechanizmy polegające na modyfikacji ceny nabycia w sposobie:

$$QT_0^{i,c,p} = \frac{QT_0^c}{1 - RPF_0^{i,c,p}} , \quad (4.18)$$

$$QT_0^{i,c,p} = \left[\frac{QT_0^c}{1 - RPF_0^{i,c,p}} \right]_2 , \quad (K4.18)$$

gdzie $QT_0^{i,c,p}$ to zmodyfikowana, indywidualna dla klienta cena zakupu po której następnie zostają naliczone jednostki uczestnictwa:

$$JU_0^{i,c,p} = \frac{PUR_0^{i,c,p}}{QT_0^{i,c,p}} , \quad (4.16')$$

$$JU_0^{i,c,p} = \left[\frac{PUR_0^{i,c,p}}{QT_0^{i,c,p}} \right]_d . \quad (K4.16')$$

Łatwo sprawdzić, że oba przytoczone sposoby są równoważne z dokładnością do zaokrągleń do pełnych groszy czy dokładności przyznawanej liczby jednostek. Oczywiście można opracować jeszcze inne sposoby obliczania kwoty opłaty, a sama stawka może zależeć od pewnych dodatkowych warunków (np. umów indywidualnych dla dużych klientów biznesowych), dlatego w ogólności należy przyjąć wysokość opłaty ustaloną indywidualnie dla każdej transakcji nabycia jako warunek brzegowy. Niezależnie od

przypadku, w ramach przyjętych oznaczeń wartość inwestycji uczestnika w momencie startu wynosi:

$$NAV_0^{i,c,p} = JU_0^{i,c,p} QT_0^c , \quad (4.19)$$

$$NAV_0^{i,c,p} = [JU_0^{i,c,p} QT_0^c]_2 , \quad (K4.19)$$

natomiast wysokość naliczonej opłaty to:

$$CPF_0^{i,c,p} = PUR_0^{i,c,p} - NAV_0^{i,c,p} . \quad (4.17')$$

Co istotne, opłaty za nabycie mogą istotnie pomniejszać uzyskiwane wyniki, zwłaszcza w przypadku mniejszych inwestorów, natomiast fakt ten jest pomijany przez firmy inwestycyjne przy prezentacji stopy zwrotu danego uczestnika funduszu. Rozważane wpłaty początkowe po naliczeniu opłaty za nabycie stanowią początkową wartość aktywów całego funduszu:

$$NAV_0 = \sum_{i,c,p} NAV_0^{i,c,p} = \sum_{i,c,p} (PUR_0^{i,c,p} - CPF_0^{i,c,p}) = \sum_{i,c,p} JU_0^{i,c,p} QT_0^c , \quad (4.20)$$

$$NAV_0 = \sum_{i,c,p} NAV_0^{i,c,p} + CRJ_0 = \sum_{i,c,p} [JU_0^{i,c,p} QT_0^c]_2 + CRJ_0 , \quad (K4.20)$$

gdzie CRJ_0 to korekta związana z dokładnością d z jaką przyznawane są tytuły uczestnictwa oraz zachodzi $CRJ_0 \rightarrow 0$ gdy $d \rightarrow \infty$.

4.2.2. Przepływy netto

Po opisanu warunków początkowych można przejść do opisu przepływów w dowolnej chwili $t > 0$ wg różnych scenariuszy. Tym razem na kwotę przepływów netto $NF_t^{i,c,p}$ będą składały się nie tylko nabycia $PUR_t^{i,c,p}$, ale także *zamiany przychodzące* $EXN_t^{i,c,p}$ i *konwersje przychodzące* $CVN_t^{i,c,p}$, opcjonalnie obłożone opłatami *wyrównującą* za zamianę $CAF_t^{i,c,p}$ i za konwersję $CVF_t^{i,c,p}$ odpowiednio (niekiedy określonymi także jako *opłata dodatkowa*). Wszystkie te transakcje będą łącznie nazywane napływami i oznaczane $IF_t^{i,c,p}$. Rozważania na temat sposobów ich naliczania wyglądałyby analogicznie do tych dotyczących pierwszego nabycia, które są zawarte w poprzednim podrozdziale, stąd:

$$IF_t^{i,c,p} = \Delta JU_t^{i,c,p} QT_{t-1}^c , \quad (4.21A)$$

$$\Delta JUI_t^{i,c,p} = \left[\frac{IF_t^{i,c,p}}{QT_{t-1}^c} \right]_d \Rightarrow IF_t^{i,c,p} = \Delta JUI_t^{i,c,p} QT_{t-1}^c + CRJ_t^{i,c,p} , \quad (K4.21A)$$

$$IF_t^{i,c,p} = \Delta JUI_t^{i,c,p} QT_t^c , \quad (4.21B)$$

$$\Delta JUI_t^{i,c,p} = \left[\frac{IF_t^{i,c,p}}{QT_t^c} \right]_d \Rightarrow IF_t^{i,c,p} = \Delta JUI_t^{i,c,p} QT_t^c + CRJ_t^{i,c,p} , \quad (K4.21B)$$

gdzie $\Delta JUI_t^{i,c,p,IN}$ oznacza zmianę liczby jednostek uczestnictwa związaną z napływami, natomiast $CRJ_t^{i,c,p}$ to korekta związana z dokładnością d z jaką przyznawane są tytuły uczestnictwa

Po stronie odpływów $OF_t^{i,c,p}$ natomiast uwzględnione zostają *odkupienia* (inaczej *umorzenia*) $RD_t^{i,c,p}$, za które naliczona może zostać opłata za *odkupienie* $CRF_t^{i,c,p}$. Występują także zamiany i konwersje wychodzące $EXO_t^{i,c,p}$ i $CVO_t^{i,c,p}$ odpowiednio, z którymi związane są opłaty za zamianę $CEF_t^{i,c,p}$ i za konwersję $CCF_t^{i,c,p}$. Dodatkowo z umorzeniem czy konwersją wychodzącą może być związana konieczność uiszczenia podatku od przychodów kapitałowych na poziomie stawki zależnej od osiągniętego zysku – w ogólności dla uproszczenia ten podatek zostaje rozważony jako element indywidualnej opłaty stanowiącej warunek brzegowy. W odróżnieniu do napływów tym razem znana jest dokładna liczba jednostek, natomiast wartość przepływu musi być podana z dokładnością do pełnych groszy, co skutkuje koniecznością przyjęcia metody rozliczenia zapewniającej taki stan rzeczy, jak:

$$OF_t^{i,c,p} = \Delta JUO_t^{i,c,p} QT_{t-1}^c , \quad (4.22A)$$

$$OF_t^{i,c,p} = [\Delta JUO_t^{i,c,p} QT_{t-1}^c]_2 = \Delta JUO_t^{i,c,p} QT_{t-1}^c + CRN_t^{i,c,p} , \quad (K4.22A)$$

$$OF_t^{i,c,p} = \Delta JUO_t^{i,c,p} QT_t^c , \quad (4.22B)$$

$$OF_t^{i,c,p} = [\Delta JUO_t^{i,c,p} QT_t^c]_2 = \Delta JUO_t^{i,c,p} QT_t^c + CRN_t^{i,c,p} , \quad (K4.22B)$$

gdzie $\Delta JUO_t^{i,c,p}$ oznacza zmianę liczby jednostek uczestnictwa związaną z odpływami, która w takim ujęciu stanowi warunek brzegowy i jest informacją wejściową w ramach dokonywanej transakcji, natomiast $CRN_t^{i,c,p}$ to korekta wynikająca z rozliczenia transakcji z dokładnością do pełnych groszy.

W ten sposób wyczerpana zostaje lista głównych typów przepływów powodujących zmianę liczby jednostek uczestnictwa, które w Scenariuszu A są rozliczane w pierwszej kolejności. Można co prawda jeszcze spotkać choćby tzw. *zamiany techniczne* związane z zajściem zdarzenia powodującym zmianę kategorii jednostek uczestnictwa na danym (sub)rejestrze konkretnego klienta i (np. po osiągnięciu określonego poziomu sumy wpłat do funduszu), które także mogą nieść pewne drobne zmiany związane z zaokrągleniami, jednak są to przypadki specyficzne, które w prosty sposób można uwzględnić w ramach powyższego opisu przepływów przez analogię. Zatem bez straty ogólności rozważań można zapisać:

$$NF_t^{i,c,p} = IF_t^{i,c,p} - OF_t^{i,c,p} , \quad (4.23)$$

stąd całkowita zmiana wartości w wyniku przepływów:

$$NF_t^{i,c,p} = \Delta JU_t^{i,c,p} QT_{t-1}^c , \quad (4.24A)$$

$$NF_t^{i,c,p} = \Delta JU_t^{i,c,p} QT_{t-1}^c + CRN_t^{i,c,p} + CRJ_t^{i,c,p} , \quad (K4.24A)$$

$$NF_t^{i,c,p} = \Delta JU_t^{i,c,p} QT_t^c , \quad (4.24B)$$

$$NF_t^{i,c,p} = \Delta JU_t^{i,c,p} QT_t^c + CRN_t^{i,c,p} + CRJ_t^{i,c,p} , \quad (K4.24B)$$

gdzie $\Delta JU_t^{i,c,p} = \Delta JUI_t^{i,c,p} - \Delta JUO_t^{i,c,p}$. Opis tego procesu na poziomie funduszu przedstawia się następująco:

$$NF_t = \sum_{i,c,p} NF_t^{i,c,p} = \sum_c QT_{t-1}^c \sum_{i,p} \Delta JU_t^{i,c,p} = \sum_c \Delta JU_t^c QT_{t-1}^c , \quad (4.25A)$$

$$NF_t = \sum_{i,c,p} NF_t^{i,c,p} = \sum_c \Delta JU_t^c QT_{t-1}^c + CRN_t + CRJ_t , \quad (F4.25A)$$

$$NF_t = \sum_{i,c,p} NF_t^{i,c,p} = \sum_c QT_t^c \sum_{i,p} \Delta JU_t^{i,c,p} = \sum_c \Delta JU_t^c QT_t^c , \quad (4.25B)$$

$$NF_t = \sum_{i,c,p} NF_t^{i,c,p} = \sum_c \Delta JU_t^c QT_t^c + CRN_t + CRJ_t . \quad (F4.25B)$$

Wykorzystując teraz definicję (4.12) oraz (4.10A) i (4.10B), można pokazać, jak wyznaczyć zmianę liczby jednostek na poziomie danej kategorii:

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c}{QT_{t-1}^c} = \gamma_t^c JU_{t-1}^c , \quad (4.26A)$$

$$NF_t^c = \Delta JU_t^c QT_{t-1}^c = (JU_t^c - JU_{t-1}^c) QT_{t-1}^c = JU_t^c QT_{t-1}^c - JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c$$

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c}{QT_{t-1}^c} = JU_{t-1}^c + JU_{t-1}^c \frac{NF_t^c}{JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c} = JU_{t-1}^c \left(1 + \frac{NF_t^c}{NAV_{t-1}^c}\right) = \gamma_t^c JU_{t-1}^c$$

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{QT_{t-1}^c} = \left(\gamma_t^c - \frac{CRN_t^c + CRJ_t^c}{NAV_{t-1}^c}\right) JU_{t-1}^c \quad , \quad (F4.26A)$$

$$NF_t^c = \Delta JU_t^c QT_{t-1}^c = (JU_t^c - JU_{t-1}^c) QT_{t-1}^c + CRN_t^c + CRJ_t^c = JU_t^c QT_{t-1}^c - JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c + CRN_t^c + CRJ_t^c$$

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{QT_{t-1}^c} = JU_{t-1}^c + JU_{t-1}^c \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c} = JU_{t-1}^c \left(1 + \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{NAV_{t-1}^c}\right) = JU_{t-1}^c \left(\gamma_t^c - \frac{CRN_t^c + CRJ_t^c}{NAV_{t-1}^c}\right)$$

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c}{QT_{t-1}^c} = \gamma_t^c JU_{t-1}^c \quad , \quad (4.26B)$$

$$NF_t^c = \Delta JU_t^c QT_t^c = (JU_t^c - JU_{t-1}^c) QT_t^c = JU_t^c QT_t^c - JU_{t-1}^c QT_t^c$$

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c}{QT_t^c} = JU_{t-1}^c + JU_{t-1}^c \frac{NF_t^c}{QT_t^c JU_{t-1}^c} = JU_{t-1}^c \left(1 + \frac{NF_t^c}{QT_t^c JU_{t-1}^c}\right) = \dots$$

$$RM_t^c = QT_t^c JU_{t-1}^c - QT_{t-1}^c JU_{t-1}^c \Rightarrow QT_t^c JU_{t-1}^c = QT_{t-1}^c JU_{t-1}^c + RM_t^c = NAV_{t-1}^c + RM_t^c$$

$$\dots = JU_{t-1}^c \left(1 + \frac{NF_t^c}{NAV_{t-1}^c + RM_t^c}\right) = \gamma_t^c JU_{t-1}^c$$

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{QT_t^c} = \left(\gamma_t^c - \frac{CRN_t^c + CRJ_t^c}{NAV_{t-1}^c + RM_t^c}\right) JU_{t-1}^c \quad , \quad (F4.26B)$$

$$NF_t^c = \Delta JU_t^c QT_t^c = (JU_t^c - JU_{t-1}^c) QT_t^c + CRN_t^c + CRJ_t^c = JU_t^c QT_t^c - JU_{t-1}^c QT_t^c + CRN_t^c + CRJ_t^c$$

$$JU_t^c = JU_{t-1}^c + \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{QT_t^c} = JU_{t-1}^c \left(1 + \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{QT_t^c JU_{t-1}^c}\right) = JU_{t-1}^c \left(1 + \frac{NF_t^c - CRN_t^c - CRJ_t^c}{NAV_{t-1}^c + RM_t^c}\right) = JU_{t-1}^c \left(\gamma_t^c - \frac{CRN_t^c + CRJ_t^c}{NAV_{t-1}^c + RM_t^c}\right)$$

gdzie wykorzystana została wersja parametru struktury (4.10A) i (4.10B) na poziomie danej kategorii jednostki oraz można pokazać, że przy Scenariuszu A na poziomie funduszu:

$$\gamma_t - 1 = \sum_c \frac{\gamma_t^c - 1}{U_{t-1}^c} \quad . \quad (4.27A)$$

$$\gamma_t - 1 = \frac{NF_t}{NAV_{t-1}} = \frac{\sum_c NF_t^c}{NAV_{t-1}} = \sum_c \frac{NF_t^c}{NAV_{t-1}} = \sum_c \frac{NF_t^c}{U_{t-1}^c NAV_{t-1}} = \sum_c \frac{1}{U_{t-1}^c} \left(1 + \frac{NF_t^c}{NAV_{t-1}} - 1\right) = \sum_c \frac{\gamma_t^c - 1}{U_{t-1}^c}$$

Dla Scenariusza B relacja ta nie jest taka prosta do opisanie, gdyż wymaga ona uwzględnienia zmiany wartości, która nie rozkłada się na kategorię jednostek proporcjonalnie do wartości aktywów netto.

4.2.3. Zmiana wartości jednostki uczestnictwa

Drugim mechanizmem zmieniającym wartość aktywów netto funduszu jest zmiana wartości jednostki uczestnictwa (j.u.). Wpływ na tą zmianę ma zarówno wynik z lokat inwestycyjnych, jak też naliczane koszty i opłaty. Proces ten zachodzi na poziomie całego funduszu inwestycyjnego, a następnie jest propagowany na procesy związane z obsługą uczestników poprzez ustalenie nowej ceny jednostki uczestnictwa. Zmianę tą można opisać w postaci:

$$\Delta QT_t^c = \frac{RM_t^c}{JU_t^c} \quad , \quad (4.28A)$$

$$\Delta QT_t^c = \left[\frac{RM_t^c}{JU_t^c} \right]_2 \Rightarrow RM_t^c = \Delta QT_t^c JU_t^c + CRX_t^c, \quad (F4.28A)$$

$$\Delta QT_t^c = \frac{RM_t^c}{JU_{t-1}^c}, \quad (4.28B)$$

$$\Delta QT_t^c = \left[\frac{RM_t^c}{JU_{t-1}^c} \right]_2 \Rightarrow RM_t^c = \Delta QT_t^c JU_{t-1}^c + CRX_t^c, \quad (F4.28B)$$

gdzie CRX_t^c oznacza korektę związaną z zaokrągleniem zmiany ceny jednostki do pełnych groszy. Z powyższego wynika:

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c}{JU_t^c} = \zeta_t^c QT_{t-1}^c, \quad (4.29A)$$

$$RM_t^c = \Delta QT_t^c JU_t^c = (QT_t^c - QT_{t-1}^c) JU_t^c = QT_t^c JU_t^c - QT_{t-1}^c JU_t^c$$

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c}{JU_t^c} = QT_{t-1}^c + QT_{t-1}^c \frac{RM_t^c}{QT_{t-1}^c JU_t^c} = QT_{t-1}^c \left(1 + \frac{RM_t^c}{QT_{t-1}^c JU_t^c} \right) = \dots$$

$$NF_t^c = JU_t^c QT_{t-1}^c - JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c \Rightarrow JU_t^c QT_{t-1}^c = JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c + NF_t^c = NAV_{t-1}^c + NF_t^c$$

$$\dots = QT_{t-1}^c \left(1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c + NF_t^c} \right) = \zeta_t^c QT_{t-1}^c$$

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{JU_{t-1}^c} = \left(\zeta_t^c - \frac{CRX_t^c}{NAV_{t-1}^c + NF_t^c} \right) QT_{t-1}^c, \quad (F4.29A)$$

$$RM_t^c = \Delta QT_t^c JU_t^c + CRX_t^c = (QT_t^c - QT_{t-1}^c) JU_t^c + CRX_t^c = QT_t^c JU_t^c - QT_{t-1}^c JU_t^c + CRX_t^c$$

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{JU_t^c} = QT_{t-1}^c + QT_{t-1}^c \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{QT_{t-1}^c JU_t^c} = QT_{t-1}^c \left(1 + \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{QT_{t-1}^c JU_t^c} \right) = QT_{t-1}^c \left(\zeta_t^c - \frac{CRX_t^c}{NAV_{t-1}^c + NF_t^c} \right)$$

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c}{JU_{t-1}^c} = \zeta_t^c QT_{t-1}^c, \quad (4.29B)$$

$$RM_t^c = \Delta QT_t^c JU_{t-1}^c = (QT_t^c - QT_{t-1}^c) JU_{t-1}^c = QT_t^c JU_{t-1}^c - QT_{t-1}^c JU_{t-1}^c$$

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c}{JU_{t-1}^c} = QT_{t-1}^c + QT_{t-1}^c \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c} = QT_{t-1}^c \left(1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c} \right) = \zeta_t^c QT_{t-1}^c$$

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{JU_{t-1}^c} = \left(\zeta_t^c - \frac{CRX_t^c}{NAV_{t-1}^c} \right) QT_{t-1}^c, \quad (F4.29B)$$

$$RM_t^c = \Delta QT_t^c JU_{t-1}^c + CRX_t^c = (QT_t^c - QT_{t-1}^c) JU_{t-1}^c + CRX_t^c = QT_t^c JU_{t-1}^c - QT_{t-1}^c JU_{t-1}^c + CRX_t^c$$

$$QT_t^c = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{JU_{t-1}^c} = QT_{t-1}^c + QT_{t-1}^c \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{NAV_{t-1}^c} = QT_{t-1}^c \left(1 + \frac{RM_t^c - CRX_t^c}{NAV_{t-1}^c} \right) = QT_{t-1}^c \left(\zeta_t^c - \frac{CRX_t^c}{NAV_{t-1}^c} \right)$$

gdzie przy okazji został wprowadzony parametr struktury ζ_t^c , analogicznie jak przy przepływach, co warto jednoznacznie zapisać:

$$\zeta_t^c \equiv 1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c + NF_t^c} = 1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}}, \quad (4.30A)$$

$$\zeta_t^c \equiv 1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c}, \quad (4.30B)$$

oraz można pokazać, że przy Scenariuszu B:

$$\zeta_t - 1 = \sum_c \frac{\zeta_{t-1}^c}{U_{t-1}^c (NAV)} \quad (4.31B)$$

$$\zeta_t - 1 = \frac{RM_t}{NAV_{t-1}} = \frac{\sum_c RM_t^c}{NAV_{t-1}} = \sum_c \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}} = \sum_c \frac{RM_t^c}{U_{t-1}^c NAV_{t-1}^c} = \sum_c \frac{1}{U_{t-1}^c} \left(1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c} - 1 \right) = \sum_c \frac{\zeta_{t-1}^c}{U_{t-1}^c (NAV)}$$

Znów analogicznie relacja w Scenariuszu A jest o wiele bardziej skomplikowana, gdyż w jego wersji wskazany parametr wymaga uwzględnienia przepływów netto, które nie rozkładają się na kategorie jednostek proporcjonalnie do wartości aktywów netto.

Zmiana wartości jednostki uczestnictwa dokonuje się na poziomie całego funduszu, gdyż tak zarządzany jest portfel (całościowo), natomiast struktura wartości j.u. może być opisana następująco:

$$RM_t = MAN_t - FCO_t - CMF_t - CSF_t , \quad (4.32)$$

gdzie MAN_t oznacza *wynik inwestycyjny*, FCO_t to koszty pokrywane z aktywów (są to koszty transakcyjne, ale mogą też to być koszty depozytariusza czy agenta transferowego), natomiast CMF_t i CSF_t to łączna wartość pobranej *opłaty zarządzanie* i *opłaty za sukces* odpowiednio. Co istotne, wskazane obciążenia operacyjne naliczane są na podstawie znajomości WAN z dnia poprzedniego, więc jest to pewnego rodzaju przybliżenie. Przy stawkach ustalonych na poziomie wartości maksymalnych podawanych w dokumentach formalnych często zdarza się, że na koniec roku rozliczeniowego zachodzi konieczność dokonania korekty – jest to stosowane zwłaszcza w przypadku opłaty za zarządzanie.

4.2.4. Wynik inwestycyjny

Pierwsza składowa wyniku zarządzania to wynik inwestycyjny który związany jest ze zmianą wartości dokonanych lokat, czyli portfela inwestycyjnego:

$$MAN_t = RIP_t(NAV_{t-1} + NF_t) = RIP_t NAV_{t-1}^* , \quad (4.33A)$$

$$MAN_t = RIP_t NAV_{t-1} , \quad (4.33B)$$

gdzie RIP_t to stopa zwrotu z portfela inwestycyjnego. Można rozdzielić dostępne aktywa na gotówkę LP_t , której poziom należy wyznaczać tak, aby zaspokoić ewentualne nadmiarowe odpływy i wszystkie zobowiązania funduszu (koszty i opłaty) oraz na właściwy portfel inwestycyjny IP_t który podlega rzeczywistemu zarządzaniu w zakresie alokacji aktywów. Oczywiście jest to podział, więc $NAV_t = LP_t + IP_t$, skąd można przyjąć zapis:

$$LP_t = (1 - \pi_t) NAV_t , \quad (4.34)$$

$$IP_t = \pi_t NAV_t , \quad (4.35)$$

gdzie π_t opisuje jaką część aktywów podlega procesowi inwestycyjnemu, a zatem reprezentuje decyzję o tym jaką część aktywów $1 - \pi_t$ pozostawić w postaci gotówki do obsługi bieżących zobowiązań. Poziom gotówki w portfelu $\frac{1-\pi_t}{NAV_t}$ należy dobrać optymalnie do sytuacji rynkowej, co jest kluczowe dla aspektów zarządzania płynnością. Alternatywnie można teraz zapisać wynik zarządzania jako:

$$MAN_t = LP_{t-1} + RIP_t^{\%} IP_{t-1} + NF_t , \quad (4.36A)$$

$$MAN_t = LP_{t-1} + RIP_t^{\%} IP_{t-1} , \quad (4.36B)$$

gdzie $RIP_t^{\%}$ to stopa będąca miarą oceny rzeczywistego wkładu z portfela inwestycyjnego i można pokazać, że:

$$RIP_t = \frac{\pi_{t-1}}{\gamma_t} (RIP_t^{\%} - 1) + 1 , \quad (4.37A)$$

$$RIP_t^{\%} = \frac{\gamma_t}{\pi_{t-1}} (RIP_t - 1) + 1 , \quad (4.37A')$$

$$MAN_t = \gamma_t RIP_t NAV_{t-1} = LP_{t-1} + RIP_t^{\%} IP_{t-1} + NF_t = (1 - \pi_{t-1}) NAV_{t-1} + \pi_{t-1} RIP_t^{\%} NAV_{t-1} + NF_t$$

$$\gamma_t RIP_t = \pi_{t-1} RIP_t^{\%} - \pi_{t-1} + \frac{NF_t}{NAV_{t-1}} + 1 = \pi_{t-1} RIP_t^{\%} - \pi_{t-1} + \gamma_t$$

$$\gamma_t (RIP_t - 1) = \pi_{t-1} (RIP_t^{\%} - 1)$$

$$RIP_t = \pi_{t-1} (RIP_t^{\%} - 1) + 1 , \quad (4.37B)$$

$$RIP_t^{\%} = \frac{1}{\pi_{t-1}} (RIP_t - 1) + 1 . \quad (4.37B')$$

$$MAN_t = RIP_t NAV_{t-1} = LP_{t-1} + RIP_t^{\%} IP_{t-1} = (1 - \pi_{t-1}) NAV_{t-1} + \pi_{t-1} RIP_t^{\%} NAV_{t-1}$$

$$RIP_t = 1 - \pi_{t-1} + \pi_{t-1} RIP_t^{\%} = \pi_{t-1} (RIP_t^{\%} - 1) + 1$$

Wynik zarządzania rozdzielany jest na kategorie proporcjonalnie wg udziału w aktywach, które był podstawą do ich zmiany, a zatem:

$$MAN_t^c = \frac{NAV_{t-1}^c + NF_t^c}{NAV_{t-1} + NF_t} MAN_t = U_{t-1}^c (NAV^*) MAN_t , \quad (4.38A)$$

$$MAN_t^c = \left[\frac{NAV_{t-1}^c + NF_t^c}{NAV_{t-1} + NF_t} MAN_t \right]_2 = [U_{t-1}^c (NAV^*) MAN_t]_2 , \quad (F4.38A)$$

$$MAN_t^c = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} MAN_t = U_{t-1}^c (NAV) MAN_t , \quad (4.38B)$$

$$MAN_t^c = \left[\frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} MAN_t \right]_2 = [U_{t-1}^c (NAV) MAN_t]_2 . \quad (F4.38B)$$

Na podsumowanie rozważań o wyniku zarządzania warto zauważyć, że reprezentuje on rzeczywisty wkład osoby zarządzającej aktywami w wynik funduszu, więc to właśnie stopę RIP_t lub $RIP_t^{\%}$ należy porównywać pomiędzy funduszami, jeżeli chcemy wnioskować o umiejętnościach osoby zarządzającej. Co więcej, przy opisywaniu wyników inwestycyjnych metodami jedno lub wieloczynnikowymi, odnoszącymi się bezpośrednio do wskaźników dotyczących rynku kapitałowego, najlepszą wydaje się stopa z „czystego” portfela $RIP_t^{\%}$. Z drugiej strony bardzo trudno znaleźć taką wartość w danych rynkowych lub komponenty pozwalające ją obliczyć, a wtedy najlepszym przybliżeniem jest stopa zwrotu przed opłatami RIP_t . Należy zauważyć, że obie te wartości są niezależne od kategorii jednostki uczestnictwa, co eliminuje problem ważenia stopy zwrotu aktywami na kategorii czy wyboru najlepszego reprezentanta. Wspomniane opłaty wraz z kosztami stanowią natomiast parametry funduszu o których decyduje organ zarządczy (rada dyrektorów, albo np. TFI w Polsce) i te wielkości powinny w związku z tym podlegać osobnej analizie. Aspekt ten był podnoszony przez autora pracy we wcześniejszych rozdziałach.

