

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu  
Wydział Informatyki i Gospodarki Elektronicznej

**Anna Domagała**

**Zastosowanie metody *Data Envelopment Analysis*  
do badania efektywności europejskich giełd  
papierów wartościowych**

Rozprawa doktorska

Promotor  
Prof. dr hab. Bogusław Guzik

Poznań 2009

## Spis treści

|   |    |
|---|----|
| Wprowadzenie .....  | 6  |
| Rozdział I Podstawowe nurty badania i zastosowań efektywności Pareto-Koopmansa-Debreu-Farrella..... | 11 |
| Wstęp.....  | 11 |
| 1.1. Produktywność a efektywność techniczna .....   | 13 |
| 1.2. Efektywność techniczna w sensie Farrella i jej inspiracje.....                                 | 16 |
| 1.2.1. Efektywność techniczna Farrella .....  | 18 |
| 1.2.2. Efektywność alokacyjna .....   | 21 |
| 1.2.3. Efektywność ogólna.....  | 22 |
| 1.2.4. Nieradialne miary efektywności .....   | 23 |
| 1.3. Główne kierunki badań nad efektywnością techniczną.....  | 24 |
| 1.3.1. Szkoła Afriata .....   | 26 |
| 1.3.2. Szkoła Shepharda .....   | 34 |
| 1.3.3. Szkoła Charnesa-Coopera .....  | 38 |
| Podsumowanie .....  | 42 |
| Rozdział II Model CCR i jego podstawowe modyfikacje .....   | 43 |
| Wstęp.....  | 43 |
| 2.1. Zbiór możliwości produkcyjnych i jego własności .....  | 44 |
| 2.2. Podstawowy model DEA – model CCR-I.....  | 47 |
| 2.3. Graficzna ilustracja metody DEA.....   | 52 |
| 2.4. Model CCR-O zorientowany na wyniki.....  | 55 |
| 2.5. Model BCC .....  | 57 |
| 2.6. Model BCC a korzyści skali.....  | 58 |
| 2.7. Modele nadefektywności.....  | 67 |
| 2.8. Modele nieradialne (ADD i SBM) .....   | 69 |
| 2.8.1. Model addytywny ADD .....  | 71 |
| 2.8.2. Model SBM (Slack-Based Measure) .....  | 73 |
| 2.8.3. Model SBM z nadefektywnością (SE-SBM).....   | 77 |
| Podsumowanie .....  | 80 |
| Rozdział III Niektóre problemy zastosowań metody DEA .....  | 82 |
| Wstęp.....  | 82 |
| 3.1. Pojęcie nakładu i wyniku w metodzie DEA .....  | 82 |
| 3.2. Inwariantność modeli DEA względem przesunięcia .....   | 84 |
| 3.2.1. Inwariantność modelu CCR-I względem przesunięcia .....                                       | 85 |
| 3.2.2. Inwariantność modelu BCC-I względem przesunięcia .....                                       | 89 |
| 3.2.3. Inwariantność modelu ADD .....   | 93 |
| 3.2.4. Inwariantność modelu SBM-I.....  | 95 |
| 3.3. Inwariantność względem zmiany jednostki pomiaru.....   | 96 |
| 3.3.1. Inwariantność modeli CCR-I oraz BCC-I.....   | 97 |
| 3.3.2. Inwariantność modelu ADD względem zmiany jednostki pomiaru .....                             | 99 |

|   |     |
|---|-----|
| 3.3.3. Inwariantność modelu SBM-I względem zmiany jednostki pomiaru .....                                       | 100 |
| 3.4. Problem doboru zmiennych do modelu DEA.....  | 102 |
| 3.4.1. Uwagi wstępne .....  | 102 |
| 3.4.2. Proponowana procedura ustalania listy nakładów i wyników .....   | 104 |
| 3.4.3. Przykład zastosowania procedury doboru zmiennych .....   | 109 |
| Podsumowanie .....  | 112 |
| Rozdział IV Analizowane giełdy europejskie .....  | 114 |
| Wstęp.....  | 114 |
| 4.1. Giełda papierów wartościowych jako element rynku kapitałowego .....  | 114 |
| 4.2. Charakterystyka badanych giełd.....  | 117 |
| 4.2.1. Athens Stock Exchange ( <i>Ath</i> ) .....   | 118 |
| 4.2.2. Bratislava Stock Exchange ( <i>Bra</i> ).....  | 119 |
| 4.2.3. Budapest Stock Exchange ( <i>Bud</i> ).....  | 121 |
| 4.2.4. Deutsche Börse ( <i>Deu</i> ).....   | 122 |
| 4.2.5. Grupa Euronext ( <i>Eur</i> ) .....  | 123 |
| 4.2.6. Iceland Stock Exchange ( <i>Ice</i> ) .....  | 125 |
| 4.2.7. Ljubljana Stock Exchange ( <i>Lju</i> ) .....  | 126 |
| 4.2.8. London Stock Exchange ( <i>Lon</i> ) .....   | 127 |
| 4.2.9. Grupa OMX ( <i>Omx</i> ).....  | 128 |
| 4.2.10. Oslo Børs ( <i>Osl</i> ).....   | 130 |
| 4.2.11. Prague Stock Exchange ( <i>Pra</i> ).....   | 131 |
| 4.2.12. Grupa BME ( <i>Spa</i> ).....   | 132 |
| 4.2.13. Swiss Stock Exchange ( <i>Swx</i> ) .....   | 134 |
| 4.2.14. Warsaw Stock Exchange ( <i>War</i> ).....   | 135 |
| 4.2.15. Wiener Börse ( <i>Wie</i> ) .....   | 136 |
| Rozdział V Giełda jako instytucja sprzyjająca rozwojowi gospodarczemu. Analiza globalna .....                   | 138 |
| Wstęp.....  | 138 |
| 5.1. Charakterystyka zastosowanego modelu DEA.....  | 139 |
| 5.2. Rezultaty badania .....  | 145 |
| 5.3. Źródła nieefektywności giełd .....   | 154 |
| Podsumowanie .....  | 159 |
| Rozdział VI Giełda jako instytucja sprzyjająca rozwojowi gospodarczemu. Analiza czasowa oraz przestrzenna ..... | 161 |
| Wstęp.....  | 161 |
| 6.1. Zakres analizy.....  | 161 |
| 6.2. Analiza czasowa .....  | 163 |
| 6.2.1. Brzegowa analiza czasowa .....   | 163 |
| 6.2.2. Warunkowa analiza czasowa .....  | 168 |
| 6.2.3. Porównanie rezultatów czasowej analizy brzegowej i warunkowej .....                                      | 171 |
| 6.3. Analiza przestrzenna .....   | 176 |

|  |     |
|--|-----|
| 6.3.1. Brzegowa analiza przestrzenna.....                                      | 178 |
| 6.3.2. Warunkowa analiza przestrzenna .....                                    | 180 |
| 6.3.3. Porównanie rezultatów przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej..... | 182 |
| 6.4. Efektywność GPW w Warszawie S.A.....                                      | 187 |
| 6.4.1. Wskaźniki efektywności GPW w Warszawie.....                             | 187 |
| 6.4.2. Pozycje rankingowe GPW w Warszawie .....                                | 190 |
| 6.4.3. Źródła nieefektywności GPW w Warszawie .....                            | 191 |
| Podsumowanie .....   | 193 |
| Rozdział VII Giełda jako instytucja przyciągająca kapitał .....                | 194 |
| Wstęp.....   | 194 |
| 7.1. Charakterystyka zastosowanego modelu DEA.....                             | 194 |
| 7.2. Analiza globalna.....   | 197 |
| 7.3. Źródła nieefektywności giełd .....  | 202 |
| 7.4. Analiza czasowa.....  | 206 |
| 7.4.1. Brzegowa analiza czasowa .....  | 206 |
| 7.4.2. Warunkowa analiza czasowa.....  | 209 |
| 7.4.3. Porównanie rezultatów czasowej analizy brzegowej i warunkowej.....      | 212 |
| 7.5. Analiza przestrzenna .....  | 216 |
| 7.5.1 Brzegowa analiza przestrzenna.....                                       | 216 |
| 7.5.2. Warunkowa analiza przestrzenna .....                                    | 219 |
| 7.5.3. Porównanie rezultatów przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej..... | 221 |
| 7.6. Efektywność GPW w Warszawie S.A.....                                      | 224 |
| 7.6.1. Wskaźniki efektywności GPW w Warszawie.....                             | 224 |
| 7.6.2. Pozycje rankingowe GPW w Warszawie .....                                | 227 |
| 7.6.3. Źródła nieefektywności GPW w Warszawie .....                            | 228 |
| Podsumowanie .....   | 230 |
| Rozdział VIII Giełda jako przedsiębiorstwo .....                               | 232 |
| Wstęp.....   | 232 |
| 8.1. Charakterystyka zastosowanego modelu DEA.....                             | 232 |
| 8.2. Analiza globalna.....   | 234 |
| 8.3. Źródła nieefektywności giełd .....  | 241 |
| 8.4. Analiza czasowa .....   | 245 |
| 8.4.1. Brzegowa analiza czasowa .....  | 245 |
| 8.4.2. Warunkowa analiza czasowa.....  | 248 |
| 8.4.3. Porównanie rezultatów czasowej analizy brzegowej i warunkowej.....      | 250 |
| 8.5. Analiza przestrzenna .....  | 253 |
| 8.5.1. Brzegowa analiza przestrzenna.....                                      | 253 |
| 8.5.2. Warunkowa analiza przestrzenna .....                                    | 255 |
| 8.5.3. Porównanie rezultatów przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej..... | 257 |
| 8.6. Efektywność GPW w Warszawie S.A.....                                      | 261 |

|   |     |
|---|-----|
| 8.6.1. Wskaźniki efektywności GPW w Warszawie.....  | 261 |
| 8.6.2. Pozycje rankingowe GPW w Warszawie .....     | 263 |
| 8.6.3. Źródła nieefektywności GPW w Warszawie ..... | 264 |
| Podsumowanie .....                                  | 265 |
| Zakończenie .....                                   | 267 |
| Bibliografia .....                                  | 273 |

# Wprowadzenie

Badania dotyczące giełd papierów wartościowych skupiają się przede wszystkim na analizowaniu transakcji dokonywanych na giełdzie, na poszukiwaniu mechanizmów wyznaczających ceny papierów wartościowych oraz prognozowaniu cen walorów, a także na konstruowaniu portfeli inwestycyjnych. Jeżeli w literaturze dotyczącej giełd papierów wartościowych pojawia się hasło „efektywność”, autorzy mają najczęściej na myśli tzw. *efektywność informacyjną* rynku kapitałowego<sup>1</sup>. Mało natomiast jest badań zajmujących się samymi giełdami, jako jednostkami gospodarczymi, które przekształcają swoje nakłady w wyniki, czyli mało jest badań nad *efektywnością działania* giełd.

Celem rozprawy jest pokazanie, że metoda *Data Envelopment Analysis* (DEA)<sup>2</sup>, z sukcesem wykorzystywana do badania efektywności działania w innych dziedzinach, może również stanowić użyteczne narzędzie ustalania efektywności jednostek takich, jak giełdy papierów wartościowych.

Zastosowanie metody DEA do badania efektywności działania giełd papierów wartościowych jest w literaturze koncepcją nową. Wśród ogólnie dostępnych publikacji światowych, pojawiły się dotychczas (2009) zaledwie dwie prace, w których podjęto próbę zbadania efektywności działania giełd papierów wartościowych.

Pierwszą, której autorem jest H. Schmiedel, wydrukowano w roku 2002. Jej autor pisze m. in., że dotychczasowe analizy giełdowe skupiały się na tzw. stronie popytowej, czyli na poszukiwaniu mechanizmów, które pozwoliłyby opisać proces kształtowania się cen walorów oraz na poszukiwaniu zasad rządzących zachowaniem się uczestników giełdy. Pomijano natomiast całkowicie badania nad samymi giełdami, nad mechanizmami ich działania, nad sposobem ich zarządzania, co ogólnie można określić jako podażową stronę badań.

Schmiedel postanowił wypełnić tę lukę i w omawianej pracy przeprowadził analizę efektywności szesnastu giełd mających siedzibę w krajach Unii Europejskiej. Każda giełda opisana była dwoma nakładami: zatrudnienie (liczba osób) i majątek trwały (tys. \$) oraz czterema wynikami: liczba notowanych spółek (szt.), wartość obrotów (mln \$), wolumen obrotu (setki tysięcy) oraz kapitalizacja giełdy (mln \$).

---

<sup>1</sup> Pojęcie to wprowadził Fama (1970). Analiza efektywności informacyjnej to badania tego, czy ceny rynkowe spółek notowanych na giełdzie uwzględniają zarówno rzeczywistą wartość tych spółek, jak i różne informacje oraz przewidywania dotyczące ich kondycji, które mają wpływ na decyzje inwestorów o ulokowaniu kapitału w walorach takich spółek.

<sup>2</sup> W polskiej terminologii metodę DEA nazywa się czasem metodą granicznej analizy danych [Gospodarowicz (2000), s. 27] lub analizą otoczki danych [Prędko (2003), s. 87]

Celem było zbadanie źródła zmian efektywności giełd w latach 1993 – 1999. Analizę przeprowadzono za pomocą indeksu produktywności Malmquista (1953), który pozwala ustalić, czy zaobserwowane zmiany efektywności biorą się ze zmiany efektywności konkretnego obiektu (która jest skutkiem zmiany indywidualnej technologii produkcji stosowanej przez ten obiekt), czy też ze zmiany efektywności wywołanej przez postęp technologiczny, który dotyczy wszystkich obiektów<sup>3</sup>.

Rezultaty badań Schmiedela wyraźnie pokazują, że z roku na rok europejskie giełdy poprawiały swoją efektywność. Dekompozycja indeksu sugerowała przy tym, że poprawa wynika przede wszystkim z postępu technologicznego – co nie jest niczym zaskakującym w dobie informatyzacji i globalizacji<sup>4</sup>. Sam wzrost efektywności technicznej poszczególnych giełd ma już dużo mniejszy wpływ na ogólny wzrost efektywności.

W drugiej pracy, autorstwa B. Serifsoya (2005), dokonano analizy 28 giełd papierów wartościowych, mających siedziby w różnych częściach świata. Pracę tę można traktować jako rozszerzenie badań Schmiedela (2002) – szczególnie, że sam Serifsoy wskazuje, że kontynuuje prace Schmiedela w tej dziedzinie.

Serifsoy (2005) również badał zmiany efektywności w czasie i wykorzystał do tego indeksy Malmquista bazujące na wskaźnikach efektywności z modeli CCR oraz BCC. Badane przez niego giełdy opisane były przez podobny, jak u Schmiedela zestaw zmiennych, z tym, że zamiast rynkowego wolumenu obrotu i kapitalizacji giełdy, uwzględnił on liczbę instrumentów pochodnych, którymi obracano w danym okresie oraz tzw. usługi potransakcyjne i sprzedaż oprogramowania (tys. \$). Serifsoy dodatkowo zbadał, czy na zmiany efektywności obiektów w czasie ma wpływ np. dywersyfikacja działalności, jaką zajmuje się giełda. Coraz więcej giełd, poza obrotem akcjami, dopuszcza bowiem obrót instrumentami pochodnymi (dołączenie tego typu działalności nazywa się integracją poziomą), niektóre giełdy zajmują się również świadczeniem usług potransakcyjnych (ang. *post-trading services*)<sup>5</sup>.

W swoim badaniu Serifsoy, zastosował analizę dwufazową. Faza pierwsza, wykorzystująca indeks produktywności Malmquista, miała na celu określenie, czy z okresu na okres następowała zmiana efektywności giełd, a jeśli tak – to z czym była ona związana. W fazie drugiej oszacował modele ekonometryczne, które objaśniają kształtowanie

---

<sup>3</sup> Oznacza to przesunięcie się granicy efektywności.

<sup>4</sup> Giełdy wprowadzają coraz to nowe systemy informatyczne obsługujące transakcje giełdowe, coraz częściej słyszy się także o fuzjach giełd – np. Euronext, która powstała z połączenia giełd w Amsterdamie, Brukseli, Lizbonie, Londynie i Paryżu, od niedawna połączona z amerykańską NYSE.

<sup>5</sup> Włączenie tego typu usług w działalność giełdy nazywa się integracją pionową.

się uzyskanych w fazie pierwszej indeksów Malmquista za pomocą zmiennych wyrażających m.in. to czy dana giełda zajmuje się tylko obrotem akcjami, czy też jej działalność charakteryzuje się integracją poziomą i/lub pionową, a także zmiennych wyrażających konkurencyjność giełdy oraz formę własności, jaką się ona charakteryzuje.

Rezultaty badań Serifsoya były podobne do rezultatów uzyskanych przez Schmiedela. Dominujący wpływ na wzrost efektywności na przestrzeni lat miał postęp technologiczny. Natomiast indywidualna poprawa efektywności technicznej jednostek, np. wynikająca z integracji pionowej i/lub poziomej okazała się nieistotna. Wpływ formy własności giełdy na jej efektywność okazał się pozytywny, choć nieznacznie i tylko w stosunku do giełd będących spółkami akcyjnymi, których akcje są notowane na giełdzie.

\* \* \*

Niniejsza rozprawa jest zatem jedną z niewielu prac, w których do badania efektywności giełd papierów wartościowych wykorzystano metodę DEA. Jak się wydaje, wspomniana przez Schmiedela luka w tym obszarze wciąż jest ogromna, a więc warto za pomocą metodologii *Data Envelopment Analysis* prowadzić badania nad efektywnością giełd.

Z metodologicznego punktu widzenia, przeprowadzona w tej pracy analiza różni się od badań Schmiedela oraz Serifsoya przede wszystkim tym, że rozpatruje efektywność giełd z trzech różnych punktów widzenia, a także i tym, że zastosowano zupełnie inny model DEA, tzw. model SBM z nadefektywnością, który w przekonaniu autorki pracy jest znacznie lepszy od stosowanego przez cytowanych autorów klasycznego modelu CCR oraz BCC. Modele CCR oraz BCC także zostaną wykorzystane – ale tylko pomocniczo, przy tzw. dekompozycji wskaźnika efektywności z modelu SBM.

Wyróżnione w niniejszej pracy trzy punkty widzenia związane są z trzema podstawowymi funkcjami przypisywanymi giełdom papierów wartościowych. Odpowiadają im tu trzy różne układy zmiennych.

W pierwszym układzie sprawdzono, jak efektywnie poszczególne giełdy wpływają na rozwój gospodarczy krajów, w których mają swoją siedzibę. W drugim ustalono, czy giełdy efektywnie realizują funkcję mobilizacji kapitału. W trzecim, dokonano analizy efektywności giełd w zakresie zyskowności.

Praca podzielona została na dwie części – teoretyczną oraz empiryczną. W pierwszej części pracy, złożonej z rozdziałów I – III zaprezentowano ideę metody DEA, jej różne modyfikacje, a także uwagi praktyczne dotyczące stosowania metody. W części drugiej, obejmującej rozdziały IV - VIII, zaprezentowano giełdy oraz omówiono rezultaty badania



efektywności tychże giełd. Badanie obejmowało analizę z trzech wymienionych wyżej punktów widzenia.

W rozdziale I omówiono pojęcie efektywności technicznej w ekonomii, a także wskazano kierunki jej badania, wśród których dużą rolę odgrywa tzw. szkoła Charnesa-Coopera, obejmująca badania nad zastosowaniem metody DEA do szacowania efektywności technicznej.

Rozdział II zawiera przegląd wybranych modeli DEA. W szczególności omówiono podstawowy dla DEA model CCR i jego główne modyfikacje – model BCC, nieradialne modele DEA – model ADD oraz model SBM. Omówiono także ideę nadefektywności i przedstawiono modele CCR, BCC oraz SBM z nadefektywnością, które wykorzystano w badaniu empirycznym. W rozdziale II pokazano także, iż można dokonać dekompozycji wskaźnika efektywności z nieradialnego modelu SBM do składowych, wśród których są wskaźniki z modelu CCR oraz BCC. Pozwala to ustalić główne przyczyny nieefektywności obiektów nieefektywnych.

Rozdział III jest uzupełnieniem rozważań przedstawionych w rozdziale drugim. Omówiono w nim niektóre problemy, z jakimi zetknięto się podczas wstępnych prób empirycznych, a które w literaturze przedstawiane są nie dość jasno i szeroko. Zaproponowano interpretację nakładów w modelach DEA, omówiono problem dopuszczalności stosowania pewnych, wydawałoby się oczywistych, przekształceń zmiennych – skalowania i przesunięcia, zaproponowano także metodę doboru zmiennych do modelu.

Jak zaznaczono wcześniej, hipoteza główna rozprawy orzeka, iż metoda DEA może być z powodzeniem stosowana do badania efektywności działania giełd papierów wartościowych. W drugiej części rozprawy (rozdziały IV – VIII) zweryfikowano tę hipotezę empirycznie.

Rozdział IV jest wprowadzeniem do części empirycznej. Wskazano w nim główne funkcje, których pełnienie przypisuje się giełdom papierów wartościowych w literaturze i przedstawiono krótką charakterystykę piętnastu giełd europejskich, które są przedmiotem badania. Każdej giełdzie poświęcono osobny paragraf, w którym ujęto czas powstania giełdy, notowane na niej instrumenty i najważniejsze indeksy giełdowe.

Empiryczne rozdziały V oraz VI dotyczą tzw. układu I. Zreferowano w nich rezultaty badań nad efektywnością wpływu giełd na rozwój gospodarczy krajów, w których działają.

W rozdziale VII omówiono rezultaty badania w układzie II, w którym przeanalizowano efektywność giełd w zakresie mobilizacji kapitału, a więc sprawdzono, które giełdy potrafią skuteczniej przyciągać kapitał.

Rozdział VIII poświęcono analizie układu III, który pozwolił ustalić, czy badane giełdy są działającymi efektywnie przedsiębiorstwami.

W celu ustalenia właściwych dla poszczególnych obszarów badania zestawów zmiennych, zastosowano w każdym układzie metodę doboru zmiennych. Intuicyjnie wybrany dla danego układu początkowy zbiór nakładów i wyników, poddawany był procedurze tzw. kombinowanego doboru wprzód. Dzięki temu, przeprowadzone analizy oparte były tylko na zmiennych, które istotnie wpływają na efektywność.

W ramach każdego z trzech rozpatrywanych układów zmiennych, przeprowadzono wielopłaszczyznową analizę efektywności, obejmującą:

- analizę globalną, czyli przestrzenno-czasowe badanie, dające pogląd na efektywność wszystkich branż pod uwagę giełd w całym badanym okresie czasu;
- analizę czasową, w której zbadano efektywność giełd w poszczególnych latach;
- analizę przestrzenną, w której ustalono efektywność giełd w zależności od ich położenia geograficznego.

Analizę czasową i przestrzenną zrealizowano w dwóch wariantach – tzw. brzegowym i warunkowym, które różniły się liczebnością branż pod uwagę giełd i pozwalały na porównanie ich „globalnej” i „lokalnej” efektywności.

Ponadto, w ramach każdego układu pokazano, jak można wykorzystać zastosowany w badaniu model SBM do wyodrębnienia przyczyn nieefektywności obiektów.

Szczególnie uważnie obserwowano rezultaty uzyskiwane przez Giełdę Papierów Wartościowych w Warszawie S.A., której poświęcono oddzielne paragrafy w rozdziałach dotyczących każdego z badanych układów.

#### Uwagi notacyjne:

- rysunki, tabele oraz wzory numerowane są z osobna w poszczególnych rozdziałach;
- punktator ➤ sygnalizuje wniosek empiryczny dotyczący danej analizy cząstkowej;
- komentarze, którymi czasem opatrzone są wnioski, sygnalizowano małą czcionką typu Arial Narrow;
- każdy rozdział empiryczny zakończony jest podsumowaniem, które obejmuje główne wnioski (numerowane cyframi arabskimi) z analiz w danym układzie zmiennych.

# Rozdział I

## Podstawowe nurty badania i zastosowań efektywności Pareto-Koopmansa-Debreu-Farrella

### Wstęp

Ekonomia jest nauką o procesach gospodarczych, której przedmiotem zainteresowań jest gospodarowanie, czyli działalność gospodarcza ludzi.

Do połowy XIX wieku, jak pisze Blaug, „ekonomię traktowano jako badanie istoty i przyczyn bogactwa narodów (Smith), praw, które rządzą podziałem produktu ziemi (Ricardo) i praw ruchu kapitalizmu (Marks)”<sup>6</sup>. Po 1870 roku ekonomię zaczęto uznawać za naukę, „która analizuje ludzkie zachowanie jako stosunek między danymi celami i ograniczonymi środkami o alternatywnych zastosowaniach”<sup>7</sup>. Stała się więc nauką zajmującą się badaniem zasad, które rządzą efektywną alokacją zasobów.

Ekonomia, według Milewskiego<sup>8</sup> „pokazuje w jaki sposób ludzie, działając w różnych warunkach społeczno-gospodarczych, korzystają z [...] ograniczonych zasobów, jak ich używają do prowadzenia działalności gospodarczej, jak je rozdzielają między różne, konkurencyjne wobec siebie zastosowania, a także czym się kierują dokonując tego typu wyborów. Pokazuje również, czy wykorzystanie ograniczonych zasobów jest efektywne czy nie i analizuje czynniki, od których to zależy [...]”.

Ograniczoność zasobów zmusza daną jednostkę gospodarczą do *racjonalnego gospodarowania*, które może być ujmowane dwojako<sup>9</sup>:

- a) jako maksymalizowanie wyniku działalności przy danym poziomie ponoszonych na ten cel nakładów (podejście takie nazwać można *orientacją na wyniki*);
- b) jako minimalizowanie ponoszonych nakładów przy danym poziomie wyników (*orientacja na nakłady*).

Kotarbiński pierwsze podejście nazywa maksymalizacją *wydajności*, a drugie – *oszczędnością* i uznaje je za pojęcia sprzężone, których syntezą jest pojęcie *ekonomiczności*<sup>10</sup>. Dla ekonomistów efektywność jest pojęciem wręcz pierwotnym.

---

<sup>6</sup> Blaug (2000), s. 26

<sup>7</sup> Ibidem

<sup>8</sup> Milewski (1998), s. 17

<sup>9</sup> Tamże, s. 35

W literaturze ekonomicznej spotyka się różnorodne określenia efektywności ekonomicznej. Przykładowo, „efektywność to maksymalizacja produkcji wynikająca z właściwej alokacji zasobów, przy danych ograniczeniach podaży (kosztów ponoszonych przez producentów) i popytu (preferencji konsumentów)”<sup>11</sup> czy też „takie użytkowanie zasobów, które przyczynia się do osiągnięcia maksymalnego poziomu satysfakcji możliwego przy danych nakładach i technologii”<sup>12</sup>.

Należy w tym miejscu podkreślić, że większość tych określeń rozumie efektywność w sposób bardzo ogólny, a często wręcz intuicyjny. Wystarczy choćby wspomnieć o efektywności w świetle ekonomii neoklasycznej, gdzie oznacza ona efektywność *produkcyjną* (dążenie do maksymalizacji zysku poprzez ceny oraz ilości nakładów i wyników produkcji).

W świetle nowej ekonomii instytucjonalnej mówi się natomiast o efektywności *organizacyjnej* (dążenie do minimalizacji kosztów funkcjonowania organizacji i maksymalizacji wydajności poprzez motywację uczestników organizacji), co obok efektywności produkcyjnej, której istnienia nowa ekonomia instytucjonalna nie neguje, prowadzi do maksymalizacji zysku podmiotu gospodarczego<sup>13</sup>.

W literaturze ekonomicznej istnieje wiele szczegółowych definicji efektywności, np. efektywność Pareto, efektywność Koopmansa, etc. Są to pojęcia uwzględniające różne założenia o działalności gospodarczej. Sam termin „efektywność” musi więc być uzupełniany o określenie, o jaki rodzaj efektywności chodzi.

Istotna dla dalszych rozważań jest tzw. **efektywność w sensie Pareto**, która leży u podstaw ekonomii, a pierwotnie wpisywała się w nurt zwany ekonomią dobrobytu<sup>14</sup>. Pareto (1906) w rozdziale VI swojej pracy stawia tezę, że gospodarka znajduje się w stanie optimum ze względu na poziom dobrobytu, gdy nie jest technologicznie możliwa taka realokacja zasobów, która powiększy dobrobyt jakiegokolwiek jednostki bez jednoczesnego zmniejszenia dobrobytu innej jednostki. Taki stan gospodarki współcześnie określane jest jako „Pareto-optymalny”.

Obecnie pojęcie efektywności Pareto funkcjonuje nie tylko w rozważaniach dotyczących całej gospodarki, ale pojawia się również w mikroekonomii. Najbardziej ogólnie mówi się,

---

<sup>10</sup> Kotarbiński (1975), s. 298 - 299

<sup>11</sup> Kamerschen, McKenzie i Nardinelli (1991), s. 61

<sup>12</sup> Samuelson i Nordhaus (2004), s. 618

<sup>13</sup> Gorynia (1998), s. 38

<sup>14</sup> Ekonomia dobrobytu jest to szkoła ekonomii normatywnej, zajmująca się problemem efektywnej alokacji zasobów poprzez badanie, czy gospodarka wykorzystuje swoje rzadkie zasoby w najlepszy sposób oraz problemem równości poprzez badanie, na ile sprawiedliwy jest podział dóbr i usług między poszczególne podmioty gospodarcze [Begg (2007), s. 457]. Jednym z filarów tej szkoły jest dzieło V. Pareto pt. „*Manuel d'economie politique*” wydane w roku 1906.

że Pareto-optymalność występuje wtedy, gdy nie można poprawić sytuacji danego obiektu bez pogarszania sytuacji innego obiektu. Jak pisze Panek (2003), stan równowagi w gospodarce jest punktem Pareto-optymalnym, co oznacza, że „przy cenach równowagi nie jest możliwe zwiększenie użyteczności koszyka towarów choćby jednego konsumenta bez zmniejszenia użyteczności koszyka towarów co najmniej jednego innego konsumenta”<sup>15</sup>.

Przymiotniki przy słowie „efektywność” (czy wyrażenia „w sensie”) powodują, że wchodzimy w węższy obszar rozważań nad efektywnością – i taki charakter ma poniższa praca. Dotyczy ona bowiem efektywności *technicznej*, do analizy której służy metoda DEA.

## 1.1. Produktywność a efektywność techniczna

Rozważania dotyczące efektywności technicznej powinny być poprzedzone rozróżnieniem pomiędzy produktywnością a efektywnością.

Produkcja jest procesem, w którym dokonuje się transformacji nakładów w rezultaty. Ponieważ celem produkcji jest wytworzenie przychodu poprzez proces transformacji, więc generalnie im wyższe są rezultaty, tym jest lepiej. Z kolei nakłady są zasobami, które zazwyczaj posiadają inne, alternatywne zastosowania, a więc mniejsze zużycie danego nakładu, pozwoli na wykorzystanie go do innego procesu produkcji, który również przyniesie jakiś dochód.

Kombinacja nakład-wynik jest *dopuszczalnym planem produkcji*, jeżeli z dodatniej wielkości nakładu możliwe jest wytworzenie nieujemnego wyniku. Technologia produkcji dostępna dla danego producenta w danym momencie określa, które kombinacje nakład-wynik są dopuszczalne.

Z uwagi na to, iż trudno jest jednocześnie maksymalizować wynik i minimalizować ponoszony w tym celu nakład<sup>16</sup>, zwykle przyjmuje się jedną z dwóch orientacji:

- (1) orientacja na wyniki, która zakłada dążenie do maksymalizacji wyniku przy założonym poziomie nakładu,
- (2) orientacja na nakłady, która zakłada minimalizację wielkości nakładu potrzebnego do wytworzenia założonego poziomu wyniku.

*Wydajność* obiektu przekształcającego nakłady w wyniki określana jest często zamiennie jako *produktywność* lub *efektywność* w tym sensie, że jeśli obiekt A jest bardziej produktywny

---

<sup>15</sup> Panek (2003), s. 159

<sup>16</sup> Choć badania operacyjne wypracowały odpowiednie schematy postępowania w ramach *optymalizacji wielocelowej*.

niż obiekt  $B$ , to również uważa się, że jest bardziej efektywny niż obiekt  $B$ . Jednak nie zawsze takie stwierdzenie jest równoważne. Pomimo podobieństw, te dwa pojęcia różnią się.

Przede wszystkim produktywność jest **opisową** miarą wydajności, a efektywność miarą **normatywną**. Rozróżnienie to zostanie pokazane na prostym przykładzie, gdzie dany obiekt opisany jest jednym nakładem ( $x$ ) i jednym wynikiem ( $y$ )<sup>17</sup>.

Niech obiekt  $A$  zużywa  $x_A > 0$  jednostek nakładu  $x$  do wytworzenia  $y_A > 0$  jednostek wyniku  $y$ . Z kolei obiekt  $B$  wytwarza  $y_B$  wyniku wykorzystując do tego nakład w wysokości  $x_B$ . Produktywnością obiektu  $A$  jest jego wydajność, czyli iloraz wyniku przez nakład. Produktywność obiektu  $A$  (oznaczona przez  $AP_A$ ) ma więc następującą postać:

$$AP_A = \frac{y_A}{x_A}.$$

Podobnie, dla obiektu  $B$ :

$$AP_B = \frac{y_B}{x_B}.$$

Jeżeli  $AP_A > AP_B$ , przyjmuje się, że obiekt  $A$  jest bardziej produktywny, niż obiekt  $B$ . Można nawet wyznaczyć indeks produktywności obiektu  $A$  względem obiektu  $B$ :

$$\Pi_{A,B} = \frac{AP_A}{AP_B} = \frac{y_A/x_A}{y_B/x_B}.$$

Jeżeli indeks ten jest większy niż 1, oznacza to, że obiekt  $A$  jest bardziej produktywny, niż obiekt  $B$ .

Należy zauważyć, że nie jest tu potrzebna znajomość technologii produkcji, aby zmierzyć produktywność obiektu. Wielkości  $AP_A$  oraz  $AP_B$  określają po prostu wydajność danego obiektu, bez jej wartościowania na lepszą czy gorszą; optymalną czy nieoptymalną, itp. Indeks produktywności pozwala na porównanie dwóch obiektów, ale nie wykorzystuje do tego technologii produkcji, jako podstawy porównania.

Przyjmijmy teraz, że znana jest technologia produkcji i może być ona opisana za pomocą funkcji produkcji:

$$y^* = f(x).$$

W tej sytuacji,  $y_A^* = f(x_A)$  jest maksymalnym możliwym wynikiem osiągalnym przy nakładzie  $x_A$ . Analogicznie,  $y_B^* = f(x_B)$  jest maksymalnym możliwym wynikiem osiągalnym przy nakładzie  $x_B$ .

---

<sup>17</sup> Przykład zaczerpnięty z: Subhash (2004), s. 15 – 18

Przyjmując orientację na wyniki, badanie *efektywności technicznej* danego obiektu to porównanie jego bieżącego wyniku z maksymalnym możliwym do osiągnięcia wynikiem, dopuszczalnym przy danej technologii produkcji. Nawiązując do omawianego przykładu, efektywność techniczną obiektu  $A$  definiuje się zatem jako:

$$TE_A = \frac{y_A/x_A}{y_A^*/x_A} = \frac{y_A}{y_A^*}.$$

Warto zauważyć, że powyższy iloraz można alternatywnie zapisać, jako:

$$TE_A = \frac{y_A/x_A}{y_A^*/x_A} = \frac{AP_A}{AP_{A^*}} = \Pi_{A,A^*},$$

a to oznacza, iż efektywność techniczna to indeks produktywności obiektu  $A$  względem hipotetycznie istniejącego obiektu  $A^*$ , który uzyskuje z tej samej ilości nakładu maksymalny wynik.

Efektywność techniczną zorientowaną na nakłady można zbadać analogicznie. Porównuje się wtedy ilość nakładu wykorzystywaną dla wytworzenia założonego poziomu wyniku z minimalnym nakładem potrzebnym do wytworzenia tej samej wielkości wyniku. Dla obiektu  $A$  efektywność techniczna zorientowana na nakłady jest następująca:

$$TE_A = \frac{y_A/x_A}{y_A/x_A^*} = \frac{x_A^*}{x_A} \leq 1.$$

Możemy teraz wyjaśnić, że jeden obiekt może być bardziej produktywny i równocześnie mniej efektywny, niż drugi. Pokazano to na poniższym przykładzie<sup>18</sup>.

Niech będą dane dwa obiekty, każdy opisany jednym nakładem ( $x$ ), który wykorzystuje do wytworzenia jednego wyniku ( $y$ ):

$$A = (x_A, y_A) = (16, 3),$$

$$B = (x_B, y_B) = (64, 7).$$

Niech technologia produkcji będzie następująca:

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

W tej sytuacji:

$$y_A^* = \sqrt{16} = 4, \text{ natomiast } y_B^* = \sqrt{64} = 8.$$

Zorientowana na wyniki efektywność obiektu  $A$  to:

---

<sup>18</sup> Subhash (2004), s. 20

$$TE_A = \frac{y_A}{y_A^*} = \frac{3}{4},$$

a obiektu B:

$$TE_B = \frac{y_B}{y_B^*} = \frac{7}{8}.$$

Obiekt B jest bardziej efektywny, niż obiekt A. Jednak:

$$AP_A = \frac{y_A}{x_A} = \frac{3}{16} > AP_B = \frac{y_B}{x_B} = \frac{7}{64},$$

oznacza to, że obiekt A jest bardziej produktywny, niż obiekt B, ale jednocześnie jest on mniej efektywny.

## 1.2. Efektywność techniczna w sensie Farrella i jej inspiracje

Badania dotyczące efektywności nazwanej techniczną, które bezpośrednio tkwią u podstaw metody DEA, prowadził M.J. Farrell. Wynikiem jego rozważań jest m.in. opublikowana w Journal of the Royal Statistical Society w 1957 roku praca pt. „*The Measurement of Productive Efficiency*”. Praca Farrella stała się załączkiem ogromnej gałęzi badań, która wyrosła na pograniczu dziedzin: teorii ekonomii, badań operacyjnych i nauk o zarządzaniu.

Bezpośrednią inspiracją badań prowadzonych przez Farrella były prace dwóch noblistów – Koopmansa oraz Debreu<sup>19</sup> – obie opublikowane w 1951 r. Przyznaje to Farrell na samym początku swojej publikacji<sup>20</sup> wyjaśniając, że jego prace nad efektywnością techniczną zainspirowały badania Koopmansa dotyczące efektywności alokacji zasobów.

Z pracy Koopmansa (1951), w której wykorzystano koncepcję optimum Pareto, wywodzi się pojęcie efektywności technicznej<sup>21</sup>. Obecnie efektywność tę nazywa się ogólnie efektywnością w sensie Pareto-Koopmansa.

*Efektywność techniczna Pareto-Koopmansa* oznacza, że dany producent działa efektywnie, gdy nie może zwiększyć produkcji jednego dobra bez zmniejszania produkcji innego dobra (przy założeniu, że wykorzystywane w produkcji nakłady pozostają na tym samym poziomie)

---

<sup>19</sup> T. C. Koopmans (wraz z L. Kantorowiczem) otrzymał nagrodę Nobla w 1975 r. za prace poświęcone problematyce efektywnej alokacji i wykorzystania zasobów gospodarczych. Z kolei G. Debreu otrzymał nagrodę Nobla w roku 1983 za wdrożenie nowych metod do teorii ekonomii, a także za podanie nowego ścisłego (matematycznego) sformułowania równowagi ogólnej.

<sup>20</sup> Farrell (1957), s. 253

<sup>21</sup> W swojej pracy Koopmans wskazuje, że koncepcja funkcji produkcji zajmuje główne miejsce w literaturze dotyczącej teorii produkcji. Podkreśla on, iż funkcja produkcji opiera się na pewnej określonej technice przekształcania nakładów w wyniki i że technika ta zależna jest od umiejętności osób zarządzających przedsiębiorstwem. Wybierane są takie procesy produkcji, które maksymalizują poziom produkowanego dobra. Jest to właśnie efektywność nazwana później techniczną, patrz: Koopmans (1951), s. 34.



lub też, gdy nie może zmniejszyć zużycia jednego nakładu bez zwiększenia zużycia innego (przy założeniu, że wyniki produkcji pozostają na niezmiennym poziomie)<sup>22</sup>.

Przy konstrukcji pojęcia efektywności technicznej Farrell wykorzystał również opracowaną przez Debreu (1951) koncepcję tzw. współczynnika zużycia surowców<sup>23</sup> (ang. *coefficient of resource utilisation*), który pozwala badać efektywność systemu ekonomicznego. Farrell wyraźnie wręcz pisze, że łatwo odnaleźć podobieństwo między skonstruowaną przez niego miarą efektywności technicznej a tymże współczynnikiem Debreu<sup>24</sup>.

Unormowany na przedziale  $(0,1)$  współczynnik, oznaczony przez Debreu symbolem  $\rho$ , wskazuje na poziom marnotrawstwa surowców w systemie ekonomicznym. Wartość optymalna współczynnika, czyli  $\rho^*$ , mniejsza od jeden oznacza, że w gospodarce notuje się marnotrawstwo w zużyciu surowców<sup>25</sup>. Innymi słowy oznacza to, iż uzyskanie założonego poziomu satysfakcji konsumentów można osiągnąć przy mniejszym zużyciu surowców (a dokładniej, przy  $\rho^*$ -tej części tychże surowców)<sup>26</sup>. Postać tego współczynnika można zapisać jako:

$$\rho^* = \min \rho : (\rho \mathbf{z}, \mathbf{s}) \in \mathbf{S} \quad (1)$$

gdzie:

$\mathbf{z}$  – wektor zasobów, które pozwalają osiągnąć poziom satysfakcji konsumentów,

$\mathbf{s}$  – wektor poziomu satysfakcji danego konsumenta,

$\mathbf{S}$  – zbiór takich par wektorów  $(\mathbf{z}, \mathbf{s})$ , że przy zasobach  $\mathbf{z}$  można osiągnąć poziom satysfakcji konsumentów  $\mathbf{s}$ .

Debreu upatruje przyczyny marnotrawstwa surowców w gospodarce w:

- a) niepełnym wykorzystaniu surowców – bezrobocie, nieuprawiane ziemie, itd.;
- b) nieefektywności technicznej jednostek produkcyjnych;
- c) niedoskonałości organizacji gospodarki – np. istnienie monopoli, występowanie podatków pośrednich czy opłat<sup>27</sup>.

---

<sup>22</sup> Zob. np. Kumbhakar i Lovell (2000), s. 6

<sup>23</sup> Debreu określa surowce, którymi dysponuje gospodarka jako: zasoby naturalne gospodarki, jej możliwości produkcyjne oraz jej możliwości organizacyjne.

<sup>24</sup> Farrell (1957), s. 254

<sup>25</sup> Współczynnik  $\rho$  jest zawsze większy od zera, gdyż zakłada się, że osiągnięcie założonego poziomu satysfakcji konsumentów wymaga pewnego zużycia zasobów – coś trzeba zużyć, żeby coś wytworzyć.

<sup>26</sup> Debreu (1951), s. 42

<sup>27</sup> Tamże, s. 43

Debreu wskazuje, że sposobem wyeliminowania nieefektywności gospodarki jest *proporcjonalna* redukcja wszystkich surowców o współczynnik  $\rho$ .

### 1.2.1. Efektywność techniczna Farrella

Efektywność techniczną mierzy się w sytuacji, gdy nie są dostępne informacje o cenach czynników produkcji (czyli nakładów) i wyników produkcji. Bada się ją poprzez porównanie ze sobą produktywności wyrażonych dla każdej badanej jednostki ilorazem:

$$\frac{\text{wynik}}{\text{nakład}}$$

W sytuacji, gdy obiekt wytwarza więcej niż jeden wyrób i zużywa do tego celu więcej niż jeden nakład, w literaturze proponuje się konstruowanie miary syntetycznej. Jest to iloraz zagregowanych wielkości wyników i nakładów, czyli iloraz ważonych wyników przez ważone nakłady, który można zapisać w następujący sposób<sup>28</sup>:

$$\frac{\sum_r u_r y_r}{\sum_i v_i x_i}, \quad (2)$$

gdzie:

$y_r$  oraz  $x_i$  to wielkości odpowiednio wyników ( $r = 1, \dots, s$ ) i nakładów ( $i = 1, \dots, m$ ),

$u_r$  oraz  $v_i$  to waga przypisana  $r$ -temu wynikowi oraz  $i$ -temu nakładowi.

W celu wyjaśnienia pojęcia efektywności technicznej posłużymy się następującym przykładem<sup>29</sup>. Służy on jedynie wyjaśnieniu istoty pojęcia efektywności technicznej (szczegółowo o produktywności, efektywności i o przyjmowanych założeniach będzie mowa w rozdziale II):

Niech będzie dany obiekt  $P$ , który wytwarza jednostkowy wynik (oznaczony przez  $y$ ), wykorzystując do tego dwa nakłady oznaczone przez  $x_1$  oraz  $x_2$ . Znana jest postać funkcji produkcji, a więc sprecyzowany jest efektywny sposób przekształcania obu nakładów w wynik. Zakłada się, że badane obiekty charakteryzują się tzw. stałymi korzyściami skali. Oznacza to, że zwiększenie nakładów wywołuje proporcjonalny wzrost wyników produkcji.

Na rysunku 1.1. znajdują się dwa punkty  $P$  oraz  $Q$ , reprezentujące wielkości nakładów, a także izokwanty produkcji  $I_P$  oraz  $I_Q$ , które pokazują różne kombinacje nakładów, jakie

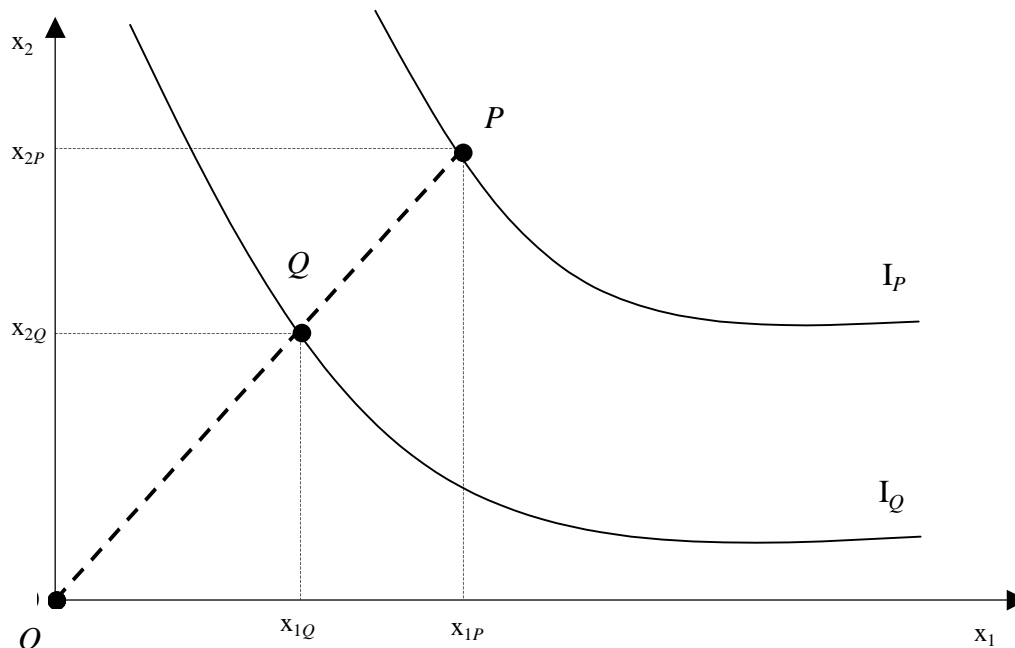
---

<sup>28</sup> Charnes, Cooper, Rhodes (1978), s. 430

<sup>29</sup> Farrell (1957), s. 254 oraz Cooper, Seiford, Tone (2006), s. 246.

można wykorzystać, aby wytworzyć jednostkowy wynik. Przyjmuje się założenie, że izokwanty te są wypukłe, a ich nachylenie jest niedodatnie<sup>30</sup>.

W przykładzie przyjęto, że izokwanta  $I_Q$  stanowi **granicę możliwości produkcyjnych**. Obszar, który znajduje się ponad tą izokwantą nazywany jest zbiorem możliwości produkcyjnych, gdyż symbolizuje takie kombinacje nakładów  $x_1$  oraz  $x_2$ , które pozwalają na wytworzenie jednostki wyniku.



Źródło: Opracowanie na podstawie Farrell (1957), s. 254 oraz Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 258

### Rys. 1.1. Ilustracja efektywności technicznej

Punkt  $P$  znajduje się w obszarze możliwości produkcyjnych. Oznacza to, że z wykorzystywanych nakładów  $x_1$  oraz  $x_2$  może wytworzyć jednostkę wyniku. Pojawia się jednak pytanie o efektywność wykorzystania nakładów, a dokładniej pytanie: czy można wytworzyć ten sam wynik, używając do tego mniejszej ilości nakładów?

Punkt  $Q$  na rysunku symbolizuje obiekt w pełni efektywny, gdyż leży on na granicy możliwości produkcyjnych. Obiekt taki potrafi wytworzyć jednostkę wyniku przy mniejszym zużyciu obu nakładów, niż obiekt  $P$ .

W obiektach  $P$  i  $Q$  nakłady wykorzystuje się w takich samych proporcjach, gdyż ich technologie leżą na liniowym promieniu technologicznym – półprostej wychodzącej

<sup>30</sup> Farrell, narzucając takie założenia, nie odbiega bardzo od rzeczywistości. W ekonomii powszechnie przyjmuje się, że jeżeli dwa różne poziomy tych samych nakładów dają ten sam poziom wyniku, to średnia ważona tych poziomów nakładów daje wynik nie większy. Z kolei negatywne nachylenie izokwanty zapewnia, że wzrost nakładów nie spowoduje redukcji wyniku.

z początku układu współrzędnych. Obiekt  $Q$  może być obiektem „wirtualnym”, odpowiadającym obiektowi  $P$  na granicy możliwości produkcyjnych  $I_Q$ .