4.2.5. Opłaty i koszty

Kolejna pozycja to **koszty operacyjne funduszu** tworzone przez różnorodne katalogi, których analiza jakościowa zostaje pominięta w tej pracy. Co jednak istotne, mają one zwykle dwojaki charakter – są podawane w stosunku do WAN albo jako wartości stałe¹⁴. Dzięki temu możliwym jest podanie ogólnej postaci funkcji kosztów jako funkcji liniowej względem WAN, czyli:

$$FCO_t = \xi_t \left(\frac{\kappa_t}{D(t)} (NAV_{t-1} + NF_t) + \frac{\eta_t}{D(t)} \right) = \xi_t^* \kappa_t NAV_{t-1}^* + \xi_t^* \eta_t , \quad (4.39A)$$

$$FCO_t = \xi_t \left(\frac{\kappa_t}{D(t)} NAV_{t-1} + \frac{\eta_t}{D(t)} \right) = \xi_t^* \kappa_t NAV_{t-1} + \xi_t^* \eta_t , \quad (4.39B)$$

¹⁴ Mogą występować komponenty zależne od innych parametrów, jak np. aktualna liczba (sub)rejestrów dla danego (sub)funduszu czy łączna wartość aktywów funduszy pod zarządzaniem danej spółki, które są obsługiwane przez konkretny podmiot (jak agent transferowy). Nie mniej stopień komplikacji formuł wynikający z ich wprowadzenia jest o wiele większy w porównaniu z poprawą dokładności dostarczonego opisu więc w tej pracy nie zostają wskazane wprost – są natomiast z pewną dokładnością ukryte w zaproponowanych parametrach κ_t oraz η_t .

gdzie w parametrach κ_t i η_t ukryte są katalogi kosztowe i przybliżenia związane z kosztami. Czasami występują przy tym dodatkowe limity, powyżej których koszty pokrywane są przez firmę inwestycyjną zarządzającą funduszem. Podobnie jak przy wyniku z inwestycji, także koszty dzielone są proporcjonalnie na jednostki uczestnictwa, a więc:

$$FCO_t^c = \frac{NAV_{t-1}^c + NF_t^c}{NAV_{t-1} + NF_t} FCO_t = U_{t-1}^c (NAV^*) FCO_t, \quad (4.40A)$$

$$FCO_t^c = \left[\frac{NAV_{t-1}^c + NF_t^c}{NAV_{t-1} + NF_t} FCO_t \right]_2 = [U_{t-1}^c (NAV^*) FCO_t]_2, \quad (F4.40A)$$

$$FCO_t^c = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} FCO_t = U_{t-1}^c (NAV) FCO_t, \quad (4.40B)$$

$$FCO_t^c = \left[\frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} FCO_t \right]_2 = [U_{t-1}^c (NAV) FCO_t]_2. \quad (F4.40B)$$

Proporcjonalny podział sprawia, podobnie jak przy wyniku zarządzania, że z dokładnością do zaokrążeń nie jest to jeszcze proces różnicujący dla kategorii jednostki uczestnictwa, a więc nie powoduje różnicy w osiągniętych wynikach inwestycyjnych pomiędzy tymi kategoriami. To co sprawia różnice to opłaty: za zarządzanie i za sukces, których stawki zwykle się różnią pomiędzy kategoriami. Dotyczy to przede wszystkim tej pierwszej opłaty, ale przy wyższej opłacie za zarządzanie trudniej osiągnąć dobry wynik więc wpływa ona pośrednio także na wielkość naliczonej opłaty za sukces, nawet gdy jej stawka jest stała pomiędzy kategoriami.

Największą wartość pomniejszającą aktywa funduszu ze względu na jego obsługę stanowi zwykle **opłata za zarządzanie**, która jest naliczana każdego dnia wyceny wg określonej stawki RMF_t^c , właściwej dla danej kategorii jednostki. Stawka tej opłaty może ulegać zmianie w czasie, choć dzieje się to rzadko i musi zostać odpowiednio obwieszczona. Co najważniejsze dla inwestora – nie może ona przekroczyć wartości maksymalnej wskazanej w dokumentach funduszu. Łączna wartość opłaty za zarządzanie naliczonej w danym dniu dla danej kategorii jednostek uczestnictwa wynosi:

$$CMF_t^c = \xi_t \frac{RMF_t^c}{D(t)} (NAV_{t-1}^c + NF_t^c) = \xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^{*,c}, \quad (4.41A)$$

$$CMF_t^c = [\xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^{*,c}]_2 \quad (F4.41A)$$

$$CMF_t^c = \xi_t \frac{RMF_t^c}{D(t)} NAV_{t-1}^c = \xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^c. \quad (4.41B)$$

$$CMF_t^c = [\xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^c]_2 \quad (F4.41B)$$

Jeżeli zatem badacz chciałby ocenić, czy opłata za zarządzanie koresponduje z osiąganymi wynikami inwestycyjnymi, powinien szukać relacji $RIP_t = f(RMF_t^c, X_t^k)$, gdzie X_t^k to pewne zmienne kontrolne – zależne od testowanej hipotezy, mogą nawiązywać do sytuacji rynkowej lub być związane z kategorią, do której należy dany fundusz inwestycyjny. Najprostsza do weryfikacji wydaje się hipoteza o zależności liniowej, którą można łatwo analizować metodą danych panelowych. Ważne jest również, że tym razem wyniki zależą od wybranej kategorii jednostek uczestnictwa – można zatem niezależnie zbadać kategorie dedykowane dla klienta masowego od jednostek kategorii dla klientów bardziej zamożnych lub bogatych¹⁵, a jeszcze osobno te związane z produktami emerytalnymi.

Drugi rodzaj rozważanych opłat stanowi **opłata za wyniki inwestycyjne**, zwana często w literaturze opłatą za sukces. Jest ona, można rzec, opcjonalna, aczkolwiek coraz bardziej popularna, o czym pisano w rozdziale 2. Występuje bardzo wiele sposobów jej naliczania, ale ogólny sens polega na uwzględnieniu w metodzie wypracowanego zysku, co ma motywować spółkę zarządzającą do maksymalizowania stopy zwrotu z perspektywy klienta. Celem zachowania ogólności wyводу zakłada się, że stawka opłaty może być różna dla różnych kategorii jednostek, ale często bywa taka sama. Przedstawione zostaną dwa najpopularniejsze algorytmy naliczania opłaty za wyniki inwestycyjne tożsame z modelami naliczania tej opłaty przedstawionymi w rozdziale 2 (tj. modelem wzorcowym i modelem granicznej stopy zwrotu).

Pierwszy sposób, tzw. wzorcowy (*benchmarkowy*), polega na oparciu procesu wyznaczenia wartości opłaty $CSF_t^{c,ben}$ o pewien benchmark, np. indeks giełdowy związany z rynkiem, na którym inwestuje dany FIO – zostaje ona naliczona dopiero, jak fundusz pobije ten portfel wzorcowy i jedynie od zysku ponad wskazany wzorzec:

$$CSF_t^{c,ben} = \max\{0; RSF_t^{c,ben}(RM_t^{\#,c} - BEN_t NAV_{t-1}^{*,c})\} , \quad (4.42A)$$

$$CSF_t^{c,ben} = \max\{0; [RSF_t^{c,ben}(RM_t^{\#,c} - [BEN_t NAV_{t-1}^*]_2)]_2\} \quad (F4.42A)$$

$$CSF_t^{c,ben} = \max\{0; RSF_t^{c,ben}(RM_t^{\#,c} - BEN_t NAV_{t-1}^c)\} . \quad (4.42B)$$

$$CSF_t^{c,ben} = \max\{0; [RSF_t^{c,ben}(RM_t^{\#,c} - [BEN_t NAV_{t-1}]_2)]_2\} \quad (F4.42B)$$

¹⁵ Jest to bardzo częsty trzystopniowy podział mierzony zwykle wielkością wpłat do funduszu.

gdzie $RSF_t^{c,ben}$ to stawka opłaty za sukces, BEN_t oznacza wskaźnik zmiany indeksu wzorcowego i jest to zmienna brzegowa oraz $RM_t^\#$ reprezentuje zmianę wartości w wyniku zarządzania w danym dniu w „alternatywnym” scenariuszu, w którym nie zostałaby naliczona opłata za sukces, czyli z wykorzystaniem wzoru (4.32) mamy:

$$RM_t^{\#,c} = RM_t^c + CSF_t^c = MAN_t^c - FCO_t^c - CMF_t^c \quad , \quad (4.43)$$

$$RM_t^{\#,c} = \omega_t^c NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c \quad , \quad (4.43A)$$

$$\begin{aligned} RM_t^{\#,c} &= U_{t-1}^c(NAV^*)RIP_t NAV_{t-1}^{*,c} - U_{t-1}^c(NAV^*)(\xi_t^* \kappa_t NAV_{t-1}^* + \xi_t^* \eta_t) - \xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^{*,c} \\ &= [U_{t-1}^c(NAV^*)(RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) - \xi_t^* RMF_t^c] NAV_{t-1}^{*,c} - U_{t-1}^c(NAV^*) \xi_t^* \eta_t = \omega_t^c NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c \end{aligned}$$

$$RM_t^{\#,c} = \omega_t^c NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c \quad . \quad (4.43B)$$

$$\begin{aligned} RM_t^{\#,c} &= U_{t-1}^c(NAV)RIP_t NAV_{t-1}^c - U_{t-1}^c(NAV)(\xi_t^* \kappa_t NAV_{t-1}^c + \xi_t^* \eta_t) - \xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^c \\ &= [U_{t-1}^c(NAV)(RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) - \xi_t^* RMF_t^c] NAV_{t-1}^c - U_{t-1}^c(NAV) \xi_t^* \eta_t = \omega_t^c NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c \end{aligned}$$

gdzie dla uproszczenia notacji przyjęto kolejne parametry struktury:

$$\begin{cases} \omega_t^c = U_{t-1}^c(NAV^*)(RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) - \xi_t^* RMF_t^c \\ \eta_t^c = U_{t-1}^c(NAV^*) \eta_t \end{cases} \quad , \quad (4.44A)$$

$$\begin{cases} \omega_t^c = U_{t-1}^c(NAV)(RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) - \xi_t^* RMF_t^c \\ \eta_t^c = U_{t-1}^c(NAV) \eta_t \end{cases} \quad . \quad (4.44B)$$

Drugi sposób naliczania opłaty za wyniki inwestycyjne dotyczy modelu granicznej stopy zwoetu (tzw. *high water mark*). Polega on na naliczeniu opłaty jedynie od wartości przewyższającej dotychczasowe osiągnięcia dotyczące wyniku inwestycyjnego funduszu¹⁶ , zatem:

$$CSF_t^{c,hwm} = \max\{0; RSF_t^{c,hwm} JU_{t-1}^c (QT_t^{\#,c} - QR_t^c)\} \quad , \quad (4.45)$$

$$CSF_t^{c,hwm} = \max\left\{0; [RSF_t^{c,hwm} JU_{t-1}^c (QT_t^{\#,c} - QR_t^c)]_2\right\} \quad (F4.45)$$

gdzie $RSF_t^{c,hwm}$ to stawka opłaty za sukces, QR_t^c to wzorcowa wartość jednostki z przeszłości, powyżej której zostanie naliczona opłata¹⁷ oraz $QT_t^{\#,c}$ reprezentuje wartość jednostki uczestnictwa w danym dniu w scenariuszu, w którym nie zostałaby naliczona opłata. Analogicznie do wzorów (4.29A) oraz (4.29B) otrzymujemy:

¹⁶ Opcjonalnie w jakimś horyzoncie w przeszłości, wtedy mówimy o określonej *pamięci* modelu naliczania opłaty za sukces i może to być np. wartość związana z sugerowanym horyzontem inwestycyjnym.

¹⁷ Czyli, poza przypadkiem nieskończonej pamięci, powinniśmy traktować ją jako wartość brzegową, naturalnie zachodzi także $QR_t^c = [QR_t^c]_2$.

$$QT_t^{\#,c} = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^{\#,c}}{JU_t^c} , \quad (4.46A)$$

$$QT_t^{\#,c} = QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^{\#,c}}{JU_{t-1}^c} . \quad (4.46B)$$

Ponieważ danego funduszu dotyczy co najwyżej jeden model, to można taką sytuację opisać przyjmując, że pośród $RSF_t^{c,ben}$ i $RSF_t^{c,hwm}$ jest co najwyżej jedna niezerowa stawka, czyli $RSF_t^{ben} + RSF_t^{hwm} = RSF_t^c$. Jeżeli dany fundusz nalicza opłatę za sukces, to można też dodatkowo zastąpić funkcję maksimum, przyjmując zerową stawkę w dniach, gdy opłata ta nie powinna zostać naliczona. Wtedy ogólnie rzecz biorąc:

$$CSF_t^c = a_t^c NAV_{t-1}^{*,c} + b_t^c , \quad (4.47A)$$

$$CSF_t^c = a_t^c NAV_{t-1}^c + b_t^c , \quad (4.47B)$$

zatem:

$$CSF_t^c = \gamma_t^{\#,c} [RSF_t^c (\omega_t^c - \nu_t^c) NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^c] , \quad (4.47A')$$

$$\begin{aligned} a_t^c NAV_{t-1}^{*,c} + b_t^c &= RSF_t^{c,ben} (RM_t^{\#,c} - BEN_t NAV_{t-1}^{*,c}) = RSF_t^{c,ben} (\omega_t^c NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c - BEN_t NAV_{t-1}^{*,c}) = \\ &= RSF_t^{c,ben} (\omega_t^c - BEN_t) NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^{c,ben} \\ \begin{cases} a_t^c &= RSF_t^{c,ben} (\omega_t^c - BEN_t) \\ b_t^c &= -\xi_t^* \eta_t^c RSF_t^{c,ben} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_t^c NAV_{t-1}^{*,c} + b_t^c &= RSF_t^{c,hwm} JU_{t-1}^c (QT_t^{\#,c} - QR_t^c) = RSF_t^{c,hwm} (JU_{t-1}^c QT_t^{\#,c} - JU_{t-1}^c QR_t^c) \\ &= RSF_t^{c,hwm} \left(JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c + JU_{t-1}^c \frac{RM_t^{\#,c}}{JU_t^c} - JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) \\ &= RSF_t^{c,hwm} \left(NAV_{t-1}^c + \frac{\omega_t^c}{\gamma_t^c} NAV_{t-1}^{*,c} - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{\gamma_t^c} - NAV_{t-1}^c \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) \\ &= \frac{RSF_t^{c,hwm}}{\gamma_t^c} \left(NAV_{t-1}^{*,c} + \omega_t^c NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c - NAV_{t-1}^c \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) \\ &= \frac{RSF_t^{c,hwm}}{\gamma_t^c} \left(1 + \omega_t^c - \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) NAV_{t-1}^{*,c} - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{\gamma_t^c} RSF_t^{c,hwm} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_t &= \frac{RSF_t^{c,hwm}}{\gamma_t^c} \left(1 + \omega_t^c - \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) \\ b_t &= -\frac{\xi_t^* \eta_t^c}{\gamma_t^c} RSF_t^{c,hwm} \end{cases}$$

$$CSF_t^c = RSF_t^c (\omega_t^c - \nu_t^c) NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^c , \quad (4.47B')$$

$$\begin{aligned} a_t^c NAV_{t-1}^c + b_t^c &= RSF_t^{c,ben} (RM_t^{\#,c} - BEN_t NAV_{t-1}^c) = RSF_t^{c,ben} (\omega_t^c NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c - BEN_t NAV_{t-1}^c) \\ &= RSF_t^{c,ben} (\omega_t^c - BEN_t) NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^{c,ben} \\ \begin{cases} a_t &= RSF_t^{c,ben} (\omega_t^c - BEN_t) \\ b_t &= -\xi_t^* \eta_t^c RSF_t^{c,ben} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_t^c NAV_{t-1}^c + b_t^c &= RSF_t^{c,hwm} JU_{t-1}^c (QT_t^{\#,c} - QR_t^c) = RSF_t^{c,hwm} (JU_{t-1}^c QT_t^{\#,c} - JU_{t-1}^c QR_t^c) \\ &= RSF_t^{c,hwm} \left(JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c + JU_{t-1}^c \frac{RM_t^{\#,c}}{JU_t^c} - JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) \\ &= RSF_t^{c,hwm} \left(NAV_{t-1}^c + JU_{t-1}^c \frac{RM_t^{\#,c}}{JU_{t-1}^c} - NAV_{t-1}^c \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) \\ &= RSF_t^{c,hwm} \left(NAV_{t-1}^c + \omega_t^c NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c - NAV_{t-1}^c \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} \right) \end{aligned}$$

$$= RSF_t^{c,hwm} \left(1 + \omega_t^c - \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c}\right) NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^{c,hwm}$$

$$\begin{cases} a_t = RSF_t^{c,hwm} \left(1 + \omega_t^c - \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c}\right) \\ b_t = -\xi_t^* \eta_t^c RSF_t^{c,hwm} \end{cases}$$

przy czym zastosowano dodatkowe oznaczenia:

$$\gamma_t^{\#,c} = \begin{cases} 1 & \text{dla 'ben'} \\ 1/\gamma_t^c & \text{dla 'hwm'} \end{cases} , \quad (4.48A)$$

$$v_t^c = \begin{cases} BEN_t & \text{dla 'ben'} \\ \frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} - 1 & \text{dla 'hwm'} \end{cases} . \quad (4.49)$$

Warto także podać wprost warunki naliczanie opłaty za wyniki inwestycyjne:

$$\omega_t^c - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} > BEN_t , \quad (4.50A)$$

$$RSF_t^{c,ben} (RM_t^{\#,c} - BEN_t NAV_{t-1}^{*,c}) > 0 \quad \text{to} \quad RM_t^{\#,c} > BEN_t NAV_{t-1}^{*,c}$$

$$\omega_t^c NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c > BEN_t NAV_{t-1}^{*,c}$$

$$\omega_t^c - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} > BEN_t$$

$$\omega_t^c - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{NAV_{t-1}^c} > BEN_t , \quad (4.50B)$$

$$RSF_t^{c,ben} (RM_t^{\#,c} - BEN_t NAV_{t-1}^c) > 0 \quad \text{to} \quad RM_t^{\#,c} > BEN_t NAV_{t-1}^c$$

$$\omega_t^c NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c > BEN_t NAV_{t-1}^c$$

$$\omega_t^c - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{NAV_{t-1}^c} > BEN_t$$

$$QT_{t-1}^c (1 + \omega_t^c) - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{JU_t^c} > QR_t^c , \quad (4.50A')$$

$$RSF_t^{c,hwm} JU_{t-1}^c (QT_t^{\#,c} - QR_t^c) > 0 \quad \text{to} \quad QT_t^{\#,c} > QR_t^c$$

$$QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^{\#,c}}{JU_t^c} > QR_t^c$$

$$QT_{t-1}^c + \frac{\omega_t^c NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t^c}{JU_t^c} = QT_{t-1}^c + \frac{\omega_t^c \gamma_t NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c}{JU_t^c} = QT_{t-1}^c + \frac{\omega_t^c \gamma_t JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c}{JU_t^c} = QT_{t-1}^c + \frac{\omega_t^c JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c}{JU_t^c}$$

$$QT_{t-1}^c (1 + \omega_t^c) - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{JU_t^c} > QR_t^c$$

$$QT_{t-1}^c (1 + \omega_t^c) - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{JU_{t-1}^c} > QR_t^c , \quad (4.50B')$$

$$QT_{t-1}^c + \frac{RM_t^{\#,c}}{JU_{t-1}^c} > QR_t^c$$

$$QT_{t-1}^c + \frac{\omega_t^c NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c}{JU_{t-1}^c} = QT_{t-1}^c + \frac{\omega_t^c JU_{t-1}^c QT_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t^c}{JU_{t-1}^c}$$

$$QT_{t-1}^c (1 + \omega_t^c) - \frac{\xi_t^* \eta_t^c}{JU_{t-1}^c} > QR_t^c$$

Dzięki powyższemu rozważania nad opłatą za wyniki inwestycyjne mają charakter dość ogólny. Podczas analiz i badań trudno uwzględnić aspekt naliczenia opłaty za sukces, gdyż w zakresie samego mechanizmu jest to element bardzo indywidualny dla każdego funduszu.

Nie mniej warto podjąć taki trud, podejmując się tego szczegółowego zagadnienia. Bardzo ciekawym aspektem byłoby też zbadanie relacji samego faktu naliczania opłaty za sukces i jej wysokości od osiągniętych wyników zarówno przed tą opłatą, jak i po jej naliczeniu – pozwoliłoby to odpowiedzieć na dwa pytania odpowiednio: (1) czy opłata za sukces wpływa motywująco na zarządzających funduszem oraz firmą inwestycyjną i sprawia, że osiągają lepsze wyniki oraz (2) czy w konsekwencji sytuacja ta jest opłacalna dla inwestora.

Na zakończenie tej części warto dodać, że motywacja zarządzających portfelem inwestycyjnym do osiągania lepszych wyników jest w sposób naturalny silnie uzależniona od systemu motywacyjnego generującego dla nich dodatkowe wynagrodzenie. Mimo że jest to niezmiernie istotne dla osiągniętych przez fundusz wyników, to informacja taka nie jest zwykle dostępna, a nawet bywa określona jako tajna, dlatego dalsze rozważania na ten temat pozostają w tej pracy pominięte.

4.2.6. Stopy zmiany wartości

Na podstawie powszechnie znanej wyceny jednostki uczestnictwa inwestorzy oceniają fundusz jako instrument finansowy wyznaczając jego stopę zwrotu jako:

$$PER_t^c \equiv \frac{QT_t^c - QT_{t-1}^c}{QT_{t-1}^c} = \Delta QT_t^c, \quad (4.51)$$

skąd wynika:

$$PER_t^c = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}}, \quad (4.52A)$$

$$PER_t^c = \frac{QT_t^c - QT_{t-1}^c}{QT_{t-1}^c} = \frac{\zeta_t^c QT_{t-1}^c - QT_{t-1}^c}{QT_{t-1}^c} = 1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} - 1 = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}}$$

$$NAV_t^c = (1 + r_t^c) NAV_{t-1}^{*,c}$$

$$r_t^c = \frac{NAV_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} - 1 = \frac{NAV_t^c - NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{NAV_{t-1}^c + NF_t^c + RM_t^c - NAV_{t-1}^c - NF_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} = PER_t^c$$

$$PER_t^c = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^{*,c}}. \quad (4.52B)$$

$$PER_t^c = \frac{QT_t^c - QT_{t-1}^c}{QT_{t-1}^c} = \frac{\zeta_t^c QT_{t-1}^c - QT_{t-1}^c}{QT_{t-1}^c} = 1 + \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c} - 1 = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c}$$

$$NAV_t^c = (1 + r_t^c) NAV_{t-1}^c + NF_t^c$$

$$r_t^c = \frac{NAV_t^c - NF_t^c}{NAV_{t-1}^c} - 1 = \frac{NAV_t^c - NF_t^c - NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c} = \frac{NAV_{t-1}^c + NF_t^c + RM_t^c - NF_t^c - NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c} = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c} = PER_t^c$$

Teraz, korzystając ze wzorów (4.9A') i (4.9B') oraz (4.9), można pokazać, że $PER_t^c = r_t^c$, co ma miejsce z dokładnością do wyceny jednostki, jak to pokazują wzory (F4.29A) i (F4.29B). Jest to bardzo ważna równość, bo pozwala wykorzystać powszechnie dostępne dane o

wycenie jednostki uczestnictwa do określania bezpośrednio wartości względnej zmiany aktywów r_t^c . Następnie zostaje wskazane szczegółowe wyrażenie na stopę zwrotu inwestora uwzględniające wszystkie wcześniejsze rozważania o procesach składowych, a więc:

$$PER_t^c = (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) \left(1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c U_{t-1}^c(NAV^*)\right) - \xi_t^* \left(RMF_t^c + \frac{\eta_t}{NAV_{t-1}^*}\right) (1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c) + \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c v_t^c \quad (4.53A)$$

$$PER_t^c = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^*} = \frac{MAN_t^c - FCO_t^c - CMF_t^c - CSF_t^c}{NAV_{t-1}^*} = \frac{U_{t-1}^c(NAV^*)MAN_t - U_{t-1}^c(NAV^*)FCO_t - CMF_t^c - CSF_t^c}{NAV_{t-1}^*}$$

$$= \frac{RIP_t U_{t-1}^c(NAV^*) NAV_{t-1}^* - \xi_t^* \kappa_t U_{t-1}^c(NAV^*) NAV_{t-1}^* - U_{t-1}^c(NAV^*) \xi_t^* \eta_t - \xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^* - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c (\omega_t^c - v_t^c) NAV_{t-1}^* + \gamma_t^{\#,c} \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^c}{NAV_{t-1}^*} = \dots$$

$$U_{t-1}^c(NAV^*) NAV_{t-1}^* = \frac{NAV_{t-1}^*}{NAV_{t-1}^*} NAV_{t-1}^* = NAV_{t-1}^* \Rightarrow NAV_{t-1}^* = \frac{NAV_{t-1}^*}{U_{t-1}^c(NAV^*)}$$

$$\dots = RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c (\omega_t^c - v_t^c) + \frac{1}{NAV_{t-1}^*} (-U_{t-1}^c(NAV^*) \xi_t^* \eta_t + \gamma_t^{\#,c} \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^c)$$

$$= RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c (U_{t-1}^c(NAV^*) (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) - \xi_t^* RMF_t^c - v_t^c) - \frac{\xi_t^* \eta_t (1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c)}{NAV_{t-1}^*}$$

$$= (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) \left(1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c U_{t-1}^c(NAV^*)\right) - \xi_t^* \left(RMF_t^c + \frac{\eta_t}{NAV_{t-1}^*}\right) (1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c) + \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c v_t^c$$

$$PER_t^c = (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) \left(1 - RSF_t^c \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^*}\right) - \xi_t^* \left(RMF_t^c + \frac{\eta_t}{NAV_{t-1}^*}\right) (1 - RSF_t^c) + RSF_t^c v_t^c \quad (4.53B)$$

$$PER_t^c = \frac{RM_t^c}{NAV_{t-1}^c} = \frac{MAN_t^c - FCO_t^c - CMF_t^c - CSF_t^c}{NAV_{t-1}^c} = \frac{U_{t-1}^c(NAV)MAN_t - U_{t-1}^c(NAV)FCO_t - CMF_t^c - CSF_t^c}{NAV_{t-1}^c}$$

$$= \frac{RIP_t U_{t-1}^c(NAV) NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \kappa_t U_{t-1}^c(NAV) NAV_{t-1}^c - U_{t-1}^c(NAV) \xi_t^* \eta_t - \xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^c - RSF_t^c (\omega_t^c - v_t^c) NAV_{t-1}^c + \xi_t^* \eta_t^c RSF_t^c}{NAV_{t-1}^c} = \dots$$

$$U_{t-1}^c(NAV) NAV_{t-1}^c = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c} NAV_{t-1}^c = NAV_{t-1}^c \Rightarrow NAV_{t-1}^c = \frac{NAV_{t-1}^c}{U_{t-1}^c(NAV)}$$

$$\dots = RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c - RSF_t^c (U_{t-1}^c(NAV) (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) - \xi_t^* RMF_t^c - v_t^c) - \frac{\xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c)}{NAV_{t-1}^c}$$

$$= (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) (1 - RSF_t^c U_{t-1}^c(NAV)) - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) - \frac{\xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c)}{NAV_{t-1}^c} + RSF_t^c v_t^c$$

$$= (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) \left(1 - RSF_t^c \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^*}\right) - \xi_t^* \left(RMF_t^c + \frac{\eta_t}{NAV_{t-1}^*}\right) (1 - RSF_t^c) + RSF_t^c v_t^c$$

Jak zatem widać na uzyskiwany wynik będący przedmiotem wielu badań wpływają wszystkie komponenty związane ze zmianą wartości aktywów – stopa zwrotu z portfela, koszty i opłat za zarządzanie, w każdym przypadku z ewentualnymi korektami dotyczącymi naliczenia opłaty za sukces. Co istotne, ich znaczenie może być bardzo różne w różnych okolicznościach i zależy przede wszystkim od poziomu wartości aktywów netto, co jest intuicyjnie oczywiste, gdyż ma związek z rozłożeniem kosztów stałych. Wprost widać, że pominięcie opłaty za sukces (czyli przyjęcie $RSF_t^c = 0$) bardzo upraszcza wyprowadzone wzory, ale jest też w wielu przypadkach zupełnie uprawnione. Niemniej zaproponowane formuły pozwalają badać także ten aspekt i jest to realizacja założenia o kompleksowości modelu wyjściowego.