Farrell definiuje efektywność techniczną (ang. *technical efficiency*,  $TE$ ) obiektu  $P$  jako iloraz odległości:

$$TE_P = \frac{d(O, Q)}{d(O, P)}, \quad (3)$$

gdyż obiekt  $Q$  (dla danej funkcji produkcji) charakteryzuje się najmniejszym możliwym zużyciem nakładów przy wytwarzaniu tej samej ilości wyniku. Oczywiście  $0 \leq TE_P \leq 1$ .

Zdefiniowana przez (3) efektywność jest efektywnością techniczną *zorientowaną na nakłady*<sup>31</sup>. W dalszej części tego rozdziału zakłada się orientację na nakłady.

Odległością od granicy, jaką wykorzystuje Farrell do określenia rozmiaru nieefektywności technicznej, jest tzw. odległość *radialna*. Łatwo wyjaśnić jej istotę opierając się na powyższym rysunku. Odległość jest tu mierzona „po promieniu”, a więc po prostej łączącej początek układu współrzędnych z punktem poddawanym analizie. Na promieniu tym leżą różne kombinacje nakładów, z których powstaje jednostkowy wynik, przy czym proporcje między nakładami są stałe.

Pomysł na takie mierzenie odległości nie był innowacją Farrella, gdyż został już zaproponowany wcześniej – przez Debreu (1951), a także przez Shepharda<sup>32</sup>. Jednak dopiero Farrell w swojej pracy wykorzystał tę miarę do badania efektywności technicznej<sup>33</sup>.

Niech  $\mathbf{T}$  oznacza zbiór możliwości produkcyjnych, czyli technologii produkcji, który najogólniej mówiąc jest zbiorem takich par wektorów nakładów  $\mathbf{x}$  i wektorów wyników  $\mathbf{y}$ , że z wektora  $\mathbf{x} > 0$  możliwe jest wyprodukowanie wektora  $\mathbf{y} \geq 0$ . Miarę efektywności technicznej można wtedy ogólnie zapisać w następujący sposób:

$$\theta^* = \min \theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbf{T} \quad (4)$$

Współczynnik  $\theta^*$  obrazuje maksymalną możliwą redukcję wektora nakładów  $\mathbf{x}$ , przy której nadal możliwe jest wyprodukowanie wektora wyników  $\mathbf{y}$ .

W szczególności, w przykładzie,  $\theta^*$  wskazuje na maksymalną możliwą proporcjonalną redukcję obu nakładów, przy której nadal można produkować jednostkowy wynik<sup>34</sup>.

---

<sup>31</sup> Efektywność techniczną zorientowaną na wyniki można łatwo przedstawić w sposób analogiczny – zakładając, że nie zmienia się poziom nakładów. Konsekwencje przyjęcia różnych orientacji zostaną pokazane w rozdziale II.

<sup>32</sup> Shephard (1953) również oparł swoją koncepcję pomiaru odległości na pomiarze radialnym.

<sup>33</sup> Warto w tym miejscu wspomnieć, że opracowana przez Shepharda (1953) miara odległości jest pod względem matematycznym taka sama, jak miara efektywności technicznej Farrella (1957) [Subhash (2004), s. 26, 42].

<sup>34</sup> Odpowiada to przesunięciu z punktu  $P$  do punktu  $Q$  na rys.1.1.

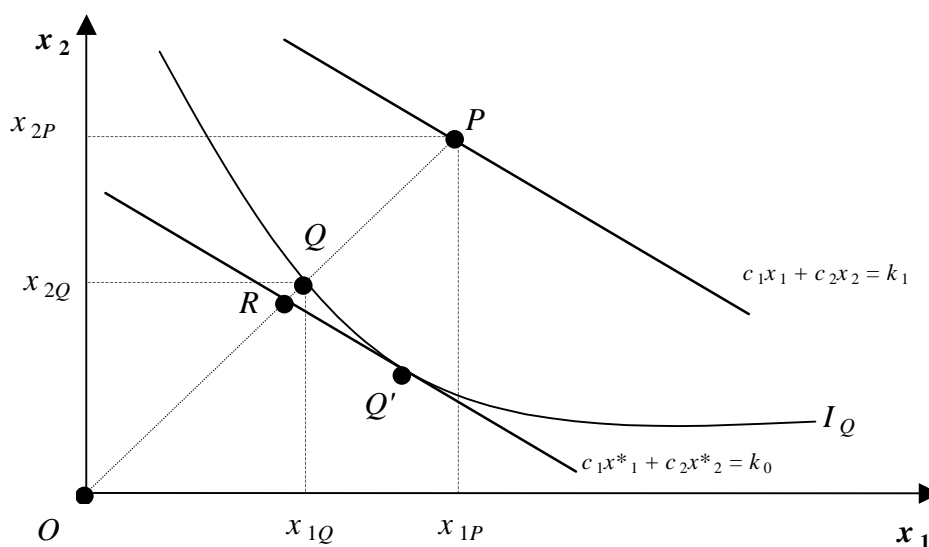
Cechą powyżej zdefiniowanej miary efektywności jest unormowanie jej na przedziale  $\langle 0,1 \rangle$ <sup>35</sup>. Dzięki temu obiekty efektywne charakteryzują się wartością miary efektywności  $\theta^*$  równą jeden, a obiekty nieefektywne – wartością  $\theta^* < 1$ <sup>36</sup>.

### 1.2.2. Efektywność alokacyjna

Mówiąc o efektywności technicznej, nie można pominąć tzw. efektywności *alokacyjnej*, która jest powiązana z efektywnością techniczną zaproponowaną przez Farrella.

Efektywność alokacyjna (ang. *allocative efficiency*, *AE*) mierzy umiejętność substytucji nakładów badanej jednostki w świetle cen tych nakładów. Ten rodzaj efektywności Farrell nazywa efektywnością *cenową* (ang. *price efficiency*)<sup>37</sup>. Niekiedy określa się ją mianem efektywności ekonomicznej<sup>38</sup>, jednak w literaturze powszechnie przyjęło się określenie: „alokacyjna”.

Jednostka charakteryzuje się efektywnością alokacyjną, gdy wykorzystuje do produkcji danego wyniku taki zestaw nakładów, który charakteryzuje się najniższym kosztem (czyli najniższą ceną). Ilustruje to rysunek 1.2.:



Źródło: Opracowanie na podstawie Farrell (1957), s. 254 oraz Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 258

**Rys. 1.2. Efektywność techniczna, alokacyjna i ogólna**

<sup>35</sup> A dokładniej  $\langle 0,1 \rangle$ , gdyż wartość miary efektywności technicznej dąży do zera, gdy wielkości zużywanych nakładów na jednostkę wyniku są nieskończenie duże.

<sup>36</sup> Miara Farrella jest zbliżona do miary Debreu [por. ze współczynnikiem zużycia zasobów  $\rho$ , wzór (1)].

<sup>37</sup> Farrell (1957), s. 255

<sup>38</sup> Rekowski (2005), s. 144

Obiekt  $P$ , aby najbardziej zwiększyć swój poziom efektywności technicznej, powinien proporcjonalnie zredukować oba nakłady do poziomu  $x_{1Q}$  oraz  $x_{2Q}$ , a tym samym znaleźć się w punkcie  $Q$ <sup>39</sup>.

Jeśli znane są ceny obu nakładów (oznaczone odpowiednio przez  $c_1$  oraz  $c_2$ ), to dla obiektu  $P$  można wyznaczyć tzw. *izokwantę kosztu* o postaci:  $c_1x_1 + c_2x_2 = k_1$ , która obrazuje ponoszony przez obiekt  $P$  koszt związany z nabyciem nakładów.

Jeżeli obiekt  $P$  zredukuje proporcjonalnie zużycie obu nakładów i znajdzie się w punkcie  $Q$ , będzie efektywny technicznie, ale nie *alokacyjnie*. Widać bowiem, że ten sam poziom wyniku jednostkowego można uzyskać przy innej (tańszej) kombinacji obu nakładów, którą reprezentuje – również należący do zbioru możliwości produkcyjnych – punkt  $Q'$ , dla którego izokwanta kosztu to:  $c_1x_1^* + c_2x_2^* = k_0$ , przy czym  $k_0 < k_1$ . Oznacza to, iż obiekt w punkcie  $Q$  jest efektywny technicznie, ale dokonuje *nieefektywnej alokacji nakładów*.

Rozmiar nieefektywności alokacyjnej w punkcie  $Q$  mierzy się ilorazem radialnej odległości punktu  $R$  do radialnej odległości punktu  $Q$ :

$$AE_Q = \frac{d(O, R)}{d(O, Q)}, \quad (5)$$

gdzie  $R$  to punkt przecięcia izokwenty kosztu i promienia. Efektywność alokacyjna  $0 \leq AE_Q \leq 1$ .

### 1.2.3. Efektywność ogólna

Dysponując efektywnością techniczną i alokacyjną w naturalny sposób można określić tzw. ogólną efektywność (ang. *overall efficiency*,  $OE$ ), uwzględniającą równocześnie efektywność techniczną i alokacyjną. *Ogólna efektywność* dla punktu  $P$  obliczana jest jako iloraz odległości:

$$OE_P = \frac{d(O, R)}{d(O, P)}. \quad (6)$$

Oczywiście  $0 \leq OE_P \leq 1$ .

Efektywność ogólna jest równa iloczynowi efektywności technicznej i alokacyjnej, a zatem:

$$TE \cdot AE = OE, \quad \text{czyli:} \quad \frac{d(O, Q)}{d(O, P)} \cdot \frac{d(O, R)}{d(O, Q)} = \frac{d(O, R)}{d(O, P)}. \quad (7)$$

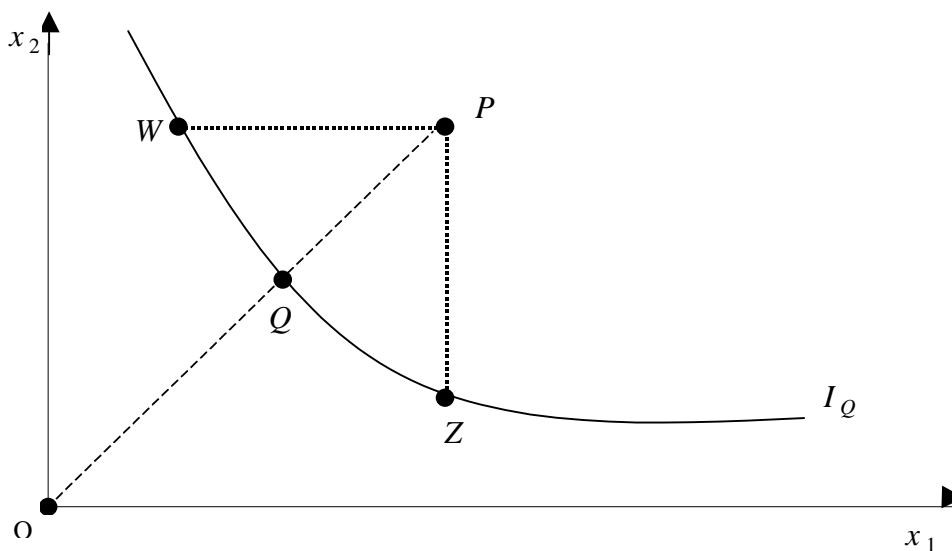
---

<sup>39</sup> Bardziej zmniejszyć nakładów nie może, gdyż znalazłby się poza zbiorem możliwości produkcyjnych, wyznaczonym przez graniczną funkcję produkcji symbolizowaną przez  $I_Q$ .

#### 1.2.4. Nieradialne miary efektywności

Powyższe rozważania miały na celu przybliżenie istoty efektywności technicznej w sensie Farrella. Należy jednak w tym miejscu podkreślić, że radialna miara odległości (na której opierają się wszystkie trzy powyższe miary efektywności) nie jest jedynym sposobem mierzenia odległości – mimo, że bardzo popularnym z uwagi na swoją prostotę.

Nieradialną miarę efektywności jako pierwsi zaproponowali Färe i Lovell (1978). Nazwali ją miarą Russella<sup>40</sup>. Różni się ona od radialnej miary Farrella tym, że (przy orientacji na nakłady) redukcja wszystkich nakładów nie musi być proporcjonalna. Pokazano to na rysunku poniżej:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 1.3. Nieradialna redukcja nakładów**

Punkt o zredukowanych w sposób nieradialny nakładach leżałby na fragmencie WZ granicy efektywności  $I_Q$ <sup>41</sup>. Fragment ten obejmuje możliwe redukcje obu nakładów (które spowodują, że punkt P znajdzie się na granicy efektywności  $I_Q$ ), a w szczególnym przypadku redukcję tylko jednego nakładu podczas, gdy drugi nakład pozostaje bez zmian (punkt W lub punkt Z).

Najogólniej (i analogicznie do radialnej miary Farrella) miarę Russella można zapisać w następujący sposób:

<sup>40</sup> Patrz: Fare i Lovell (1978), s. 158

<sup>41</sup> Dokładne położenie takiego punktu zależy od konkretnie już sformułowanej miary nieradialnej.

$$\min \frac{\sum_{i=1}^m \theta_i}{m} : (\boldsymbol{\theta}' \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbf{T}, \quad (8)$$

gdzie  $\boldsymbol{\theta}$  to wektor o nieujemnych elementach  $\theta_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ).

Rozwiązaniem jest wektor  $\boldsymbol{\theta}^*$  o składowych  $\theta_i^*$  ( $i = 1, \dots, m$ ), przy których średnia

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^m \theta_i}{m} \quad (9)$$

osiąga najniższą wartość.

Warto również zauważyć, że radialna miara Farrella jest szczególnym przypadkiem miary Russella.

Miara Russella nie wymusza proporcjonalnej redukcji wszystkich nakładów obiektu nieefektywnego. Pozwala ona na znalezienie konkretnych wielkości  $\theta_i$ , które wskazują potrzebną redukcję każdego z poszczególnych  $i$ -tych nakładów.

Miara Russella nie zdobyła może takiej popularności, jak radialna miara Farrella, niemniej jednak jest ona wykorzystywana w badaniach efektywności<sup>42</sup> – choć nie w postaci zaproponowanej przez jej autorów. Przedstawiona przez Färe i Lovella miara Russella jest skomplikowana obliczeniowo i proponuje się wykorzystywanie jej modyfikacji – np. zaprezentowanej przez Pastora, Ruiza i Sirventa (1999) albo Fukuyamę i Webera (2001) czy też Tona (1997).

### 1.3. Główne kierunki badań nad efektywnością techniczną

Próbie zebrania informacji o badaniach, dla których inspiracją była praca Farrella podjęli Førsund oraz Sarafoglou w artykule pt. „*On the Origins of Data Envelopment Analysis*” opublikowanym w 2002 r. na łamach „*Journal of Productivity Analysis*”<sup>43</sup>.

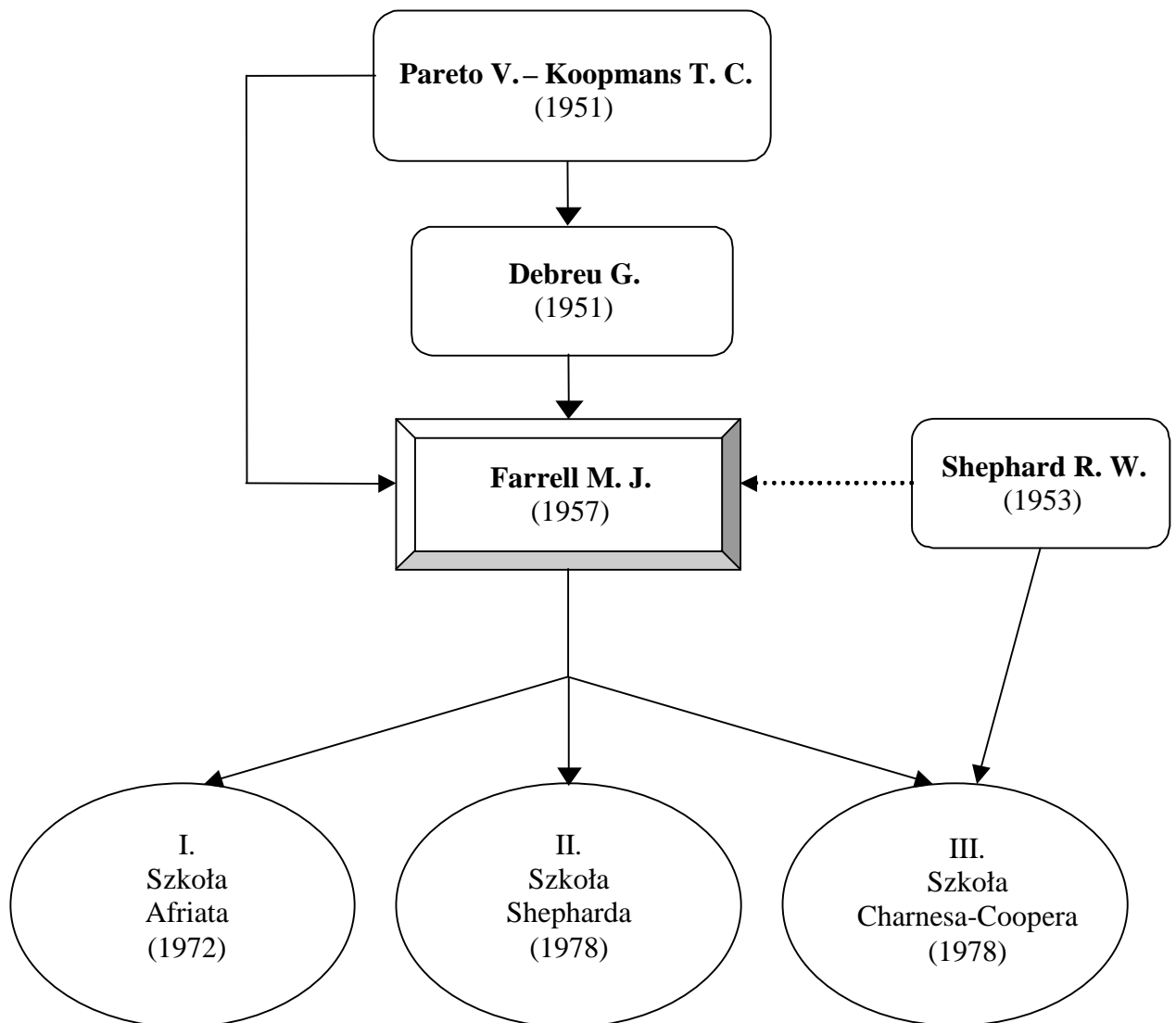
Na podstawie tej publikacji, a także innej dostępnej literatury skonstruowano na użytek pracy swego rodzaju drzewo genealogiczne metody DEA. Przedstawiono je na rysunku 1.4. Pokazuje ono miejsce koncepcji Farrella i jego wkład w badania nad efektywnością techniczną. Wskazuje również czyje prace były inspiracją dla Farrella, ale przede wszystkim

<sup>42</sup> Niektóre modyfikacje podstawowego modelu DEA (m. in. model ADD lub SBM) oparte są właśnie na nieradialnej mierze Russella.

<sup>43</sup> Førsund i Sarafoglou (2002), s. 23 – 40.



porządkuje całą lawinę badań, nowatorskich opracowań i publikacji, jakie wywołała praca Farrella<sup>44</sup>.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie Førsund i Sarafoglou (2002)

**Rys. 1.4. Nurty badań nad efektywnością zainspirowane koncepcją Farrella**

Powyższy schemat pokazuje, iż praca Farrella zapoczątkowała trzy szkoły – tzw. szkołę *Afriata*, szkołę *Shepharda* oraz szkołę *Charnesa-Coopera*. Poniżej dokonano krótkiej charakterystyki każdej szkoły, co pozwoli uwidocznić kierunki, w jakich rozwijały się idee zaproponowane przez Farrella.

<sup>44</sup> Bibliografie dotyczące metody DEA opracowane przez np.: Seiforda [dodatek na CD w Cooper, Seiford i Tone (2007)] lub Tavaresa (2002) czy Gattoufi, Oral i Reimana (2004) wskazują na ponad 3000 publikacji naukowych związanych z tą metodą.

### 1.3.1. Szkoła Afriata

Szkoła Afriata obejmuje ekonometryczne (parametryczne) podejście do estymacji granicy efektywności technicznej. W jej ramach można wyróżnić kilka poniżej przedstawionych nurtów. W metodach tych ogranicza się liczbę wyników badanych obiektów do jednego<sup>45</sup>.

#### Deterministyczne podejście oparte na koncepcji średniej – MNK i skorygowana MNK

Wykorzystanie średniej zostało już zasugerowane przez Winstena w opublikowanych razem z pracą Farrella w 1957 roku dyskusjach dotyczących koncepcji Farrella<sup>46</sup>. Winsten pisze, że ciekawym jest, czy w praktyce mogłoby się okazać, że skonstruowana według pomysłu Farrella granica efektywności mogłaby być szacowana przy użyciu koncepcji przeciętnej funkcji produkcji (ang. *average production frontier*).

Taką przeciętną funkcję produkcji można oszacować wykorzystując metody regresji – np. metodę najmniejszych kwadratów. Niestety funkcja ta nie może pełnić roli granicy. Wynika to z samej istoty większości metod aproksymacyjnych. Dokonują one bowiem „uśrednienia” funkcji, co powoduje, że część danych znajduje się powyżej funkcji, a część poniżej<sup>47</sup>. Cechą charakterystyczną granicy jest natomiast to, że „obejmuje” sobą zbiór wszystkich obserwacji.

Koncepcja granicy opartej na wartościach średnich zaproponowana w 1957 roku przez Winstena znalazła jednak zastosowanie, ale dopiero dwadzieścia lat później. Zaproponował to Richmond (1974)<sup>48</sup>, wykorzystując metodę zaproponowaną przez Greene’a<sup>49</sup>. Została ona później nazwana skorygowaną metodą najmniejszych kwadratów – COLS (ang. *Corrected Ordinary Least Squares*)<sup>50</sup>.

Skorygowana metoda najmniejszych kwadratów tym różni się od klasycznej mnk, że linia regresji zostaje „podniesiona” tak, aby wszystkie obserwacje znajdowały się wewnątrz obszaru ograniczonego tą linią. Skorygowanie modelu szacowanego klasyczną mnk polega tylko na zmianie wyrazu wolnego. Linia regresji przesuwa się w górę lub w dół bez zmian jej nachylenia i kształtu.

Estymacja przebiega dwuetapowo. Najpierw dla  $j$ -tego obiektu ( $j = 1, \dots, n$ ) szacuje się funkcję produkcji (najczęściej jest to funkcja typu Cobba-Douglasa), wykorzystując

---

<sup>45</sup> Natomiast nieparametryczna metoda DEA pozwala na badanie obiektów wielonakładowych i wielowyńkowych.

<sup>46</sup> Patrz: Farrell (1957), s. 282

<sup>47</sup> O ile nie uwzględni się warunków pobocznych wynikających z obwiedni.

<sup>48</sup> Richmond nie powołuje się nigdzie na pracę Farrella (ani na komentarz Winstena do tej pracy), a jedynie na omówione poniżej badania S. Afriata. Koncepcja Richmonda jest jednak wyraźnie skonkretyzowaniem pomysłu Winstena.

<sup>49</sup> Patrz: np. Greene (1980).

<sup>50</sup> Patrz: Førsund, Lovell i Schmidt (1980).

klasyczną mnk. Przykładowo niech będzie to następująca funkcja produkcji o  $m$  zmiennych objaśniających ( $i = 1, \dots, m$ )<sup>51</sup>:

$$Y_j = \exp(\beta_{0j}) \cdot \prod_k X_{ij}^{\beta_{ij}} \cdot \exp(-\varepsilon_j) \quad (10)$$

Błąd  $\exp(-\varepsilon_j)$ <sup>52</sup>, jest uznawany za nieefektywność techniczną ( $TE_j$ ), charakteryzującą  $j$ -ty obiekt. Jego oszacowaniem jest  $\exp(e_j)$ , gdzie  $e_j$  to reszta z modelu. Oznacza to, że wszelkie przyczyny nierówności  $Y_j \neq \hat{Y}_j$ , jak np. błędy pomiaru, zły dobór postaci analitycznej funkcji, etc., które w klasycznej ekonometrii uznawane są za losowe, tu odzwierciedlają „gorszą praktykę” przekształcania nakładów w wynik działalności, a więc zwiększają nieefektywność techniczną.