4.3. Równanie rekurencyjne i analiza na odcinku czasu

Dla dowolnie wybranego odcinka czasu T , przechodząc do indeksów lokalnych mamy

$$NAV_u^T = (1 + r_u^T)NAV_{u-1}^T + (1 + r_u^T)NF_u^T, \quad (4.54A)$$

$$NAV_u^T = (1 + r_u^T)NAV_{u-1}^T + NF_u^T. \quad (4.54B)$$

Są to liniowe równania rekurencyjne ze zmiennymi współczynnikami postaci:

$$NAV_u^T = \alpha_u^T NAV_{u-1}^T + \beta_u^T, \quad (4.55)$$

gdzie dla $u \geq 2$ znane jest ogólne rozwiązanie takiego równania:

$$NAV_u^T = NAV_0^T \prod_{k=1}^u \alpha_k^T + \sum_{k=1}^{u-1} \beta_k^T \prod_{j=k+1}^u \alpha_j^T + \beta_u^T. \quad (4.56)$$

Stąd otrzymujemy:

$$NAV_u^T = NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_{k-1}^T} NF_k^T \quad (4.57A)$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \prod_{k=1}^u (1 + r_k^T) + \sum_{k=1}^{u-1} (1 + r_k^T) NF_k^T \prod_{j=k+1}^u (1 + r_j^T) + (1 + r_u^T) NF_u^T$$

$$PER_u^T \equiv \frac{QT_u^T - QT_{u-1}^T}{QT_{u-1}^T} \quad \text{oraz} \quad PER_u^T = r_u^T$$

$$1 + r_u^T = 1 + PER_u^T = 1 + \frac{QT_u^T - QT_{u-1}^T}{QT_{u-1}^T} = \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} = \frac{QT_u^T - QT_{u-1}^T}{QT_{u-1}^T} + \frac{QT_{u-1}^T}{QT_{u-1}^T} = \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T}$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \prod_{k=1}^u \frac{QT_k^T}{QT_{k-1}^T} + \sum_{k=1}^{u-1} \frac{QT_k^T}{QT_{k-1}^T} NF_k^T \prod_{j=k+1}^u \frac{QT_j^T}{QT_{j-1}^T} + \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} NF_u^T$$

$$\prod_{k=i}^u \frac{QT_k^T}{QT_{k-1}^T} = \frac{QT_i^T}{QT_{i-1}^T} \frac{QT_{i+1}^T}{QT_i^T} \frac{QT_{i+2}^T}{QT_{i+1}^T} \dots \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} = \frac{QT_u^T}{QT_{i-1}^T}$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^{u-1} \frac{QT_k^T}{QT_{k-1}^T} NF_k^T \frac{QT_u^T}{QT_k^T} + \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} NF_u^T$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_{k-1}^T} NF_k^T$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_k^T} NF_k^T \quad (4.57B)$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \prod_{k=1}^u (1 + r_k^T) + \sum_{k=1}^{u-1} NF_k^T \prod_{j=k+1}^u (1 + r_j^T) + NF_u^T$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \prod_{k=1}^u \frac{QT_k^T}{QT_{k-1}^T} + \sum_{k=1}^{u-1} NF_k^T \prod_{j=k+1}^u \frac{QT_j^T}{QT_{j-1}^T} + NF_u^T \frac{QT_u^T}{QT_u^T}$$

$$NAV_u^T = NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^{u-1} \frac{QT_u^T}{QT_k^T} NF_k^T + \frac{QT_u^T}{QT_u^T} NF_u^T = NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_k^T} NF_k^T$$

Ponieważ po dodaniu liczby 1 stosowane stopy zwrotu są multiplikatywnie kumulatywne, to:

$$1 + RIP[T] = \prod_{t \in [T]} (1 + RIP_t) \quad (4.58)$$

Łatwo sprawdzić na odcinku czasu, że:

$$1 + r[T] = \prod_{k=1}^L (1 + r_k^T) = \prod_{k=1}^L \frac{QT_k^T}{QT_{k-1}^T} = \frac{QT_1^T}{QT_0^T} \frac{QT_2^T}{QT_1^T} \dots \frac{QT_{L-1}^T}{QT_{L-2}^T} \frac{QT_L^T}{QT_{L-1}^T} = \frac{QT_L^T}{QT_0^T} \quad (4.59)$$

Średnia wartość aktywów opisana ogólnym rozwiązaniem:

$$NAV\langle T \rangle = \frac{1}{L} \sum_{u=0}^L NAV_u^T = \frac{NAV_0^T}{L} \sum_{u=0}^L \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \frac{1}{L} \sum_{u=0}^L \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_{k-1}^T} NF_k^T \quad (4.60)$$

$$NAV\langle T \rangle = \frac{1}{L} \sum_{u=0}^L NAV_u^T = \frac{1}{L} \sum_{u=0}^L \left(NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_{k-1}^T} NF_k^T \right) = \frac{NAV_0^T}{L} \sum_{u=0}^L \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \frac{1}{L} \sum_{u=0}^L \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_{k-1}^T} NF_k^T \quad (4.61)$$

4.4. Przypadki szczególne modelu

Rozważania w tym podrozdziale będą dążyły do wykorzystania wyprowadzonych wzorów szczególnych tak, aby pokazać różne rodzaje przybliżeń. W pierwszej kolejności znaleziona zostaje zależność rekurencyjna $NAV_t^c = f(NAV_{t-1}^c)$:

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^{*,c} (1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c) + \gamma_t^{\#,c} NAV_{t-1}^{*,c} (\xi_t^* RMF_t^c + v_t^c) RSF_t^c - \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} \xi_t^* \eta_t + \gamma_t^{\#,c} \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} \xi_t^* \eta_t RSF_t^c - \gamma_t^{\#,c} \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c \quad (4.60A)$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c + NF_t^c + RM_t^c = NAV_{t-1}^{*,c} + MAN_t^c - FCO_t^c - CMF_t^c - CSF_t^c$$

$$MAN_t^c = RIP_t NAV_{t-1}^{*,c}$$

$$-FCO_t^c = -\xi_t^* \kappa_t NAV_{t-1}^{*,c} - \xi_t^* \eta_t U_{t-1}^c (NAV^*)$$

$$-CMF_t^c = -\xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^{*,c}$$

$$-CSF_t^c = RSF_t^c \gamma_t^{\#,c} (-U_{t-1}^c (NAV^*) (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) + \xi_t^* RMF_t^c + v_t^c) NAV_{t-1}^{*,c} + \xi_t^* U_{t-1}^c (NAV^*) \eta_t RSF_t^c \gamma_t^{\#,c} = (\xi_t^* RMF_t^c + v_t^c) RSF_t^c \gamma_t^{\#,c} NAV_{t-1}^{*,c} + \xi_t^* \eta_t RSF_t^c \gamma_t^{\#,c} U_{t-1}^c (NAV^*) - (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c \gamma_t^{\#,c} NAV_{t-1}^{*,c} U_{t-1}^c (NAV^*)$$

$$NAV_{t-1}^{*,c} U_{t-1}^c (NAV^*) = \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}}$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^{*,c} (1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c) + \gamma_t^{\#,c} NAV_{t-1}^{*,c} (\xi_t^* RMF_t^c + v_t^c) RSF_t^c$$

$$- \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} \xi_t^* \eta_t + \gamma_t^{\#,c} \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} \xi_t^* \eta_t RSF_t^c - \gamma_t^{\#,c} \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^{*,c} [1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) + BEN_t RSF_t^c]$$

$$- \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} \xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c) - \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c$$

$$\gamma_t^{\#,c} NAV_{t-1}^{*,c} = \frac{1}{\gamma_t^c} NAV_{t-1}^{*,c} = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c + NF_t^c} NAV_{t-1}^{*,c} = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} NAV_{t-1}^{*,c} = NAV_{t-1}^c$$

$$\gamma_t^c \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{1}{\gamma_t^c} \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c + NF_t^c} \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^{*,c}}$$

$$\gamma_t^{\#,c} \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{1}{\gamma_t^c} \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c + NF_t^c} \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^{*,c}} \frac{(NAV_{t-1}^{*,c})^2}{NAV_{t-1}^{*,c}} = \frac{NAV_{t-1}^c NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}}$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^{*,c} (1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c) + NAV_{t-1}^c \left(\xi_t^* RMF_t^c + \left(\frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} - 1 \right) \right) RSF_t^c$$

$$- \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} \xi_t^* \eta_t + \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c} \xi_t^* \eta_t RSF_t^c - \frac{NAV_{t-1}^c NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c (1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) +) + NAV_{t-1}^c \left(\left(\frac{QR_t^c}{QT_{t-1}^c} - 1 \right) RSF_t^c \right)$$

$$+ NF_t^c (1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c)$$

$$- \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} \xi_t^* \eta_t + \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^c} \xi_t^* \eta_t RSF_t^c - \frac{NAV_{t-1}^c NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^{*,c}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c [1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) + v_t^c RSF_t^c] + NF_t^c \quad (4.60B)$$

$$-\frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} \xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c) - \frac{(NAV_{t-1}^c)^2}{NAV_{t-1}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c .$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c + NF_t^c + RM_t^c = NAV_{t-1}^c + NF_t^c + MAN_t^c - FCO_t^c - CMF_t^c - CSF_t^c$$

$$MAN_t^c = RIP_t NAV_{t-1}^c$$

$$-FCO_t^c = -\xi_t^* \kappa_t NAV_{t-1}^c - \xi_t^* \eta_t U_{t-1}^c (NAV)$$

$$-CMF_t^c = -\xi_t^* RMF_t^c NAV_{t-1}^c$$

$$\begin{aligned} -CSF_t^c &= RSF_t^c (-U_{t-1}^c (NAV) (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) + \xi_t^* RMF_t^c + v_t^c) NAV_{t-1}^c + \xi_t^* U_{t-1}^c (NAV) \eta_t RSF_t^c \\ &= (\xi_t^* RMF_t^c + v_t^c) RSF_t^c NAV_{t-1}^c + \xi_t^* \eta_t RSF_t^c U_{t-1}^c (NAV) - (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c NAV_{t-1}^c U_{t-1}^c (NAV) \end{aligned}$$

$$NAV_{t-1}^c U_{t-1}^c (NAV) = \frac{(NAV_{t-1}^c)^2}{NAV_{t-1}}$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c [1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) + v_t^c RSF_t^c] + NF_t^c$$

$$-\frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} \xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c) - \frac{(NAV_{t-1}^c)^2}{NAV_{t-1}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c [1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) + BEN_t RSF_t^c] + NF_t^c$$

$$-\frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} \xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c) - \frac{(NAV_{t-1}^c)^2}{NAV_{t-1}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c [1 + RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c)] + NAV_{t-1}^c \left(\frac{QR_t^c}{QR_{t-1}^c} - 1 \right) RSF_t^c + NF_t^c$$

$$-\frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} \xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c) - \frac{(NAV_{t-1}^c)^2}{NAV_{t-1}} (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t^c$$

Celem umożliwienia wykorzystania rekurencji należy znaleźć takie odcinki czasu, na których występujące w równaniu parametry kosztów i opłat są stałe na dowolnym odcinku T , zatem bez straty ogólności można zapisać w takich wypadkach:

$$\begin{aligned} NAV_u^{T,c} &= NAV_{u-1}^{T*,c} (1 + RIP_u^T - \xi_u^{T*} \kappa_T - \xi_u^{T*} RMF_T^c) + \gamma_u^{T\#,c} NAV_{u-1}^{*,c} (\xi_u^{T*} RMF_T^c + v_u^{T,c}) RSF_T^c \\ &\quad - \frac{NAV_{u-1}^{T*,c}}{NAV_{u-1}^{T*}} \xi_u^{T*} \eta_T + \gamma_u^{T\#,c} \frac{NAV_{u-1}^{T*,c}}{NAV_{u-1}^{T*}} \xi_u^{T*} \eta_T RSF_T^c - \gamma_u^{T\#,c} \frac{(NAV_{u-1}^{T*,c})^2}{NAV_{u-1}^{T*}} (RIP_u^T - \xi_u^{T*} \kappa_T) RSF_T^c , \end{aligned} \quad (4.61A)$$

$$\begin{aligned} NAV_u^{T,c} &= NAV_{u-1}^{T,c} [1 + RIP_u^T - \xi_u^{T*} \kappa_T - \xi_u^{T*} RMF_T^c (1 - RSF_T^c) + v_u^{T,c} RSF_T^c] + NF_u^{T,c} \\ &\quad - \frac{NAV_{u-1}^{T,c}}{NAV_{u-1}^{T,c}} \xi_u^{T*} \eta_T (1 - RSF_T^c) - \frac{(NAV_{u-1}^{T,c})^2}{NAV_{u-1}^{T,c}} (RIP_u^T - \xi_u^{T*} \kappa_T) RSF_T^c . \end{aligned} \quad (4.62B)$$

Poniżej zostają przeanalizowane przypadki przybliżone wynikające z różnych okoliczności. Dla uproszczenia notacji warto przyjąć kolejne oznaczenie:

$$RG_t^c \equiv RIP_t - \xi_t^* \kappa_t - \xi_t^* RMF_t^c , \quad (4.63)$$

Jak się okaże poniżej, pozwala ono łatwo opisać względną zmianę wartości aktywów w wielu przypadkach szczególnych.

4.4.1. Przybliżenie „braku sukcesu”

Opłata za sukces naliczana jest tylko wtedy, gdy zostaje spełniony warunek (4.50A) lub (4.50B) lub (4.50A') lub (4.50B') – w zależności od scenariusza rozliczeniowego i sposobu naliczania tej opłaty. W przeciwnym razie stawka opłaty za sukces w zaproponowanym ogólnym modelu zostaje przyjęta jako zero¹⁸. Przy *benchmarkowym* sposobie naliczania dzieje się tak, gdy fundusz rzadko wypracowuje stopy zwrotu wyższe niż wskazany portfel wzorcowy ze względu na słabe wyniki portfela inwestycyjnego lub też wysokie stawki kosztów i opłat. Dla metody *high water mark* brak opłaty za sukces związany jest z trendem spadkowym lub też pewnym wysokim maksimum w przeszłości, którego fundusz nie przebija przez długi czas (np. po jakimś kryzysie od jego początku). W takich okolicznościach otrzymujemy:

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c(1 + RG_t^c) - \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^*} \xi_t^* \eta_t + NF_t^c(1 + RG_t^c) , \quad (4.64A)$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c(1 + RG_t^c) - \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} \xi_t^* \eta_t + NF_t^c . \quad (4.64B)$$

Jak widać, wzory znacznie się uprościły, ale wciąż funkcjonuje składnik nieliniowy związany z występowaniem wielu kategorii jednostek uczestnictwa. Jak już było wskazywane, fakt podziału na kategorie jest w ogólnych analizach zwykle pomijany, nie mniej warto się zastanowić, jak go uwzględnić, biorąc pod uwagę dostępne dane.

4.4.2. Przybliżenie „stałego udziału kategorii jednostek uczestnictwa”

Jeżeli udział poszczególnych kategorii jednostek w czasie zmienia się bardzo wolno, to dla pewnych odcinków czasu (jak miesiąc czy nawet rok) można przyjąć jego stałą wartość:

$$U_{t-1}^c(NAV) = \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}} \approx U_T^c . \quad (4.65)$$

Ponieważ zmiana wartości w wyniku zarządzania następuje w dość proporcjonalny sposób, to także dzienne przepływy muszą wpasowywać się w ten wzorec. Dlatego nie wpływają istotnie na zmianę udziału jednostki z dnia na dzień, a wtedy:

¹⁸ Oczywiście taka sytuacja dotyczy też wszystkich funduszy bez zdefiniowanej opłaty za sukces.

$$U_{t-1}^c(NAV^*) = \frac{NAV_{t-1}^{*,c}}{NAV_{t-1}^*} \approx U_T^c, \quad (4.66)$$

stąd:

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c [1 + (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t)(1 - U_T^c RSF_t^c) - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) + v_t^c RSF_t^c] + NF_t^c (1 + RG_t^c) - U_T^c \xi_t^* \eta_t (1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c), \quad (4.67A)$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c [1 + (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t)(1 - U_T^c RSF_t^c) - \xi_t^* RMF_t^c (1 - RSF_t^c) + v_t^c RSF_t^c] + NF_t^c - U_T^c \xi_t^* \eta_t (1 - RSF_t^c). \quad (4.67B)$$

Tym razem postać liniowa równania rekurencyjnego zostaje osiągnięta, gdy dany fundusz nie nalicza opłaty za sukces lub nalicza tę opłatę sposobem *benchmarkowym*. Natomiast przy sposobie *high water markt* występuje pewna nieliniowość związana z ukrytą w wielkości v_t^c wartością QT_{t-1}^c oraz w Scenariuszu A ze względu na czynnik $\gamma_t^{\#,c}$. Jeżeli uprawnionym byłoby przyjęcie obu założeń, czyli o braku opłaty za wyniki inwestycyjne i niezmiennym udziale jednostek uczestnictwa jednocześnie, to bez dodatkowych warunków można użyć prostych formuł:

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c (1 + RG_t^c) + NF_t^c (1 + RG_t^c) - U_T^c \xi_t^* \eta_t, \quad (4.68A)$$

$$NAV_t^c = NAV_{t-1}^c (1 + RG_t^c) + NF_t^c - U_T^c \xi_t^* \eta_t. \quad (4.68B)$$

Są to już liniowe równania rekurencyjne ze zmiennymi współczynnikami, których osiągnięcie było celem dokonywanych przybliżeń, a których ogólne rozwiązania będą analizowane na końcu tego rozdziału. W takiej postaci pozwalają one na znacznie uproszczoną analizę dla odcinków czasu dowolnej długości.

4.4.3. Przybliżenie „jednostek uczestnictwa jednej kategorii”

Są fundusze oferujące tylko jedną kategorię jednostek uczestnictwa. Wtedy istotnym przestaje być udział danej kategorii w całości aktywów funduszu, natomiast wzory przyjmują nieco prostszą postać:

$$NAV_t = NAV_{t-1}^* (1 + RG_t^c) + \gamma_t^{\#} NAV_{t-1}^* (\xi_t^* RMF_t + v_t) RSF_t - \xi_t^* \eta_t + \gamma_t^{\#} \xi_t^* \eta_t RSF_t - \gamma_t^{\#} NAV_{t-1}^* (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) RSF_t, \quad (4.69A)$$

$$NAV_t = NAV_{t-1}[1 + (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t)(1 - RSF_t) - \xi_t^* RMF_t(1 - RSF_t) + v_t RSF_t] + NF_t^c - \xi_t^* \eta_t(1 - RSF_t) \quad (4.69B)$$

Przybliżenie takie może być stosowane również, gdy inne kategorie mają zdecydowanie mniejszy udział w aktywach niż kategoria wiodąca.

Fundusz inwestycyjny otwarty może być rozumiany jako system różnych zależności mających znaczenie dla efektywności jego samego, jak i jego uczestników. W tym rozdziale zaproponowano autorski ilościowy opis tego systemu. Dzięki niemu kwestie określenia wartości aktywów netto, wyceny jednostek uczestnictwa, wyznaczenia lub prognozowania przepływu kapitału, a także szacowania kosztów funduszu stają się kompletne i obiektywne, mimo niekompletności danych, które pozwalają na ich porównanie. W kolejnym rozdziale przedstawiono wyniki symulacji elementów cząstkowych modelu, tak, aby sprawdzić, czy dokładnie opisuje on funkcjonowanie funduszu inwestycyjnego otwartego.

Rozdział 5.

Symulacje ilościowego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego

5.1. Dane i metodyka

W ostatnim rozdziale przeprowadzone zostaną symulacje bazujące na przygotowanym modelu funduszu inwestycyjnego otwartego, które pokażą zakres jego stosowalności oraz niepewność jaką wnoszą do badania przyjęte założenia w zależności od parametrów symulacyjnych. Celem ustalenia właściwych zakresów symulacji, aby teoria nie była oderwana od praktyki, wykorzystywane są analizy przeprowadzone na danych rzeczywistych dla rynku polskiego. Próbę badawczą stanowi 21 618 miesięcznych obserwacji dla 500 funduszy inwestycyjnych otwartych zarządzanych przez 33 TFI, które pochodzą z okresu od stycznia 2012 do grudnia 2019 – jej charakterystyka zostaje zawarta w Tabeli 9. Jest kilka źródeł wykorzystanych przy kolekcjonowaniu danych, które zostają opisanych poniżej.

Tabela 9. Charakterystyka próby wykorzystanej przy analizach empirycznych

	liczba FI	liczba obserwacji	średnia stopa przed opłatą ¹⁹	średnia opłata ²⁰	średnia stopa po opłacie ²¹
rynek polski	500	21 618	+6,11%	2,56%	+3,42%
akcji polskich	88	4 225	+8,48%	3,62%	+4,62%
akcji zagranicznych	98	4 107	+6,93%	3,38%	+3,37%
polskie mieszane	75	3 454	+5,90%	2,90%	+2,87%
zagraniczne mieszane	39	1 565	+4,98%	2,37%	+2,52%
obligacji polskich	77	3 328	+5,77%	1,32%	+4,38%
obligacji zagranicznych	27	985	+5,59%	1,63%	+3,88%
polskie rynku pieniężnego	49	2 150	+3,94%	0,91%	+3,00%
absolutnej stopy zwrotu	22	788	+6,86%	2,94%	+3,76%
surowcowe	10	378	-3,03%	3,21%	-6,09%
polskie ochrony kapitału	9	399	+3,33%	1,63%	+1,65%
zagraniczne ochrony kapitału	5	239	+4,74%	1,71%	+2,97%

Źródło: opracowanie własne.

¹⁹ Annualizowana średnia arytmetyczna wyznaczona na podstawie miesięcznych stóp zwrotu przed opłatą.

²⁰ Arytmetyczna średnia stawek opłat publikowanych w sprawozdaniach finansowych.

²¹ Annualizowana średnia arytmetyczna wyznaczona na podstawie miesięcznych stóp zwrotu netto.

Chcąc rzetelnie przeanalizować jakieś zjawisko, należy zadbać, aby dobrze zostały oznaczone charakteryzujące je parametry. Bardzo często też wartość opisu badanego procesu jest silnie powiązana z dostępnością danych o nim, ich zakresem i jakością. Nie inaczej mają się sprawy w przypadku rynku funduszy inwestycyjnych. Chcąc zatem dobrze poznać możliwości w tym obszarze, warto dokonać przeglądu głównych źródeł danych o funduszach na rynku polskim, który został wybrany jako reprezentatywny przykład. Autor postara się ocenić ich jakość i spójność oraz – a może przede wszystkim – okresy, których dotyczą publikowane raporty. Warto zaznaczyć, że pod uwagę nie będą brane informacje nieprecyzyjne, których nie można zmierzyć łatwo dostępną i racjonalną miarą. Pominięte zostają także raporty okazjonalne i nad wyraz ogólne. Poniższe rozważania dotyczą funduszy inwestycyjnych otwartych z sektora detalicznego, gdyż informacje o funduszach dedykowanych ograniczone zostają najczęściej do wymaganego przepisami prawa minimum.

W naturalny sposób danych o konkretnym FIO należy w pierwszej kolejności szukać w zasobach jego reprezentanta, czyli TFI. Na stronach internetowych towarzystw można znaleźć przede wszystkim wycenę tytułów uczestnictwa funduszy publikowaną z częstością określoną w statucie – a więc dla FIO najczęściej w niemal każdy dzień roboczy. Wielkość ta pozwala inwestorowi przede wszystkim na wyznaczenie stopy zwrotu z inwestycji w precyzyjnie wybranym okresie. Ponieważ złożone przez uczestników zlecenia nabycia czy odkupienia realizowane są zgodnie z podaną wyceną, to każde TFI dba o wysoką jakość tych danych i błędy zdarzają się tu niezmiernie rzadko. Ponadto raz na pół roku towarzystwa publikują sprawozdania finansowe funduszy, dostarczając zainteresowanym całej gamy informacji, a przede wszystkim aktualnego składu portfela inwestycyjnego funduszu, jak też danych o średnich wartościach: kosztów, aktywów oraz przepływów w badanym okresie. Jakość tych informacji gwarantuje badający sprawozdanie biegły rewident. Bieżąca informacja o możliwych kosztach FIO, dokładniej – o maksymalnym możliwym poziomie tych kosztów, musi być oczywiście dostępna dla inwestorów w każdym momencie i możemy ją znaleźć m.in. w udostępnianym prospekcie funduszu lub w tabelach opłat. Nierzadko zdarza się również, że z miesięczną częstotliwością TFI publikują dane o poziomie aktywów netto funduszu. Dzięki tej informacji można określić miesięczną zmianę WAN, aby dalej podjąć próby szacowania jaką część tej zmiany stanowił wynik zarządzania, a w jakim stopniu wpłynął na nią przepływy netto. Dodatkowym źródłem danych jest **KII** (*Kluczowe Informacje*

dla Inwestorów, ang. *Key Investor Information*), czyli ściśle wystandaryzowany dokument, który publikowany jest przez TFI obligatoryjnie od 2013 roku. W ramach KII, oprócz wzmianki o kosztach, znajdziemy także m.in. informacje o polityce inwestycyjnej funduszu oraz o ryzyku jakie niesie ze sobą inwestycja w dany fundusz. Ryzyko to jest mierzone w siedmiostopniowej skali, za pomocą tzw. wskaźnika **SRRI** opartego o zmienność tygodniowych stóp zwrotu z inwestycji w fundusz przez ostatnie pięć lat, mierzoną annualizowanym odchyleniem standardowym.

Kolejnym naturalnym źródłem danych o funduszach będzie organizacja zrzeszająca polskie TFI, czyli IZFiA. Instytucja ta publikuje miesięczne raporty o WAN dla funduszy zarządzanych przez większość TFI funkcjonujących na rynku polskim, które stanowią ok. 87% całego polskiego rynku funduszy inwestycyjnych²². Również z częstotliwością miesięczną publikowana jest przez IZFiA zbiorcza wypadkowa wartości nabyć i odkupień w podziale na segmenty wyznaczonych wg kryterium polityki inwestycyjnej (porównaj tabela 6.).

KNF natomiast dostarcza na swoich stronach kwartalny raport zawierający zbiorcze dane o branży TFI w pozycjach stanowiących wyciąg ze sprawozdań finansowych towarzystw. Dane te są bardzo ogólne i pozwalają jedynie na powierzchowny ogląd sytuacji polskiego rynku funduszy inwestycyjnych łącznie. Podobnie rzecz się ma: (1) w przypadku raportu NBP, również zbiorczego i udostępnianego co kwartał, jednak przy nieco zawężonej próbie – bez funduszy sekurytyzacyjnych, pieniężnych w rozumieniu Ustawy i pozostających w stanie likwidacji, oraz (2) w przypadku raportów GUS, będących w gruncie rzeczy połączonym sprawozdaniem finansowym wszystkich TFI oraz funduszy inwestycyjnych, publikowanym co pół roku. Na stronach europejskich odpowiedników tych instytucji (ESMA, EBA, EBC czy Eurostat) dane o polskim rynku funduszy są jeszcze bardziej ogólne bądź też w ogóle niedostępne.

Stosunkowo najszerszy zakres danych dostarcza za pomocą swojego portalu firma Analizy Online S.A. – jest to niezależny komercyjny podmiot dokonujący ciągłego badania rynku finansowego, w tym również rynku funduszy inwestycyjnych. W rzeczonym portalu znajdują się wszystkie formalne informacje o funduszach, jak również o produktach opartych o fundusze. Ponadto w omawianym źródle znajdziemy notowania tytułów uczestnictwa funduszy, comiesięczne dane o WAN i o zmianie tej pozycji zdekomponowanej na wynik

²² Stan wg WAN na koniec I kwartału 2022 na podstawie IZFiA (2022) oraz NBP (2022)

zarządzania i przepływy netto, a także informacje ze sprawozdań finansowych o opłatach i składzie portfela inwestycyjnego. Portal zawiera także zbiór benchmarków opartych na bazie autorsko opracowanej klasyfikacji funduszy oraz moduł analizujący ryzyko inwestycyjne przy inwestycji w fundusze. Wartością dodaną jest także system rankingów oparty na wynikach funduszy oraz ratingów wystawionych na bazie pogłębionego badania funduszy, które zostają okraszone metodycznym komentarzem.

Ponadto istnieje szereg innych komercyjnych dostawców, ale są to najczęściej organizacje międzynarodowe jak Morningstar, dla których polska nie jest najważniejszym obszarem prowadzonej działalności, dlatego też jakość i zakres dostarczanych przez nie danych znacząco odstają od zawartych w portalu Analizy Online, stąd opis tych źródeł zostaje pominięty.

Powyższy opis źródeł danych został przedstawiony nie bez powodu. Otóż znajomość ich zakresu i częstotliwości jest konieczna do podjęcia decyzji o dodatkowych założeniach i przybliżeniach, jakie trzeba wprowadzić do modelu bazowego, aby móc przeprowadzić badania. Zbyt daleko idące uproszczenia mogą natomiast prowadzić do utraty dokładności i sprawią, że nie zostanie wykorzystana cała możliwa informacja zawarta w danych. Badacz musi być bardzo uważny i dokładny w tym elemencie. Dlatego też poniżej zostają przedstawione symulacje na formułach otrzymanych z modelu, które w sposób wizualny pozwalają zaobserwować i ocenić zakres stosowalności dokonanych przybliżeń przy założonym progu niepewności pomiarowej. Wzory określające tę niepewność zostają podane wprost, więc mogą być też bezpośrednio wykorzystane do określania całościowych niepewności pomiarowych dowolnego badania, co znacząco wzbogaca analizę odporności (ang. *robustness check*) i jeszcze lepiej ukazuje zasadność wyciąganych wniosków.

5.2. Symulacje

5.2.1. Względne przepływy netto

Pierwszym elementem funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego, jaki autor postanowił przeanalizować, są przepływy netto. Dane sprzedażowe nie są zwykle podawane do publicznej wiadomości, natomiast bardzo często funkcjonują jako element badań naukowych – nawet gdy nie są głównym ich przedmiotem, to pełnią funkcję tzw. zmiennej

kontrolnej. Dzieje się tak, gdyż stanowią one główny proces wymiany, jaką prowadzi fundusz inwestycyjny otwarty z otoczeniem rynkowym. Reprezentują przy tym decyzje inwestorów więc pozwalają na wysnuwanie twierdzeń o ich zachowaniu. Najpopularniejszą miarą wykorzystywaną w praktyce przez badaczy jest tzw. *cash flow*, definiowany jako:

$$CF_T \equiv \frac{NF(T)}{NAV_0^T} = \frac{1}{NAV_0^T} \sum_{u=1}^L NF_u^T . \quad (5.1)$$

Patrząc na wzór, widać, że miara ta reprezentuje siłę przepływów w kontekście zmiany wartości aktywów. Jej znormalizowanie przez WAN z początku okresu jest zasadne przede wszystkim z perspektywy odpływów, gdyż naturalnie z danego funduszu wypłata może być zlecona jedynie przez obecnych jego inwestorów. Perspektywa napływów, czyli zdolność przyciągania nowego kapitału, przez normalizację WAN jest ujęta z perspektywy udziału w rynku. Podejście takie wydaje się uzasadnione, ale należy pamiętać, że nie oddaje ono rzeczywistych przepływów w wartości nominalnej i przykładowo bardzo duży FIO pokazujący niską wartość CF_T może w rzeczywistości przyjąć w badanym okresie o wiele większe wpłaty $NF(T)$ niż mały FIO pokazujący bardzo duże CF_T – są to wady i zalety podejścia względnego.

Jeśli znana jest wartość przepływów netto w okresie $NF(T)$, to łatwo można wyznaczyć dokładnie miarę CF_T . Nie mniej na ogół tak nie jest²³ i trzeba szukać alternatywy, bo zwykle takie detaliczne dane o sprzedaży nie są dostępne, czyli trzeba je estymować i obliczać jako pomiar pośredni. Jak podają wzory (4.25A) i (4.25B) wartość przepływów netto²⁴ to iloczyn zmiany liczby jednostek oraz odpowiedniej ceny. Mimo, że zwykle powszechnie znane są wszystkie notowania QT_u^T , to próżno szukać sytuacji, gdy liczba jednostek zapisana na rejestrach uczestników podawana jest do publicznej wiadomości. Dlatego znów należy poszukać wartości NF_u^T w inny sposób. Wychodząc zatem z równań (4.9A') i (4.9B') można pokazać, że:

$$NF_u^T = \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} NAV_u^T - NAV_{u-1}^T , \quad (5.2A)$$

$$NF_u^T = NAV_u^T - \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} NAV_{u-1}^T . \quad (5.2B)$$

Tym razem we wzorach występuje NAV_u^T , którego też zwykle nie podaje się z częstotliwością dzienną, choć są takie wyjątki. Wartość ta jest zwykle podawana na koniec miesiąca

²³ Polski rynek jest szczególny pod tym kątem, gdyż takie dane dotyczące konkretnych funduszy w dość szerokim zakresie udostępnia dla instytucji dostawca komercyjny Analizy Online.

²⁴ W wersji z 1 kategorią jednostek, ale rozważania te można uogólnić na wiele kategorii – będą wtedy o wiele bardziej skomplikowane, nie mniej jest to możliwe.

kalendaryzowego, czyli przyjmując miesiąc jako analizowany odcinek czasu T można uznać, że znane są wartości NAV_0^T oraz NAV_L^T . Wartości NAV_u^T opisane są za pomocą wartości początkowej w ogólnym rozwiązaniu równania rekurencyjnego (porównaj podrozdział 4.3), ale zostało ono ustalone na podstawie tego samego równania wyjściowego, więc w ten sposób otrzymana zostanie jedynie tożsamość $NF_u^T = NF_u^T$.

Jak widać na podstawie dostępnych danych nie da się określić dokładnej wartości przepływów netto NF_u^T , a więc także *cash flow*. Trzeba wprowadzić przybliżenia i niepewność. Wykorzystane do tego celu zostaną wspomniane ogólne rozwiązania równania rekurencyjnego (4.57A) oraz (4.57B). Nie mniej, aby wyznaczyć z nich CF_T trzeba coś założyć o NF_u^T . Przeanalizowana zostanie sytuacja, gdy przepływy w badanym okresie są w miarę równomierne, a zatem:

$$\forall u: NF_u^T \approx NF_T = \frac{NF(T)}{L} \quad , \quad (5.3)$$

gdzie do rozważań wprowadzona została niepewność pomiaru przepływów u_T^{NF} , ale wartość NF_T pozostaje nadal nieznaną wobec braku wiedzy o $NF(T)$. Wyznaczamy ją z równania rekurencyjnego:

$$NF_T = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{QT_L^T \sum_{k=1}^L (QT_{k-1}^T)^{-1}} = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])QT_0^T \sum_{k=1}^L (QT_{k-1}^T)^{-1}} \quad (5.4A)$$

$$NAV_L^T = NAV_0^T \frac{QT_L^T}{QT_0^T} + QT_L^T \sum_{k=1}^L \frac{NF_T}{QT_{k-1}^T}$$

$$NAV_L^T - \frac{QT_L^T}{QT_0^T} NAV_0^T = NF_T$$

$$NF_T = \frac{NAV_L^T - \frac{QT_L^T}{QT_0^T} NAV_0^T}{QT_L^T \sum_{k=1}^L \frac{1}{QT_{k-1}^T}} = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{QT_L^T \sum_{k=1}^L \frac{1}{QT_{k-1}^T}}$$

$$NF_T = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{QT_L^T \sum_{k=1}^L (QT_k^T)^{-1}} = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])QT_0^T \sum_{k=1}^L (QT_k^T)^{-1}} \quad (5.4B)$$

$$NAV_L^T = NAV_0^T \frac{QT_L^T}{QT_0^T} + QT_L^T \sum_{k=1}^L \frac{NF_T}{QT_k^T}$$

$$NAV_L^T - \frac{QT_L^T}{QT_0^T} NAV_0^T = NF_T QT_L^T \sum_{k=1}^L \frac{1}{QT_k^T}$$

$$NF_T = \frac{NAV_L^T - \frac{QT_L^T}{QT_0^T} NAV_0^T}{QT_L^T \sum_{k=1}^L \frac{1}{QT_k^T}} = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{QT_L^T \sum_{k=1}^L \frac{1}{QT_k^T}}$$

Stąd finalnie otrzymuje się formułę:

$$CF_T = \frac{\lambda_T}{QT_L^T} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T} = \frac{\lambda_T}{QT_0^T} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T} \quad , \quad (5.5)$$

przy czym:

$$\lambda_T = \frac{L}{\sum_{k=1}^L (QT_{k-1}^T)^{-1}} , \quad (5.6A)$$

$$\lambda_T = \frac{L}{\sum_{k=1}^L (QT_k^T)^{-1}} . \quad (5.6B)$$

W wyznaczonych formułach występują już zatem tylko znane wielkości: wycena jednostek, wartości aktywów z początku i końca badanego okresu T , jego długość L mierzona dniami wyceny oraz stopa zwrotu w danym okresie $r[T]$.

Przechodząc do analizy niepewności tego wyrażenia można zauważyć, że wynika ona jedynie z wprowadzenia dokładnie równomiernego rozkładu wartości przepływów netto, wtedy definicję (5.1) można sprowadzić do postaci:

$$CF_T = \frac{NF_T L}{NAV_0^T} , \quad (5.1')$$

a zatem niepewność bezwzględna i względna to odpowiednio:

$$u_T^{CF} = \frac{L}{NAV_0^T} u_T^{NF} , \quad (5.7)$$

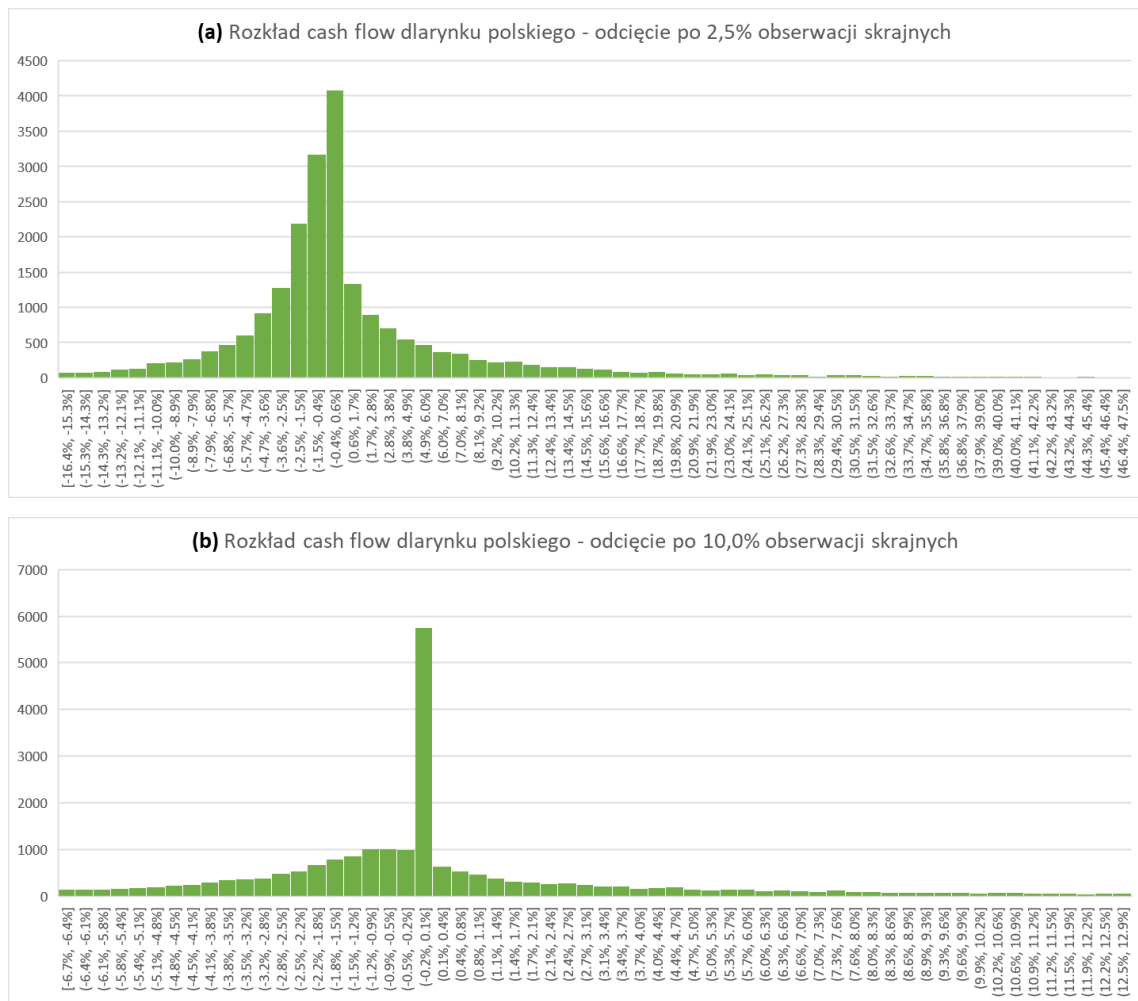
$$\frac{u_T^{CF}}{CF_T} = \frac{L}{NAV_0^T} u_T^{NF} \frac{NAV_0^T}{NF_T L} = \frac{1}{NF_T} u_T^{NF} . \quad (5.8)$$

Badanie symulacyjne będzie teraz polegało na analizie wpływu przyjętego założenia (5.3) o równomiernym rozkładzie przepływów netto na błąd pomiarowy wprowadzany do analizy. Przeanalizowana zostaje sytuacja, gdy wartości NF_u^T pochodzą z rozkładu normalnego $\mathcal{N}(NF_T, \sigma_T^{NF})$ z nieznanym odchyleniem σ . Zgodnie z regułą 3 sigma większość wartości NF_u^T mieści się w takiej sytuacji w przedziale $NF_u^T \pm 3\sigma_T^{NF}$. Niech szerokość tego przedziału w stosunku do wartości aktywów netto z początku okresu będzie zadawanym w badaniu parametrem symulacji:

$$p \equiv \frac{6\sigma_T^{NF}}{NAV_0^T} . \quad (5.9)$$

Reprezentuje on niejako rozrzut przepływów dziennych w stosunku do WAN. Niepewność związaną z określeniem NF_u^T można opisywać odchyleniem standardowe tej wielkości, a zatem z (5.9) wynika:

$$u_T^{NF} = \sigma_T^{NF} = \frac{NAV_0^T p}{6} , \quad (5.10)$$



Rysunek 11. Rozkład wartości przepływów netto policzonych dla funduszy inwestycyjnych otwartych z rynku polskiego dla okresu styczeń 2012 – grudzień 2019: (a) przy odcięciu dwustronnym 2,5% obserwacji skrajnych, (b) przy odcięciu dwustronnym 10,0% obserwacji skrajnych.

Źródło: Opracowanie własne.

skąd, niepewność względna $cash\ flow$ to teraz:

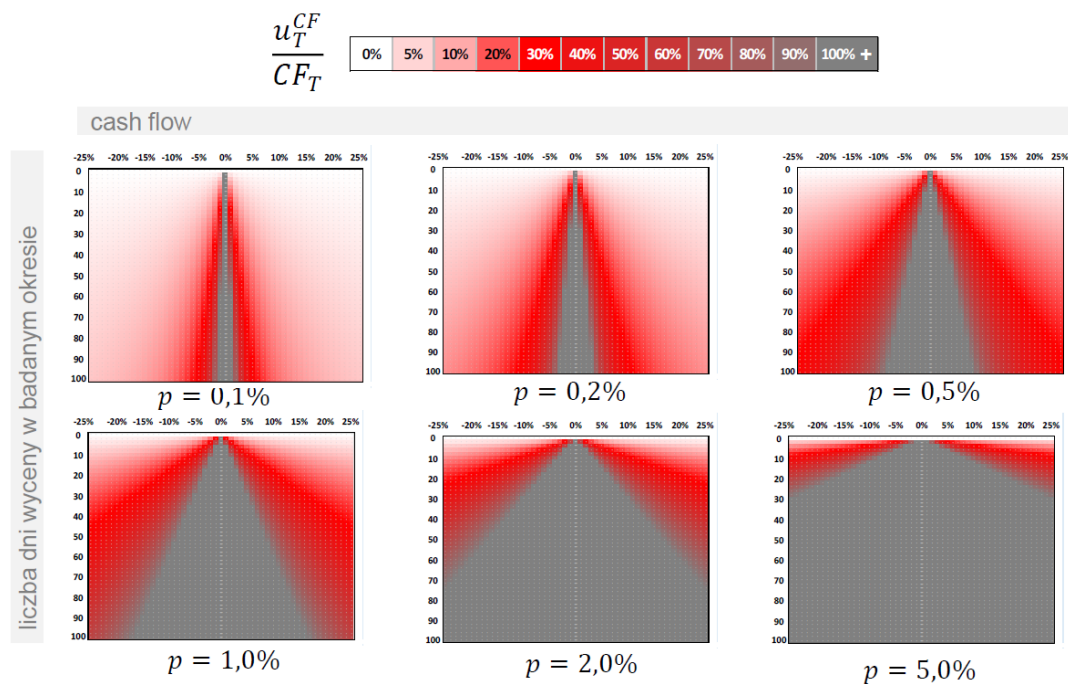
$$\frac{u_T^{CF}}{CF_T} = \frac{pL}{6CF_T} \quad (5.11)$$

Wartość ta została wyrażona przez wprowadzony p parametr symulacji, ale także przez długość badanego okresu L oraz samą wartość mierzonego CF_T . W przypadku długości okresu jest to ważne, bo założenie o jednorodności rozkładu na dłuższych okresach będzie naturalnie obciążone większą niepewnością. Warto przy tym w symulacji zwrócić uwagę na poziom $L = 20$, który charakteryzuje w przybliżeniu miesiąc kalendarzowy, będący bardzo często podstawą analizy takich szeregów czasowych.

Przed przystąpieniem do symulacji został badany rozkład wartości *cash flow* dla przygotowanej próby z rynku polskiego, co pozwoliło lepiej określić sensowny zakres przebiegu symulacji dla wartości CF_T . Wyniki zostają przedstawione na rysunku 11. Zastosowano przy tym podejście rugujące obserwacje odstające (ang. *outliers*) poprzez obustronne odcięcie wartości skrajnych – bez tego zabiegu wartości byłyby bardzo rozłożone, a wykres nieczytelny. Przy odcięciu po 2,5% skrajnych widać, że wykres jest dość wysmukły z średnią w okolicach 0% oraz od wartości -16,4%, ale z długim ogonem po stronie wartości dodatnich sięgającym nawet 47,5%. Jeżeli poziom odcięcia zostanie zwiększony do poziomu 10,0% to ujawniona zostaje zdecydowana dominacja wartości w okolicach 0% nad innymi możliwymi wartościami.

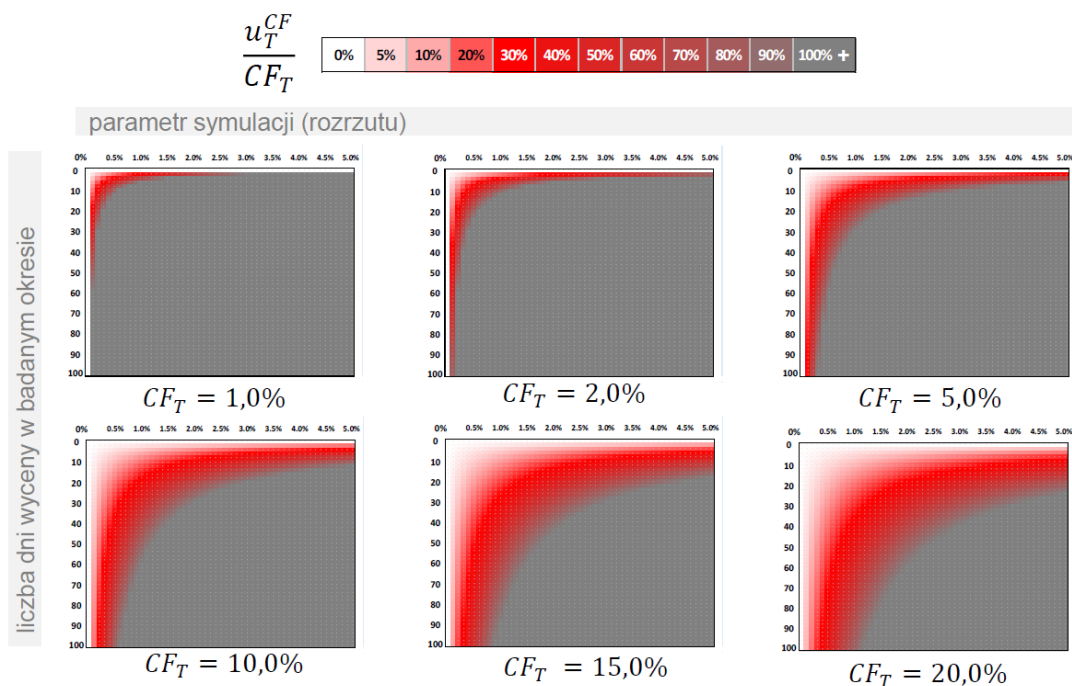
Na podstawie powyższych rozważań do symulacji został uwzględniony dość szeroki zakres możliwego wyniku CF_T , bo od -25% do +25%. Rezultat został zaprezentowany na rysunku 12. Pierwsza obserwacja to symetryczność rozkładu, a zatem nie ma znaczenia znak przepływu, ale istotna jest jego wartość. Z oczywistych względów wartość niepewności względnej dążą do nieskończoności, gdy $CF_T = 0\%$. Dla wartości $L = 20$ przy rozrzucie dziennych przepływów na dość niskim poziomie $p = 0,2\%$ już dla $CF_T = \pm 1\%$ otrzymana niepewność względna to aż 67%. Na kolejnych wykresach widać, że niepewność pomiaru rośnie istotnie wraz okresem L , ale parametr rozrzutu ma tu decydujące znaczenie. Szczególnie małe i nowe fundusze inwestycyjne mogą prezentować takie wartości i wtedy należy bardzo uważnie formułować wnioski.

Druga seria symulacji, widoczna na rysunku 13, została przeprowadzona w analogicznych warunkach, ale tym razem parametr rozrzutu jest odłożony na osi rzędnych, natomiast



Rysunek 12. Symulacja niepewności względnej dla wartości *cash flow* wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości *cash flow* [oś X] dla różnych wartości parametru symulacji p reprezentującego względny rozrzut dziennych przepływów.

Źródło: Opracowanie własne.

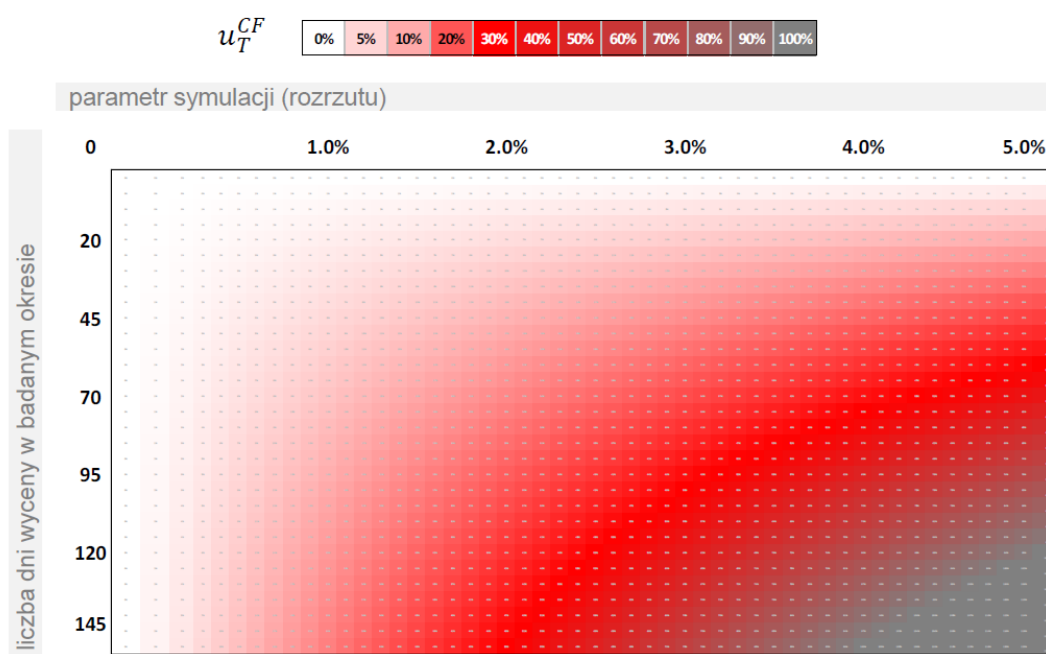


Rysunek 13. Symulacja niepewności względnej dla wartości *cash flow* wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości parametru symulacji p reprezentującego względny rozrzut dziennych przepływów [oś X] dla różnych wartości *cash flow*.

Źródło: Opracowanie własne.

Wartości *cash flow* są zadane dla kolejnych realizacji – ze względu na zaobserwowaną wcześniej symetryczność uwzględniono jedynie wartości dodatnie. Przy dużych wartościach CF_T rzędu 20%, nawet dla względnie dużego parametru rozrzutu $p = 1\%$ uzyskany będzie dość akceptowalny błąd oszacowania na poziomie 17%. Natomiast schodząc w dół z wartościami mierzonego *cash flow* wartość błędu szybko rośnie i już przy $CF_T = 5\%$ osiąga 67% we wskazanym punkcie.

Przeprowadzone symulacje ukazały dużą wrażliwość względnej niepewności pomiarowej na zadane parametry. Jest to bardzo istotne, gdy wartość CF_T wchodzi do badania w sposób multiplikatywny, np. jako czynnik w składniku opisującym interakcje między zmiennymi. Jeżeli natomiast uwzględniona zostaje tylko jako addytywnie, np. osobny składnik reprezentujący zmienną badaną lub kontrolną w regresji panelowej, to większą uwagę warto przyłożyć do niepewności ujętej w sposób nominalny, co pokazuje rysunek 14.



Rysunek 14. Symulacja niepewności nominalnej dla wartości *cash flow* wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości parametru symulacji p reprezentującego względny rozrzut dziennych przepływów [oś X].

Źródło: Opracowanie własne.

Tym razem wartość błędu nie jest związana z wartością rzeczywistą, natomiast zależy od parametru rozrzutu p oraz długości okresu. Przy $L = 30$ dni (a więc około półtora miesiąca)

wyceny oraz rozrzucie $p = 1\%$ błąd bezwzględny wynosi 5%. Czy jest to dużo, czy mało – zależy teraz od badanego zjawiska oraz od mierzonych wielkości.

Jak wskazuje tabela 2 literaturze naukowej podejmującej tematykę funduszy inwestycyjnych bardzo często spotyka się jedną z postaci wzoru na *cash flow*:

$$CF_T = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T} \quad , \quad (5.12)$$

$$CF_T = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T} \quad , \quad (5.13)$$

Czyli jak wynika ze wzoru (5.5) przy dodatkowych założeniach $\frac{\lambda_T}{QT_L^T} \approx 1$ lub $\frac{\lambda_T}{QT_0^T} \approx 1$ odpowiednio. Jak widać są to sytuacje różniące się tylko mianownikiem, który jest wartością daną bez niepewności, a zatem dla ustalenia uwagi przyjmijmy na chwilę przybliżenie (5.12) oraz scenariusz A dla współczynnika λ_T , a zatem wzór (5.6A)²⁵, wtedy:

$$QT_L^T \sum_{k=1}^L (QT_{k-1}^T)^{-1} = \frac{QT_L^T}{QT_0^T} + \frac{QT_L^T}{QT_1^T} + \dots + \frac{QT_L^T}{QT_{L-1}^T} \approx L \quad (5.14)$$

Zatem poza bardzo specyficznymi przypadkami, analizowane przybliżenie jest uprawnione, gdy wyceny w środku badanego okresu oscylują bardzo blisko wokół końcowej wartości²⁶, a zatem stopy zwrotu są bardzo bliskie 0 – występuje tzw. plateau. Jeżeli natomiast występują duże wahania lub widoczny jest trend, to im większy jest taki efekt tym bardziej oddalamy się od poprawności przybliżonego wzoru wprowadzając większą niepewność. Otóż analiza przepływów jako reprezentanta decyzji inwestorów jest najbardziej interesująca w sytuacji związanej z trendami w stopie zwrotu z danego funduszu właśnie – warto przyrzeć się temu nieco bardziej.