W cytowanym opracowaniu proponuje się oszacowanie formy zlinearyzowanej:

$$\ln(Y_j) = \beta_{0j} + \sum_k \beta_{ij} \ln(X_{ij}) - \varepsilon_j \quad (11)$$

Następnie dokonuje się korekty wyrazu wolnego formy zlinearyzowanej, dodając do niego największą dodatnią resztę, oznaczoną jako  $e^*$ :

$$\hat{\beta}_{0j}^* = \hat{\beta}_{0j} + e^* \quad (12)$$

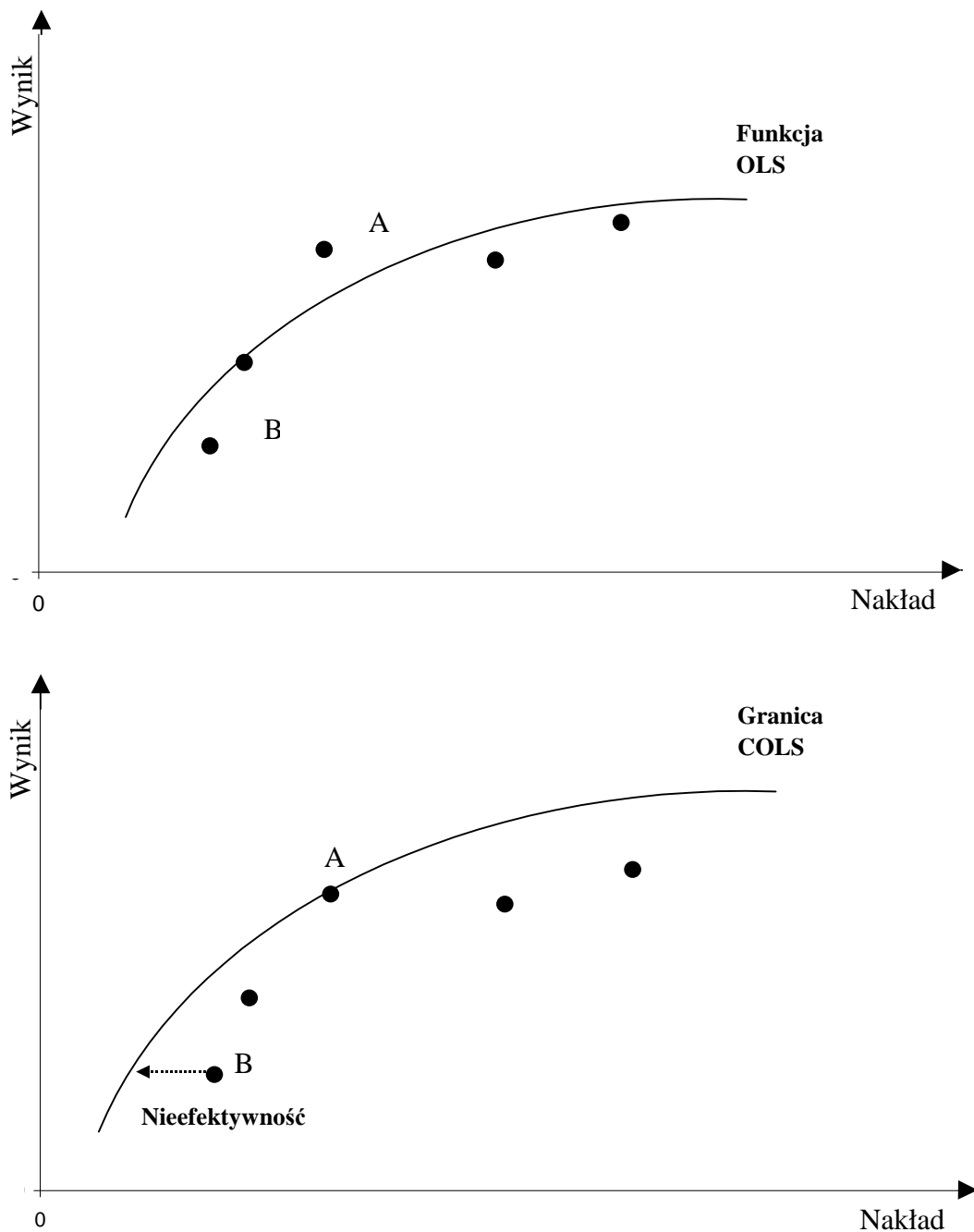
Taka korekta powoduje, że linia regresji zostanie przysunięta w górę i będzie przechodziła przez punkt obrazujący obserwację, dla której wyznaczono resztę  $e^*$ . Oczywiście po korekcie reszta dla tej obserwacji będzie wynosiła zero. Pozostałe „nowe” reszty będą ujemne – co powoduje, że punkty z nimi związane będą leżały poniżej linii regresji. Efektywność techniczna  $j$ -tego obiektu ( $TE_j$ ) obliczana jest wtedy następująco:

$$TE_j = \exp(-\varepsilon_j) = \exp(e_j - e^*) \quad (13)$$

Poniższy rysunek obrazuje różnicę między “zwykłą” metodą najmniejszych kwadratów (OLS) a skorygowaną (COLS) i związek skorygowanej mnk z innymi koncepcjami funkcji granicznych:

<sup>51</sup> Patrz: Jaforullah i Premachandra (2003), s. 4 – 5

<sup>52</sup> Zakłada się, że błąd posiada nieujemną średnią i jest sferyczny, tj. nie wykazuje autokorelacji i jest homoskedastyczny.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 1.5. Idea metody COLS**

Przesunięcie linii regresji, którego dokonuje się w metodzie COLS, pozwala na badanie nieefektywności jako odległości od granicy, co pokazano na rysunku dla punktu *B*.

Widać wyraźnie, że funkcja graniczna, która powstała w wyniku estymacji skorygowaną metodą najmniejszych kwadratów „obejmuje” wszystkie obiekty; podobnie jak inne parametryczne metody wykorzystujące jako granicę konkretną funkcję – np. zastosowana

przez Aignera i Chu (1968) funkcja Cobba-Douglasa lub nieparametryczne metody z rodziny DEA.

Niestety skorygowana metoda najmniejszych kwadratów ma wspomniane już wyżej poważne ograniczenie – nie pozwala na analizę obiektów wielowynikowych.

Wśród podejmowanych prób agregacji wielu wyników do jednego syntetycznego, co pozwoliłoby na zastosowanie opisanej powyżej skorygowanej metody najmniejszych kwadratów do przypadku obiektów wielowynikowych, wymieć warto omawiane przez Giuffrida i Gravelle (1999) podejście zaproponowane przez Ruggiero (1998). Zasugerował on wykorzystanie analizy kanonicznej do badania efektywności. Jako graniczną funkcję produkcji przyjmuje się wtedy funkcję typu Cobba-Douglasa o postaci<sup>53</sup>:

$$\sum_{r=1}^s \alpha_r \ln(y_{rj}) = \sum_{i=1}^m \beta_i \ln(x_{ij}) + \ln(\gamma_j), \quad (14)$$

gdzie:

$y_{rj}$  to  $r$ -ty wynik uzyskiwany przez  $j$ -ty obiekt,

$x_{ij}$  to  $i$ -ty nakład wykorzystywany przez  $j$ -ty obiekt,

$\gamma_j$  to indeks efektywności ( $0 < \gamma_j \leq 1$ )  $j$ -tego obiektu.

Następnie konstruuje się dwie zmienne:

$$U_j = \sum_{r=1}^s a_r \ln(y_{rj}) \quad \text{oraz} \quad V_j = \sum_{i=1}^m b_i \ln(x_{ij}) \quad (15)$$

będące log-liniowymi kombinacjami odpowiednio wyników i nakładów  $j$ -tego obiektu.

Wagi  $a_r$  i  $b_i$  są tak dobrane, aby korelacja między zmiennymi  $U_j$  i  $V_j$  była maksymalna:

$$\rho_j^* = \max_{a_r, b_i} \text{Corr}(U_j, V_j), \quad (16)$$

co prowadzi do otrzymania wag optymalnych  $a_r^*$  oraz  $b_i^*$ .

Wiedząc, że:

$$U_j = \rho_j^* \cdot V_j, \quad (17)$$

po podstawieniu do (13) otrzymuje się oszacowanie efektywności obiektu  $j$ -tego:

$$\hat{\gamma}_j = \exp \left[ \sum_{r=1}^s a_r^* \ln(y_{jr}) - \sum_{i=1}^m \rho_j^* b_i^* \ln(x_{ji}) \right]. \quad (18)$$

---

<sup>53</sup> Giuffrida i Gravelle (1999), s. 5

Następnie, podobnie jak w skorygowanej metodzie najmniejszych kwadratów, dokonuje się przeskalowania wyników względem jednostki najbardziej efektywnej, aby wskaźnik efektywności zawierał się w prawostronnie domkniętym przedziale  $(0,1)$ .

### **Deterministyczna parametryczna graniczna funkcja produkcji Aignera i Chu**

Prowadząc rozważania dotyczące metod badania efektywności technicznej należy również wspomnieć o pracy Aignera i Chu (1968). Jako wzorzec granicy efektywności, Aigner i Chu wprowadzili funkcję Cobba-Douglasa, która jest tak skonstruowana, że wszystkie obiekty leżą albo na tej granicy (są to obiekty efektywne) albo poniżej (obiekty nieefektywne). W odróżnieniu od powstałej później metody COLS, funkcja graniczna wyznaczana jest tutaj nie dzięki klasycznym metodom regresji, ale w drodze rozwiązania zadań programowania liniowego i kwadratowego.

Aigner i Chu utożsamiają – podobnie jak to ma miejsce w metodzie COLS – nieefektywność techniczną z resztą z modelu, oznaczoną w modelu przez  $\varepsilon$ . Postać zadania optymalizacyjnego zaproponowana przez Aignera i Chu jest następująca<sup>54</sup>:

$$\min \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \quad (19)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \ln \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln(X_{ij}) - \ln(Y_j) &= \varepsilon_j \\ \varepsilon_j, \beta_i &\geq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

gdzie:

$n$  – liczba badanych obiektów ( $j = 1, \dots, n$ )

$m$  – liczba nakładów  $X_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ), wykorzystywanych do wytworzenia produktu  $j$ -tego obiektu,  $Y_j$ .

Badania Aignera i Chu nie skupiają się jednak na pomiarze efektywności, a jedynie na sposobie wyznaczania granicznej funkcji produkcji (ang. *frontier production function*). Metoda ta nie zdobyła dużej popularności.

---

<sup>54</sup> Zapis modelu zaczerpnięty został z Cooper, Sefiord i Tone (2007), s. 425, gdyż przedstawiono go w bardziej przystępny sposób, niż to zrobili autorzy tego podejścia – Aigner i Chu (1980), s. 835.

## Metoda TFA

Nieco inną możliwość wykorzystania koncepcji średniej w estymacji funkcji granicznych wskazał Sturrock<sup>55</sup>, inny komentator pracy Farrella. Zauważył on, że dobrze byłoby wykorzystać przy konstrukcji granicy koncepcję tzw. *premium results*, czyli średniej z np. 10 – 20% najlepszych obserwacji. Idea ta została później wykorzystana przez Bergera i Humphreya w metodzie TFA (ang. *Thick Frontier Approach*), która dziś jest bardzo popularnym parametrycznym podejściem do estymacji granicy efektywności<sup>56</sup>.

Metoda TFA polega na konstrukcji tzw. *grubej granicy efektywności*<sup>57</sup>. „Grubej” dlatego, iż zakłada się, że nie tylko jednostki leżące na oszacowanej linii regresji są efektywne, ale również obiekty położone blisko niej.

Niech badanymi jednostkami będą pewne obiekty, charakteryzowane zagregowaną wielkością nakładów całkowitych oraz zagregowaną wielkością całkowitych wyników. Dane są panelowe, a więc przekrojowe i czasowe zarazem.

Ogólnie algorytm metody TFA można przedstawić następująco<sup>58</sup>:

**Krok 1.** Podział obiektów z badanej próby na  $K$  klas ze względu na wielkość wyników.

**Krok 2.** Obliczenie średnich nakładów dla każdej z klas. Średni nakład danej klasy to iloraz nakładu całkowitego przez wynik całkowity w badanym okresie czasu.

**Krok 3.** Obliczony w kroku 2 średni nakład służy do wyróżnienia w każdej  $k$ -tej klasie ( $k = 1, \dots, K$ ) dwóch grup obiektów: grupy  $l_k$ , która zawiera jednostki wyznaczone przez kwartyl najniższych nakładów oraz grupy  $h_k$ , która obejmuje jednostki zawierające się w kwartylu najwyższych nakładów.

**Krok 4.** W odniesieniu do całej próby definiuje się kwartyl  $l = \bigcup_{k=1}^K l_k$ , będący sumą grup  $l_k$ , który obejmuje wszystkie obiekty (ze wszystkich klas) z kwartyla najniższego nakładu oraz analogicznie kwartyl  $h = \bigcup_{k=1}^K h_k$ , obejmujący obiekty z kwartyla najwyższego nakładu.

**Krok 5.** Osobno, dla grup  $l$  oraz  $h$  szacuje się funkcje nakładów (oznaczone przez  $C_l$  oraz  $C_h$ ). Porównanie obu tych funkcji pozwala na zmierzenie poziomu nieefektywności<sup>59</sup>.

---

<sup>55</sup> Patrz: Farrell (1957), s. 285

<sup>56</sup> Patrz: Berger i Humphrey (1991).

<sup>57</sup> W jęz. angielskim wyrażenie „gruba granica” to właśnie *thick frontier*, co wyjaśnia pochodzenie nazwy metody TFA.

<sup>58</sup> Algorytm stanowi opracowanie własne autorki przygotowane na podstawie przeprowadzonych badań literaturowych dotyczących metody TFA, np. Berger i Humphrey (1992), Siems i Clark (1997), Lang i Welzel (1998).

Kluczowym założeniem przyjmowanym w metodzie TFA jest to, że błąd losowy związany z szacowanymi funkcjami  $C_l$  oraz  $C_h$  pełni rolę czystego składnika losowego, odzwierciedlającego wszelkie czynniki losowe, które mogą wpływać na zaburzenie wartości badanej efektywności. Błąd ten nie zawiera jednak w sobie nieefektywności technicznej.

Dopiero zbadanie różnicy między grupami  $l$  oraz  $h$  (a dokładniej między funkcjami  $C_l$  oraz  $C_h$ ) odzwierciedla występującą nieefektywność. Funkcja  $C_l$  reprezentuje wyżej wspomnianą *grubą granicę efektywności*. Obiekty leżące w pobliżu tej granicy, a więc jednostki z kwartyła  $l$ , oceniane są jako efektywne.

Należy podkreślić, że z samej istoty metody TFA wynika brak możliwości wyznaczenia jednostkowych miar efektywności. TFA pokazuje jedynie ogólny poziom nieefektywności, jaki występuje w badanej grupie jednostek. Poza tym, metoda TFA nie umożliwia badania obiektów wielowynikowych. W badaniach omija się to poprzez agregowanie wielu wyników (średnia ważona). Niestety problemem jest właściwy dobór wag, które umożliwią agregację wyników różniących się zazwyczaj jednostkami pomiaru.

### **Stochastyczna analiza graniczna (ang. *Stochastic Frontier Analysis, SFA*)**

Opublikowana w roku 1972 praca Afriata<sup>60</sup> zapoczątkowała zupełnie nowy nurt w badaniach związanych z konstrukcją i estymacją funkcji granicznych i parametrycznymi metodami pomiaru efektywności technicznej.

Afriat jedynie na samym początku swojej publikacji (w pierwszym zdaniu) wskazuje, iż przedstawione przez niego podejście ma związek z koncepcją zaprezentowaną przez Farrella<sup>61</sup>. Mimo to – jak piszą Førsund i Sarafoglou<sup>62</sup> – wyraźnie widać, że idee zaproponowane przez Afriata są inspirowane pracą Farrella.

Badania Afriata doprowadziły do powstania koncepcji stochastycznej analizy granicznej, czyli SFA, która dziś jest najpopularniejszą metodą badania efektywności technicznej w nurcie parametrycznym<sup>63</sup>. Metoda SFA została zaprezentowana przez Aignera, Lovella oraz Schmidta w roku 1977<sup>64</sup>. Wprowadzili oni pojęcie tzw. złożonego błędu (ang. *composed error*). Należy w tym miejscu dodać, że w tym samym czasie niezależnie podobną koncepcję

---

<sup>59</sup> Prezentacja idei metody TFA nie wymaga zagłębiania się w szczegóły, dotyczące postaci analitycznej funkcji. Można tu wykorzystać np. zaproponowaną w Diewert i Wales (1987) translogarytmiczną funkcję kosztów (ang. *translog cost function*) – jak to zrobili Lang i Welzel (1998)

<sup>60</sup> Patrz: Afriat (1972)

<sup>61</sup> Tamże, s. 568

<sup>62</sup> Førsund i Sarafoglou (2002), s. 29

<sup>63</sup> Warto wspomnieć, że metoda SFA jest często porównywana z metodą DEA – patrz choćby: Mortimer (2002).

<sup>64</sup> Patrz: Aigner, Lovell i Schmidt (1977)



opracowali Meeusen i van den Broeck<sup>65</sup>, jednak praca Aignera, Lovella oraz Schmidta stała się bardziej popularna i w literaturze uznawana jest za źródło metody SFA. Powodem tego, jak wskazują Førsund i Sarafoglou (2002), jest prawdopodobnie tzw. *efekt Matthew*<sup>66</sup>.

We wprowadzonym przez autorów metody SFA tzw. złożonym błędzie wyróżnia się: składową błędu z symetryczną dystrybuantą, która uwzględnia biały szum (ang. *white noise*) oraz składową z asymetryczną dystrybuantą – która reprezentuje nieefektywność techniczną.

Ogólnie model SFA można przedstawić następująco<sup>67</sup>:

$$Y_j = f(\mathbf{X}_j; \boldsymbol{\beta}) \cdot \exp\{v_j - u_j\} = f(\mathbf{X}_j; \boldsymbol{\beta}) \cdot \exp\{v_j\} \cdot TE_j \quad (21)$$

gdzie:

$Y_j$  to wynik<sup>68</sup> uzyskiwany przez  $j$ -ty obiekt,

$\mathbf{X}_j$  to wektor  $m$  nakładów wykorzystywanych w procesie produkcji przez  $j$ -ty obiekt,

$\boldsymbol{\beta}$  to wektor parametrów związanych z technologią produkcji.

Pierwszy błąd,  $v_j \sim N(0, \sigma_{v_j}^2)$ <sup>69</sup>, obejmuje biały szum. Nie wykazuje on autokorelacji i charakteryzuje się homoskedastycznością, jest symetryczny oraz jest niezależny od  $u_j$ . Drugi błąd,  $u_j \sim N^+(0, \sigma_{u_j}^2)$ <sup>70</sup>, ma z kolei obejmować nieefektywność techniczną.

Oznacza to, że wynik  $Y_j$  obiektu  $j$ -tego może być opisany funkcją produkcji  $f(\mathbf{X}_j; \boldsymbol{\beta})$  z nakładającym się wykładniczo błędem ( $v_j - u_j$ ).

Jeżeli obiekt działa efektywnie (a więc znajduje się na granicy  $f(\mathbf{X}_j; \boldsymbol{\beta})$ ), wtedy  $u_j = 0$ . Jeżeli działa nieefektywnie (znajduje się poniżej granicy),  $u_j > 0$ .

Jako funkcję  $f(\mathbf{X}_j; \boldsymbol{\beta})$  najczęściej przyjmuje się funkcję Cobba-Douglasa i szacuje się ją poprzez linearyzację:

$$\ln(Y_j) = \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln(X_{ij}) + v_j - u_j \quad (22)$$

<sup>65</sup> Patrz: Meeusen i van den Broeck (1977)

<sup>66</sup> Pojęcie to wprowadził w 1968 roku amerykański socjolog R. K. Merton. Efekt *Matthew* najlepiej obrazują słowa Mertona (1968), że „bogaci się bogacą, a biedni stają się coraz biedniejsi”. Merton pisze, że jeśli dwóch naukowców opracuje tę samą ideę, to najprawdopodobniej nagrodę za nią otrzyma ten bardziej sławny.

Równocześnie opracowaną koncepcję stochastycznej analizy granicznej Aigner, Lovell i Schmidt opublikowali w bardziej popularnym w tamtym czasie czasopiśmie. Spowodowało to, że ich praca zanotowała znacznie więcej cytowań i to najprawdopodobniej doprowadziło do tego, że publikacja Meeusena i van den Broecka została zapomniana.

<sup>67</sup> Kumghakar i Lovell (2000), s. 64 – 65, 74. Należy podkreślić, że modeli SFA jest wiele – podobnie jak modeli DEA, stąd też w pracy przedstawiono tylko wybrany model dla zobrazowania idei tego podejścia do badania efektywności technicznej.

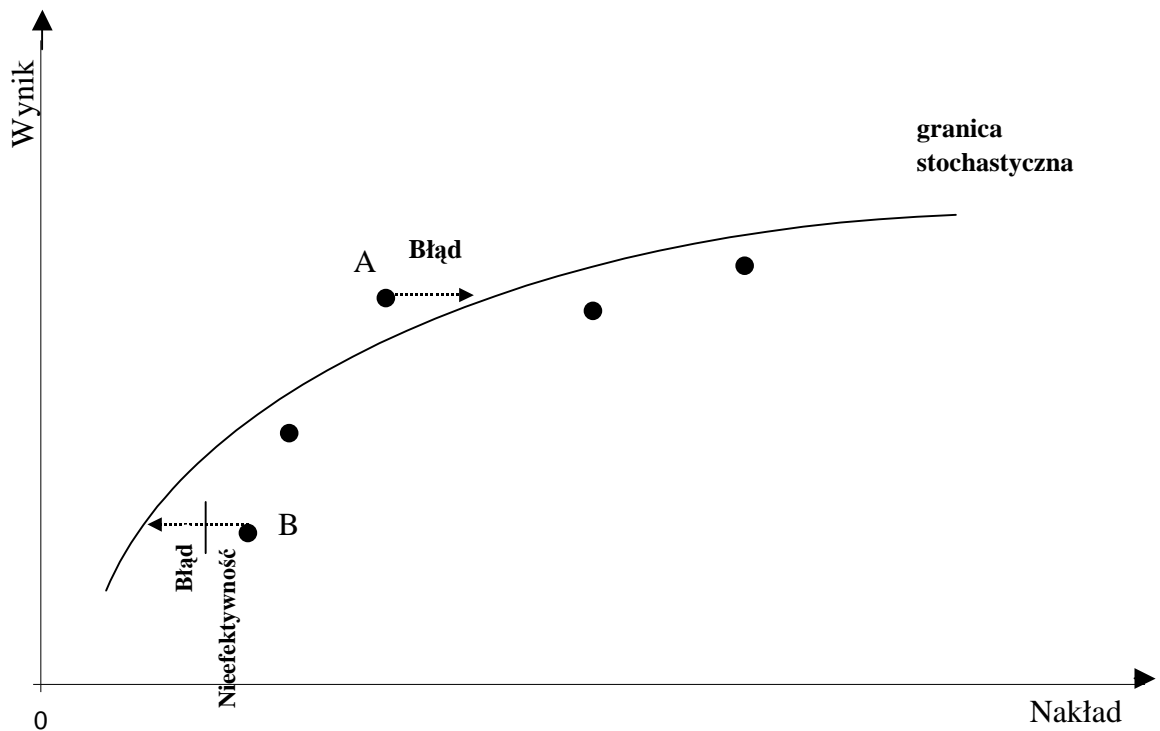
<sup>68</sup> Podobnie jak pozostałe metody parametryczne, metoda SFA nie umożliwia badania obiektów wielowynikowych.

<sup>69</sup> W literaturze angielskiej o błędzie takim mówi się, że jest „iid” (ang. *independent and identically distributed* – czyli niezależny i identycznie rozłożony), co według polskiej terminologii ekonometrycznej oznacza, że błąd jest *sferyczny*.

<sup>70</sup> Jest asymetryczny (dokładniej: nieujemny pół-normalny – ang. *nonnegative half normal*).

Zwykle stosuje się metodę najmniejszych kwadratów.

Ideę stochastycznej analizy granicznej obrazuje rysunek 1.6.:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie Jacobs, Smith i Street (2006), s. 54

**Rys. 1.6. Idea metody SFA**

Na rysunku widać, że błąd jest dwuelementowy i składa się ze składowej losowej oraz składowej wyrażającej nieefektywność. Punkt B jest nieefektywny (gdyż leży poniżej granicy efektywności). Na błąd składa się tutaj nieefektywność techniczna oraz błąd losowy. Z kolei punkt A jest efektywny, a fakt, iż leży ponad granicą efektywności przypisuje się błędowi losowemu<sup>71</sup>.

### 1.3.2. Szkoła Shepharda

Szkoła Shepharda, zwana *aksjomatyczną szkołą teorii produkcji*, to szkoła kontynuująca prace zapoczątkowane przez Shepharda oraz Farrella. Praca Shepharda (1953) nie jest związana bezpośrednio z badaniami Farrella (1957), gdyż ani Farrell ani Shephard nigdy się na siebie wzajemnie nie powoływali. Jednak pracę Shepharda wiąże się z pracą Farrella,

<sup>71</sup> Więcej o SFA np. w: Aigner, Lovell i Schmidt (1977), Kumbhakar i Lovell (2000), Sengupta (2000).

ponieważ idea miary odległości opracowana przez Shepharda ma wiele wspólnego z koncepcją miary efektywności technicznej Farrella<sup>72</sup>.

Nurt badań zainspirowany przez osiągnięcia Shepharda, nazywany właśnie szkołą Shepharda, ostatecznie połączył obie koncepcje i skierował się w stronę matematycznej formalizacji farrellowskiej idei efektywności technicznej.

Shephard (1953) zaproponował wykorzystanie radialnego sposobu mierzenia odległości danego obiektu od funkcji produkcji. Taka miara odległości pokazuje nadwyżkę nakładów, jaką charakteryzuje się badany obiekt w stosunku do teoretycznego obiektu, który ten sam wynik uzyskuje wykorzystując do tego mniejszą ilość nakładów.

Wykorzystując pracę Shepharda (1953), można określić tzw. funkcję odległości, która pozwala zbadać, czy dany obiekt należący do zbioru możliwości produkcyjnych  $\mathbf{T}$  znajduje się na granicy tego zbioru, czy też wewnątrz niego.

Miara odległości Shepharda ukierunkowana jest na wyniki albo na nakłady. Poniżej przedstawiono wersję zorientowaną na nakłady<sup>73</sup>:

$$D_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mu^* = \max \mu : \left( \frac{1}{\mu} \mathbf{x}, \mathbf{y} \right) \in \mathbf{T} \quad (23)$$

Warto zwrócić uwagę, iż powyższa miara jest odwrotnością omawianej wcześniej zorientowanej na nakłady miary Farrella, oznaczanej przez  $\theta$ .

$$\theta^* = \min \theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbf{T} \quad (24)$$

Widać wyraźnie, że miary  $\theta$  oraz  $\mu$  pełnią tę samą rolę. W przypadku miary Farrella poszukuje się minimalnej wartości  $\theta$ , która informuje o maksymalnej możliwej redukcji nakładów, pozwalającej utrzymać wyniki (symbolizowane przez wektor  $\mathbf{y}$ ) na niezmiennym poziomie. Miara Shepharda pozwala z kolei odnaleźć maksymalną wartość  $\mu$ , przez którą dzieli się nakłady, co również wskazuje maksymalną możliwą redukcję nakładów przy niezmiennym poziomie wyników.

Na związek między pracami Farrella i Shepharda wskazują wyraźnie dopiero autorzy metody DEA – Charnes, Cooper i Rhodes (1978), którzy ostatecznie powiązali szkołę

---

<sup>72</sup> Choćby fakt, że obie te miary są miarami radialnymi lub że obaj autorzy pokazują interpretację kosztową miary efektywności – patrz: Farrell (1957) oraz Shephard (1953). Jednak Shephard nie wykorzystał opracowanej przez siebie miary odległości do badania efektywności technicznej. Jako pierwszy dokonał tego dopiero Farrell.

<sup>73</sup> Subhash (2004), s. 45. Zaprezentowano wersję ukierunkowaną na nakłady, aby pokazać jej podobieństwo do omówionej wcześniej zorientowanej na nakłady farrellowskiej miary efektywności technicznej  $\theta$ .

Shepharda z nurtem badań nad efektywnością techniczną. Stąd też na rys. 1.4. szkoła Shepharda również wywodzi się z pracy Farrella.

Szkołę Shepharda charakteryzuje przede wszystkim aksjomatyczne podejście do teorii produkcji, głównie w oparciu o ideę liniowej łamanej funkcji granicznej, której wykorzystanie w badaniu efektywności zaproponował Farrell (1957).

Szkoła Shepharda wnosi nieoceniony wkład w lepsze zrozumienie pojęcia efektywności w formalnym (matematycznym) sensie, odsuwając na dalszy plan kwestie zastosowań praktycznych tych rozważań, które pozostawia szkole Charnesa-Coopera. Można zatem powiedzieć, iż obie te szkoły wzajemnie się uzupełniają, a ich przedstawiciele bacznie obserwują swoje dokonania i czerpią z nich inspiracje do dalszych badań.

Przykładowo, Färe i Lovell (1978) jako pierwsi sformułowali aksjomaty, które musi spełniać miara efektywności skonstruowana przez Farrella (1957) i zaproponowali nieradialną miarę Russella, będącą uogólnieniem miary Farrella<sup>74</sup>.

Miara Russella z kolei, pozwoliła na wyznaczenie indywidualnego współczynnika redukcji dla poszczególnego nakładu, a nie jednego współczynnika wskazującego proporcjonalną redukcję wszystkich nakładów.

Inni przedstawiciele szkoły Shepharda – Førsund i Hjalmarsson (1974, 1979) opracowali z kolei pełną definicję efektywności skali. Później, koncepcję efektywności skali i jej wpływ na efektywność techniczną (w sensie zaproponowanej wcześniej metody DEA) wykorzystują w swoich badaniach Banker, Charnes i Cooper (1984).

Innym, wartym przywołania przykładem dokonań szkoły Shepharda jest praca Färe, Grosskopf i Lovella (1983), w której autorzy przedstawiają szczegółowe omówienie struktury efektywności technicznej. Do czasu ukazania się tej pracy, dokonywano jedynie omówionego wcześniej farrellońskiego podziału ogólnej efektywności na efektywność techniczną i efektywność alokacyjną.

Färe, Grosskopf i Lovell (1983) jako pierwsi wskazali, że efektywność techniczna ma różne składowe i pokazali, jak można dokonać dekompozycji efektywności technicznej, która według autorów składa się z efektywności technicznej Farrella, miary o nazwie *congestion* oraz efektywności skali:

$$W^K(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = F(\mathbf{u}, \mathbf{x}) \cdot C(\mathbf{u}, \mathbf{x}) \cdot S(\mathbf{u}, \mathbf{x}), \quad (25)$$

---

<sup>74</sup> Pełnego przeglądu i podsumowania rozważań na ten temat dokonał dużo później Russell (1998).

gdzie:

$\mathbf{u}, \mathbf{x}$  – wektory odpowiednio – wyników i nakładów;

$W^K(\mathbf{u}, \mathbf{x})$  – ogólna efektywność techniczna, zwana przez autorów słabą stożkową miarą efektywności technicznej, zakładającą istnienie stałych korzyści skali<sup>75</sup>;

$F(\mathbf{u}, \mathbf{x})$  – to miara efektywności technicznej zdefiniowana przez Farrella (1957);

$C(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = \frac{W(\mathbf{u}, \mathbf{x})}{F(\mathbf{u}, \mathbf{x})}$  – miara zwana *congestion*, która informuje, czy na efektywność techniczną

składa się także element nieradialny (a więc taki, w którym porzuca się założenie o proporcjonalnej redukcji wszystkich nakładów w celu poprawy efektywności<sup>76</sup>);

$W(\mathbf{u}, \mathbf{x})$  – to tzw. słaba miara efektywności technicznej, która dopuszcza nieradialną redukcję nakładów w celu poprawy efektywności. Oczywiście, jeżeli  $W(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = F(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ , wtedy  $C(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = 1$ , co oznacza występowanie tylko efektywności radialnej;

$S(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = \frac{W^K(\mathbf{u}, \mathbf{x})}{W(\mathbf{u}, \mathbf{x})}$  – miara efektywności skali; równość  $W^K(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = W(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ , a więc

$S(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = 1$ , oznacza występowanie stałych korzyści skali.

Warto zwrócić uwagę, iż miara  $W^K(\mathbf{u}, \mathbf{x})$  to miara zaproponowana przez Farrella, ale umożliwiająca nieproporcjonalną redukcję wszystkich nakładów (nieradialność miary efektywności) i istnienie nieefektywności skali. Jeżeli spełnione są oba założenia dotyczące miary Farrella, a więc gdy nie wystąpi przypadek nieradialności i występować będą tylko stałe korzyści skali, wtedy  $C(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = 1$  oraz  $S(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = 1$ , a to powoduje, iż  $W^K(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = F(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ .

Propozycja Färe, Grosskopf i Lovella (1983) pozwoliła spojrzeć na efektywność techniczną jak na kombinację składowych cząstkowych. Zainspirowała ona również przedstawicieli szkoły Charnesa-Coopera, którzy pokazali jak w praktyce można dokonać dekompozycji wskaźnika efektywności technicznej modelu DEA na analogiczne składowe<sup>77</sup>.

---

<sup>75</sup> ang. *Constant Returns to Scale*, CRS. Założenie to spełnia także miara efektywności technicznej, którą zaproponował Farrell (1957).

<sup>76</sup> Färe, Grosskopf i Lovell (1983) prezentują swoje rozważania na przykładzie zorientowanej na nakłady miary efektywności technicznej.

<sup>77</sup> Dekompozycja wskaźników modeli DEA zostanie przedstawiona w rozdziale II, w którym szczegółowo omówiono poszczególne modele DEA.

### 1.3.3. Szkoła Charnesa–Coopera

Szkoła Charnesa–Coopera zajmuje się poszukiwaniem i rozwijaniem opartych na programowaniu liniowym nieparametrycznych metod badania efektywności. Farrell (1957) pokazał, w jaki sposób można przybliżyć postać funkcji produkcji w sytuacji, gdy brakuje informacji o jej postaci analitycznej. Zaproponował w tym celu zastosowanie metod programowania matematycznego.

Podejście Farrella było pierwszym zastosowaniem tego typu metod do badania efektywności technicznej i stało się załączkiem rozwoju badań w tym kierunku. Największy wkład w te badania od czasu Farrella mieli trzej amerykańscy naukowcy: A. Charnes, W. W. Cooper i E. Rhodes, którzy opracowali metodę *Data Envelopment Analysis* (DEA). Została ona zaprezentowana w skróconej wersji publikacji Charnesa, Coopera i Rhodesa<sup>78</sup> w roku 1978 na łamach nowopowstałego wtedy czasopisma *European Journal of Operational Research*<sup>79</sup>.

Wcześniej problem pomiaru efektywności Farrella analizował zespół naukowców (pod przewodnictwem J. N. Bolesa) z uniwersytetu w Berkley. Należy wspomnieć o tym zespole, gdyż to właśnie oni jako pierwsi (w roku 1967) pokazali to, co później opracowali Charnes, Cooper i Rhodes<sup>80</sup>.

Metoda DEA oparta jest na koncepcji Farrella, ale w przeciwieństwie do niej została bardzo skrupulatnie opracowana matematycznie. Co więcej, Charnes, Cooper i Rhodes (1978) udoskonalili ją i rozszerzyli o przypadek występowania wielu nakładów i wielu efektów<sup>81</sup>.

Opracowany przez Charnesa, Coopera i Rhodesa model podstawowy w literaturze nosi nazwę modelu CCR.

Szczegółowo (i matematycznie) metoda DEA zostanie przedstawiona w następnym rozdziale pracy. Niniejszy paragraf ma charakter wprowadzający, gdyż – analogicznie do dwóch poprzednich – opisuje tylko główne idee.

---

<sup>78</sup> Publikacja miała nastąpić w roku 1977 w czasopiśmie *American Economic Review*, ale została odrzucona, gdyż była zbyt obszerna.

<sup>79</sup> Charnes, Cooper i Rhodes (1978).

<sup>80</sup> Opracowane przez Bolesa (1967) zadanie programowania liniowego, pozwalające zbadać efektywność danego obiektu, jest identyczne z tym, które zaproponowali Charnes, Cooper i Rhodes. Różnice są drugorzędne i dotyczą głównie oznaczeń. Nie wiadomo dlaczego autorzy metody DEA nie powołali się ani razu na prace naukowców z Berkley, szczególnie, że pewne fakty wskazują wyraźnie, iż mieli możliwość zapoznania się z wynikami zespołu Bolesa – Charnes, Cooper i Rhodes (1977) cytując pracę Seitza (1971), a w tejże pracy cytowany jest Boles (1967).

Najprawdopodobniej jednak oba zespoły opracowały te modele niezależnie, szczególnie, że jak wskazują Charnes, Cooper i Rhodes (1978) model służący badaniu efektywności jest standardowym zadaniem programowania liniowego. Wyniki badań grupy Bolesa nie zdobyły popularności, gdyż nie zostały opublikowane w szeroko znanych czasopismach, a sami naukowcy też nie byli „produktywni” jeśli chodzi o nowe publikacje, przez co nie zostali zauważeni i docenieni.

<sup>81</sup> Farrell opracował swoje podejście najpierw dla przypadku jednego nakładu i jednego wyniku, a następnie rozszerzył rozważania na przypadek wielu nakładów i *jednego* wyniku. Wprawdzie zaznaczył również, że możliwe jest rozszerzenie modelu na przypadek wielu nakładów i wielu wyników, ale nigdy tego nie zaprezentował.

## Modyfikacje i rozszerzenia modelu podstawowego

Pierwszą i najczęściej przytaczaną modyfikacją modelu podstawowego jest zaproponowany przez Bankera, Charnesa i Coopera w roku 1984 model BCC<sup>82</sup> rozszerzający model podstawowy o przypadek zmiennych efektów skali.

W literaturze wymienia się także inne modele powstałe z rozważań nad modelem CCR. Niektóre z nich to:

- *Additive Model* (ADD) – opracowany przez Charnesa, Coopera, Golany, Seiforda i Stutza (1985); charakteryzuje się tym, że nie jest zorientowany ani na nakłady ani na wyniki, ale wadą jego jest to, że nie określa jednoznacznie – jak modele CCR i BCC – poziomu efektywności; wykorzystuje on nieradialną miarę efektywności;
- *Slack-Based Measure* (SBM) – model zaproponowany przez Tone (1997, 2001), który jest rozszerzeniem modelu ADD; może być zarówno zorientowany jak i niezorientowany; podaje jednoznaczną miarę efektywności; wykorzystuje nieradialną miarę efektywności;
- *Free Disposal Hull* (FDH) – opracowany przez Deprinsa, Simara i Tulkensa (1984); model ten nie dokonuje przybliżenia granicy efektywności – jak to ma miejsce w podstawowym modelu DEA, a zatem efektywność badanego obiektu obliczana jest tylko i wyłącznie w odniesieniu do zaobserwowanych wyników obiektów najlepszych<sup>83</sup>;
- model CCR uwzględniający nakłady i/lub wyniki tzw. niekontrolowalne (ang. *nondiscretionary*) – a więc takie, na poziom których badany obiekt nie ma wpływu; jako pierwsi zaproponowali taki model Banker i Morey (1986a, 1986b);
- modele DEA z ograniczeniami nałożonymi na wagi nakładów i wyników – nakładanie takich restrykcji proponuje się, gdy badacz dysponuje dodatkową wiedzą (np. wiedzą ekspercką) na temat znaczenia poszczególnych nakładów i wyników. Jako pierwsi zastosowali takie ograniczenia: Dyson i Thanassoulis (1988), Thompson, Singleton, Thrall i Smith (1986), Thompson, Langemeier, Lee C., Lee E. i Thrall (1990), a także Cook, Kazakov, Roll i Seiford (1991).

---

<sup>82</sup> Patrz: Banker, Charnes, Cooper (1984).

<sup>83</sup> Więcej o różnicy między modelem CCR a FDH napisano w Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 117 – 119.

Podstawowy model CCR, jak i modele DEA z niego się wywodzące, znalazły i wciąż znajdują wiele różnych zastosowań praktycznych. Przykładowe obszary zastosowania metody DEA to:

- szpitale, inne zakłady opieki zdrowotnej<sup>84</sup>;
- jednostki edukacyjne (szkoły, uczelnie wyższe)<sup>85</sup>;
- jednostki wojskowe<sup>86</sup>;
- inne organizacje typu *non-profit*<sup>87</sup>;
- instytucje ubezpieczeniowe<sup>88</sup>;
- banki<sup>89</sup>, inne instytucje finansowe (np. fundusze inwestycyjne, giełdy papierów wartościowych<sup>90</sup>),
- gospodarstwa rolne<sup>91</sup>.

### Statystyczne interpretacje i procedury testowania wyników metody DEA

Metoda DEA jest metodą nieparametryczną i nie opiera się na żadnych zależnościach funkcyjnych, nie można więc w tradycyjny sposób badać jakości oszacowanych tą metodą wskaźników efektywności. Stąd też zastosowanie znalazł tu bootstrapping<sup>92</sup>.

W ramach tego nurtu powstało wiele prac związanych z nadaniem statystycznych interpretacji wynikom analiz opartych na modelach nieparametrycznych (DEA) oraz związanych ze statystycznymi procedurami testowania ich wyników. Największy wkład mają Banker (1993), Simar (1996) oraz Simar i Wilson (1998, 2000).

Szczególnie ważne miejsce w ramach tego nurtu zajmuje tzw. bootstrapping<sup>93</sup>. Pojęcie to ma wiele różnych znaczeń<sup>94</sup>. Dla dalszych rozważań istotny jest zaproponowany przez

---

<sup>84</sup> Patrz np.: Jacobs (2001), Jacobs, Smith i Street (2006) czy O'Neill i Dexter (2005).

<sup>85</sup> Patrz np.: Bates (1993), Chakraborty, Biswas i Lewis (2001), Feng, Lu i Bi (2004), Johnes (2006) czy w polskiej literaturze np. Szuwarzyński (2006).

<sup>86</sup> Patrz np.: Sun (2004), Rees i Bowden (2007).

<sup>87</sup> Patrz np.: analiza bibliotek – Saunders (2003), analiza instytucji charytatywnych – Joo, Stoeberl i Kwon (2007).

<sup>88</sup> Patrz np.: Retzlaff-Roberts i Puelz (1996), Cummins, Tennyson i Weiss (1998) czy Fukuyama i Weber (2001).

<sup>89</sup> Patrz np.: Yue (1992), Berger i Humphrey (1992), Thanassoulis (1999), Golany i Storbeck (1999) czy też w polskiej literaturze np.: Rogowski (1998), Kopczewski (2000, 2001) czy Pawłowska (2003, 2005).

<sup>90</sup> Pierwsza publikacja dotycząca giełd pojawiła się w roku 2002 [Schmiedel (2002)].

<sup>91</sup> Patrz np.: Alene, Manyong i Gockowski (2006), Galanopoulos, Aggelopoulos, Kamenidou i Mattas (2006) czy w polskiej literaturze np. Jurek i Winnicki (2004).

<sup>92</sup> Od czasu publikacji Simara i Wilsona (1998), bootstrapping jest często wykorzystywanym sposobem testowania wyników DEA – patrz np.: Lothgren i Tambour (1999), Hawdon (2003), a także w polskich publikacjach – np. Kopczewski (2000).

<sup>93</sup> Termin bootstrapping pochodzi od angielskiego wyrażenia *to pull oneself up by one's bootstrap* (dosłownie: podciągnąć się do góry za własne sznurówki), które używane jest jako przenośnia i oznacza wydobyć się z opresji jedynie dzięki własnym siłom/możliwościom. Powszechnie uważa się, że wyrażenie to pochodzi z opowieści o baronie Munchhausenie, który po wpadnięciu na dno głębokiego jeziora, wydostał się z niego, ciągnąc się za sznurówki swoich butów (ang. *boot straps*) [Efron i Tibshirani (1993), s. 5].

<sup>94</sup> Niektóre z nich to:



Efrona (1979) „statystyczny” bootstrapping<sup>95</sup>, który Simar i Wilson (1998) zaprezentowali jako narzędzie testowania wyników analizy DEA.

Metodę bootstrap zaleca się stosować wszędzie tam, gdzie dostępna jest tylko próba (często niezbyt liczna) bez jakichkolwiek informacji o rozkładzie badanej zmiennej, a więc tam, gdzie nie jest dopuszczalne tradycyjne wnioskowanie statystyczne.

Polega ona na wielokrotnym niezależnym losowaniu ze zwracaniem elementów z dostępnej próby  $N$ -elementowej. W ten sposób powstaje  $B$ <sup>96</sup> zbiorów (każdy o liczebności  $N$ ). Na podstawie tych zbiorów bada się czy oszacowane zmienne nadają się do tego, aby na ich podstawie wnioskować o populacji. Metoda bootstrap pozwala m. in. na oszacowanie parametrów modelu regresji, ich błędów standardowych, przedziałów ufności dla parametrów, rozkładu badanej zmiennej czy błędu predykcji.

Ideę bootstrappingu zilustrowano na rysunku 1.7., na przykładzie algorytmu pokazującego sposób szacowania błędu standardowego pewnej statystyki  $s(\mathbf{x})$ <sup>97</sup>.

Niech będzie dana  $n$ -elementowa próba statystyczna opisana wektorem  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , z której obliczana jest pewna statystyka  $s(\mathbf{x})$ <sup>98</sup>. Z próby tej losuje się niezależnie  $B$ -razy<sup>99</sup> ze zwracaniem  $n$ -elementowe tzw. próby bootstrapowe, oznaczane wektorem  $\mathbf{x}^{*b} = (x_1^{*b}, x_2^{*b}, \dots, x_n^{*b})$ .

Dla każdej wylosowanej próby bootstrapowej oblicza się – analogicznie jak  $s(\mathbf{x})$  – jej replikacje, czyli statystyki  $s(\mathbf{x}^{*b})$ <sup>100</sup>. Oszacowaniem błędu standardowego  $s(\mathbf{x})$ , jest odchylenie standardowe obliczone dla wszystkich replikacji:

$$\hat{se}_{boot} = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^B [s(\mathbf{x}^{*b}) - s(\cdot)]^2}{(B-1)}}, \quad \text{gdzie } s(\cdot) = \frac{\sum_{b=1}^B s(\mathbf{x}^{*b})}{B}. \quad (26)$$

- 
- uruchamianie komputera (ang. *bootstrapping*, *booting*) – skrótem tego wyrażenia jest znane wszystkim tzw. bootowanie systemu komputerowego;
  - technologia stosowana we wzmacniaczach elektroakustycznych [patrz np. Górecki (1996), s. 38];
  - tzw. zakotwiczenie języka u małych dzieci, czyli wykorzystywanie wiedzy z jednego poziomu do tworzenia/restrukturyzacji wiedzy innego poziomu [Carey (2004)];
  - sposób finansowania inwestycji - finansowanie wewnętrzne, wykorzystywanie środków pochodzących z własnych zasobów [patrz np. Gianforte i Gibson (2005)];
  - opracowana przez B. Efrona statystyczna metoda wielokrotnego próbkowania wykorzystywana, gdy rozkład badanej zmiennej nie jest znany, a próba nie jest dość liczna, aby móc zastosować inne procedury [Efron (1979)].

<sup>95</sup> Inaczej zwany metodą bootstrapową, metodą bootstrap lub metodą wielokrotnego repróbkiwania.

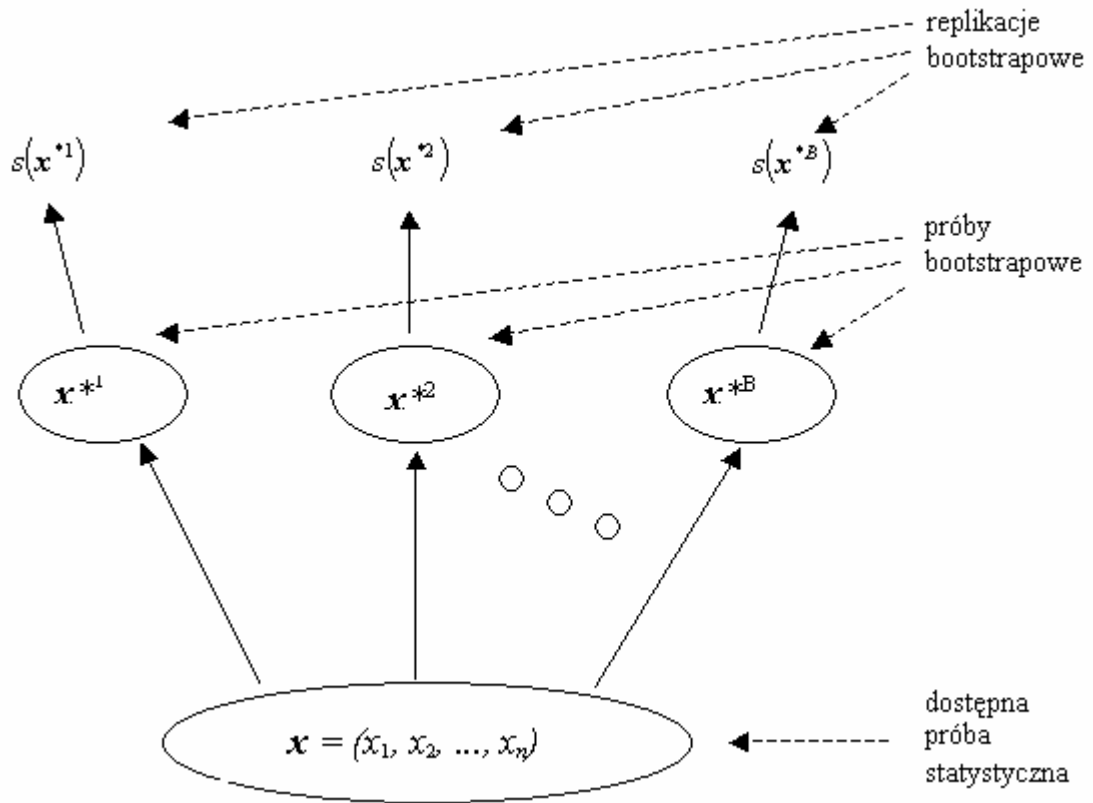
<sup>96</sup> Postuluje się, aby  $B$  było dużą liczbą.