Taki trend zostaje wprowadzony jako poprawka systematyczna zależna od dnia, wprowadzona z pewną dokładnością wyrażoną niepewnością pomiaru. Niech taki trend będzie określony procesem stóp zwrotu pochodzących z rozkładu normalnego $\mathcal{N}(R_T, \sigma_T^R)$. Wtedy można zapisać:

$$\forall u: r_u^T \approx R_T \quad , \quad (5.15)$$

a zatem

$$1 + r_u^T = \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} \approx 1 + R_T \quad \Rightarrow \quad QT_u^T \approx (1 + R_T)QT_{u-1}^T \quad , \quad (5.16)$$

²⁵ Ma to pomniejsze znaczenie dla ogólności rozważań

²⁶ Dla drugiego przybliżenia (5.13) mówilibyśmy o początkowej

stąd ogólnie:

$$QT_u^T \approx (1 + R_T)^u QT_0^T \quad . \quad (5.17)$$

Wtedy podstawiając do wzorów (5.6A) i (5.6B)

$$\lambda_T = \frac{L}{\sum_{k=1}^L ((1+R_T)^{k-1} QT_0^T)^{-1}} = \frac{L}{\sum_{k=1}^L ((1+R_T)^{k-1} QT_0^T)^{-1}} = \frac{QT_0^T L}{\sum_{k=1}^L \frac{1}{(1+R_T)^{k-1}}} = QT_0^T L \frac{R_T(1+R_T)^{L-1}}{(1+R_T)^{L-1}} \quad , \quad (5.18A)$$

$$\sum_{i=1}^n x^{i-1} = \frac{1-x^n}{1-x} = \frac{x^n-1}{x-1}$$

$$\sum_{k=1}^L \frac{1}{(1+R_T)^{k-1}} = \sum_{k=1}^L \left(\frac{1}{1+R_T} \right)^{k-1} = \frac{1 - \left(\frac{1}{1+R_T} \right)^L}{1 - \frac{1}{1+R_T}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+R_T)^L}}{\frac{R_T}{1+R_T}} = \frac{(1+R_T)^L - 1}{R_T(1+R_T)^{L-1}}$$

$$\sum_{k=1}^L \frac{1}{(1+R_T)^k} = \sum_{k=1}^L \frac{1}{(1+R_T)^k} \frac{(1+R_T)}{(1+R_T)} = \frac{1}{(1+R_T)} \sum_{k=1}^L \frac{(1+R_T)}{(1+R_T)^k} = \frac{1}{(1+R_T)} \sum_{k=1}^L \frac{(1+R_T)^{L-k}}{(1+R_T)^L} = \frac{1}{(1+R_T)} \frac{(1+R_T)^L - 1}{R_T(1+R_T)^{L-1}} = \frac{(1+R_T)^L - 1}{R_T(1+R_T)^L}$$

$$\lambda_T = \frac{L}{\sum_{k=1}^L ((1+R_T)^k QT_0^T)^{-1}} = \frac{L}{\sum_{k=1}^L ((1+R_T)^k QT_0^T)^{-1}} = \frac{QT_0^T L}{\sum_{k=1}^L \frac{1}{(1+R_T)^k}} = QT_0^T L \frac{R_T(1+R_T)^L}{(1+R_T)^{L-1}} \quad . \quad (5.18B)$$

We wzorze na cash flow czynnik ten jest dzielony przez QT_0^T , ale nie wprowadza to nowej niepewności, a jedynie wpływa na niepewność λ_T wynikającą z przybliżenia R_T . Pochodna tego wyrażenia to:

$$\frac{1}{QT_0^T L} \frac{\partial}{\partial R_T} \lambda_T = \frac{(1+R_T)^{L-2} [(1+R_T)^{L+1} - R_T(1+R_T)^L - R_T L - 1]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \quad , \quad (5.19A)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial R_T} \frac{R_T(1+R_T)^{L-1}}{(1+R_T)^{L-1}} &= \frac{[(1+R_T)^{L-1} + R_T(L-1)(1+R_T)^{L-2}] [(1+R_T)^L - 1] - R_T(1+R_T)^{L-1} L(1+R_T)^{L-1}}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{2L-1} - (1+R_T)^{L-1} + R_T(L-1)(1+R_T)^{2L-2} - R_T(L-1)(1+R_T)^{L-2} - R_T L(1+R_T)^{2L-2}}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{L-2} [(1+R_T)^{L+1} - (1+R_T) + R_T(L-1)(1+R_T)^L - R_T(L-1) - R_T L(1+R_T)^L]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{L-2} [(1+R_T)^{L+1} + (1+R_T)^L (R_T L - R_T - R_T L) - 1 - R_T - R_T L + R_T]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{L-2} [(1+R_T)^{L+1} - R_T(1+R_T)^L - R_T L - 1]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{QT_0^T L} \frac{\partial}{\partial R_T} \lambda_T = \frac{(1+R_T)^{L-1} [(1+R_T)^{L+1} - R_T(L+1) - 1]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \quad . \quad (5.19B)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial R_T} \frac{R_T(1+R_T)^L}{(1+R_T)^{L-1}} &= \frac{[(1+R_T)^L + R_T L(1+R_T)^{L-1}] [(1+R_T)^L - 1] - R_T(1+R_T)^L L(1+R_T)^{L-1}}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{2L} - (1+R_T)^L + R_T L(1+R_T)^{2L-1} - R_T L(1+R_T)^{L-1} - R_T L(1+R_T)^{2L-1}}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{L-1} [(1+R_T)^{L+1} - (1+R_T) + R_T L(1+R_T)^L - R_T L - R_T L(1+R_T)^L]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{L-1} [(1+R_T)^{L+1} + (1+R_T)^L (R_T L - R_T L) - 1 - R_T - R_T L]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \\ &= \frac{(1+R_T)^{L-1} [(1+R_T)^{L+1} - R_T(L+1) - 1]}{[(1+R_T)^L - 1]^2} \end{aligned}$$

Finalne wyrażenie to:

$$CF_T = \frac{QT_0^T}{QT_L^T} L \frac{R_T(1+R_T)^{L-1}}{(1+R_T)^{L-1}} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T} = L \frac{R_T(1+R_T)^{L-1}}{(1+R_T)^{L-1}} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T} \quad , \quad (5.20A)$$

$$CF_T = \frac{QT_0^T}{QT_L^T} L \frac{R_T(1+R_T)^L}{(1+R_T)^{L-1}} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T} = L \frac{R_T(1+R_T)^L}{(1+R_T)^{L-1}} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T} . \quad (5.20B)$$

Otrzymane zostały w ten sposób przybliżone wyrażenia na *cash flow* przy założeniach (5.3) i (5.15). Nie są to jeszcze wzory literaturowe, ale przechodząc do granicy:

$$\lim_{R_T \rightarrow 0} \frac{R_T(1+R_T)^{L-1}}{(1+R_T)^{L-1}} = [H] = \lim_{R_T \rightarrow 0} \frac{(1+R_T)^{L-1} + R_T(L-1)(1+R_T)^{L-2}}{L(1+R_T)^{L-1}} = \frac{1}{L} , \quad (5.21A)$$

$$\lim_{R_T \rightarrow 0} \frac{R_T(1+R_T)^L}{(1+R_T)^{L-1}} = [H] = \lim_{R_T \rightarrow 0} \frac{(1+R_T)^L + R_T L(1+R_T)^{L-1}}{L(1+R_T)^{L-1}} = \frac{1}{L} , \quad (5.21B)$$

skąd ostateczna formuła na:

$$CF_T^\# = \lim_{R_T \rightarrow 0} CF_T = \frac{QT_0^T}{QT_L^T} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T} = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T} = \frac{\frac{NAV_L^T}{1+r[T]} - NAV_0^T}{NAV_0^T} , \quad (5.22A)$$

$$CF_T^\# = \lim_{R_T \rightarrow 0} CF_T = \frac{QT_0^T}{QT_L^T} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T} = \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T} = \frac{\frac{NAV_L^T}{1+r[T]} - NAV_0^T}{NAV_0^T} . \quad (5.22B)$$

Czyli dla uzyskania przybliżenia (5.13) należało założyć, że dzienna stopa zwrotu jest w miarę stała i bliska 0%. Co ciekawe – najczęściej używany wzór (5.12) otrzymamy dopiero po dalszym osłabieniu modelu i uzupełnieniu go o kolejne założenie $QT_0^T \approx QT_L^T$, ale wtedy też $(1+r[T]) \approx 1$ więc zakres jego stosowalności jest naprawdę ograniczony.

Natomiast niepewność NF trzeba teraz rozszerzyć o składnik u_T^R związany z założeniami dotyczącymi stopy zwrotu. Dla ustalenia uwagi przeanalizowany zostanie jedynie przypadek scenariusza A. W takim przypadku niepewność pomiaru dana będzie wzorem:

$$u_T^{CF} = \frac{L}{NAV_0^T} \sqrt{(u_T^{NF})^2 + \left(\frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{r[T](1+R_T)^2} u_T^R \right)^2} . \quad (5.23)$$

$$1 + r[T] = \prod_{k=1}^L (1 + r_u^T) = \prod_{k=1}^L (1 + R_T) = (1 + R_T)^L$$

$$\frac{\lambda_T}{QT_0^T} = L \frac{R_T(1+R_T)^{L-1}}{(1+R_T)^{L-1}} = L \frac{R_T(1+r[T])}{(1+R_T)r[T]}$$

$$\frac{\partial}{\partial R_T} \frac{\lambda_T}{QT_0^T} = L \frac{(1+r[T])[(1+R_T)r[T] - R_T(1+r[T])r[T]]}{[(1+R_T)^{L-1}]^2} = L \frac{(1+r[T])[r[T] + R_T r[T] - R_T r[T]]}{r[T]^2(1+R_T)^2} = \frac{r[T](1+r[T])}{r[T]^2(1+R_T)^2} = \frac{(1+r[T])}{r[T](1+R_T)^2}$$

$$CF_T = \frac{\lambda_T}{QT_0^T} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T}$$

$$C_R = \frac{\partial}{\partial R_T} CF_T = L \frac{(1+r[T])}{r[T](1+R_T)^2} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T} = L \frac{1}{r[T](1+R_T)^2} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T}$$

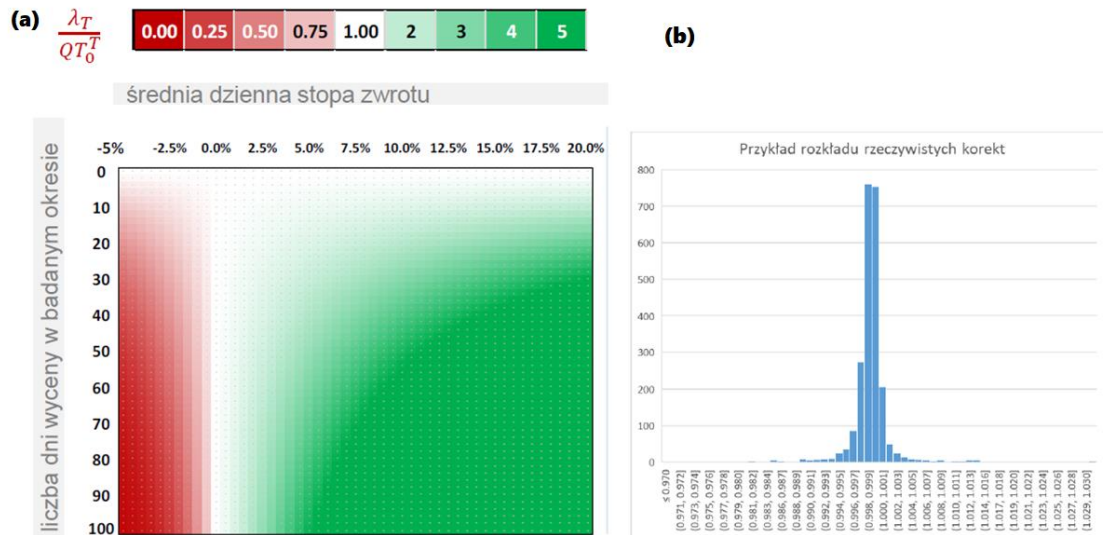
$$\frac{C_R}{CF_T} = \frac{L \frac{(1+r[T])}{r[T](1+R_T)^2} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T}}{L \frac{R_T(1+r[T])}{(1+R_T)r[T]} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{(1+r[T])NAV_0^T}} = \frac{R_T}{(1+R_T)}$$

$$u_T^{CF} = \sqrt{\left(\frac{L}{NAV_0^T} u_T^{NF} \right)^2 + \left(L \frac{1}{r[T](1+R_T)^2} \frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{NAV_0^T} u_T^R \right)^2} = \frac{L}{NAV_0^T} \sqrt{(u_T^{NF})^2 + \left(\frac{NAV_L^T - (1+r[T])NAV_0^T}{r[T](1+R_T)^2} u_T^R \right)^2}$$

Celem ukazania istotności korekty zasymulowana zostanie wartość współczynnika korekty wraz z dzielnikiem w postaci ceny jednostki, co jest wielkością różnicującą wzór z modelu od wzorów literaturowych:

$$\frac{\lambda_T}{QT_0^T} = L \frac{R_T(1+r[T])}{(1+R_T)r[T]} \quad (5.24)$$

Wyniki zostają zaprezentowane na rysunku 15(a) poniżej.



Rysunek 15. (a) Symulacja wyprowadzonej w modelu korekty dla *cash flow* wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości średniej dziennej stopy zwrotu [oś X] (b) przykładowy rozkład obliczonych korekt dla funduszy inwestycyjnych otwartych z rynku polskiego dla okresu styczeń 2012 – grudzień 2019.

Źródło: Opracowanie własne.

Dla stóp zwrotu w okolicach 0% symulowany współczynnik korekty jest równy 1 i nie wnosi żadnych poprawek względem wyrażeń literaturowych. Nie mniej przy większej zmienności już na poziomie okresów miesięcznych ($L \sim 22$) jest ona istotna. Zwykle jednak nie są potrzebne duże korekty - prezentuje to rozkład rzeczywistych współczynników wyznaczonych dla rynku polskiego, widoczny na rysunku 15(b).

5.2.2. Stopa zwrotu przed opłatą

Ogólna definicja stopy przed opłatą

$$1 + RIP[T] = \prod_{u=1}^L (1 + RIP_u^T) \quad (4.52)$$

Przypomnijmy

$$PER_t^c = (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) \left(1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c U_{t-1}^{NAV^*}\right) - \xi_t^* \left(RMF_t^c + \frac{\eta_t}{NAV_{t-1}^*}\right) \left(1 - \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c\right) + \gamma_t^{\#,c} RSF_t^c v_t^c \quad (4.51A)$$

$$PER_t^c = (RIP_t - \xi_t^* \kappa_t) \left(1 - RSF_t^c \frac{NAV_{t-1}^c}{NAV_{t-1}^*}\right) - \xi_t^* \left(RMF_t^c + \frac{\eta_t}{NAV_{t-1}^*}\right) \left(1 - RSF_t^c\right) + RSF_t^c v_t^c \quad (4.51B)$$

Zapomnijmy o opłacie a sukces...

$$PER_u^T = (RIP_u^T - \xi_u^* \kappa_u^T) - \xi_u^* \left(RMF_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^{T*}}\right) \quad A$$

$$PER_u^T = (RIP_u^T - \xi_u^* \kappa_u^T) - \xi_u^* \left(RMF_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^T}\right) \quad B$$

Przypomnijmy $PER_u^T = r_u^T$. Wtedy

$$RIP_u^T = r_u^T + \xi_u^* \left(RMF_u^T + \kappa_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^{T*}}\right) \quad A$$

$$RIP_u^T = r_u^T + \xi_u^* \left(RMF_u^T + \kappa_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^T}\right) \quad B$$

A zatem

$$1 + RIP[T] = \prod_{u=1}^L \left(1 + r_u^T + \xi_u^* \left(RMF_u^T + \kappa_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^{T*}}\right)\right) \quad A$$

$$1 + RIP[T] = \prod_{u=1}^L \left(1 + r_u^T + \xi_u^* \left(RMF_u^T + \kappa_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^T}\right)\right) \quad B$$

Stawka opłaty za zarządzanie stała na odcinku: RMF_T bez niepewności

Stawka kosztów względnych stałą na odcinku: $\kappa_T \pm u_{\kappa}^T$ (dość mała niepewność)

Koszty stałe wokół pewnej średniej: $\eta_T \pm u_{\eta}^T$

Aktywa przybliżone średnią wartością: $NAV_{u-1}^{T*} = P(NAV) \pm u_{NAV}^T$ lub $NAV_{u-1}^T = P(NAV) \pm u_{NAV}^T$

$$1 + RIP[T] = \prod_{u=1}^L \left(1 + r_u^T + \xi_u^* \left(RMF_u^T + \kappa_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^{T*}}\right)\right)$$

$$1 + RIP[T] = \prod_{u=1}^L \left(1 + r_u^T + \xi_u^* \left(RMF_T + \kappa_T + \frac{\eta_T}{P(NAV)}\right)\right) - \text{jednorodny odcinek}$$

Mając wartość ze sprawozdań przybliżamy (jak w naszym artykule)

$$\xi_u^* \left(RMF_T + \kappa_T + \frac{\eta_T}{P(NAV)}\right) = \xi_u^* RMF_T + \xi_u^* \kappa_T + \xi_u^* \frac{\eta_T}{P(NAV)} = \xi_u^* ARMF_T$$

A wtedy mamy (scenariusz B)

$$RIP[T] + 1 = f(\dots) = \prod_{u=1}^L (1 + PER_u^T + \xi_u^* ARMF_T)$$

Itaki wzór można już wykorzystać – notowania mamy dane na bieżąco, wagę dnia policzymy, a współczynnik kosztowy jest w sprawozdaniach.

Źródłem niepewności $ARMF_T$ mogą być (tylko typ B, ale analiza prawdopodobieństwa, bo zakładamy ich rozkład normalny):

- wartość względna kosztów funduszowych – może ulegać pewnym wahaniom wokół stabilnej średniej (przyjmijmy rozkład normalny), ale ogólnie jest w miarę stabilna, można w symulacjach rozważyć kilka scenariuszy względnej niepewności u_{κ}^T / κ_T
- względna wartość kosztów niezależnych od WAN – też może rozkładać się wokół jakiejś wartości średniej, określamy w kategorii odchylenia standardowego u_{η}^T ale jej wielkość zależy od umów TFI, przyjmiemy drobną zmienność i więc będzie to też

wymiar symulacji (normalizowany WAN, co wynika ze wzoru). Ponieważ będzie to wielkość względna to jej niepewność składamy niezależnie ze składowych wielkości

- wartość aktywów netto – z pewnością się zmienia i zostanie przeanalizowanych kilka scenariuszy $u_{P(NAV)}^T$, ale będzie to też 2gi wymiar symulacji

$$u_{ARMF}^T = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \kappa_T}\right)^2 (u_{\kappa}^T)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \eta_T}\right)^2 (u_{\eta}^T)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial P(NAV)}\right)^2 (u_{P(NAV)}^T)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \kappa_T} = 1 \quad \frac{\partial f}{\partial \eta_T} = \frac{1}{P(NAV)} \quad \frac{\partial f}{\partial P(NAV)} = \frac{\eta_T}{P(NAV)^2} \rightarrow \text{te wielkości bierzemy z wymiarów symulacji}$$

$$\frac{u_{ARMF}^T}{ARMF_T} = \sqrt{\left(\frac{u_{\kappa}^T}{ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{u_{\eta}^T}{P(NAV)ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{\eta_T}{P(NAV)} \frac{1}{P(NAV)} \frac{u_{NAV}^T}{ARMF_T}\right)^2}$$

Z takiego wzoru już można skorzystać znając niepewność

$$1 + RIP[T] = g(\dots) = \prod_{u=1}^L (1 + r_u^T + \xi_u^* ARMF_T)$$

$$\frac{\partial g}{\partial ARMF_{T,w}} = \frac{\prod_{u=1}^L (1 + r_u^T + \xi_u^* ARMF_T)}{(1 + r_w^T + \xi_w^* ARMF_T)} \xi_w^*$$

$$u_{RIP\#}^T = \sqrt{(u_{ARMF}^T)^2 \sum_{w=1}^L \left(\frac{\prod_{u=1}^L (1 + r_u^T + \xi_u^* ARMF_T)}{(1 + r_w^T + \xi_w^* ARMF_T)} \xi_w^*\right)^2} = u_{ARMF}^T \sqrt{\sum_{w=1}^L \left(\frac{\prod_{u=1}^L (1 + r_u^T + \xi_u^* ARMF_T)}{(1 + r_w^T + \xi_w^* ARMF_T)} \xi_w^*\right)^2}$$

$$\frac{u_{RIP\#}^T}{RIP\#} = u_{ARMF}^T \sqrt{\sum_{w=1}^L \left(\frac{\prod_{u=1}^L (1 + r_u^T + \xi_u^* ARMF_T)}{(1 + r_w^T + \xi_w^* ARMF_T)} \xi_w^*\right)^2} = u_{ARMF}^T \sqrt{\sum_{w=1}^L \left(\frac{\xi_w^*}{1 + r_w^T + \xi_w^* ARMF_T}\right)^2}$$

W rzeczywistości nigdy nie widziałem aby ktoś używał wagi dnia (zwykle wygląda jakby zawsze $\xi_t = 1$, choć to najczęściej 1 a po weekendzie 3...), weźmy stałe ξ_T , a to wprowadza dodatkową niepewność u_{ξ}^T . Podobnie jak przy cash flow rozważmy przypadek normalnie rozłożonej stopy zwrotu $r_u^T \approx R_T \pm u_R^T$.

$$1 + RIP[T] = g(\dots) = \prod_{u=1}^L \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right) = \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^L$$

$$\frac{\partial g}{\partial R_T} = L \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{L-1}$$

$$\frac{\partial g}{\partial ARMF_T} = \frac{\xi_T L}{D} \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{L-1}$$

$$\frac{\partial g}{\partial \xi_T} = \frac{ARMF_T L}{D} \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{L-1}$$

$$u_{RIP\#}^T = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial R_T}\right)^2 (u_R^T)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial ARMF_T}\right)^2 (u_{ARMF}^T)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \xi_T}\right)^2 (u_{\xi}^T)^2}$$

$$\frac{u_{RIP\#}^T}{RIP\#} = \sqrt{\left(\frac{L \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{L-1}}{\left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^L}\right)^2 (u_R^T)^2 + \left(\frac{\xi_T L \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{L-1}}{\left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^L}\right)^2 (u_{ARMF}^T)^2 + \left(\frac{ARMF_T L \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{L-1}}{\left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^L}\right)^2 (u_{\xi}^T)^2}$$

$$\frac{u_{RIP\#}^T}{RIP\#} = \frac{L}{D} \sqrt{\left(\frac{D}{1+R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}}\right)^2 (u_R^T)^2 + \left(\frac{\xi_T}{1+R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}}\right)^2 (u_{ARMF}^T)^2 + \left(\frac{ARMF_T}{1+R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}}\right)^2 (u_\xi^T)^2}$$

Przypominamy $u_{ARMF}^T = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \kappa_T}\right)^2 (u_\kappa^T)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \eta_T}\right)^2 (u_\eta^T)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial P(NAV)}\right)^2 (u_{P(NAV)}^T)^2}$

Można: $(1 + RIP[T])^{D/\Xi} = \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^D$

$$(1 + RIP[T])^{D/\Xi} = \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{D/\Xi L} = \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^{D/\Xi L} \sim \frac{D}{\Xi L} \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)$$

$$\frac{D}{\Xi L} \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right) =$$

A wielu badaczy robi też tak: $(1 + RIP[T])^{D/\Xi} = (1 + r[T])^{D/\Xi} + ARMF_T$

$$1 + RIP[T] = \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right)^D \sim D \left(1 + R_T + \frac{\xi_T ARMF_T}{D}\right) = D(1 + R_T) + \xi_T ARMF_T$$

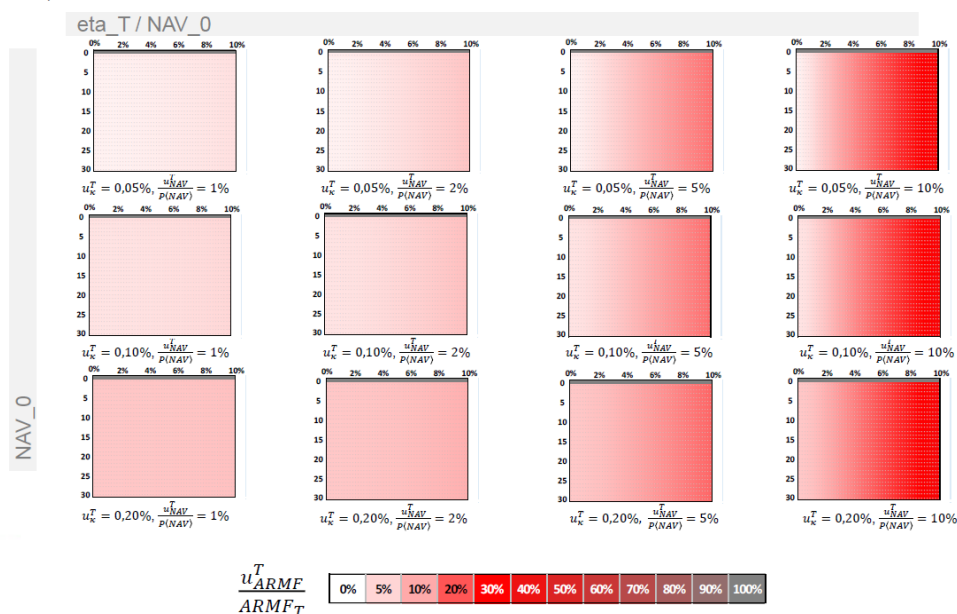
$$\xi_T = 1$$

$$D(1 + R_T) \sim (1 + R_T)^D = (1 + r[T])$$

$$ARMF_T = 3,0\%$$

$$u_\eta^T = 500$$

$$\frac{u_{ARMF}^T}{ARMF_T} = \sqrt{\left(\frac{u_k^T}{ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{u_\eta^T}{P(NAV)ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{\eta_T}{P(NAV)} \frac{u_{NAV}^T}{P(NAV)} \frac{u_{NAV}^T}{ARMF_T}\right)^2}$$



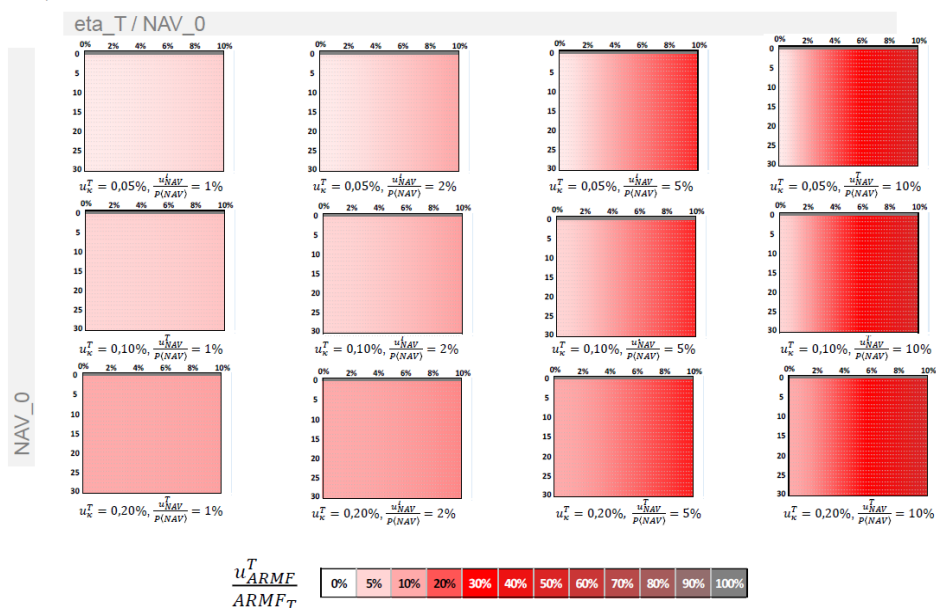
Rysunek 16. Seria symulacji błędu względnego kosztów i opłat wg wielkości FIO reprezentowaną WAN [oś Y] oraz względnego udziału kosztów stałych [oś X] dla różnych parametrów zmienności kosztów względnych oraz względnej zmienności WAN w okresie dla kosztów całkowitych na poziomie 3,0% (reprezentujących fundusze akcyjne)