<sup>97</sup> Patrz: Efron i Tibshirani (1998), s. 13

<sup>98</sup> Statystyką tą może być średnia, mediana, itd.

<sup>99</sup> W przypadku szacowania błędu standardowego postuluje się, aby wartość  $B$  wahała się między 50 a 200.

<sup>100</sup> Przykładowo, jeżeli statystyką  $s(\mathbf{x})$  w badaniu jest mediana, to dla każdej próby bootstrapowej również wyznacza się mediany.



Źródło: Efron i Tibshirani (1998), s. 13

**Rys. 1.7. Zastosowanie metody bootstrap do szacowania błędu standardowego statystyki  $s(\mathbf{x})$**

## Podsumowanie

Wszystkie trzy omawiane powyżej szkoły, w ramach których prowadzone są rozważania nad efektywnością techniczną, aktywnie działają. Różnie ukierunkowane badania przedstawicieli tych szkół z każdym rokiem przynoszą nowe koncepcje, pomysły i opracowania – zarówno empiryczne, jak i teoretyczne. Prowadzi to do coraz głębszego zrozumienia i rozwijania idei zaproponowanej przez Debreu (1951), Shepharda (1951) oraz Farrella (1957).

W następnym rozdziale przedstawiono, leżącą u podstaw szkoły Charnesa-Coopera, metodę *Data Envelopment Analysis*, która została wykorzystana w przeprowadzonym badaniu empirycznym.

# Rozdział II

## Model CCR i jego podstawowe modyfikacje

### Wstęp

W poprzednim rozdziale omówiono pojęcie efektywności oraz pokazano różnicę pomiędzy pojęciem efektywności i produktywności. Zaprezentowano różne metody szacowania efektywności badanych jednostek ze szczególnym uwzględnieniem metod wywodzących się z badań Debreu (1951) i Farrella (1957), a także krótko zasygnalizowano problematykę metody DEA, jako rozszerzenia tych prac. W niniejszym rozdziale bardziej szczegółowo omówiona zostanie idea metody DEA, jej podstawowy model, a także wywodzące się z niego modyfikacje.

Metoda *Data Envelopment Analysis* należy do grupy granicznych nieparametrycznych metod szacowania efektywności.

Jest metodą graniczną, gdyż pozwala na wyznaczenie tzw. *granicy możliwości produkcyjnych*, na której i poniżej której znajdują się wszelkie dopuszczalne kombinacje wyników i nakładów.

Metody graniczne można ogólnie podzielić na dwie klasy:

Klasa 1 – granica konstruowana jest w oparciu o przyjęty z góry wzorzec;

Klasa 2 – granica konstruowana jest w oparciu o obiekty najlepsze w grupie, które stają się wzorcami dla pozostałych obiektów.

W klasie 2 można wyodrębnić dwie podklasy:

- a) granica konstruowana jest w sposób *parametryczny*, co oznacza, że ogólna postać zależności funkcyjnej między wynikami i nakładami jest uprzednio ustalana z góry,
- b) granica konstruowana jest w sposób *nieparametryczny*, co oznacza, że nie trzeba z góry ustalać ogólnej postaci analitycznej tej zależności.

Metoda DEA należy do klasy 2b) z dwóch powodów. Po pierwsze, granica jest „rozpięta”<sup>101</sup> na jednostkach najlepszych w danej grupie (zwanym efektywnymi), czyli takich, które zużywają najmniej nakładów do wytworzenia danego poziomu wyników lub

---

<sup>101</sup> W jęz. angielskim czasownik „to envelop” oznacza ograniczać, obejmować.

takich,

które przy danym poziomie nakładów produkują najwyższe rezultaty. Po drugie, sposób konstrukcji granicy (oparty na programowaniu liniowym) nie wymaga znajomości zależności funkcyjnej między wynikami i nakładami tych obiektów.

Farrell (1957) wskazywał, że w badaniach ekonomicznych lepiej budować granicę możliwości produkcyjnych w oparciu o najlepsze jednostki w grupie, a nie o jakiś nieistniejący ideał, czego odzwierciedleniem jest przyjmowanie konkretnej funkcji produkcji, a nawet konkretnych wartości nakładów i wyników obiektów wzorcowych. Oczywiście drugi sposób konstrukcji granicy także jest możliwy – i wykorzystywany, ale raczej w dziedzinach technicznych<sup>102</sup>.

Badając efektywność jednostek gospodarczych na ogół trudno jest precyzyjnie określić, jaki poziom efektywności można nazwać wzorcowym. Stąd też bezpieczniej jest przyjąć, że efektywność ustala się tylko w obrębie grupy obiektów, a granicę tworzą jednostki w tej grupie najlepsze. Dzięki tym cechom DEA jest bardzo uniwersalną metodą, nie wymagającą przyjmowania z góry zbyt wielu ograniczeń i założeń, a to powoduje, że jest szeroko wykorzystywanym narzędziem w wielu dziedzinach<sup>103</sup>.

Jak już wspomniano, analiza DEA polega na wyznaczeniu – w oparciu o obiekty uznane za najlepsze – granicy efektywności (granicy możliwości produkcyjnych), w odniesieniu do której określa się następnie efektywność pozostałych badanych obiektów i wskazuje się tym obiektom możliwość poprawy efektywności. Stąd też rozważania dotyczące DEA należy rozpocząć od definiowania zbioru możliwości produkcyjnych i jego własności.

## 2.1. Zbiór możliwości produkcyjnych i jego własności

W pracy będą wykorzystywane następujące oznaczenia, zazwyczaj stosowane w publikacjach z zakresu DEA:

$j$  – numer badanego obiektu z grupy  $n$  obiektów ( $j = 1, \dots, n$ ),

$DMU_j$  – poddawany analizie  $j$ -ty obiekt, zwany jednostką decyzyjną (ang. *Decision Making Unit*)<sup>104</sup>,

---

<sup>102</sup> Na przykład wiedząc, jakie są wskazane przez producenta możliwości danego urządzenia, można porównywać wydajność tego urządzenia z maksymalną wydajnością sugerowaną przez producenta

<sup>103</sup> Przykładowe obszary wykorzystania DEA wskazano w paragrafie 1.3.3. rozdziału I.

<sup>104</sup> Jak wspomniano wyżej, metoda DEA nie tylko pozwala na badanie efektywności, ale również wskazuje kierunki poprawy efektywności obiektom nieefektywnym. Terminologia DEA pochodzi z zastosowań w sferze biznesu. Naturalnie, obiekt jest „jednostką podejmującą decyzje”, gdy może decydować o poziomie wykorzystywanych przez siebie nakładów (i

$x_{ij}$  – oznacza  $i$ -ty nakład wykorzystywany przez  $j$ -ty obiekt ( $i = 1, \dots, m$ ),

$y_{rj}$  – oznacza  $r$ -ty wynik wytwarzany przez  $j$ -ty obiekt ( $r = 1, \dots, s$ ),

$\mathbf{x}_j = [x_{ij}]$  – wektor nakładów  $x_{ij}$ ,

$\mathbf{y}_j = [y_{rj}]$  – wektor wyników  $y_{rj}$ ,

$[\mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j]$  – technologia, czyli sposób przekształcania  $m$  nakładów w  $r$  wyników stosowany przez  $j$ -ty obiekt,

$\mathbf{X}$  – macierz  $m$  nakładów wykorzystywanych przez  $n$  obiektów,

$\mathbf{Y}$  – macierz  $r$  wyników produkowanych przez  $n$  obiektów,

$[\mathbf{X}, \mathbf{Y}]$  – macierz technologii  $[\mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j]$ , charakteryzujących wszystkie  $n$  badanych obiektów.

**Zbiór możliwości produkcyjnych  $\mathbf{T}$**  (ang. *Production Possibility Set*) to zbiór wszystkich dopuszczalnych kombinacji  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$ , a więc zbiór wszystkich możliwych technologii stosowanych przez analizowane obiekty. Zakłada się, że wektory  $\mathbf{x}_j$  oraz  $\mathbf{y}_j$  są półdodatnie, czyli:

$$\mathbf{x}_j \geq 0, \mathbf{x}_j \neq 0 \text{ oraz } \mathbf{y}_j \geq 0, \mathbf{y}_j \neq 0 \text{ dla } j = 1, \dots, n,$$

co oznacza, że przynajmniej jeden element wektora  $\mathbf{x}_j$  i przynajmniej jeden element wektora  $\mathbf{y}_j$  jest dodatni. Zatem przyjmuje się, że każda badana jednostka decyzyjna wykorzystuje przynajmniej jeden nakład (wartość dodatnia) do wytworzenia przynajmniej jednego wyniku.

Własności zbioru możliwości produkcyjnych  $\mathbf{T}$  są następujące<sup>105</sup>:

- (W1) Technologia stosowana przez  $j$ -ty obiekt, czyli  $[\mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j]$ , należy do zbioru  $\mathbf{T}$ .
- (W2) Jeżeli technologia  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$  należy do  $\mathbf{T}$ , to technologia  $[k\mathbf{x}, k\mathbf{y}]$  również należy do zbioru  $\mathbf{T}$ , dla każdej dodatniej wartości stałej  $k$ . Własność tę nazywa się **postulatem stałych korzyściach skali** (ang. *constant returns-to-scale*).
- (W3) Jeżeli technologia  $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$  należy do  $\mathbf{T}$ , to każda semidodatnia technologia  $[\mathbf{x}', \mathbf{y}']$ , gdzie  $\mathbf{x}' \geq \mathbf{x}$  oraz  $\mathbf{y}' \geq \mathbf{y}$  również należy do  $\mathbf{T}$ . Oznacza to, że dopuszczalna jest każda technologia, która wykorzystuje więcej nakładów niż  $\mathbf{x}$  (po przynajmniej jednym elemencie wektora  $\mathbf{x}$ ) i/lub wytwarza mniej wyników niż  $\mathbf{y}$  (po przynajmniej jednym elemencie wektora  $\mathbf{y}$ )<sup>106</sup>.

---

wytwarzanych wyników). Stąd też obiekty poddawane analizie DEA przyjęło się nazywać *jednostkami decyzyjnymi*. Obecnie DEA, również w tej rozprawie, stosowana jest także do badania obiektów innych typów.

<sup>105</sup> Banker, Charnes i Cooper (1984), s. 1081 – 1082, Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 42

<sup>106</sup> Własność tę nazywa się **marnotrawstwem** lub **nieefektywnością**.

(W4) Każda semidodatnia liniowa kombinacja technologii dopuszczalnych również należy do  $\mathbf{T}$ , a więc jest także dopuszczalna. Oznacza to, że jeśli istnieją dwie technologie dopuszczalne  $[\mathbf{x}^A, \mathbf{y}^A]$  oraz  $[\mathbf{x}^B, \mathbf{y}^B]$ , to technologia będąca ich średnią ważoną:  $[\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}]$ , gdzie  $\bar{\mathbf{x}} = \lambda \mathbf{x}^A + (1 - \lambda) \mathbf{x}^B$  i  $\bar{\mathbf{y}} = \lambda \mathbf{y}^A + (1 - \lambda) \mathbf{y}^B$  jest również dopuszczalna. Postulat ten nazywa się **postulatem wypukłości**.

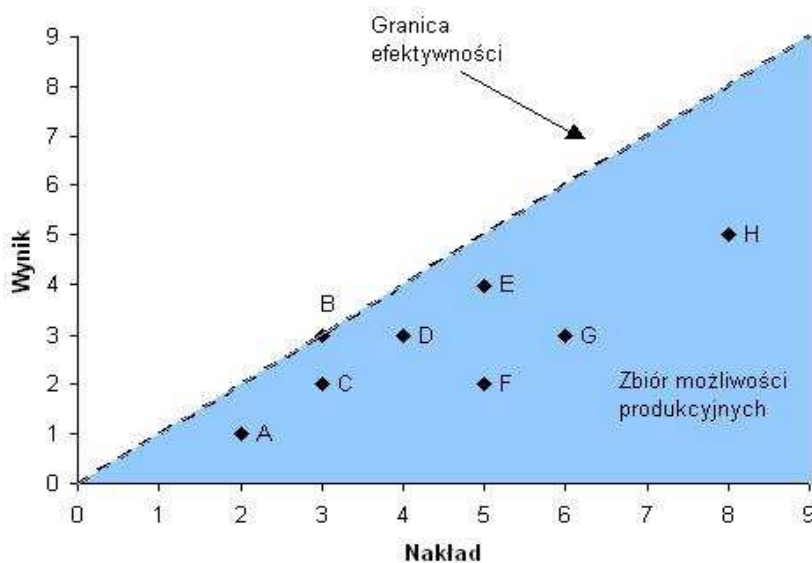
Powyższe postulaty wskazują, że zbiór możliwości produkcyjnych nie jest zbiorem zamkniętym. Jest tylko ograniczony z góry przez najlepsze technologie, które leżą na granicy możliwości produkcyjnych, czyli na granicy efektywności. Każda technologia gorsza od najlepszej będzie zawierała się w zbiorze  $\mathbf{T}$ .

Zbiór możliwości produkcyjnych  $\mathbf{T}$  można zdefiniować następująco<sup>107</sup>:

$$\mathbf{T} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mid \mathbf{x} \geq \mathbf{X}\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{y} \leq \mathbf{Y}\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}\}, \quad (1)$$

gdzie  $\boldsymbol{\lambda}$  jest wektorem semidodatnim.

Rysunek 2.1 pokazuje przykładowy zbiór możliwości produkcyjnych. Obiekty opisane są jednym nakładem ( $x$ ) i jednym wynikiem ( $y$ ), a więc  $m = 1$  oraz  $s = 1$ . Granicą efektywności jest półprosta GE. Obiektem najlepszym<sup>108</sup> jest obiekt B:



Źródło: Cooper, Seiford, Tone (2007), s. 43

**Rys. 2.1. Granica efektywności i zbiór możliwości produkcyjnych**

Wszystkie dopuszczalne technologie nieefektywne leżą poniżej granicy efektywności. Z kolei na granicy leżą obiekty efektywne, a więc takie, które stosują technologię równie

<sup>107</sup> Cooper, Seiford, Tone (2007), s. 42

<sup>108</sup> Obiekt, którego iloraz wynik/nakład jest najwyższy.

efektywną jak technologia stosowana przez najlepszy (efektywny) obiekt B. Obiekty efektywne nazywane są wzorcami lub benchmarkami<sup>109</sup> dla obiektów nieefektywnych.

## 2.2. Podstawowy model DEA – model CCR-I

Zorientowany na nakłady model CCR-I został zaproponowany przez trzech amerykańskich naukowców: A. Charnesa, W.W. Coopera i E. Rhodesa<sup>110</sup> w 1978 roku na łamach czasopisma *European Journal of Operational Research*. Jak już wspomniano w poprzednim rozdziale, jest on rozszerzeniem prac Farrella (1957) nad możliwościami szacowania efektywności technicznej.

### Model mnożnikowy

W propozycji Charnesa, Coopera i Rhodesa model CCR-I dla obiektu  $o$ -tego jest, sprowadzalnym do liniowego, zagadnieniem programowania ilorazowego (ang. *fractional programming*)<sup>111</sup>:

$$\max \theta_o = \frac{\sum_{r=1}^s u_{ro} y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_{io} x_{io}} \quad (2)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{r=1}^s u_{ro} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{io} x_{ij}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\ u_{r0}, v_{io} &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Mimo, że w praktyce wykorzystuje się formę zlinearyzowaną tego modelu, oryginalna postać nieliniowa pokazuje ideę metody. Dla badanego  $o$ -tego obiektu poszukiwane są takie wagi dla nakładów  $v_{io}$  oraz wyników  $u_{ro}$ , które maksymalizować będą zagregowany wskaźnik efektywności  $\theta_o$  dla tego obiektu. Zadań (2) – (3) jest tyle, ile jest obiektów. Warunki ograniczające (których jest dla danego zadania tyle, ile obiektów w całej badanej grupie) powodują, że  $\theta_o \leq 1$ .

<sup>109</sup> Benchmarking to w skrócie poszukiwanie wzorcowych sposobów postępowania poprzez uczenie się od innych i wykorzystywanie ich doświadczenia – patrz: np. Zimniewicz (1999), s. 36

<sup>110</sup> Nazwa modelu „CCR” pochodzi od pierwszych liter nazwisk autorów.

<sup>111</sup> Charnes, Cooper i Rhodes (1978), s. 431

Przekształcenie do postaci liniowej wykorzystuje tzw. transformację Charnesa i Coopera<sup>112</sup>. Niech będzie dana pewna zmienna  $t$  taka, że:

$$t \sum_{i=1}^m v_{io} x_{io} = 1. \quad (4)$$

Ponieważ  $v_{io}, u_{ro} \geq 0$ , dlatego  $t > 0$ . Mnożenie licznika i mianownika (2) przez zmienną  $t$  nie zmienia wartości tego ilorazu. Oznacza to, że podstawienie:

$$\begin{aligned} \mu_{ro} &= t u_{ro}, \quad r = 1, \dots, s \\ v_{io} &= t v_{io}, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (5)$$

powoduje, iż zagadnienie nieliniowe można przedstawić jako równoważne zadanie liniowe zwane mnożnikowym modelem CCR-I (ang. *multiplier model*)<sup>113</sup>. Dla danego obiektu  $1 \leq o \leq n$ , polega ono na znalezieniu mnożników nakładów  $v_{io}$  oraz mnożników rezultatów  $\mu_{ro}$  takich, że:

$$\max \theta_o = \sum_{r=1}^s \mu_{ro} y_{ro} \quad (6)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{i=1}^m v_{io} x_{io} = 1 \\ \text{(b)} \quad & \sum_{r=1}^s \mu_{ro} y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{io} x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ \text{(c)} \quad & v_{io}, \mu_{ro} \geq \varepsilon > 0 \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie  $\varepsilon$  to tzw. stała infinytezymalna<sup>114</sup>.

Rozwiązanie tego zadania pozwala na ustalenie efektywności obiektu, a także dostarcza informacji o wpływie poszczególnych nakładów i wyników na wartość wskaźnika efektywności  $\theta_o$ . Pokazują to wartości mnożników  $\mu_{ro}$  oraz  $v_{io}$ .

Takie zadania rozwiązuje się osobno dla każdego badanego obiektu, a każde z nich ma  $n$  warunków ograniczających.

<sup>112</sup> Charnes, Cooper i Rhodes (1978), s.431-432 oraz Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 71-72

<sup>113</sup> Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 43-44, 73

<sup>114</sup> Stała infinytezymalna jest to pewna nieokreślona co do wartości liczba dodatnia, mniejsza niż jakakolwiek dodatnia liczba rzeczywista, taka, że jeśli pomnożyć ją przez dowolnie dużą (określoną co do wartości) dodatnią liczbę  $k$ , to otrzymany iloczyn  $k\varepsilon$  będzie nadal pewną nieokreślona co do wartości liczbą dodatnią, mniejszą niż jakakolwiek dodatnia liczba rzeczywista. Wprowadzana jest ona do modelu ze względów obliczeniowych, aby zapewnić niezerowe wartości mnożników.



### Model obwiedniowy

Model (6) – (7) traktowany był przez Charnesa, Coopera i Rhodesa jako model pierwotny. Uliniowanie tego zagadnienia programowania nieliniowego nie tylko ułatwia jego rozwiązanie, ale również daje możliwość skonstruowania zadania dualnego do zadania (6) – (7). Przedstawione poniżej zadanie dualne do (6) – (7) w terminologii DEA nazywane jest niekiedy *obwiedniowym* modelem CCR-I (ang. *envelopment model*). Rozwiązanie obwiedniowego modelu CCR-I dla obiektu  $o$ -tego polega na znalezieniu takich wartości  $\theta_o$  oraz  $\lambda_{jo}$ , że<sup>115</sup>:

$$\min \theta_o \quad (8)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \theta_o x_{io} \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo}, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad & y_{ro} \leq \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo}, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad & \lambda_{jo} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie  $\lambda_{jo}$  to zmienna decyzyjna; tzw. waga intensywności, związana z nakładami i wynikami.

Powyższe zadanie konstruuje się osobno dla każdego badanego obiektu, a każde z tych zadań ma  $m+s$  warunków ograniczających.

W dualnej postaci modelu CCR-I widać wyraźnie, że model jest zorientowany na nakłady, bowiem poszukiwany jest możliwie najmniejszy, wyznaczony przez  $\theta_o$ , poziom nakładów  $o$ -tego obiektu<sup>116</sup>, przy którym uda się jeszcze zrealizować wyniki tego obiektu.

Pierwszy warunek ograniczający (a) pokazuje, że proporcjonalna redukcja  $i$ -tego nakładu  $o$ -tego obiektu jest większa lub równa optymalnej (efektywnej) wielkości  $i$ -tego nakładu, będącej kombinacją wielkości tego nakładu obiektów najlepszych w grupie, które zostały wskazane przez metodę jako wzorce dla obiektu  $o$ -tego.

Warunek (b) pokazuje, że wyniki  $o$ -tego obiektu pozostają na niezmiennym poziomie. Ograniczenie to wymusza również (z uwagi na semidodatnie wartości  $y_{ro}$ ) niezerowe wartości zmiennych  $\lambda_{jo}$ , co z kolei powoduje, że warunek (a) wymusza wielkości  $\theta_o > 0$ , a zatem optymalna wartość wskaźnika efektywności  $\theta_o^* \in (0, 1)$ .

---

<sup>115</sup> Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 43

<sup>116</sup> Minimalizowany wskaźnik efektywności  $\theta_o$  wskazuje największą możliwą redukcję nakładów badanego obiektu taką, aby wyniki tego obiektu pozostały na niezmiennym poziomie.

Należy w tym miejscu podkreślić, że w praktyce częściej wykorzystuje się właśnie zadanie dualne w sensie Charnesa, Coopera i Rhodesa (czyli model obwiedniowy) z dwóch powodów:

- w przeciwieństwie do zadania pierwotnego, pozwala nie tylko na zbadanie efektywności, ale również wskazuje wzorce do naśladowania i tym samym kierunki poprawy efektywności obiektów uznanych za nieefektywne;
- posiada mniej warunków ograniczających (gdyż przeważnie  $(m+s) < n$ ), a to znacząco przyspiesza poszukiwanie rozwiązania optymalnego.

Warto zauważyć, że możliwe jest rozwiązanie optymalne zadania (8) – (9), w którym wartość  $\theta_o^* = 1$ , ale niektóre warunki ograniczające nie będą wiążące, co spowoduje, że pojawią się dodatnie wartości zmiennych swobodnych, czyli tzw. luzów.

Z tego powodu, często rozpatruje się postać kanoniczną zadania DEA, która w odniesieniu do zadania (8) – (9) będzie miała postać:

$$\min \theta_o \tag{10}$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \theta_o x_{io} &= \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^-, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad y_{ro} &= \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{11}$$

gdzie:

$s_{io}^-$  – zmienna decyzyjna – „luz” związany z  $i$ -tym nakładem w obiekcie  $o$ -tym,

$s_{ro}^+$  – zmienna decyzyjna – „luz” związany z  $r$ -tym wynikiem w obiekcie  $o$ -tym.

Przykładowo, dodatni luz dla wybranego  $i$ -tego nakładu w warunku ograniczającym (11)(a) będzie oznaczał, że mimo proporcjonalnej redukcji wszystkich nakładów  $o$ -tej jednostki do poziomu  $\theta_o \mathbf{x}_o$ , możliwa jest dalsza redukcja  $i$ -tego nakładu bez zmiany rozwiązania

(a więc przy utrzymaniu  $\theta_o^* = 1$ ). Taki przypadek nazywany jest w literaturze *slabą efektywnością* lub *efektywnością Farrella*, gdyż w swojej propozycji sposobu badania efektywności technicznej, Farrell nie uwzględnił istnienia dodatnich wartości luzów. Zrobili

to dopiero Charnes, Cooper i Rhodes (1978). Z uwagi na to, że luzy również odzwierciedlają nieefektywność badanego obiektu, zaproponowali oni, aby uliniowany model CCR-I w postaci dualnej rozwiązywać w dwóch fazach.

#### Dwufazowy model CCR-I

Faza I polega na rozwiązaniu zadania w postaci standardowej (8) – (9), a faza II na znalezieniu luzów  $s_{io}^-$  oraz  $s_{ro}^+$  ( $i = 1, \dots, m$  oraz  $r = 1, \dots, s$ ), a także wag intensywności  $\lambda_{jo}$  takich, że<sup>117</sup>:

$$\max \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ \quad (12)$$

przy warunkach<sup>118</sup>:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \theta_o^* x_{io} &= \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^-, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad y_{ro} &= \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie  $\theta_o^*$  to uzyskana w fazie I wartość optymalna wskaźnika  $\theta_o$ .