Źródło: Opracowanie własne

$$ARMF_T = 2,0\%$$

$$u_\eta^T = 500$$

$$\frac{u_{ARMF}^T}{ARMF_T} = \sqrt{\left(\frac{u_k^T}{ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{u_\eta^T}{P(NAV)ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{\eta_T}{P(NAV)} \frac{u_{NAV}^T}{P(NAV)} \frac{u_{NAV}^T}{ARMF_T}\right)^2}$$



Rysunek 17. Seria symulacji błędu względnego kosztów i opłat wg wielkości FIO reprezentowaną WAN [oś Y] oraz względnego udziału kosztów stałych [oś X] dla różnych

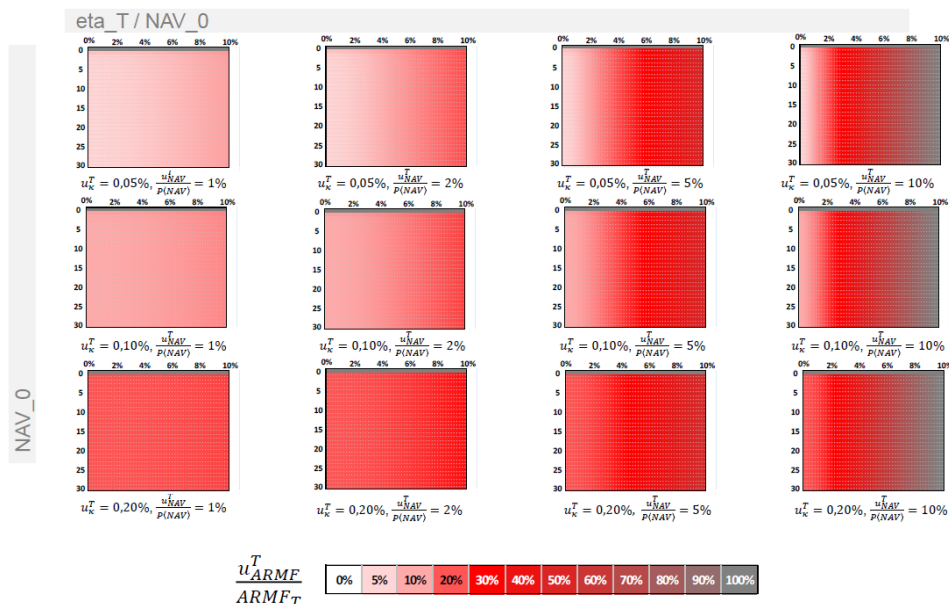
parametrów zmienności kosztów względnych oraz względnej zmienności WAN w okresie dla kosztów całkowitych na poziomie 2,0% (reprezentujących fundusze mieszane)

Źródło: Opracowanie własne.

$$ARMF_T = 1,0\%$$

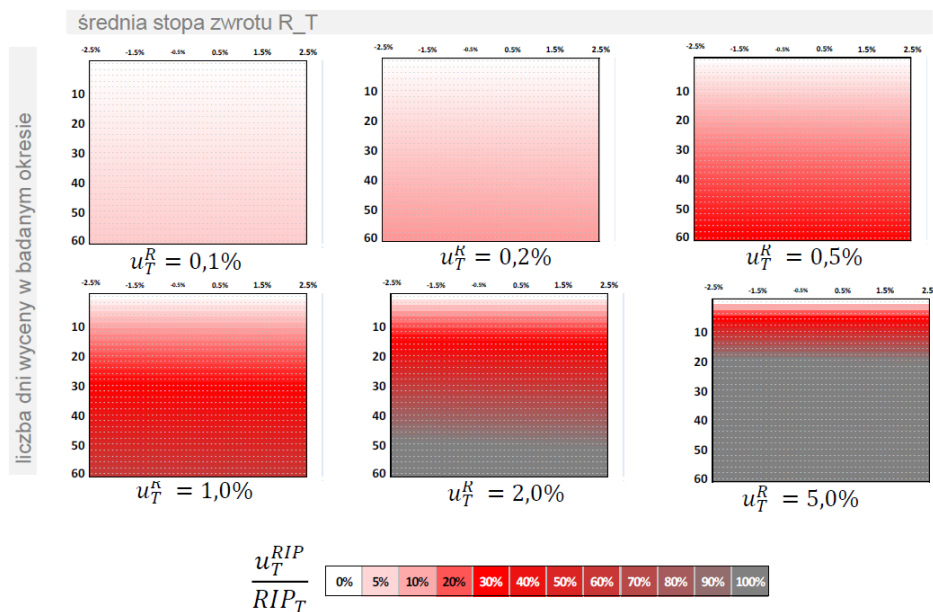
$$u_{\eta}^T = 500$$

$$\frac{u_{ARMF}^T}{ARMF_T} = \sqrt{\left(\frac{u_k^T}{ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{u_{\eta}^T}{P(NAV)ARMF_T}\right)^2 + \left(\frac{\eta_T}{P(NAV)} \frac{u_{NAV}^T}{P(NAV)} \frac{u_{NAV}^T}{ARMF_T}\right)^2}$$



Rysunek 18. Seria symulacji błędu względnego kosztów i opłat wg wielkości FIO reprezentowaną WAN [oś Y] oraz względnego udziału kosztów stałych [oś X] dla różnych parametrów zmienności kosztów względnych oraz względnej zmienności WAN w okresie dla kosztów całkowitych na poziomie 3,0% (reprezentujących fundusze obligacji)

Źródło: Opracowanie własne.



Rysunek 19. Seria symulacji błędu względnego stopy zwrotu przed opłatami wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz średniej dziennej stopy zwrotu netto [oś X] dla różnych wartości zmienności dziennej stopy zwrotu netto

Źródło: Opracowanie własne.

5.2.3. Koszty funduszu inwestycyjnego

Ponownie rozważony zostaje przypadek bez opłaty za sukces. Poza opłatą za zarządzanie z aktywów FIO są zwykle naliczane także inne koszty. Możliwości w zakresie ich analizy są bardzo ograniczone ze względu na brak dostępu do danych. Warto zatem podjąć trud opracowania jednolitej procedury estymowania takich kosztów. Niech punktem wyjściowym dla tych rozważań będzie wzór (5.X) z poprzedniego podrozdziału przepisany w formie:

$$1 + RIP[T] = \prod_{u=1}^L \left(1 + r_u^T + \xi_c^* \left(RMF_u^T + \kappa_u^T + \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^T} \right) \right) . \quad ()$$

Zatem wprost zostaje przyjęte założenie o stałości na badanym odcinku kosztów zależnych od aktywów κ_T oraz kosztów stałych reprezentowanych przez η_T . Niepewności wynikające z przyjęcia tych założeń są analogiczne jak te dotyczące rozważań nad stopą zwrotu przed opłatami, a trudność polega teraz na uwzględnieniu średniej wartości aktywów netto $P\langle NAV \rangle$.

$$\frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^T} = \frac{\eta_u^T}{NAV_{u-1}^T}$$

$$\text{Z rozwiązania: } NAV_u^T = NAV_0^T \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_k^T} NF_k^T$$

$$\text{Koszty stałe ostatej wartości: } \eta_u^T = \eta_T$$

$$\frac{\eta_T}{NAV_{u-1}^T} = \left(\frac{NAV_{u-1}^T}{\eta_T} \right)^{-1} = \left(\frac{NAV_0^T}{\eta_T} \frac{QT_u^T}{QT_0^T} + \frac{1}{\eta_T} \sum_{k=1}^u \frac{QT_u^T}{QT_k^T} NF_k^T \right)^{-1}$$

$$NF_u^T \approx NF_T$$

$$1 + r_u^T = \frac{QT_u^T}{QT_{u-1}^T} \approx 1 + R_T \quad \Rightarrow \quad QT_u^T \approx (1 + R_T) QT_{u-1}^T$$

$$QT_u^T \approx (1 + R_T)^u QT_0^T$$

$$\frac{\eta_T}{NAV_{u-1}^T} = \left(\frac{NAV_0^T}{\eta_T} \frac{(1+R_T)^u QT_0^T}{QT_0^T} + \frac{NF_T}{\eta_T} \sum_{k=1}^u \frac{(1+R_T)^u QT_0^T}{(1+R_T)^k QT_0^T} \right)^{-1}$$

$$\frac{\eta_T}{NAV_{u-1}^T} = \left(\frac{(1+R_T)^u}{\eta_T} NAV_0^T + \frac{(1+R_T)^u}{\eta_T} NF_T \sum_{k=1}^u \frac{1}{(1+R_T)^k} \right)^{-1}$$

$$\sum_{i=1}^n x^{i-1} = \frac{1-x^n}{1-x} = \frac{x^n-1}{x-1}$$

$$\sum_{k=1}^u \frac{1}{(1+R_T)^k} = \sum_{k=1}^u \left(\frac{1}{1+R_T} \right)^k = \frac{1}{1+R_T} \sum_{k=1}^u \left(\frac{1}{1+R_T} \right)^{k-1} = \frac{1}{1+R_T} \frac{1 - \left(\frac{1}{1+R_T} \right)^u}{1 - \frac{1}{1+R_T}} = \frac{1}{(1+R_T)} \frac{1 - \left(\frac{1}{1+R_T} \right)^u}{\frac{R_T}{1+R_T}} = \frac{(1+R_T)^{u-1}}{R_T(1+R_T)^u}$$

$$\frac{\eta_T}{NAV_{u-1}^T} = \left(\frac{(1+R_T)^u}{\eta_T} NAV_0^T + \frac{(1+R_T)^u}{\eta_T} NF_T \frac{(1+R_T)^{u-1}}{R_T(1+R_T)^u} \right)^{-1} = \left(\frac{(1+R_T)^u R_T NAV_0^T}{\eta_T R_T} + \frac{NF_T [(1+R_T)^u - 1]}{\eta_T R_T} \right)^{-1}$$

$$\frac{\eta_T}{NAV_{u-1}^T} = \frac{\eta_T R_T}{(1+R_T)^u R_T NAV_0^T + NF_T [(1+R_T)^u - 1]}$$

5.3. Wnioski

Ostatecznie, ogólne wnioski, które można wysnuć na podstawie przeprowadzonych symulacji są następujące:

- Określanie parametru cash flow wiąże się z dużą niepewnością względną, gdy jest on zbliżony do 0%. W takiej sytuacji model *cash flow* wymaga rygorystycznej procedury.
- Powszechnie stosowana w literaturze formuła określająca *cash flow* ma ograniczony zakres stosowalności i powinna być korygowana w okresach dużej zmienności stóp zwrotu FIO.
- Opisywanie kosztów uśrednionym współczynnikiem może być obarczone dużą niepewnością, zwłaszcza przy dużej zmienności wysokości kosztów oraz dla funduszy pobierających niższe opłaty za zarządzanie.
- Względna dokładność wyznaczania stopy zwrotu przed opłatami zależy przede wszystkim od jej zmienności w badanym okresie.

Zakończenie

Celem przedkładanej rozprawy było skonstruowanie szczegółowego i kompleksowego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego oraz sprawdzenie zakresu jego stosowalności w różnych scenariuszach. Zadanie to zostało zrealizowane, natomiast autorskie rezultaty zostały umieszczone w rozdziale 4 oraz 5. Całość przebiegła w drodze realizacji celów szczegółowych, co zostaje opisane w tabeli 9.

Cel związany z teoretycznym osadzeniem modelu w kontekście organizacji jako systemu oraz wypracowaniem podejścia do opisu jego funkcjonowania, a także towarzyszącej mu niepewności, został zrealizowany w rozdziale 1. Przedstawione zostało nawiązanie do ujęcia systemowego organizacji w naukach o zarządzaniu oraz rozszerzenie tej koncepcji o opis ilościowy w finansach. Na kanwie takiego podejścia zostało zaprezentowane podejście do pomiaru funkcjonowania organizacji jako systemu oraz opis jego niepewności – metody zaczerpnięto z wystandardyzowanego podejścia i międzynarodowych standardów w naukach przyrodniczych. Całość podsumowują rozważania nawiązujące do filozofii nauki i opisu układu w takim ujęciu.

Przegląd literatury naukowej o kluczowych aspektach i wyzwaniach funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych, w tym podejść ilościowych do pomiaru przepływów kapitału i efektywności, przedstawiony został w ramach rozdziału 2. Kompleksowy i wyczerpujący przegląd literatury stanowił podwaliny pod pierwszą konstrukcję modelu. Analizie zostały kluczowe aspekty funkcjonowania FIO, czyli wyniki inwestycyjne i przepływy netto. Istotną obserwacją było dość swobodne podejście do ustalania formuł opisujących miary dotyczące działania funduszu. Zidentyfikowano również kluczowe wyzwania dla funkcjonowania funduszy, za które autor uznał przede wszystkim opłaty i koszty, ale także limity inwestycyjne i płynność.

W rozdziale 3 zaprezentowana zostaje charakterystyka rynku funduszy inwestycyjnych w Polsce – jest to przykład rynku o wysokiej dynamice zmian w funkcjonowaniu FIO. Przeanalizowanie konkretnego przykładu rynku funkcjonowania funduszy inwestycyjnych otwartych miało na celu przygotowanie gruntu do testowania modelu z wykorzystaniem konkretnych danych, co jest uzupełnieniem dla przeprowadzonych symulacji. Rozważone zostały podstawy prawne i ogólne zasady funkcjonowania, ale także podział funduszy inwestycyjnych i dynamika rozwoju rynku polskiego.

Właściwa konstrukcja ilościowego modelu funkcjonowania funduszu inwestycyjnego otwartego wypełnia rozdział 4. Opracowany model charakteryzuje się całościowym podejściem do modelowania dynamiki FIO. Jego równania skupione zostały wokół kluczowej zmiennej, jaką jest WAN – pozwala ona analizować m.in. możliwości danego funduszu, jego popularność i etap funkcjonowania. Nie mniej model modułowo wprowadza do opisu wszystkie istotne procesy osadzając je w dyskretnej przestrzeni matematycznej złożonej z kolejnych dni funkcjonowania. Rozważone zostają także możliwe sytuacje przybliżone (upraszczające wzory i ułatwiające czy nawet umożliwiające analizę) oraz opis dynamiki na dowolnym odcinku czasu z wykorzystaniem ogólnego rozwiązania zadanego równania rekurencyjnego.

Kończący rozprawę rozdział 5 to symulacje i analizy ukazujące zakres zastosowania skonstruowanego modelu. Po analizie zakresu dostępnych danych, charakterystycznych dla rynku polskiego, autor skupił się na podstawowych aspektach funkcjonowania, czyli przepływach netto reprezentowanych przez tzw. *cash flow* oraz wyniku opisywanego stopą zwrotu przed opłatą. W pierwszym przypadku został także przeprowadzony dowód ukazujący, że zaproponowane podejście jest uogólnieniem modeli *cash flow* widocznych w literaturze. Na zakończenie został także przeanalizowany aspekt kosztów i opłat FIO.

Uzyskane wyniki mają istotny wkład do dyskursu naukowego w dyscyplinie ekonomia i finanse. Po pierwsze zaproponowany został kompleksowy model pozwalający dokładnie opisać instrument finansowy, jakim jest fundusz inwestycyjny otwarty. Takie holistyczne podejście do opisu nie było wg wiedzy autora dotąd stosowane w zakresie operacji funduszowych. Dzięki uzyskanym wynikom możliwe jest badanie relacji pomiędzy różnymi aspektami funkcjonowania FIO. Po drugie przeanalizowany został zakres stosowalności modelu i jego przybliżeń. Model wyjściowy można wykorzystać w każdych warunkach, ale używanie przybliżeń wprowadza do rozważań niepewność, która zależy od różnych parametrów i dokonanych założeń. Ponieważ takie podejście jest konieczne ze względu na brak powszechnego dostępu do danych detalicznych, to jego konsekwencje powinny być odpowiednio uwzględnione w krytycznej analizie własnych wyników oraz dodane do niepewności otrzymywanych wyników ilościowych. Po trzecie – zostało ukazane jasne powiązanie modelu i wyprowadzonych formuł ze światową literaturą. W szczególności przeprowadzono dowód, że dostarczony model jest ogólniejszą postacią dla tych

powszechnie stosowanych przy opisie *cash flow*, a dodatkowo możliwa jest do wprowadzenia poprawka mająca duże znaczenie przy wysokiej zmienności stóp zwrotu.

Bibliografia

Pozycje zwarte i artykułowe

- Adams, J. C., Mansi, S. A., & Nishikawa, T. (2012a). Are mutual fund fees excessive? *Journal of Banking and Finance*, 36(8), 2245–2259. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2012.04.003>
- Adams, J. C., Mansi, S. A., & Nishikawa, T. (2012b). Are mutual fund fees excessive? *Journal of Banking and Finance*, 36(8), 2245–2259. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2012.04.003>
- Aduszkiewicz, A. (2004). *Słownik filozofii*. Świat Książki.
- Alexander, G. (1998). Mutual fund shareholders: characteristics, investor knowledge, and sources of information. *Financial Services Review*, 7(4), 301–316. [https://doi.org/10.1016/s1057-0810\(99\)00023-2](https://doi.org/10.1016/s1057-0810(99)00023-2)
- Almazan, A., Brown, K. C., Carlson, M., & Chapman, D. A. (2004). Why constrain your mutual fund manager? *Journal of Financial Economics*, 73(2), 289–321. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2003.05.007>
- Amihud, Y. (2002). Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets*, 5(1), 31–56. [https://doi.org/10.1016/S1386-4181\(01\)00024-6](https://doi.org/10.1016/S1386-4181(01)00024-6)
- Anufriev, M., Bao, T., Sutan, A., & Tuinstra, J. (2019). Fee structure and mutual fund choice: An experiment. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 158, 449–474. <https://doi.org/10.1016/J.JEBO.2018.12.013>
- Arendarski, J. (2006). *Niepewność pomiarów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. <https://docer.pl/doc/n0x8n11>
- Artavanis, N. T., Eksi, A. A., & Kadlec, G. B. (2019). Downside Risk and Mutual Fund Flows. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.3302876>
- Babalos, V., Caporale, G. M., Kostakis, A., & Philippas, N. (2008). Testing for persistence in mutual fund performance and the ex-post verification problem: Evidence from the Greek market. *European Journal of Finance*, 14(8), 735–753. <https://doi.org/10.1080/13518470802173248>
- Babalos, V., Kostakis, A., & Philippas, N. (2009a). Managing mutual funds or managing expense ratios? Evidence from the Greek fund industry. *Journal of Multinational Financial Management*, 19(4), 256–272. <https://doi.org/10.1016/j.mulfin.2009.01.001>

- Babalos, V., Kostakis, A., & Philippas, N. (2009b). Managing mutual funds or managing expense ratios? Evidence from the Greek fund industry. *Journal of Multinational Financial Management*, 19(4), 256–272. <https://doi.org/10.1016/j.mulfin.2009.01.001>
- Barber, B. M., Huang, X., & Odean, T. (2016). Which Factors Matter to Investors? Evidence from Mutual Fund Flows. *Review of Financial Studies*, 29(10), 2601–2642. <https://doi.org/10.1093/RFS/HHW054>
- Barber, B. M., Odean, T., & Zheng, L. (2005). Out of sight, out of mind: The effects of expenses on mutual fund flows. *Journal of Business*, 78(6), 2095–2119. <https://doi.org/10.1086/497042>
- Barras, L., Scaillet, O., & Wermers, R. (2010). False discoveries in mutual fund performance: Measuring luck in estimated alphas. *Journal of Finance*, 65(1), 179–216. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2009.01527.x>
- Basu, A. K., & Huang-Jones, J. (2015). The performance of diversified emerging market equity funds. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 35, 116–131. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2015.01.002>
- Ben-Rephael, A. (2017). Flight-to-liquidity, market uncertainty, and the actions of mutual fund investors. *Journal of Financial Intermediation*, 31, 30–44. <https://doi.org/10.1016/J.JFI.2017.05.002>
- Bergstresser, D., & Poterba, J. (2002). Do after-tax returns affect mutual fund inflows? *Journal of Financial Economics*, 63(3), 381–414. [https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(02\)00066-1](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(02)00066-1)
- Berk, J. B., & Green, R. C. (2004). Mutual fund flows and performance in rational markets. *Journal of Political Economy*, 112(6), 1269–1295. <https://doi.org/10.1086/424739>
- Berk, J. B., & Tonks, I. (2007). *Return Persistence and Fund Flows in the Worst Performing Mutual Funds* (No. 13042).
- Berk, J. B., & van Binsbergen, J. H. (2015). Measuring skill in the mutual fund industry. *Journal of Financial Economics*, 118(1), 1–20. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2015.05.002>
- Berkowitz, M. K., & Kotowitz, Y. (2000a). Investor risk evaluation in the determination of management incentives in the mutual fund industry. *Journal of Financial Markets*, 3(4), 365–387. [https://doi.org/10.1016/S1386-4181\(00\)00011-2](https://doi.org/10.1016/S1386-4181(00)00011-2)

- Berkowitz, M. K., & Kotowitz, Y. (2000b). Investor risk evaluation in the determination of management incentives in the mutual fund industry. *Journal of Financial Markets*, 3(4), 365–387. [https://doi.org/10.1016/S1386-4181\(00\)00011-2](https://doi.org/10.1016/S1386-4181(00)00011-2)
- Bernardo, A. E., & Ledoit, O. (2000). Gain, loss, and asset pricing. *Journal of Political Economy*, 108(1), 144–172. <https://doi.org/10.1086/262114/0>
- Białkowski, J., & Otten, R. (2011). Emerging market mutual fund performance: Evidence for Poland. *The North American Journal of Economics and Finance*, 22(2), 118–130. <https://doi.org/10.1016/J.NAJEF.2010.11.001>
- Bianchi, M. (2018). Financial Literacy and Portfolio Dynamics. *Journal of Finance*, 73(2), 831–859. <https://doi.org/10.1111/jofi.12605>
- Blake, C. R., Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1993). The Performance of Bond Mutual Funds. *The Journal of Business*, 66(3), 370–403.
- Blake, D., & Timmermann, A. (1998). Mutual Fund Performance: Evidence from the UK. *Review of Finance*, 2(1), 57–77. <https://doi.org/10.1023/a:1009729630606>
- Borowski, G. (2011). *Rynek funduszy inwestycyjnych w Unii Europejskiej*. CeDeWu.
- Bóta, G., & Ormos, M. (2016). Is There a Local Advantage for Mutual Funds That Invest in Eastern Europe? *Eastern European Economics*, 54(1), 23–48. <https://doi.org/10.1080/00128775.2015.1120161>
- Brown, D. B., Carlin, B. I., & Lobo, M. S. (2010). Optimal Portfolio Liquidation with Distress Risk. *Management Sciences*, 56(11), 1997–2014. <https://doi.org/10.1287/MNSC.1100.1235>
- Busse, J. A., & Irvine, P. J. (2006). Bayesian alphas and mutual fund persistence. *Journal of Finance*, 61(5), 2251–2288. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.01057.x>
- Cao, C., Simin, T. T., & Wang, Y. (2013). Do mutual fund managers time market liquidity? *Journal of Financial Markets*, 16(2), 279–307. <https://doi.org/10.1016/J.FINMAR.2012.10.004>
- Carhart, M. M. (1997a). On persistence in mutual fund performance. *Journal of Finance*, 52(1), 57–82. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x>
- Carhart, M. M. (1997b). On Persistence in Mutual Fund Performance. *Journal of Finance*, 52(1), 57–82.
- Chen, Q., & Chi, Y. (2018). Smart beta, smart money. *Journal of Empirical Finance*, 49, 19–38. <https://doi.org/10.1016/J.JEMPFIN.2018.08.002>

- Chevalier, J., & Ellison, G. (1997). Risk taking by mutual funds as a response to incentives. *Journal of Political Economy*, 105(6), 1167–1200. <https://doi.org/10.1086/516389>
- Chiang, W. C., Urban, T. L., & Baldrige, G. W. (1996). A neural network approach to mutual fund net asset value forecasting. *Omega*, 24(2), 205–215. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(95\)00059-3](https://doi.org/10.1016/0305-0483(95)00059-3)
- Choi, J. J., Laibson, D., & Madrian, B. C. (2010). Why does the law of one price fail? An experiment on index mutual funds. *Review of Financial Studies*, 23(4), 1405–1432. <https://doi.org/10.1093/RFS/HHP097>
- Chordia, T. (1996). The structure of mutual fund charges. *Journal of Financial Economics*, 41(1), 3–39. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(95\)00856-A](https://doi.org/10.1016/0304-405X(95)00856-A)
- Clare, A., Sherman, M., O’Sullivan, N., Gao, J., & Zhu, S. (2022). Manager characteristics: Predicting fund performance. *International Review of Financial Analysis*, 80, 102049. <https://doi.org/10.1016/J.IRFA.2022.102049>
- Coates, J. C., & Hubbard, R. G. (2011). Competition in the Mutual Fund Industry: Evidence and Implications for Policy. *SSRN Electronic Journal*, 36. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1005426>
- Collinet, L., & Firer, C. (2003). Characterising persistence of performance amongst South African general equity unit trusts. *Omega*, 31(6), 523–538. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2003.08.008>
- Cronqvist, H. (2011). Advertising and Portfolio Choice. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.920693>
- Cuthbertson, K., Nitzsche, D., & O’Sullivan, N. (2008). UK mutual fund performance: Skill or luck? *Journal of Empirical Finance*, 15(4), 613–634. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2007.09.005>
- Cuthbertson, K., Nitzsche, D., & O’Sullivan, N. (2010). Mutual fund performance: Measurement and evidence. *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 19(2), 95–187. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0416.2010.00156.x>
- Cuthbertson, K., Nitzsche, D., & O’Sullivan, N. (2022). Mutual fund performance persistence: Factor models and portfolio size. *International Review of Financial Analysis*, 81, 102133. <https://doi.org/10.1016/J.IRFA.2022.102133>

- Dahlquist, M., Engstrom, S., & Soderlind, P. (2000). Performance and Characteristics of Swedish Mutual Funds. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35(3), 409. <https://doi.org/10.2307/2676211>
- Das, S. R., & Sundaram, R. K. (2002). Fee Speech: Signaling, Risk-Sharing, and the Impact of Fee Structures on Investor Welfare. *Review of Financial Studies*, 15(5), 1465–1497. <https://doi.org/10.1093/rfs/15.5.1465>
- Dawidowicz, D. (2012). *Fundusze inwestycyjne. Rodzaje – metody oceny – analiza*. CeDeWu.
- DeMiguel, V., Gil-Bazo, J., Nogales, F. J., & A. P. Santos, A. (2021). Machine Learning and Fund Characteristics Help to Select Mutual Funds with Positive Alpha. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.3768753>
- Dittmann, I. (2020). *Nominalna i realna stopa zwrotu z instrumentów finansowych o niskim ryzyku - ocena z perspektywy gospodarstwa domowego*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Dittmann, Iwona., & Uniwersytet Ekonomiczny (Wrocław). Wydawnictwo. (2019). *Odpowiedniość polskich funduszy inwestycyjnych otwartych dla inwestora indywidualnego: koncepcja oceny*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Dowd, K. (2000). Adjusting for risk: An improved sharpe ratio. *International Review of Economics and Finance*, 9(3), 209–222. [https://doi.org/10.1016/S1059-0560\(00\)00063-0](https://doi.org/10.1016/S1059-0560(00)00063-0)
- Elton, E. J., Gruber, M. J., & Blake, C. R. (1996). The persistence of risk-adjusted mutual fund performance. *Journal of Business*, 69(2), 133–157. <https://doi.org/10.1086/209685>
- Elton, E. J., Gruber, M. J., & de Souza, A. (2019). Passive mutual funds and ETFs: Performance and comparison. *Journal of Banking and Finance*, 106, 265–275. <https://doi.org/10.1016/J.JBANKFIN.2019.07.004>
- European Commission. (2018). *Study on the distribution systems of retail investment products*.
- Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *Journal of Finance*, 38(1), 34–105.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993a). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3–56. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(93)90023-5)

- Fama, E. F., & French, K. R. (1993b). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3–56. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(93)90023-5)
- Fama, E. F., & French, K. R. (2010). Luck versus skill in the cross-section of mutual fund returns. *The Journal of Finance*, 65(5), 1915–1947. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2010.01598.x>
- Fama, E. F., & French, K. R. (2015a). A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 116(1), 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2014.10.010>
- Fama, E. F., & French, K. R. (2015b). A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 116. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2014.10.010>
- Fama, E. F., & French, K. R. (2018). Choosing factors. *Journal of Financial Economics*, 128(2), 234–252. <https://doi.org/10.1016/J.JFINECO.2018.02.012>
- Ferreira, M. A., Keswani, A., Miguel, A. F., & Ramos, S. B. (2013). The Determinants of mutual fund performance: A cross-country study. *Review of Finance*, 17(2), 483–525. <https://doi.org/10.1093/rof/rfs013>
- Ferreira, M. A., Keswani, A., Miguel, A. F., & Ramos, S. B. (2019). What determines fund performance persistence? International evidence. *Financial Review*, 54(4), 679–708. <https://doi.org/10.1111/FIRE.12202>
- Filip, D. (2012). The Analysis of Czech Investment Funds Performance. *SSRN Electronic Journal*, 22–39. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1865133>
- Fletcher, J., & Forbes, D. (2002). An exploration of the persistence of UK unit trust performance. *Journal of Empirical Finance*, 9(5), 475–493. [https://doi.org/10.1016/S0927-5398\(02\)00006-3](https://doi.org/10.1016/S0927-5398(02)00006-3)
- Fletcher, J., & Ntozi-Obwale, P. (2009). Exploring the conditional performance of U.K. unit trusts. *Journal of Financial Services Research*, 36(1), 21–44. <https://doi.org/10.1007/s10693-009-0061-z>
- Fulkerson, J. A., & Hong, X. (2021). Investment restrictions and fund performance. *Journal of Empirical Finance*, 64, 317–336. <https://doi.org/10.1016/J.JEMPFIN.2021.10.001>
- Gabriel, T. F., Nicolescu, L., & Lupu, R. (2015). Evolution of Mutual Funds in Romania: Performance and Risks. *Journal for Economic Forecasting*, 4, 180–197.

- Gajewski, J. F., & Tran Dieu, L. (2021). Determinants and performance of outsourcing in the European mutual fund market. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 73, 101346. <https://doi.org/10.1016/J.INTFIN.2021.101346>
- Galagedera, D. U. A., Fukuyama, H., Watson, J., & Tan, E. K. M. (2020). Do mutual fund managers earn their fees? New measures for performance appraisal. *European Journal of Operational Research*, 287(2), 653–667. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.04.009>
- Gallaher, S., Kaniel, R., & Starks, L. T. (2006). Madison Avenue Meets Wall Street: Mutual Fund Families, Competition and Advertising. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.879775>
- Gil-Bazo, J., & Ruiz-Verdu, P. (2009a). The relation between price and performance in the mutual fund industry. *Journal of Finance*, 64(5), 2153–2183. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2009.01497.x>
- Gil-Bazo, J., & Ruiz-Verdu, P. (2009b). The relation between price and performance in the mutual fund industry. *Journal of Finance*, 64(5), 2153–2183. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2009.01497.x>
- Grinblatt, M., & Keloharju, M. (2008). *Are Mutual Fund Fees Competitive? What IQ-Related Behavior Tells Us*.
- Grinblatt, M., & Titman, S. (1989). Mutual Fund Performance: An Analysis of Quarterly Portfolio Holdings. *The Journal of Business*, 62(3), 393. <https://doi.org/10.1086/296468>
- Grinblatt, M., & Titman, S. D. (1992). The Persistence of Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*, 47(5), 1977–1984. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1992.tb04692.x>
- Gruber, M. J. (1996). Another puzzle: The growth in actively managed mutual funds. *Journal of Finance*, 51(3), 783–810. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1996.tb02707.x>
- Ha, Y., & Ko, K. (2019). Misspecifications in the fund flow-performance relationship. *Journal of Financial Intermediation*, 38, 69–81. <https://doi.org/10.1016/J.JFI.2018.11.001>
- Harper, J. T., Madura, J., & Schnusenberg, O. (2006). Performance comparison between exchange-traded funds and closed-end country funds. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 16(2).
- Hendricks, D., Patel, J., & Zeckhauser, R. (1993). Hot Hands in Mutual Funds: Short-Run Persistence of Relative Performance, 1974-1988. *The Journal of Finance*, 48(1), 93. <https://doi.org/10.2307/2328883>

- Holmstrom, B. (1979). Moral hazard and observability. *The Bell Journal of Economics*, 10(1), 74. <https://doi.org/10.2307/3003320>
- Holmstrom, B. (1999). Managerial incentive problems: a dynamic perspective. *Review of Economic Studies*, 66, 169–182.
- Hsu, C. S., & Lin, J. R. (2007). Mutual fund performance and persistence in Taiwan: A non-parametric approach. *Service Industries Journal*, 27(5), 509–523. <https://doi.org/10.1080/02642060701411658>
- Hu, M., Chao, C. C., & Lim, J. H. (2016). Another explanation of the mutual fund fee puzzle. *International Review of Economics & Finance*, 42, 134–152. <https://doi.org/10.1016/J.IREF.2015.11.002>
- Huang, J. (2020). Dynamic Liquidity Preferences of Mutual Funds. *Quarterly Journal of Finance*, 10(4). <https://doi.org/10.1142/S2010139220500184>
- Huang, J., Wei, K. D., & Yan, H. (2007). Participation Costs and the Sensitivity of Fund Flows to Past Performance. *The Journal of Finance*, 62(3), 1273–1311. <https://doi.org/10.1111/J.1540-6261.2007.01236.X>
- Indro, D. C., Jiang, C. X., Patuwo, B. E., & Zhang, G. P. (1999). Predicting mutual fund performance using artificial neural networks. *Omega*, 27(3), 373–380. [https://doi.org/10.1016/S0305-0483\(98\)00048-6](https://doi.org/10.1016/S0305-0483(98)00048-6)
- Ippolito, R. A. (1989). Efficiency with Costly Information: A Study of Mutual Fund Performance, 1965–1984. *The Quarterly Journal of Economics*, 104(1), 1–23. <https://doi.org/10.2307/2937832>
- Ippolito, R. A. (1992). Consumer Reaction to Measures of Poor Quality: Evidence from the Mutual Fund Industry. *The Journal of Law and Economics*, 35(1), 45–70. <https://doi.org/10.1086/467244>
- Ippolito, R. A. (1993). On Studies of Mutual Fund Performance, 1962–1991. *Financial Analysts Journal*, 49(1), 42–50. <https://doi.org/10.2469/faj.v49.n1.42>
- Ivković, Z., Poterba, J., & Weisbenner, S. (2005). Tax-motivated trading by individual investors. *American Economic Review*, 95(5), 1605–1630. <https://doi.org/10.1257/000282805775014461>
- Ivković, Z., & Weisbenner, S. (2009). Individual investor mutual fund flows. *Journal of Financial Economics*, 92(2), 223–237. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2008.05.003>

- Jackowicz, K., & Filip, D. (2009). Powtarzalność wyników funduszy inwestycyjnych w Polsce. *236(236)*, 1–53.
- Jain, P. C., & Wu, J. S. (2000). Truth in mutual fund advertising: Evidence on future performance and fund flows. *Journal of Finance*, *55(2)*, 937–958. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00232>
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *The Journal of Finance*, *48(1)*, 65. <https://doi.org/10.2307/2328882>
- Jensen, M. C. (1968a). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *Journal of Finance*, *23(2)*, 389–416.
- Jensen, M. C. (1968b). The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *The Journal of Finance*, *23(2)*, 389–416. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1968.tb00815.x>
- Jensen, M. C. (1969). Risk, The Pricing of Capital Assets, and The Evaluation of Investment Portfolios. *The Journal of Business*, *42(2)*, 167–247. <https://doi.org/10.1086/295182>
- Jensen, M. C., & Meckling, W. H. (1979). Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs, and ownership structure. *Journal of Financial Economics*, *3(4)*, 163–231. https://doi.org/10.1007/978-94-009-9257-3_8
- Jiang, C., Du, J., An, Y., & Zhang, J. (2021). Factor tracking: A new smart beta strategy that outperforms naïve diversification. *Economic Modelling*, *96*, 396–408. <https://doi.org/10.1016/J.ECONMOD.2020.03.023>
- Jiang, G. J., & Yuksel, H. Z. (2017). What drives the “Smart-Money” effect? Evidence from investors’ money flow to mutual fund classes. *Journal of Empirical Finance*, *40*, 39–58. <https://doi.org/10.1016/J.JEMPFIN.2016.11.005>
- Jiang, J., Liao, L., Wang, Z., & Xiang, H. (2020). Financial literacy and retail investors’ financial welfare: Evidence from mutual fund investment outcomes in China. *Pacific Basin Finance Journal*, *59*, 101242. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2019.101242>
- Jones, C. S., & Mo, H. (2021). Out-of-Sample Performance of Mutual Fund Predictors. *Review of Financial Studies*, *34(1)*, 149–193. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhaa026>
- Karcz, J. (2016). Zarządzanie, organizacje i organizowanie – przegląd perspektyw teoretycznych. In K. Klincewicz (Ed.), *Zrządzanie, organizacje i organizowanie – przegląd*

- perspektyw teoretycznych* (pp. 206–225). Wydawnictwo Naukowe Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Warszawskiego. <https://doi.org/10.7172/978-83-65402-29-5.2016.wwz.9>
- Kazemi, H., Schneeweis, T., & Gupta, R. (2004). Omega as a Performance Measure. *Journal of Performance Measurement*, 8(3), 16–25.
- Keswani, A., & Stolin, D. (2008). Which money is smart? Mutual fund buys and sells of individual and institutional investors. *Journal of Finance*, 63(1), 85–118. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2008.01311.x>
- Khorana, A., Servaes, H., & Tufano, P. (2009). Mutual fund fees around the world. *Review of Financial Studies*, 22(3), 1279–1310. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhn042>
- Khorana, A., Tufano, P., & Servaes, H. (2008). Mutual fund fees around the world. *Review of Financial Studies*, 22(3), 1279–1310. <https://doi.org/https://doi.org/10.1093/rfs/hhn042>
- Kirkup, L., & Frenkel, R. B. (2006). An Introduction to Uncertainty in Measurement. In *An Introduction to Uncertainty in Measurement*. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511755538>
- Kosowski, R., Timmermann, A., Wermers, R., & White, H. (2006). Can mutual fund “stars” really pick stocks? New evidence from a bootstrap analysis. *Journal of Finance*, 61(6), 2551–2595. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.01015.x>
- Lakonishok, J., Shleifer, A., & Vishny, R. W. (1992). The Structure and Performance of the Money Management Industry. *Brookings Papers: Microeconomics*, 339–391.
- Lamont, O., & Frazzini, A. (2007). The Earnings Announcement Premium and Trading Volume. In *NBER* (No. 13090). <https://doi.org/10.3386/W13090>
- Le, T. D. (2022). Active mutual funds: Beware of smart beta ETFs! *Global Finance Journal*, 100738. <https://doi.org/10.1016/J.GFJ.2022.100738>
- Levy, H., & Lerman, Z. (1988). Testing the predictive power of ex-post efficient portfolios. *Journal of Financial Research*, 11(3), 241–254. <https://doi.org/10.1111/J.1475-6803.1988.TB00085.X>
- Liao, L., Zhang, X., & Zhang, Y. (2017). Mutual fund managers’ timing abilities. *Pacific-Basin Finance Journal*, 44, 80–96. <https://doi.org/10.1016/J.PACFIN.2017.06.003>
- Lo, A. W. (2002). The Statistics of Sharpe Ratios. *Financial Analysts Journal*, 58(4), 36–52. <https://doi.org/10.2469/faj.v58.n4.2453>

- Lou, D. (2012). A Flow-Based Explanation for Return Predictability. *The Review of Financial Studies*, 25(12), 3457–3489. <https://doi.org/10.1093/RFS/HHS103>
- Malkiel, B. G. (1995). Returns from Investing in Equity Mutual Funds 1971 to 1991. *The Journal of Finance*, 50(2), 549–572. <https://doi.org/10.1111/J.1540-6261.1995.TB04795.X>
- Malkiel, B. G. (2013). Asset management fees and the growth of finance. *Journal of Economic Perspectives*, 27(2), 97–108. <https://doi.org/10.1257/jep.27.2.97>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. Yale University Press.
- Mazur, M. (1987). Pojęcie systemu i rygory jego stosowania. *Postępy Cybernetyki*, 10(2), 21–29. http://www.autonom.edu.pl/publikacje/mazur_marian/pojecie_systemu_i_rygory_jego_stosowania.php
- Meucci, A. (2015). Smart Betas: Theory and Construction. *Risk-Based and Factor Investing*, 247–264. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78548-008-9.50010-1>
- Miziołek, T. (2013). *Pasywne zarządzanie portfelem inwestycyjnym - indeksowe fundusze inwestycyjne i fundusze ETF. Ocena efektywności zarządzania na przykładzie akcyjnych funduszy ETF rynków wschodzących*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Miziołek, T., & Trzebiński, A. (2018). *Rynek funduszy inwestycyjnych w Polsce*. CeDeWu.
- Muñoz, F. (2019). The ‘smart money effect’ among socially responsible mutual fund investors. *International Review of Economics & Finance*, 62, 160–179. <https://doi.org/10.1016/J.IREF.2019.03.010>
- Narula, A., Jha, C. B., & Panda, G. (2015). Development and Performance Evaluation of Three Novel Prediction Models for Mutual Fund NAV Prediction. *Annual Research Journal of Symbiosis Centre for Management Studies*, 3, 227–238.
- Nazaire, G., Pacurar, M., & Sy, O. (2021). Factor Investing and Risk Management: Is Smart-Beta Diversification Smart? *Finance Research Letters*, 41, 101854. <https://doi.org/10.1016/J.FRL.2020.101854>
- Otten, R., & Bams, D. (2002). European mutual fund performance. *European Financial Management*, 8(1), 75–101. <https://doi.org/10.1111/1468-036X.00177>

- Otten, R., & Schweitzer, M. (2002). A comparison between the European and the U.S. mutual fund industry. *Managerial Finance*, 28(1), 14–34. <https://doi.org/10.1108/03074350210767627>
- Pan, W. T., Han, S. Z., Yang, H. L., & Chen, X. Y. (2019). Prediction of mutual fund net value based on data mining model. *Cluster Computing*, 22, 9455–9460. <https://doi.org/10.1007/s10586-018-2272-2>
- Patel, J., Hendricks, D., & Zeckhauser, R. (1994). Investment flows and performance: evidence from mutual funds, Cross-border investments, and new issues . In R. Sato, R. M. Levich, & R. Ramachandran (Eds.), *Jayendu Patel, Darryll Hendricks, and Richard Zeckhauser. 1994. "Investment Flows and Performance: Evidence from Mutual Funds, Cross-Border Investments, and New Issues."* In *Japan, Europe, and International Financial Markets: Analytical and Empirical Pers...* (pp. 51–72). Cambridge University Press.
- Perez, K. (2011). Analyzing short-term persistence in Polish mutual funds performance. *Advances in Global Management Development*, 20, 157–164.
- Perez, K. (2012a). *Efektywność funduszy inwestycyjnych. Podejście techniczne i fundamentalne*. Difin.
- Perez, K. (2012b). *Fundusze inwestycyjne. Rodzaje, zasady funkcjonowania, efektywność* (2nd ed.). Wolters Kluwer Polska.
- Peszko, A. (2002). *Podstawy zarządzania organizacjami*. Uczelniane Wydawnictwo Naukowo-Dydaktyczne.
- Piotrowski, W. (2009). Organizacje i zarządzanie: kierunki, koncepcje, punkty widzenia. In A. K. Koźmiński & W. Piotrowski (Eds.), *Zarządzanie: Teoria i praktyka* (pp. 615–765). Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Priyadarshini, E., & Babu, A. C. (2012). A Comparative Analysis for forecasting the NAV's of Indian Mutual Fund using Multiple Regression Analysis and Artificial Neural Networks. *International Journal of Trade, Economics and Finance*, 3(5), 347–350. <https://doi.org/10.7763/ijtef.2012.v3.225>
- Rakowski, D., & Yamani, E. (2021). Endogeneity in the mutual fund flow–performance relationship: An instrumental variables solution. *Journal of Empirical Finance*, 64, 247–271. <https://doi.org/10.1016/J.JEMPFIN.2021.09.003>

- Ray, P., & Vina, V. (2011). Neural Network Models for Forecasting Mutual Fund Net Asset Value. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.872269>
- Riley, T. B. (2021). Portfolios of actively managed mutual funds. *Financial Review*, 56(2), 205–230. <https://doi.org/10.1111/FIRE.12257>
- Ross, S. A. (1973). The Economic theory of agency: The principal's problem. *American Economic Review*, 63(2), 134–139.
- Rout, M., Koudjonou, K. M., & Satapathy, S. C. (2020). Analysis of net asset value prediction using low complexity neural network with various expansion techniques. *Evolutionary Intelligence*, 0123456789. <https://doi.org/10.1007/s12065-020-00365-0>
- Rouwenhorst, K. G. (2004). *The Origins of Mutual Funds*.
- Sarnat, M. (1972). a Note on the Prediction of Portfolio Performance From Ex Post Data. *The Journal of Finance*, 27(4), 903–906. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1972.tb01320.x>
- Schiller, A., Woltering, R. O., & Sebastian, S. (2020). Is the flow-performance relationship really convex? - The impact of data treatment and model specification. *Journal of Economics and Finance* 2019 44:2, 44(2), 300–320. <https://doi.org/10.1007/S12197-019-09489-1>
- Sehgal, S., & Jhanwar, M. (2011). Short-Term Persistence in Mutual Funds Performance: Evidence from India. *SSRN Electronic Journal*, 15, 90–108. <https://doi.org/10.2139/ssrn.962829>
- Servaes, H., & Sigurdsson, K. (2022). The Costs and Benefits of Performance Fees in Mutual Funds. *Journal of Financial Intermediation*, 50, 100959. <https://doi.org/10.1016/J.JFI.2022.100959>
- Sharpe, W. F. (1966a). Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 39(1), 119–138.
- Sharpe, W. F. (1966b). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, 39(S1), 119. <https://doi.org/10.1086/294846>
- Sharpe, W. F. (1966c). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, 39(S1), 119. <https://doi.org/10.1086/294846>
- Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*, 21(1), 49–58. <https://doi.org/10.3905/jpm.1994.409501>
- Sirri, E. R., & Tufano, P. (1998). Costly Search and Mutual Fund Flows. *The Journal of Finance*, 53(5), 1589–1622. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00066>

- Smith, K. V. (1978). Is Fund Growth Related to Fund Performance? *The Journal of Portfolio Management*, 4(3), 49–54. <https://doi.org/10.3905/JPM.4.3.49>
- Sortino, F. A., & Price, L. N. (1994). Performance Measurement in a Downside Risk Framework. *The Journal of Investing*, 3(3), 59–64. <https://doi.org/10.3905/JOI.3.3.59>
- Sortino, F., van der Meer, R. A. H., & Plantinga, A. (1999). The upside potential ratio. *The Journal of Performance Measurement*, 1, 10–15.
- Spiegel, M., & Zhang, H. (2013). Mutual fund risk and market share-adjusted fund flows. *Journal of Financial Economics*, 108(2), 506–528. <https://doi.org/10.1016/J.JFINECO.2012.05.018>
- Spitz, A. E. (1970). Mutual Fund Performance and Cash Inflows. *Applied Economics*, 2(2), 141–145. <https://doi.org/10.1080/00036847000000023>
- Szeliga, M. (2017). *Data Science i uczenie maszynowe*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Trąpczyński, A. (2018). Fundusze Smart Beta - pasywne i efektywne zarządzanie portfelem inwestycyjnym. *Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny*, 80(2), 225–240. <https://doi.org/10.14746/RPEIS.2018.80.2.16>
- Treynor, J. L. (1965). How to rate management of investment funds. *Harvard Business Review*, 43(1), 63–75.
- Vidal-García, J. (2013). The persistence of European mutual fund performance. *Research in International Business and Finance*, 28(1), 45–67. <https://doi.org/10.1016/J.RIBAF.2012.09.004>
- Vidal-García, J., Vidal, M., Boubaker, S., & Hassan, M. (2018). The efficiency of mutual funds. *Annals of Operations Research*, 267(1–2), 555–584. <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2429-z>
- Vidal-García, J., Vidal, M., Boubaker, S., & Uddin, G. S. (2016). The short-term persistence of international mutual fund performance. *Economic Modelling*, 52, 926–938. <https://doi.org/10.1016/J.ECONMOD.2015.10.031>
- Wagner, N., & Winter, E. (2013). A new family of equity style indices and mutual fund performance: Do liquidity and idiosyncratic risk matter? *Journal of Empirical Finance*, 21(1), 69–85. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2012.12.005>
- Wang, K., & Huang, S. (2010). Using fast adaptive neural network classifier for mutual fund performance evaluation. *Expert Systems with Applications*, 37(8), 6007–6011. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.02.003>

- Wermers, R. R. (2003). Is Money Really “Smart”? New Evidence on the Relation between Mutual Fund Flows, Manager Behavior, and Performance Persistence. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.414420>
- Wilcox, R. T. (2003). Bargain Hunting or Star Gazing? Investors’ Preferences for Stock Mutual Funds. *Journal of Business*, 76(4), 645–663. <https://doi.org/10.1086/377034>
- Yi, L., Liu, Z., He, L., Qin, Z., & Gan, S. (2018). Do Chinese mutual funds time the market? *Pacific-Basin Finance Journal*, 47, 1–19. <https://doi.org/10.1016/J.PACFIN.2017.11.002>
- Young, T. W. (1991). Calmar ratio: A smoother tool. *Futures*, 20(1), 40–45.
- Yu, H. Y. (2012). Where are the smart investors? New evidence of the smart money effect. *Journal of Empirical Finance*, 19(1), 51–64. <https://doi.org/10.1016/J.JEMPFIN.2011.09.005>
- Zamojska, A. (2012). *Efektywność funduszy inwestycyjnych w Polsce. Studium teoretyczno-empiryczne*. C.H. Beck.
- Zheng, L. (1999). Is money smart? A study of mutual fund investors’ fund selection ability. *Journal of Finance*, 54(3), 901–933. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00131>

Akty prawne

- Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2014/91/UE z dnia 23 lipca 2014 r. zmieniająca dyrektywę 2009/65/WE w sprawie koordynacji przepisów ustawowych, wykonawczych i administracyjnych odnoszących się do przedsiębiorstw zbiorowego inwestowania w zbywalne papiery wartościowe (UCITS) w zakresie funkcji depozytariusza, polityki wynagrodzeń oraz sankcji (L 257/186)
- Rozporządzenie Ministra Finansów z dnia 13 grudnia 2018 r. w sprawie maksymalnej wysokości wynagrodzenia stałego towarzystwa za zarządzanie funduszem inwestycyjnym otwartym i specjalistycznym funduszem otwartym (Dz. U. 2018 poz. 2380)
- The Investment Company Act of 1940, nowelizacja P.L. 115-174, 24 maja 2018, <https://www.govinfo.gov/content/pkg/COMPS-1879/pdf/COMPS-1879.pdf>
- Ustawa z dnia 16 listopada 2000 roku o zmianie ustawy o funduszach inwestycyjnych, Dz.U. Nr 114, poz. 1192 z późn. zm.
- Ustawa z dnia 22 marca 1991 r. Prawo o publicznym obrocie papierami wartościowymi i

funduszach powierniczych, Dz.U. Nr 35, poz. 155 z późn. zm.

Ustawa z dnia 27 maja 2004 r. o funduszach inwestycyjnych, Dz.U. Nr 146 poz. 1546 z późn. zm.

Ustawa z dnia 28 sierpnia 1997 r. o funduszach inwestycyjnych, Dz.U. Nr 139 poz. 993 z późn. zm.

Ustawa z dnia 31 marca 2016 r. o zmianie ustawy o funduszach inwestycyjnych oraz niektórych innych ustaw, Dz.U. 2016 poz. 615 z późn. zm.

Źródła internetowe

EFAMA (2012). *The European Fund Classification - EFC Categories*. Dostęp 21.07.2019

https://www.efama.org/Publications/Public/European_Fund_Classification/EFC%20Categories%20Report.pdf

ESMA (2010a). *CESR's Guidelines on a common definition of European money market funds*.

Dostęp 21.07.2019

https://www.esma.europa.eu/sites/default/files/library/2015/11/10-049_cesr_guidelines_mmfs_with_disclaimer.pdf

ESMA (2010b). *CESR's guidelines on the methodology for calculation of the ongoing charges figure in the Key Investor Information Document*. Dostęp 03.05.2019

https://www.esma.europa.eu/sites/default/files/library/2015/11/10_674.pdf

ICI (2022). *2022 Investment Company Fact Book*. Dostęp 22.06.2022

https://www.ici.org/pdf/2022_factbook.pdf

Izba Zarządzających Aktywami i Funduszami (2021). *Klasyfikacja funduszy inwestycyjnych*.