W literaturze proponuje się jednak, aby obie fazy zapisywać łącznie w sposób następujący<sup>119</sup>:

$$\min \theta_o - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ \right) \quad (14)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \theta_o x_{io} &= \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^-, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad y_{ro} &= \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (15)$$

Uwzględniając obie fazy zadania CCR-I, silna efektywność, czyli efektywność w sensie DEA, występuje tylko wtedy, gdy spełnione są równocześnie dwa warunki:

<sup>117</sup> Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 44

<sup>118</sup> Warto zwrócić uwagę, że warunki ograniczające fazy II są takie same, jak warunki (11).

<sup>119</sup> Ibidem, s. 73

1.  $\theta_o^* = 1$ , co oznacza występowanie efektywności technicznej (ang. *Technical Efficiency*, *TE*), zwanej również słabą efektywnością lub efektywnością w sensie Farrella (16)
2.  $s_{io}^- = 0$  oraz  $s_{ro}^+ = 0$ , dla wszystkich  $i = 1, \dots, m$  oraz  $r = 1, \dots, s$ ,

a więc gdy wskaźnik efektywności wynosi 1 i wszystkie luzy są równe zero.

Spełnienie tylko pierwszego warunku oznacza, wspomnianą już wyżej, słabą efektywność. Jeżeli luz związany z  $i$ -tym nakładem  $s_{io}^- \neq 0$ , oznacza to możliwą redukcję poziomu tego nakładu bez zmiany rozwiązania (i bez zmiany poziomu wyników), a to znaczy, że istnieje lepsza (bo zużywająca mniej nakładów) jednostka – i ta jest efektywna w sensie DEA.

### 2.3. Graficzna ilustracja metody DEA

Niech dane będzie siedem obiektów, przy czym każdy opisany jest dwoma nakładami ( $x_1$  oraz  $x_2$ ) i jednym wynikiem ( $y$ ). Dane zawarto w tabeli 2.1.:

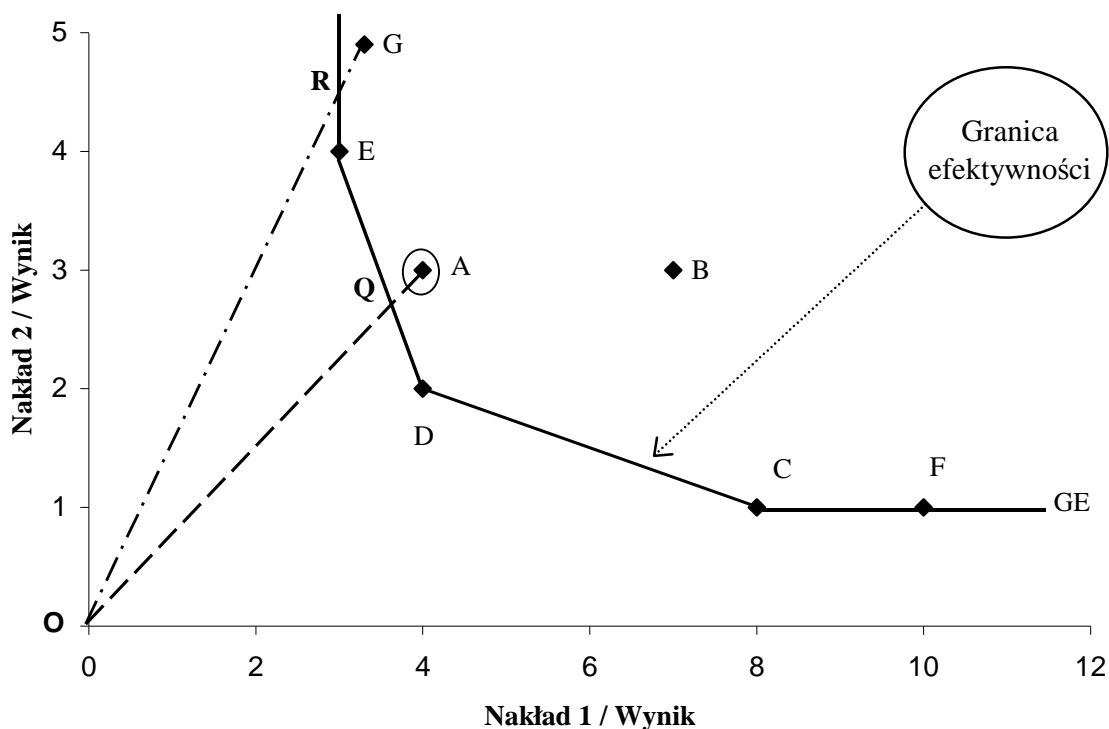
**Tab. 2.1. Nakłady i wyniki obiektów – przykład graficzny**

| Obiekt             | A | B | C | D | E | F  | G   |
|--------------------|---|---|---|---|---|----|-----|
| Nakład 1 ( $x_1$ ) | 4 | 7 | 8 | 4 | 3 | 10 | 3,3 |
| Nakład 2 ( $x_2$ ) | 3 | 3 | 1 | 2 | 4 | 1  | 4,9 |
| Wynik ( $y$ )      | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1   |

Źródło: Dane umowne

Na rysunku 2.2. przedstawiono badane obiekty, zbiór możliwości produkcyjnych oraz granicę efektywności wyznaczoną w oparciu o jednostki najlepsze.

Jednostki C, D, E oraz F są efektywne, gdyż leżą na granicy efektywności. Oznacza to, że ich wskaźnik efektywności  $\theta^* = 1$ .



Źródło: Opracowanie własne na podstawie Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 53

### Rys. 2.2. Efektywność w sensie DEA – przykład graficzny

Jednostka A jest natomiast nieefektywna, a więc na rysunku leży powyżej granicy zbioru możliwości produkcyjnych. Jej efektywność wynosi:

$$\theta_A = \frac{OQ}{OA} = 0,857 = 85,7\% .$$

Oznacza to, iż może się ona znaleźć na granicy efektywności, gdy proporcjonalnie zredukuje oba nakłady ( $x_1$  i  $x_2$ ) do poziomu odpowiednio:  $\theta_A^* x_{1A}$  oraz  $\theta_A^* x_{2A}$ .

Jak już mówiono w poprzednim rozdziale, odpowiednikiem proporcjonalnej redukcji obu nakładów jest przesuwanie się po promieniu łączącym początek układu współrzędnych z punktem A. Jednostka A byłaby efektywna, gdyby zredukowała swoje nakłady tak, aby znaleźć się w punkcie Q (a więc o 14,3%). Jednak punkt Q nie istnieje (jest to tzw. wirtualny wzorzec). Realnymi wzorcami dla A w świetle metody DEA są natomiast obiekty E i D.

W celu ustalenia wzorca „wirtualnego”, można znaleźć takie współczynniki  $\lambda_E$  oraz  $\lambda_D$ , które „zważą” nakłady obiektów E i D w taki sposób, aby owe średnie były równe nakładom obiektu Q:

$$x_1^Q = \lambda_D x_1^D + \lambda_E x_1^E$$

$$x_2^Q = \lambda_D x_2^D + \lambda_E x_2^E$$

co można zapisać równoważnie jako:

$$\theta_A^* x_1^A = \lambda_D x_1^D + \lambda_E x_1^E$$

$$\theta_A^* x_2^A = \lambda_D x_2^D + \lambda_E x_2^E,$$

a to, jak łatwo sprawdzić, jest warunek (a) zadania (8) – (9).

Przykład ten pokazuje ideę metody DEA. Polega ona na poszukiwaniu obiektów najlepszych, w oparciu o które konstruuje się granicę efektywności. Następnie wskazuje się obiektom nieefektywnym ich odległość od granicy (a więc rozmiar ich nieefektywności) oraz w jaki sposób powinny zredukować swoje nakłady, aby na tej granicy się znaleźć.

Warto przyrzeć się bliżej jednostce F na rys. 2.2. Leży ona na granicy, gdyż wykorzystuje minimalną wielkość nakładu  $x_2$ . Wynikający z rozwiązania optymalnego wskaźnik efektywności dla tej jednostki wynosi  $\theta_F^* = 1$ . Jednakże w rozwiązaniu tym pojawia się dodatni luz związany z nakładem  $x_1$ ,  $s_{1F}^- = 2$ , który sugeruje, że można zredukować nakład  $x_1$  o dwie jednostki bez zmiany wartości funkcji celu. Oznacza to, że obiektu F nie można nazwać efektywnym w sensie DEA, gdyż istnieje inny obiekt (tu: obiekt C), zużywający do produkcji jednostki wyniku  $y$  tyle samo  $x_2$ , ale o dwie jednostki mniej  $x_1$ . Taką nieefektywność nazywa się *mix*-nieefektywnością<sup>120</sup>, gdyż przeniesienie jednostki na granicę efektywności wymaga zaburzenia proporcji między nakładami. Ponieważ jednak nakłady obiektu F nie wymagają proporcjonalnej redukcji, bowiem znajduje się on na granicy, mówi się, że jest on „słabo-efektywny” (lub „efektywny w sensie Farrella”).

Z kolei jednostka G jest nieefektywna zarówno w sensie Farrella, jak i *mix*-efektywności. Jej nieefektywność farrellowską odzwierciedla radialna odległość od granicy, czyli:

$$\theta_G = \frac{OR}{OG} < 1.$$

Jeżeli obiekt G zredukuje we wskazany sposób oba swoje nakłady, znajdzie się na granicy efektywności w punkcie R. Jednak punkt R nie jest efektywny w sensie DEA mimo, że jest efektywny w sensie Farrella. Występuje tu ponownie *mix*-nieefektywność, gdyż w punkcie R luz związany z nakładem  $x_2$  jest dodatni. Dopiero zredukowanie  $x_2$  o ten luz, a tym samym

---

<sup>120</sup> Określeniem „*mix*” nazwano proporcje między nakładami (lub wynikami). Obiekt nieefektywny jest *mix*-efektywny, gdy redukcja nakładów, konieczna do poprawy efektywności w sensie DEA, nie zaburza proporcji między nakładami [Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 96].

przesunięcie do punktu E, spowoduje, że obiekt G stanie się efektywny w sensie DEA. Stąd też właściwym wzorcem dla obiektu G jest efektywna jednostka E.

## 2.4. Model CCR-O zorientowany na wyniki

Omówiony powyżej podstawowy model CCR można również przedstawić w postaci zorientowanej na wyniki. Wskaźnik efektywności, oznaczany w tym modelu przez  $\phi$ , wskazuje, o ile dany obiekt powinien proporcjonalnie zwiększyć swoje wyniki bez zmiany poziomu wykorzystywanych nakładów.

Rozwiązanie liniowego modelu CCR-O w wersji pierwotnej polega na znalezieniu takiej wartości  $\phi_o$  oraz takich mnożników  $p_{io}$  oraz  $q_{ro}$ , że<sup>121</sup>:

$$\min \phi_o = \sum_{r=1}^s p_{io} x_{io} \quad (17)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{i=1}^m q_{ro} y_{ro} = 1 \\ \text{(b)} \quad & \sum_{r=1}^s q_{ro} y_{rj} - \sum_{i=1}^m p_{io} x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ \text{(c)} \quad & p_{io}, q_{ro} \geq \varepsilon > 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Warto zauważyć, że model ten jest przekształceniem pierwotnej postaci modelu CCR zorientowanego na nakłady. Wartości optymalne zmiennych decyzyjnych z obu modeli są ze sobą powiązane w taki sposób, że wskaźnik efektywności modelu zorientowanego na wyniki jest odwrotnością wskaźnika z modelu o orientacji na nakłady, a więc:

$$\phi_o^* = \frac{1}{\theta_o^*} \quad (19)$$

i w konsekwencji, przyjmuje on wartości większe lub równe jeden. Obiekt  $o$ -ty jest efektywny, gdy  $\phi_o^* = 1$ .

Również wartości optymalne mnożników tego zagadnienia są przekształceniem mnożników pierwotnej postaci modelu zorientowanego na nakłady:

$$p_{io}^* = \frac{V_{io}^*}{\theta_o^*} \quad \text{oraz} \quad q_{ro}^* = \frac{\mu_{ro}^*}{\theta_o^*} . \quad (20)$$

---

<sup>121</sup> Subhash (2004), s. 32.

Warto również wspomnieć o postaci dualnej modelu CCR-O. Należy znaleźć takie  $\phi_o$  oraz takie wagi intensywności  $w_{jo}$ , że<sup>122</sup>:

$$\max \phi_o \quad (21)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & x_{io} - \sum_{j=1}^n x_{ij} w_{jo} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad & \phi_o y_{ro} - \sum_{j=1}^n y_{rj} w_{jo} \leq 0, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad & w_{jo} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (22)$$

Oczywiście, także w tym przypadku występuje zależność między powyższym modelem a wersją dualną modelu zorientowanego na nakłady. Wskaźniki efektywności  $o$ -tego obiektu obu modeli są odwrotne w stosunku do siebie, a zatem:

$$\phi_o^* = \frac{1}{\theta_o^*}.$$

Z kolei wagi związane z  $j$ -tym wzorcem dla badanego obiektu  $o$ -tego są następujące:

$$w_{jo}^* = \frac{\lambda_{jo}^*}{\theta_o^*}. \quad (23)$$

W postaci kanonicznej tego modelu dodatkowo uwzględnia się luzy, które również są powiązane z luzami modelu zorientowanego na nakłady. Luz związany z nakładami w modelu CCR-O dla  $o$ -tego obiektu to:

$$\text{(a)} \quad t_{io}^{-*} = \frac{s_{io}^{-*}}{\theta_o^*},$$

a luz związany z wynikami:

$$\text{(b)} \quad t_{ro}^{+*} = \frac{s_{ro}^{+*}}{\theta_o^*}. \quad (24)$$

Biorąc pod uwagę wcześniej omówione postulaty związane z technologią produkcji<sup>123</sup>, łatwo pokazać, że jeżeli optymalna technologia obiektu  $o$ -tego należy do  $\mathbf{T}$ , czyli

<sup>122</sup> Tamże. Postać dualna tego modelu jest analogiczna do modelu (8) – (9).

<sup>123</sup> Patrz: postulaty (W1) – (W4), paragraf 2.1.



$(\mathbf{x}_o, \phi_o^* \mathbf{y}_o) \in \mathbf{T}$ , to również  $(k\mathbf{x}_o, k\phi_o^* \mathbf{y}_o) \in \mathbf{T}^{124}$ . Jeżeli przyjąć, że  $k = \frac{1}{\phi_o^*}$ , uzyskuje się nową technologię o postaci  $\left(\frac{1}{\phi_o^*} \mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o\right) \in \mathbf{T}$ . Wtedy, zakładając występowanie stałych korzyści skali, zachodzi  $\theta_o^* = \frac{1}{\phi_o^*}$ .

Oznacza to, iż powyżej pokazane zależności zachodzą tylko dla podstawowego modelu DEA, czyli modelu CCR, który zakłada występowanie stałych korzyści skali.

Modele zorientowane na wyniki nie będą przedmiotem rozważań tej rozprawy. Szczegółowo model CCR-O omawia np.: Cooper, Seiford i Tone (2007), Cooper, Seiford i Zhu (2004).

## 2.5. Model BCC

Pierwsza i najbardziej popularna modyfikacja podstawowego modelu CCR została zaproponowana w roku 1984 na łamach *Management Science* przez R.D. Bankera, A. Charnesa i W.W. Coopera<sup>125</sup>. Nazwano ją później modelem BCC.

Wywodzący się z modelu CCR, model BCC również może być zorientowany na nakłady lub na wyniki. Modyfikacja obu wersji polega na dodaniu do modelu CCR dodatkowego warunku ograniczającego o postaci:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1 \quad (25)$$

Model obwiedniowy BCC zorientowany na nakłady ma więc następującą postać:

$$\min \theta_{\text{BCC-I},o} \quad (26)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \theta_{\text{BCC-I},o} x_{io} \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo}, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad & y_{ro} \leq \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo}, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1, \quad j = 1, \dots, n \\ \text{(d)} \quad & \lambda_{jo} \geq 0. \end{aligned} \quad (27)$$

<sup>124</sup> Wynika to z postulatu stałych korzyści skali (W2).

<sup>125</sup> Banker, Charnes i Cooper (1984).

Z kolei postać kanoniczna zadania tego zadania to:

$$\min \theta_{\text{BCC-I},o} \quad (28)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \theta_{\text{BCC-I},o} x_{io} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^-, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad & y_{ro} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1, \quad j = 1, \dots, n \\ \text{(d)} \quad & \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ \geq 0, \end{aligned} \quad (29)$$

gdzie  $\theta_{\text{BCC-I},o}$  oznacza wskaźnik efektywności  $o$ -tej jednostki<sup>126</sup>.

Ta, z pozoru drobna, modyfikacja modelu podstawowego ma ogromne znaczenie dla interpretacji rezultatów badania efektywności. Model CCR zakłada występowanie stałych korzyści skali (ang. *Constant Returns to Scale*, CRS). Natomiast model BCC dopuszcza istnienie zmiennych korzyści skali (ang. *Variable Returns to Scale*, VRS).

Pracę Bankera, Charnesa i Coopera określa się w literaturze kamieniem milowym badań nad metodą DEA, gdyż pozwala na tzw. dekompozycję efektywności technicznej, a więc umożliwia rozpoznanie czy nieefektywność danego obiektu wynika z marnotrawienia nakładów (tzw. czysta nieefektywność techniczna) czy też z faktu działania w nieoptymalnym obszarze korzyści skali (tzw. nieefektywność skali).

Dalsze rozważania powinny zostać poprzedzone krótkim omówieniem pojęcia „optymalnego obszaru korzyści skali”.

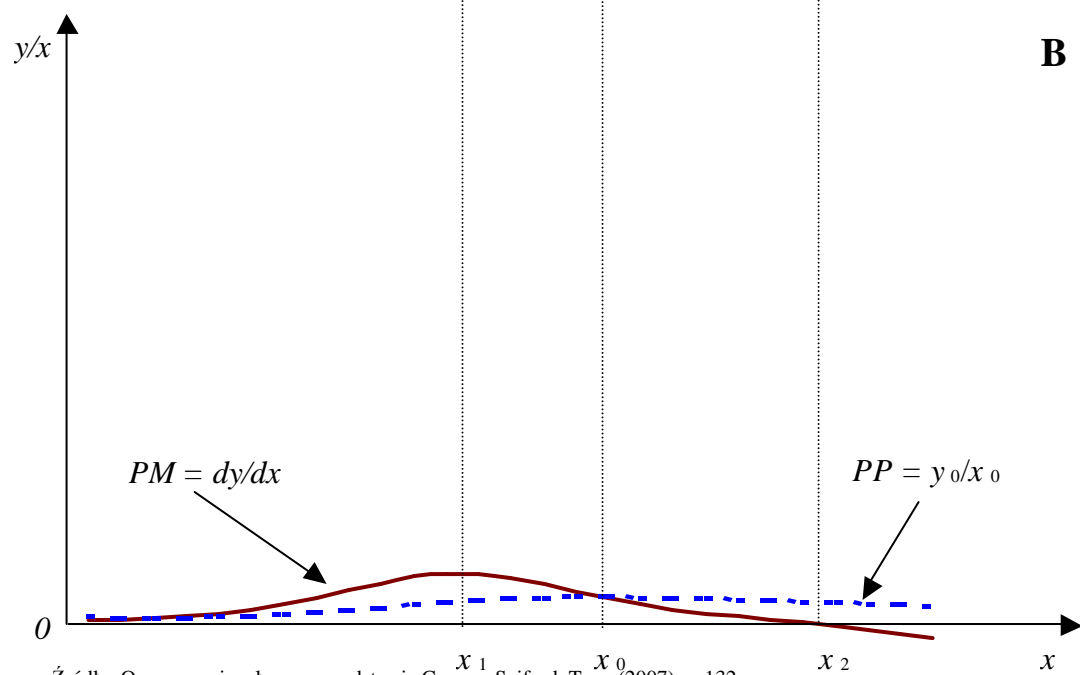
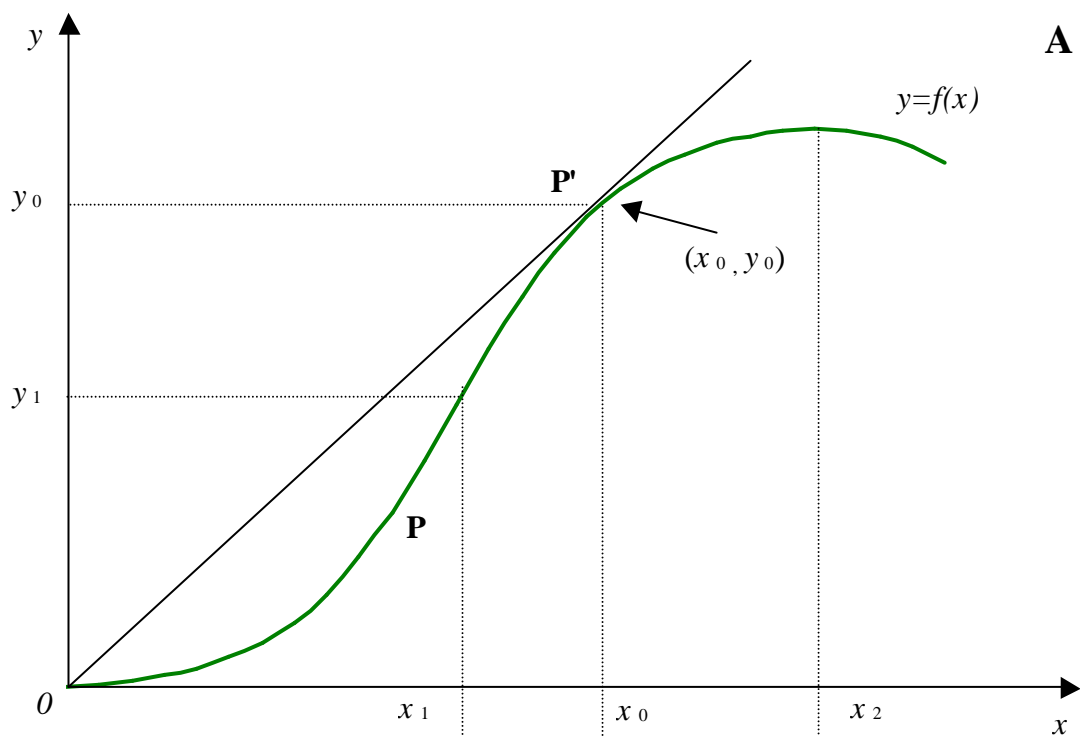
## 2.6. Model BCC a korzyści skali

W teorii mikroekonomii obszar stałych korzyści skali jest optymalny z punktu widzenia producenta, co zilustrowano na zamieszczonym poniżej rysunku 2.3.

Przedstawia on pewną ciągłą funkcję produkcji o postaci  $y = f(x)$ , gdzie  $x$  to nakład potrzebny do wytworzenia wyniku oznaczonego przez  $y$ . Funkcja ta symbolizuje zmiany produktu całkowitego ( $PC$ ).

---

<sup>126</sup> Należy zaznaczyć, że wskaźniki efektywności wynikające z modelu BCC-I oraz BCC-O nie są swoimi odwrotnościami, jak ma to miejsce w przypadku modeli CCR. Ponieważ w pracy przyjęto orientację na nakłady, model BCC-O nie będzie omawiany.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie Cooper, Seiford, Tone (2007), s. 132

**Rys. 2.3. A – produkt całkowity i funkcja produkcji;  
B – produkt przeciętny oraz produkt marginalny**

W części A rysunku naszkicowano promień styczny (w punkcie P') do funkcji  $y = f(x)$ , przechodzący przez początek układu współrzędnych. Promień ten obrazuje obszar stałych

korzyści skali (CRS), gdyż zwiększenie nakładu  $x$  powoduje proporcjonalne zwiększenie wyniku  $y$ <sup>127</sup>.

Z kolei naszkicowana pogrubioną linią funkcja  $y = f(x)$  charakteryzuje się zmiennymi korzyściami skali (VRS). Fragment funkcji na odcinku od  $x = 0$  do  $x = x_0$  to obszar rosnących korzyści skali (ang. *Increasing Returns to Scale*, IRS), gdyż zwiększenie nakładu  $x$  wywołuje więcej niż proporcjonalny przyrost wyniku  $y$ .

Warto zwrócić uwagę, że na przedziale od  $x = 0$  do  $x = x_1$ , przyrost  $x$  powoduje większy przyrost  $y$ , niż na przedziale od  $x = x_1$  do  $x = x_0$ . Zmiany te pokazuje przebieg funkcji produktu marginalnego (*PM*) w części **B** rysunku 2.3. W punkcie  $x = x_1$ , który jest punktem przegięcia funkcji  $y = f(x)$ , produkt marginalny osiąga maksimum.

W punkcie P' części **A** rysunku występują stałe korzyści skali (jako że punkt ten leży na promieniu). Z kolei odcinek  $x = x_0$  do  $x = x_2$  to obszar malejących korzyści skali (ang. *Decreasing Returns to Scale*, DRS), ponieważ przyrost  $x$  powoduje mniej niż proporcjonalny wzrost  $y$ <sup>128</sup>. Warto zwrócić uwagę, iż powyżej punktu  $x = x_2$  produkt całkowity może być malejący. Mamy wówczas do czynienia już nie z malejącymi korzyściami skali, ale wręcz z niekorzyściami skali, gdyż wzrost nakładu  $x$  wywołuje spadek wyniku  $y$ .