Dostęp 22.06.2022

https://www.izfa.pl/media/news/Informacje%20prasowe/Klasyfikacja_FI.pdf (dostęp 22.06.2022)

Izba Zarządzających Aktywami i Funduszami i ARC Rynek i Opinia Sp. z o.o. (2021). *Badanie wiedzy, postaw wobec inwestowania oraz funduszy inwestycyjnych Wybrane wyniki z badania ilościowego i jakościowego. Czerwiec 2021*. Dostęp 22.06.2022

<https://www.izfa.pl/download/pobierz/raport-z-badania-izfia-2021>

IZFiA (2022). *Aktywa dane*. Dostęp 10.06.2022

<https://www.izfa.pl/raporty#aktywa-dane>

Morningstar (2016). *European Fund Expenses Are Decreasing in Percentage*. Dostęp 21.07.2019

https://media.morningstar.com/uk%5CMEDIA%5CResearch_Paper%5C2016_Morningstar_European_Cost_Study_17082016.pdf

NBP (2022). *Statystyka funduszy inwestycyjnych*. Dostęp 10.06.2022

https://www.nbp.pl/home.aspx?f=/statystyka/pieniezna_i_bankowa/sfi.html (dostęp 10.06.2022)

Spis tabel

Tabela 1. Przykłady błędów pomiarowych w finansach	20
Tabela 2. Modele szacowania przepływów kapitału w funduszach inwestycyjnych otwartych w literaturze naukowej.....	38
Tabela 3. Ewolucja w klasyfikacji funduszy inwestycyjnych w ustawodawstwie polskim	60
Tabela 4. Klasyfikacja funduszy inwestycyjnych w Polsce wg wybranych kryteriów podziału	64
Tabela 5. Polityka inwestycyjna i zasady dywersyfikacji lokat FIO, SFIO i FIZ zgodnie z Ustawą	66
Tabela 6. Porównanie sposobów klasyfikacji funduszy inwestycyjnych ze względu na ich politykę inwestycyjną definiowaną zaangażowaniem w aktywa określonych klas.....	69
Tabela 7. Przyrost WAN i struktura funduszy inwestycyjnych otwartych w Polsce na tle USA i Unii Europejskiej w latach 2004-2020	71
Tabela 8. Możliwe scenariusze dnia jako atomowego elementu quasi-dyskretnej przestrzeni czasu w ramach której funkcjonuje fundusz	81
Tabela 9. Charakterystyka próby wykorzystanej przy analizach empirycznych.....	106

Spis rysunków

Rysunek 1. Systemowe ujęcie organizacji	15
Rysunek 2. Podział miar efektywności funduszy inwestycyjnych wg Perez (2012a)	28
Rysunek 3. Zależność między efektywnością a przepływem kapitału w funduszu inwestycyjnym otwartym	35
Rysunek 4. Ewolucja ustawodawstwa o funduszach inwestycyjnych w Polsce w latach 1992-2022 ..	54
Rysunek 5. Przykładowy schemat przepływu informacji oraz środków pieniężnych związanych z funkcjonowaniem funduszu inwestycyjnego otwartego na rynku polskim	63
Rysunek 6. Schemat badań prowadzonych metodą dedukcji	73
Rysunek 7. Schemat badań prowadzonych metodą indukcji	74
Rysunek 8. Etapy badania	75
Rysunek 9. Schemat relacji modeli będący drogowskazem dla prowadzonych badań	76
Rysunek 10. Schematyczna prezentacja quasi-dyskretnej przestrzeni czasu nad którą rozpięta została konstrukcja modelu funduszu inwestycyjnego otwartego	77
Rysunek 11. Rozkład wartości przepływów netto policzonych dla funduszy inwestycyjnych otwartych z rynku polskiego dla okresu styczeń 2012 – grudzień 2019: (a) przy odcięciu dwustronnym 2,5% obserwacji skrajnych, (b) przy odcięciu dwustronnym 10,0% obserwacji skrajnych.	113
Rysunek 12. Symulacja niepewności względnej dla wartości <i>cash flow</i> wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości <i>cash flow</i> [oś X] dla różnych wartości parametru symulacji <i>p</i> reprezentującego względny rozrzut dziennych przepływów.	115
Rysunek 13. Symulacja niepewności względnej dla wartości <i>cash flow</i> wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości parametru symulacji <i>p</i> reprezentującego względny rozrzut dziennych przepływów [oś X] dla różnych wartości <i>cash flow</i>	115
Rysunek 14. Symulacja niepewności nominalnej dla wartości <i>cash flow</i> wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości parametru symulacji <i>p</i> reprezentującego względny rozrzut dziennych przepływów [oś X].	116
Rysunek 15. (a) Symulacja wyprowadzonej w modelu korekty dla <i>cash flow</i> wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz wartości średniej dziennej stopy zwrotu [oś X] (b) przykładowy rozkład obliczonych korekt dla funduszy inwestycyjnych otwartych z rynku polskiego dla okresu styczeń 2012 – grudzień 2019	120
Rysunek 16. Seria symulacji błędu względnego kosztów i opłat wg wielkości FIO reprezentowaną WAN [oś Y] oraz względnego udziału kosztów stałych [oś X] dla różnych parametrów zmienności	

kosztów względnych oraz względnej zmienności WAN w okresie dla kosztów całkowitych na poziomie 3,0% (reprezentujących fundusze akcyjne)	124
Rysunek 17. Seria symulacji błędu względnego kosztów i opłat wg wielkości FIO reprezentowaną WAN [oś Y] oraz względnego udziału kosztów stałych [oś X] dla różnych parametrów zmienności kosztów względnych oraz względnej zmienności WAN w okresie dla kosztów całkowitych na poziomie 2,0% (reprezentujących fundusze mieszane)	124
Rysunek 18. Seria symulacji błędu względnego kosztów i opłat wg wielkości FIO reprezentowaną WAN [oś Y] oraz względnego udziału kosztów stałych [oś X] dla różnych parametrów zmienności kosztów względnych oraz względnej zmienności WAN w okresie dla kosztów całkowitych na poziomie 3,0% (reprezentujących fundusze obligacji)	125
Rysunek 19. Seria symulacji błędu względnego stopy zwrotu przed opłatami wg długości analizowanego okresu [oś Y] oraz średniej dziennej stopy zwrotu netto [oś X] dla różnych wartości zmienności dziennej stopy zwrotu netto	126

Załącznik 1. Oznaczenia i notacja modeli

Notacja i oznaczenia matematyczne

$X^* = X \cup \{0\}$, gdzie X to dowolny zbiór.

$\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ – zbiór liczb naturalnych.

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} = \{k \mid k \in \mathbb{N}^* \vee (-k) \in \mathbb{N}^*\}$ – zbiór liczb całkowitych.

\mathbb{R} – zbiór liczb rzeczywistych.

$\forall n \in \mathbb{N}^*: [n] = \begin{cases} \{1, 2, \dots, n\} & \text{dla } n > 0 \\ \emptyset & \text{dla } n = 0 \end{cases}$.

$\forall X \subseteq \mathbb{R} : X^+ = \{x \in X \mid x > 0\}$.

$\forall X \subseteq \mathbb{R} : X^- = \{x \in X \mid x < 0\}$.

$\mathbb{V}_m \equiv \{v \in \mathbb{R} \mid \exists n \in \mathbb{N}^*: v = \pm 10^{-m}n\}$ dla dowolnego $m \in \mathbb{N}$.

$\mathbb{V} \equiv \{v \in \mathbb{V}_2 \mid v \geq 0\}$ – przestrzeń wartości pieniężnych.

$\mathbb{F} \equiv \{f \in \mathbb{R} \mid 0 \leq f \leq 1\}$ – przedział stawek opłat podawanych w stosunku do wartości pieniężnej.

$\forall x \in \mathbb{R} : [x] = \max\{k \in \mathbb{Z} \mid k \leq x\}$ – *podłoga*, czyli największa liczba całkowita nie większa od wskazanej liczby rzeczywistej.

$\forall x \in \mathbb{R} : \lceil x \rceil = \min\{k \in \mathbb{Z} \mid k \geq x\}$ – *sufit*, czyli najmniejsza liczba całkowita nie mniejsza od wskazanej liczby rzeczywistej.

$[\cdot]_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{V}_m$ taka, że $\forall x \in \mathbb{R} : [x]_m = [10^m x + 0,5] \cdot 10^{-m}$ – funkcja zaokrąglenia.

$(a; b)_X = \{x \in X \mid a < x < b\}$ – zawężenie zbioru uporządkowanego X do jego podzbioru ograniczonego elementami $a, b \in \mathbb{R}$; analogicznie oznaczymy zawężenia domknięte i mieszane; jeżeli $X = \mathbb{R}$ to pomijamy indeks za nawiasem.

Przydatne wzory i formuły

Suma częściowa szeregu dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=1}^n x^{i-1} = \frac{1-x^n}{1-x} = \frac{x^n-1}{x-1} \quad (\text{Z1.1})$$

Oznaczenia związane z notacją modeli funduszu

Jeżeli nie jest wskazane inaczej, to w ramach poniższych konwencji przyjmujemy $t \in \llbracket T \rrbracket$ lub – gdy wynika to z kontekstu – wtedy $t \in \llbracket T \rrbracket$, gdzie $T \equiv T_b^e$ to dowolny ustalony odcinek. Ponadto wartości funduszowe, które wprost definiują dokładną zmianę WAN funduszu, czyli nie są obciążone dodatkowymi potrąceniami, będą oznaczone skrótowo poprzez (FIV) umieszczone na końcu opisu.

Przestrzeń operacyjna

d_E dla pewnego $E \in \mathbb{N}$ – dzień likwidacji funduszu (dokładniej: dzień otwarcia lub zamknięcia likwidacji funduszu, w zależności od danego przypadku i przebiegu procesu likwidacji).

d_t dla $t \in [E]$ – kolejny t -ty dzień operacyjnego funkcjonowania FI; kwant czasu dla prowadzonej analizy operacyjnej.

$\mathbb{T} = \{d_t | t \in [E]\}$ – quasidykretna i skończona przestrzeń złożona ze wszystkich dni operacyjnego funkcjonowania funduszu wraz z ich strukturą procesową.

\preceq – porządek liniowy w zbiorze \mathbb{T} indukowany ze zbioru liczb naturalnych \mathbb{N} .

$T_b^e = \{d_t | d_b \preceq d_t \preceq d_e\} \subseteq \mathbb{T}$ – odcinek czasu na przestrzeni \mathbb{T} o początku w dniu d_b oraz końcu w dniu d_e ; w szczególności $T_t^t = d_t$ oraz $T_1^E = \mathbb{T}$.

\mathbb{P} – oznaczenie zbioru parametrów jednorodnych w danym modelu \mathbb{P} -jednorodnym

$[\cdot] : \mathbb{T} \rightarrow [E]$ – odwzorowanie indeksu, gdzie $\forall t \in [E] : [d_t] = t$.

$i_b : [T_b^e] \rightarrow [(e - b + 1)]$ – funkcja przesunięcia, gdzie $i_b(t) = t - b + 1 \equiv u$.

$L(T_b^e) = \#[T_b^e] = i_b(e) = (e - b + 1)$ – długość odcinka czasu.

$\xi : \mathbb{T} \rightarrow [E]$ – waga dnia, gdzie $\forall t \in [E] : \xi(d_t) = \xi_t$.

$\Xi_b^e \equiv \xi(T_b^e)$ – waga odcinka czasu, oznaczamy także $\Xi = \xi(T)$.

$D(t) \in \{365, 366\}$ – liczba dni kalendarzowych w roku, w którym występuje dzień d_t .

T, L, Ξ, D – uproszczone oznaczenia dotyczące dowolnego ustalonego odcinka czasu.

$\mathcal{J}(t)$ – zbiór indeksów oznaczających uczestników funduszu do dnia d_t , tj. wszystkich podmiotów (osób fizycznych lub prawnych), które są lub były uczestnikami danego funduszu do wskazanego dnia włącznie.

\mathcal{C} – zbiór indeksów dla kategorii jednostek uczestnictwa.

\mathcal{D} – zbiór indeksów dla dystrybutorów.

$\mathcal{K}(\ast)$ – katalogi kosztowe w kategorii \ast .

Ogólne założenia systemu oznaczeń

P_t dla $t \in [\mathbb{T}]$ – wartość wielkości oznaczonej jako P w dniu d_t .

$\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ – dzienna zmiana wielkości P w dniu d_t (podobnie na odcinku czasu ΔP_T).

$\nabla P_t = \Delta P_t / P_{t-1}$ – względna dzienna zmiana wielkości P w dniu d_t (podobnie na odcinku czasu ∇P_T).

P_T dla $T \subseteq \mathbb{T}$ – wartość wielkości P stałej na odcinku czasu T ; oznaczenie to jest stosowane, gdy wielkość P jest bezwzględnie stała na odcinku T , tzn. $\exists P_T \forall t \in [T] : P_t = P_T$.

P_u^T dla $T \subseteq \mathbb{T}$ oraz $u = i_b(t)$ – wartość wielkości oznaczonej jako P i zmiennej na odcinku czasu T ; oznaczenie to jest stosowane, gdy wielkość P jest zmienna na odcinku T , jednak dla celów uproszczenia opisu stosujemy przenumerowanie względem owego odcinka T (tj. przechodzimy do numeracji lokalnej).

$P(T) \equiv \sum_{t=b}^e P_t = \sum_{u=1}^L P_u^T$ – suma wartości wielkości addytywnie kumulatywnej P na odcinku czasu T ; wielkości takie poniżej zostaną dodatkowo oznaczone przez [add]; w szczególności dla $P \in \mathbb{P}$ zachodzi $P(T) = P_T L$.

$P[T] \equiv \prod_{t=b}^e (1 + P_t) - 1 = \prod_{u=1}^L (1 + P_u^T) - 1$ – iloczyn wartości wielkości multiplikatywnie kumulatywnej P na odcinku czasu T ; wielkości takie poniżej zostaną dodatkowo oznaczone przez [multi]; w szczególności dla $P \in \mathbb{P}$ zachodzi $P[T] = (1 + P_T)^L - 1$.

$P\langle T \rangle = P(T)/L$ – średnia arytmetyczna wartość wielkości P na odcinku T .

$P\langle T|W \rangle$ – średnia ważona wartość wielkości P na odcinku czasu T , gdzie wagami są odpowiadające wartości nieujemnej wielkości W , przy czym $\exists t \in \llbracket T \rrbracket : W_t > 0$, czyli

$$P\langle T|W \rangle = \frac{\sum_{t=b}^e W_t P_t}{W(T)} = \frac{\sum_{u=1}^L W_u^T P_u^T}{W(T)} \quad (Z1.2)$$

W szczególności dla $P \in \mathbb{P}$ mamy $P\langle T|W \rangle = P_T$.

$P_t^{\textcircled{a}}$ = P_t / NAV_{t-1} – oznaczenie wielkości względnych, czyli liczonych względem WAN z dnia poprzedniego.

$P_t^{\#}$ – oznaczenie dla deklarowanych wartości parametrów brzegowych modeli towarzyszących, odpowiadających parametrowi brzegowemu P (wprowadzenie takiego dodatkowego oznaczenia okazuje się konieczne, ponieważ w ogólności występują różnice między deklarowaną wartością niektórych parametrów, a ich wartością rzeczywistą).

Parametry brzegowe funduszu

Parametry brzegowe to wartości charakteryzujące dany fundusz, określane przy definiowaniu zasad jego funkcjonowania lub będące pochodną takich definicji (jak w przypadku średnich stawek opłat). Spośród tych wartości wyróżniamy warunki początkowe, przy jakich FI rozpoczyna swoją działalność, które oznaczone zostają dolnym indeksem 0. Pozostałe warunki brzegowe mogą być znane z góry (w momencie utworzenia funduszu) lub ujawnić się w czasie jego funkcjonowania.

$SC_0 \in \mathbb{V}$ – minimalna wartość zapisów pozwalająca na utworzenie funduszu.

$NF_0 \in \mathbb{V}$ – kwota wpłat zebranych w drodze zapisów, która w przypadku FO stanowi najczęściej tzw. *seed capital* wpłacany przy utworzeniu funduszu przez TFI i stopniowo wycofywany.

$QT_0 \in \mathbb{V}$ – początkowa cena tytułów uczestnictwa ustalona przez TFI (sposób jej określenia co do wartości ma pewien niewielki wpływ na wartości przepływów ze względu na stosowane zaokrąglenia).

$CR_0 \in \mathbb{V}$ – korekta początkowa występująca najczęściej w przypadku, gdy zapisy są zbierane od klientów (czyli nie stanowi ich wyłącznie *seed capital* i nie ma możliwości, aby dobrać odpowiednio wartość zapisów do ustalonej ceny początkowej).

$d \in \mathbb{N}^*$ – dokładność w sensie liczby miejsc po przecinku, z jaką przyznawane są tytuły uczestnictwa (w przypadku funduszu zamkniętego mamy do czynienia z niepodzielnymi certyfikatami, a zatem $d = 0$).

RPF – średnia stawka opłaty za nabycie (opłaty dystrybucyjnej), $RPF_t \in \mathbb{F}$.

RRF – średnia stawka opłaty za odkupienie (opłaty umorzeniowej), $RRF_t \in \mathbb{F}$.

RAF – średnia stawka opłat dodatkowych związanych z zamianą, $RAF_t \in \mathbb{F}$.
 REF – średnia stawka opłaty za zamianę, $REF_t \in \mathbb{F}$.
 RVF – średnia stawka opłaty dodatkowej związanej z konwersją (w tym opcjonalnie kwota uiszczanego podatku od zysków kapitałowych), $RVF_t \in \mathbb{F}$.
 RCF – średnia stawka opłaty za konwersję, $RCF_t \in \mathbb{F}$.
 $RMF^\#$ – deklarowana nominalna stawka opłaty za zarządzanie, $RMF_t^\# \in \mathbb{F}$.
 SRF – statutowa stawka (limit) opłaty za zarządzanie, $SRF_t \in \mathbb{F}$.
 RSF – średnia stawka opłaty za sukces (*performance fee*), $RSF_t \in \mathbb{F}$.
 SSF – statutowa stawka (limit) opłaty za sukces, $SSF_t \in \mathbb{F}$.
 $FCC^\#$ – stałe funduszowe koszty limitowane, $FCC_t^{\#k} \in \mathbb{V}$ dla $k \in \mathcal{K}(FCC)$; [add].
 LCC – kwotowy limit stałych funduszowych kosztów limitowanych, $LCC_t \in \mathbb{V}$.
 RCC – względny limit stałych funduszowych kosztów limitowanych, $RCC_t \in \mathbb{F}$.
 $FRC^\#$ – względne funduszowe koszty limitowane, $FRC_t^{\#k} \in \mathbb{V}$ dla $k \in \mathcal{K}(FRC)$; [add].
 LRC – kwotowy limit względnych funduszowych kosztów limitowanych, $LRC_t \in \mathbb{V}$.
 RRC – względny limit względnych funduszowych kosztów limitowanych, $RRC_t \in \mathbb{F}$.
 LLC – kwotowy limit łącznych funduszowych kosztów limitowanych, $LLC_t \in \mathbb{V}$.
 RLC – względny limit łącznych funduszowych kosztów limitowanych, $RLC_t \in \mathbb{F}$.

Zmienne niezależne funduszu

Zmienne niezależne to wartości niedające się przewidzieć, będące zmiennymi losowymi o nieznanym rozkładzie, które istotnie wpływają na zmianę WAN modelowanego FI. Są one najczęściej związane z decyzjami uczestników funduszu.

GS – sprzedaż brutto, $GS_t \in \mathbb{V}$; [add].
 RD – odkupienia (umorzenia), $RD_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
 EXP – zamiany przychodzące, $EXP_t \in \mathbb{V}$; [add].
 EXM – zamiany wychodzące, $EXM_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
 CVP – konwersje przychodzące, $CVP_t \in \mathbb{V}$; [add].
 CVM – konwersje wychodzące, $CVM_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
 TRP – transfery przychodzące, $TRP_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
 TRM – transfery wychodzące, $TRM_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
 RIP – nominalna stopa zmiany wartości portfela inwestycyjnego funduszu, $RIP_t \in (-1; +\infty)$; [multi].
 MBR – liczba uczestników funduszu, $MBR_t \in \mathbb{N}$.
 REL – liczba relacji (umów) między funduszem, a jego uczestnikami; każdy uczestnik może być powiązany z funduszem wieloma relacjami $REL_t \in \mathbb{N}$, tj. $\forall t \in [E] : REL_t \geq MBR_t$.
 FNC – funduszowe koszty nielimitowane, $FNC_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
 INC – inwestycyjne koszty nielimitowane funduszu, $INC_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
 TEC – koszty pracownicze TFI, $TEC_t \in \mathbb{V}$; [add].
 TAC – koszty amortyzacji TFI, $TAC_t \in \mathbb{V}$; [add].

TOC – koszty operacyjne TFI, $TOC_t \in \mathbb{V}$; [add].

Korekty

Korekty to podklasa zmiennych niezależnych, które znikają w warunkach jednorodnych. Ponadto są to procesy, które powinny okazać się *gaussowskim białym szumem*, czyli ciągiem zmiennych losowych o normalnych rozkładach ze średnia 0.

CRJ – procesy korekty wynikające z ograniczonej dokładności przyznawania jednostek uczestnictwa, $CRJ_t \in \mathbb{V}_2$.

CRN – procesy korekty związane z zaokrągleniami do pełnych groszy w ramach realizowanych transakcji zleconych przez uczestników, $CRN_t \in \mathbb{V}_2$.

CRC – procesy korekty związane z zaokrągleniami do pełnych groszy przy podziale kosztów funduszowych na subfundusze w przypadku funduszu parasolowego lub na wiele kategorii uczestnictwa, $CRC_t \in \mathbb{V}_2$.

CRM – procesy korekty związane z zaokrągleniami do pełnych groszy przy podziale uzyskanego wyniku zarządzania pomiędzy różne kategorie, $CRM_t \in \mathbb{V}_2$.

Zmienne zależne funduszu

Jest to najszersza klasa zmiennych, które są pochodne względem parametrów brzegowych lub zmiennych zależnych wg równań modelu.

$JU_0 \in \mathbb{V}_d^+$ – liczba tytułów uczestnictwa, które zostały przyznane podczas zapisów.

$NAV_0 \in \mathbb{V}$ – początkowa WAN funduszu, przy czym $NAV_0 = NF_0 + CR_0$.

NAV – wartość aktywów netto funduszu, $NAV_t \in \mathbb{V}$.

QT – wartość jednego tytułu uczestnictwa, $QT_t \in \mathbb{R}^+$.

JU – liczba tytułów uczestnictwa, $JU_t \in \mathbb{V}_d^+$.

NF – przepływy netto, $NF_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].

IF – napływy do funduszu, $IF_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].

GF – napływy brutto, $GF_t \in \mathbb{V}$; [add].

OF – odpływy z funduszu, $OF_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].

PF – odpływy netto, $PF_t \in \mathbb{V}$; [add].

NS – sprzedaż netto, $NS_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].

PUR – nabycia, $PUR_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].

NRD – umorzenia netto, $NRD_t \in \mathbb{V}$; [add].

EXR – zamiany netto, $EXR_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].

EXN – zamiany przychodzące, $EXN_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].

EXO – zamiany wychodzące, $EXO_t \in \mathbb{V}$; [add].

EXT – zamiany techniczne (przeklasyfikowania), $EXT_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].

CVR – konwersje netto, $CVR_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].

CVN – konwersje przychodzące, $CVN_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].

CVO – konwersje wychodzące, $CVO_t \in \mathbb{V}$; [add].
TRR – transfery netto, $TRR_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].
RIF – uśredniona stawka opłat manipulacyjnych na wejściu, $RIF_t \in \mathbb{F}$.
ROF – uśredniona stawka opłat manipulacyjnych na wyjściu, $ROF_t \in \mathbb{F}$.
CPF – łączna wartość naliczonej opłaty za nabycie, $CPF_t \in \mathbb{V}$; [add].
CRF – łączna wartość naliczonej opłaty za umorzenie, $CRF_t \in \mathbb{V}$; [add].
CAF – łączna wartość naliczonej opłaty dodatkowej z zamian, $CAF_t \in \mathbb{V}$; [add].
CEF – łączna wartość naliczonej opłaty za zamianę, $CEF_t \in \mathbb{V}$; [add].
CVF – łączna wartość naliczonej opłaty dodatkowej z konwersji, $CVF_t \in \mathbb{V}$; [add].
CCF – łączna wartość naliczonej opłaty za konwersję, $CCF_t \in \mathbb{V}$; [add].
CIF – łączna wartość naliczonych opłat manipulacyjnych na wejściu, $CIF_t \in \mathbb{V}$; [add].
COF – łączna wartość naliczonych opłat manipulacyjnych na wyjściu, $COF_t \in \mathbb{V}$; [add].
RM – wynik zarządzania, $RF_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].
MAN – wynik inwestycyjny, $MAN_t \in \mathbb{V}_2$; (FIV), [add].
RMF – średnia nominalna stawka opłaty za zarządzanie, $RMF_t \in \mathbb{F}$.
DMF[#] – dzienna deklarowana stawka opłaty za zarządzanie, $DMF_t^{\#} \in [0 ; D(t)^{-1}]$.
DMF – dzienna stawka opłaty za zarządzanie, $DMF_t \in [0 ; D(t)^{-1}]$.
FCO – łączne koszty funduszowe funduszu, $FCO_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
OC – łączne koszty operacyjne funduszu, $OC_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
CMF – łączna wartość naliczonej opłaty za zarządzanie, $CMF_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
CSF – łączna wartość naliczonej opłaty za sukces, $CSF_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
FLC[#] – funduszowe koszty limitowane, $FLC_t^{\#} \in \mathbb{V}$; [add].
FLC – funduszowe koszty limitowane po limitach, $FLC_t \in \mathbb{V}$; (FIV), [add].
TLC – funduszowe koszty limitowane ponad limit, $TLC_t \in \mathbb{V}$; [add].
FCC – stałe funduszowe koszty limitowane po limitach, $FCC_t \in \mathbb{V}$; [add].
TCC – stałe funduszowe koszty limitowane ponad limit, $TCC_t \in \mathbb{V}$; [add].
FRC – względne funduszowe koszty limitowane po limitach, $FRC_t \in \mathbb{V}$; [add].
TRC – względne funduszowe koszty limitowane ponad limit, $TRC_t \in \mathbb{V}$; [add].
TCO – koszty funduszowe towarzystwa, $TCO_t \in \mathbb{V}$; [add].
TDC – koszty działalności towarzystwa, $TDC_t \in \mathbb{V}$; [add].
PER – obserwowalna dzienna stopa zwrotu, $PER_t \in (-1 ; +\infty)$.
U – udział w aktywach netto funduszu przy podziale na kategorie jednostek lub na dystrybutorów.

Parametry struktury modelu

α – względna zmiana WAN, $\alpha_t \in \mathbb{R}^+$.
 ρ – rzeczywista dzienna stopa zwrotu, $\rho_t \in (-1 ; +\infty)$.
 ρ^* – skorygowana dzienna stopa zwrotu, $\rho_t^* \in (-1,5 ; +\infty)$.

Załącznik 2. Skróty i akronimy

Poniżej zostają usystematyzowane skróty i oznaczenia stosowane w ramach pracy, dzięki czemu również Czytelnik wybierający li tylko fragmenty tekstu lub nawet korzystający wyłącznie z zaproponowanych równań będzie mógł łatwo zorientować się o czym jest mowa. Oznaczenia owe zostały podzielone na kilka bloków tak, aby ułatwić ich lokalizację oraz wesprzeć proces kształtowania intuicji związanej z implementacją modelu poprzez wprowadzenie elementu typologicznego. Całość poprzedza krótki słownik akronimów.

AM – ang. *asset management*, czyli firma zarządzająca aktywami.

AN (dokładniej FIZ AN) – fundusz aktywów niepublicznych opisany w Ustawie jako specjalistyczny typ funduszu inwestycyjnego.

AT – agent transferowy.

CI – certyfikat inwestycyjny, czyli tytuł uczestnictwa w FZ.

EBA – ang. *European Banking Authority*, czyli Europejski Urząd Nadzoru Bankowego [przed 2011 rokiem **CEBS**].

ECB – ang. *European Central Bank*, czyli Europejski Bank Centralny.

EFAMA – ang. *European Funds and Asset Management Association*.

ESMA – ang. *European Securities and Markets Authority* [przed 2011 rokiem **CESS**].

ETF – ang. *exchange-traded funds*, czyli fundusz inwestycyjny indeksowy.

FI – fundusz inwestycyjny.

FIO – fundusz inwestycyjny otwarty.

FIZ – fundusz inwestycyjny zamknięty.

FO – fundusz inwestycyjny typu otwartego (FIO lub SFIO).

FZ – fundusz inwestycyjny typu zamkniętego (FIZ).

GPW – Giełda Papierów Wartościowych.

GUS – Główny Urząd Statystyczny.

ICI – ang. *Investment Company Institute*.

IIFA – ang. *International Investment Funds Association*.

IZFiA – Izba Zarządzających Funduszami i Aktywami.

JU – jednostki uczestnictwa, czyli tytuły uczestnictwa w FO.

KDPW – Krajowy Depozyt Papierów Wartościowych.

KII – ang. *Key Investor Information*, czyli Kluczowe Informacje dla Inwestorów.

KNF – Komisja Nadzoru Finansowego.

NBP – Narodowy Bank Polski.

NS (dokładniej NS FIZ) – niestandardyzowany fundusz sekurytyzacyjny opisany w Ustawie jako specjalistyczny typ funduszu inwestycyjnego.

OECD – ang. *Organization for Economic Cooperation and Development*, czyli Organizacja Współpracy Gospodarczej i Rozwoju.

SFIO – Specjalistyczny Fundusz Inwestycyjny Otwarty.

SRRI – ang. *synthetic risk and reward indicator*, czyli syntetyczny wskaźnik ryzyka.

TFI – towarzystwo funduszy inwestycyjnych.

UFK – ubezpieczeniowy fundusz kapitałowy.

Ustawa – *Ustawa o funduszach inwestycyjnych i zarządzaniu alternatywnymi funduszami inwestycyjnymi*.

WAN – wartość aktywów netto (**NAV** – ang. *net asset value*).