Oczywiście dla producenta najlepszym obszarem działania jest obszar stałych korzyści skali, a więc punkt P' (gdzie  $x = x_0$ <sup>129</sup>). Wynika to z prostego rachunku pochodnych.

Część **B** rysunku 2.3. pokazuje dlaczego tylko obszar stałych korzyści skali uznaje się za optymalny dla producenta. Przedstawiono tutaj przebieg wartości produkcji przeciętnej (*PP*) i produkcji marginalnej (*PM*). Przeciętna produkcja osiąga maksimum dla  $x = x_0$ , czyli w punkcie styczności funkcji  $y = f(x)$  z promieniem, a więc w miejscu występowania stałych korzyści skali.

W teorii mikroekonomii wyróżnia się trzy etapy produkcji<sup>130</sup>:

etap I: Na rysunku 2.3. obejmuje on fragment funkcji produkcji od  $x = 0$  do  $x = x_0$ .

W tej fazie producent notuje gwałtowny wzrost produkcji całkowitej. Produkt

---

<sup>127</sup> Produktywność (czyli iloraz  $y/x$ ) na promieniu jest zawsze taka sama.

<sup>128</sup> Dalsze zwiększanie nakładu  $x$  prowadzi do coraz mniejszego przyrostu produktu całkowitego. Wynika to z prawa malejących przychodów (zwanego również prawem malejącego produktu krańcowego), będącego jednym z podstawowych praw mikroekonomii. Patrz np.: Varian (2002), s. 343 – 344, Samuleson i Nordhaus (2004), s. 178 – 180 oraz 223 – 224, Rekowski (2005), s. 150 – 151.

<sup>129</sup> Indeks „0” oznacza, że ten punkt jest optymalny z punktu widzenia producenta.

<sup>130</sup> Patrz: np. Rekowski (2005), s. 154

marginalny jest dodatni i większy niż produkt przeciętny. W punkcie  $x = x_0$  następuje zrównanie się produktu marginalnego z przeciętnym. Jest to również punkt, w którym produkcja przeciętna osiąga maksimum.

etap II: Segment funkcji produkcji od  $x = x_0$  do  $x = x_2$ , a więc do punktu, w którym produkt całkowity osiąga maksimum. W tym przedziale produkt marginalny nadal jest dodatni, ale mniejszy, niż produkt przeciętny. Jest to obszar malejących korzyści skali;

etap III: Obejmuje fragment funkcji na dziedzinie powyżej  $x = x_2$ . Funkcja produkcji w tym obszarze nie rośnie, niekiedy nawet maleje. Produkt marginalny jest nadal niedodatni i oczywiście mniejszy, niż produkt przeciętny.

Etap, w którym powinien działać racjonalny producent to, zgodnie z teorią mikroekonomii, tylko etap I, gdyż wówczas  $PM \geq PP$ . Producent, dążąc do maksymalizacji produktu przeciętnego, będzie zwiększał nakład  $x$  aż do punktu  $x = x_0$ , w którym  $PP$  osiąga maksimum. Jest to optimum producenta.

Produkt przeciętny osiąga maksimum w punkcie przecięcia z produktem krańcowym, co uzasadniono poniżej.

Funkcja produktu całkowitego to  $y = f(x)$ . Wynikająca z niej funkcja produktu przeciętnego to  $\frac{f(x)}{x}$ . Funkcja  $PP$  osiąga maksimum, gdy jej pochodna równa jest zeru:

$$\frac{f(x)}{x} = \max, \text{ gdy } \left( \frac{f(x)}{x} \right)' = 0,$$

a więc gdy:

$$\left( \frac{f(x)}{x} \right)' = \frac{f'(x)x - f(x)}{x^2} = 0,$$

to zaś zachodzi, gdy:

$$f'(x)x = f(x), \text{ a więc gdy: } f'(x) = \frac{f(x)}{x}.$$

Oznacza to, że produkt przeciętny osiąga maksimum w miejscu zrównania się z produktem marginalnym.

Pamiętając, że  $y = f(x)$  można to zapisać równoważnie jako:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} = 1.$$

Zapis ten od razu nasuwa skojarzenie z elastycznością, którą definiuje się właśnie jako:

$$E = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y}.$$

W przypadku analizowanej powyżej funkcji produkcji, elastyczność wynosi jeden, a więc wzrost nakładu  $x$  o 1% wywołuje wzrost wyniku  $y$  również o 1%, co oznacza, że przyrost nakładu wywołuje wprost proporcjonalny wzrost wyniku. Korzyści skali są więc w tym miejscu stałe.

Uzasadnia to dlaczego obiekt efektywny w sensie modelu CCR jest obiektem działającym w obszarze stałych korzyści skali. Można to również pokazać graficznie, przyjmując zamiast omawianej powyżej funkcji  $y = f(x)$ <sup>131</sup>, granicę wynikającą z rozwiązania modelu CCR i BCC, która jest aproksymantą nieznanej funkcji produkcji  $y = f(x)$ . Granica CCR to promień styczny do granicy VRS, przechodzący przez początek układu współrzędnych.

W metodologii DEA za optymalny uznaje się obszar stałych korzyści skali. Wynika to z przyjęcia postulatu wypukłości zbioru możliwości produkcyjnych<sup>132</sup>. Postulat ten powoduje, że powstała w modelu BCC granica możliwości produkcyjnych VRS, jest zawsze wklęsła<sup>133</sup>, a jej punkt styczności z promieniem (czyli z granicą CRS) jest punktem optimum producenta, w którym jest on zarówno efektywny czysto technicznie, jak i względem skali produkcji. Zobrazowano to na rysunku 2.4.

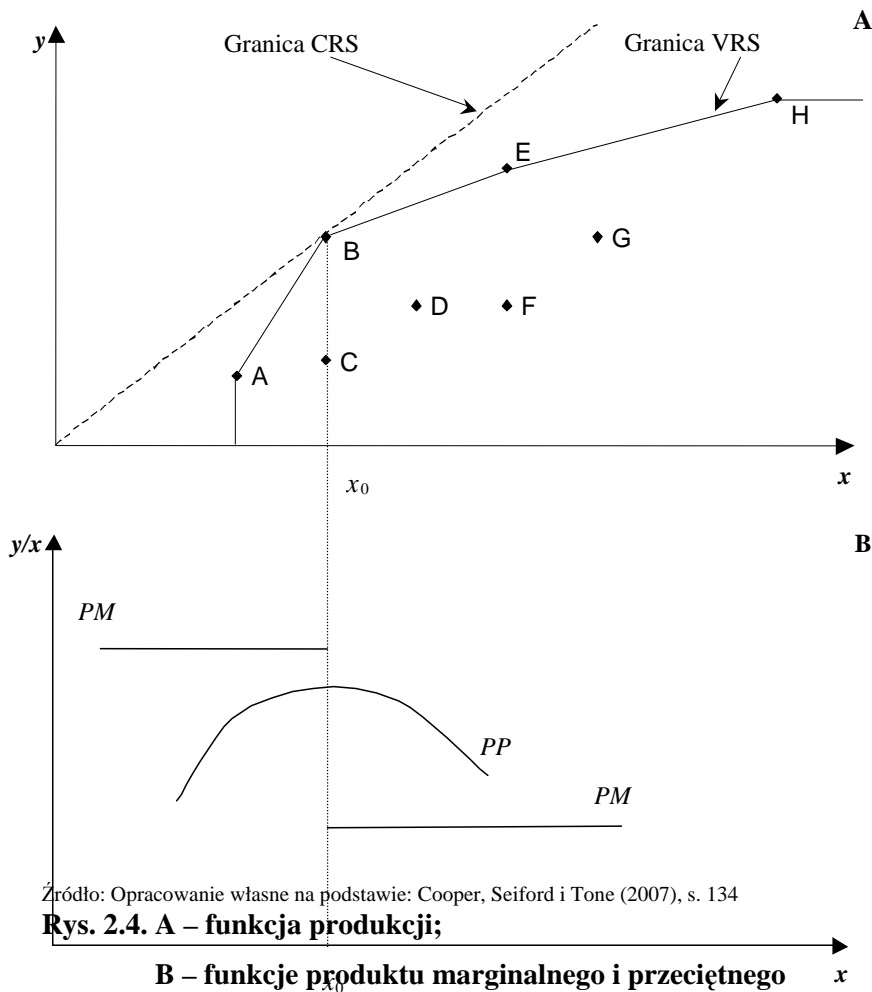
Z uwagi na specyficzną postać funkcji produkcji w części A rysunku, która jest tutaj prostą łamaną (granica VRS), funkcja produktu marginalnego nie jest ciągła i nie można tu już mówić o punkcie przecięcia z funkcją produktu przeciętnego. Jednak optymalną dla producenta skalę produkcji nadal wyznaczają te wartości nakładu  $x$ , dla których produkt marginalny jest większy niż produkt przeciętny. Producent będzie dążył do zwiększania nakładu tak długo, jak produkt przeciętny będzie rosnący. Ponownie oznacza to, że punktem optimum dla producenta będzie punkt, w którym produkt przeciętny osiąga maksimum. Na rysunku 2.4. jest to punkt  $x_0$ , który jest też wielkością nakładu obiektu B. Symbolizuje on punkt styczności promienia (granicy CRS) z granicą VRS.

---

<sup>131</sup> Która symbolizuje *nieznaną* granicę efektywności.

<sup>132</sup> Patrz: paragraf 2.2.

<sup>133</sup> Granica jest wklęsła w stosunku do początku układu współrzędnych, a zbiór możliwości produkcyjnych jest wypukły w stosunku do granicy.



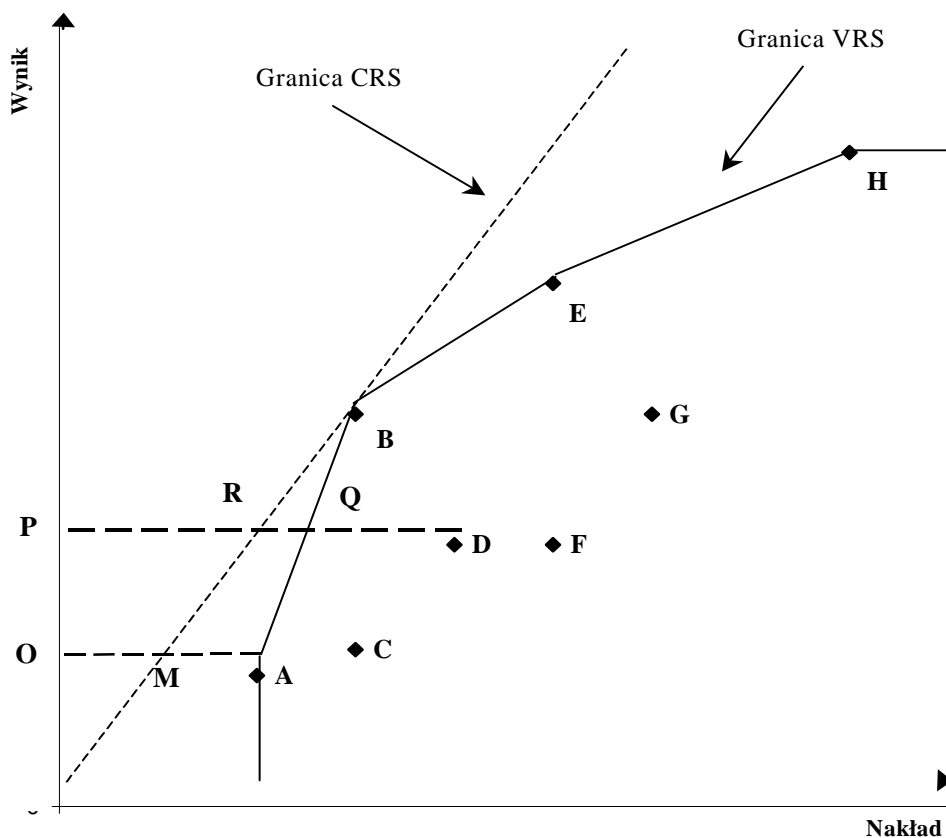
Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 134

**Rys. 2.4. A – funkcja produkcji;**

**B – funkcje produktu marginalnego i przeciętnego**

Oznacza to ponownie, że z punktu widzenia producenta, optymalnym jest obszar stałych korzyści skali, a więc tylko punkt B jest w pełni efektywny. Punkty A, E oraz H są efektywne czysto technicznie, ale nie są efektywne względem skali. Punkt D oczywiście nie jest ani efektywny czysto technicznie ani względem skali – gdyż leży poniżej obu granic.

Różnice między różnymi typami nieefektywności i wspomnianą wcześniej dekompozycję efektywności najlepiej pokazać opierając się na przykładzie graficznym. Zamieszczony poniżej rysunek 2.5. nawiązuje do omawianej wcześniej części A rysunku 2.4., na której przedstawiono osiem obiektów i granicę efektywności skonstruowaną w oparciu o model CCR-I oraz granicę wynikającą z modelu BCC-I.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie Cooper, Seiford, Tone (2007), s. 43

**Rys. 2.5. Stałe a zmienne korzyści skali w modelach DEA**

Linia przerywaną zaznaczono granicę efektywności wynikającą z modelu CCR-I. Widać wyraźnie, że przesuając się wzdłuż tej granicy zachowuje się stałe korzyści skali. Oznacza to, iż granica efektywności modelu CCR-I obejmuje obiekty, które zużywają najmniej nakładu do wytworzenia jednostki wyniku i równocześnie działają w optymalnym obszarze korzyści skali.

Granica efektywności wynikająca z modelu BCC-I dopuszcza występowanie zmiennych korzyści skali. Na rysunku 2.5. odcinek AB to obszar rosnących korzyści skali<sup>134</sup>, a odcinki BE oraz EH to obszary malejących korzyści skali<sup>135</sup>. Jedynie w punkcie B występuje obszar stałych korzyści skali. Oznacza to, że obiekt efektywny w sensie modelu BCC-I zużywa najmniej nakładu do wytworzenia jednostki wyniku, ale niekoniecznie musi działać w optymalnym obszarze korzyści skali.

<sup>134</sup> Przyrost nakładu wywołuje więcej niż proporcjonalny przyrost wyniku.

<sup>135</sup> Przyrost nakładu wywołuje mniej niż proporcjonalny przyrost wyniku.



Zauważyć trzeba, iż z uwagi na dodanie warunku (25), zbiór rozwiązań dopuszczalnych (ZRD) zagadnienia BCC-I zawiera się w ZRD zadania CCR-I. W konsekwencji, optimum zadania BCC-I jest nielepsze w porównaniu z optimum zadania CCR-I. Ponieważ w obu zadaniach chodzi o minimalizację wskaźnika efektywności  $\theta$ , zatem optymalna wartość  $\theta$  w modelu BCC-I jest nie mniejsza od optymalnej  $\theta$  w modelu CCR-I, a więc:

$$\theta_{CCR-I}^* \leq \theta_{BCC-I}^* \leq 1. \quad (30)$$

Przykładowo, na rysunku 2.5. jednostka A jest efektywna w sensie modelu BCC-I, gdyż leży na granicy VRS, ale nie jest efektywna w sensie modelu CCR-I, gdyż nie znajduje się w optymalnym obszarze korzyści skali. Oznacza to, że charakteryzuje się ona tzw. czystą efektywnością techniczną (ang. *Pure Technical Efficiency*, *PTE*), którą oblicza się jako odległość badanego obiektu od granicy VRS<sup>136</sup>:

$$PTE = \theta_{BCC-I,A}^* = \frac{OA}{OA} = 1, \quad (31)$$

ale nie globalną efektywnością techniczną (*TE*)<sup>137</sup>:

$$TE = \theta_{CCR-I,A}^* = \frac{OM}{OA} < 1, \quad (32)$$

co wskazuje też nierówność:

$$\theta_{CCR-I,A}^* < \theta_{BCC-I,A}^*. \quad (33)$$

Z kolei punkt B jednocześnie znajduje się na granicy VRS i w obszarze stałych korzyści skali (czyli na granicy CRS). Wartość wskaźnika efektywności  $\theta_{BCC-I,B}^*$  jest więc równa wskaźnikowi  $\theta_{CCR-I,B}^*$ , a zatem ogólna efektywność techniczna (*TE*) obiektu B to:

$$\theta_{CCR-I,B}^* = \theta_{BCC-I,B}^* = 1. \quad (34)$$

Punkt D natomiast jest nieefektywny zarówno w modelu CCR-I, jak i BCC-I, gdyż znajduje się poniżej obu granic. Wskaźnik czystej efektywności technicznej dla obiektu D oblicza się jako jego odległość od granicy VRS:

$$PTE = \theta_{BCC-I,D}^* = \frac{PQ}{PD} < 1, \quad (35)$$

<sup>136</sup> A dokładniej, stosunek odległości wzorcowego obiektu leżącego na granicy VRS (którym tu jest punkt A, gdyż leży on na VRS) od punktu O na osi Y do odległości obiektu A od punktu O (odległości mierzone są względem osi Y, gdyż przyjęto orientację na nakłady, a więc poszukuje się maksymalnej możliwej redukcji nakładu).

<sup>137</sup> Patrz: wzór (16) – definicja efektywności technicznej (*TE*). Aby wyraźnie zaznaczyć, że czysta efektywność techniczna (*PTE*) jest częścią efektywności technicznej (*TE*), tę ostatnią nazywa się w literaturze *ogólną* efektywnością techniczną.

a wskaźnik ogólnej efektywności technicznej ( $TE$ ), jako:

$$TE = \theta_{CCR-I,D}^* = \frac{PR}{PD} < \theta_{BCC-I,D}^* < 1. \quad (36)$$

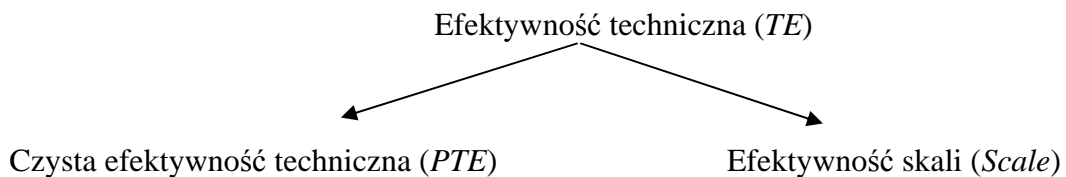
Na rysunku 2.5. widać, że na ogólną efektywność techniczną ( $TE$ ) składa się odległość obiektu D od granicy VRS<sup>138</sup>, czyli czysta efektywność techniczna (31), a także odległość granicy VRS od granicy CRS<sup>139</sup>. Jest to tzw. efektywność skali (ang. *Scale Efficiency*), którą można zapisać, jako:

$$Scale = \frac{PR}{PQ} = \frac{PR}{PD} \cdot \frac{PD}{PQ} = \frac{TE}{PTE} = \frac{\theta_{CCR-I,D}^*}{\theta_{BCC-I,D}^*}. \quad (37)$$

Z powyższego wynika:

$$TE = PTE \cdot Scale, \quad (38)$$

co wskazuje na możliwość dekompozycji globalnej efektywności technicznej ( $TE$ ) na czystą efektywność techniczną ( $PTE$ ) oraz efektywność skali ( $Scale$ )<sup>140</sup>:



Widać więc, że zaproponowany w 1984 roku model BCC-I pozwala wyodrębnić ze wskaźnika globalnej efektywności technicznej ( $TE$ ) czystą efektywność techniczną ( $PTE$ ) oraz efektywność skali ( $Scale$ ). Umożliwia to wykrycie, czy badany obiekt:

- charakteryzuje się czystą efektywnością techniczną i znajduje się w optymalnym obszarze korzyści skali, czyli w obszarze stałych korzyści skali;
- jest efektywny czysto technicznie, ale nie działa w optymalnym obszarze korzyści skali;
- jest nieefektywny zarówno technicznie, jak i względem skali.

<sup>138</sup> Reprezentowanej tu przez punkt Q.

<sup>139</sup> A dokładniej odległość punktu Q od punktu R.

<sup>140</sup> Przypomnijmy, że taką dekompozycję efektywności technicznej zasugerowali wcześniej Färe, Grosskopf i Lovell (1983). Patrz: paragraf 1.3.2. w rozdziale I.

## 2.7. Modele nadefektywności

W świetle standardowego modelu CCR-I wszystkie obiekty efektywne uzyskują wartość wskaźnika efektywności równą jeden<sup>141</sup>. W wyniku prostej modyfikacji, wyłączając z warunków ograniczających badaną jednostkę, granicę efektywności konstruuje się w oparciu o pozostałe jednostki, co umożliwi ranking obiektów efektywnych

Procedurę tę zaproponowali Andersen i Petersen (1993). Została ona w literaturze nazwana modelem nadefektywności (ang. *super-efficiency*).

Może się okazać, że badany obiekt jest „bardziej efektywny”, niż najlepszy spośród pozostałych badanych. Zjawisko to nazwano super-efektywnością (lub nadefektywnością). Wskaźnik efektywności takiej jednostki jest większy od jeden.

Zaproponowany przez autorów model SE-CCR-I ma następującą postać kanoniczną<sup>142</sup>:

$$\min \theta_{SE-CCR-I,o} \quad (39)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \theta_{SE-CCR-I,o} x_{io} = \sum_{j=1 \neq o}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^- , \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad & y_{ro} = \sum_{j=1 \neq o}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+ , \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad & \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ \geq 0 , \quad \forall j, i, r \end{aligned} \quad (40)$$

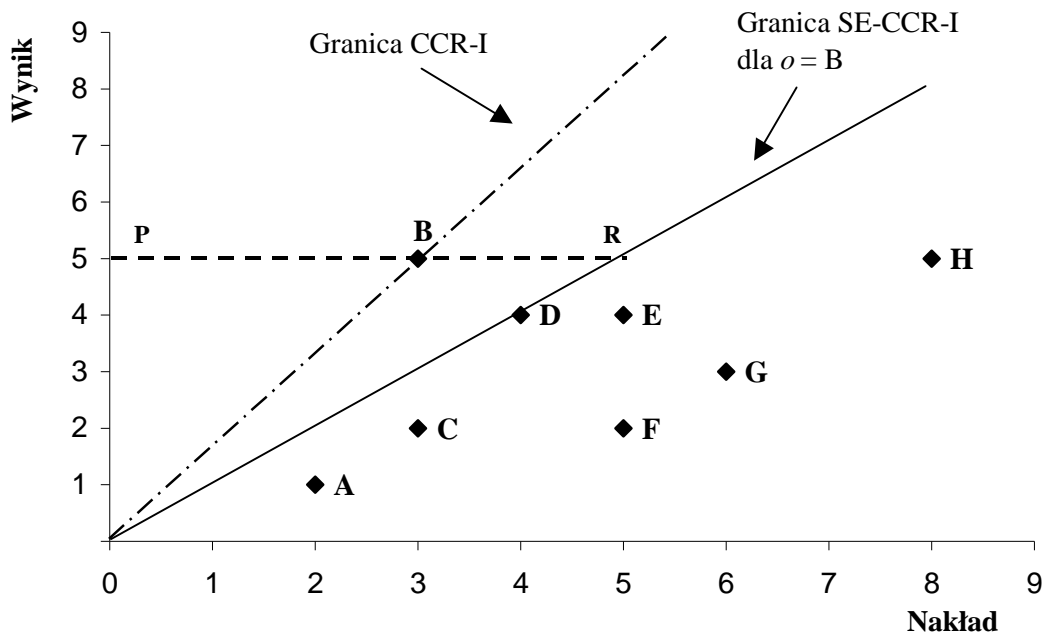
Jak już mówiono, analizując  $o$ -ty obiekt wyłącza się go z warunków ograniczających, które służą konstrukcji granicy efektywności.

W modelu SE-CCR-I zmieniają się tylko wskaźniki efektywności obiektów efektywnych, natomiast wartości wskaźników dla obiektów nieefektywnych pozostają takie same, jak w zwykłym modelu CCR-I.

Ideę nadefektywności objaśniono na rys. 2.6., który ilustruje sposób obliczania efektywności obiektu B:

<sup>141</sup> Takie ujęcie obiektów najlepszych nasuwa skojarzenie z peletonem kolarskim. Grupa kolarzy (jadąca w niewielkiej odległości od siebie), wpadając na metę uzyskuje ten sam czas, jaki uzyskał pierwszy kolarz. Pomija się fakt, że ich faktyczne czasy różnią się od czasu pierwszego kolarza niekiedy o kilka sekund.

<sup>142</sup> Andersen i Petersen (1993), s. 1262. Postać dwufazową konstruuje się analogicznie, jak w przypadku podstawowego modelu CCR-I.



Źródło: Opracowanie własne

### Rys. 2.6. Nadefektywność w modelu CCR-I

Na rysunku naszkicowano dwie granice efektywności, służące badaniu efektywności obiektu B. Pierwsza, przechodząca przez punkt B, symbolizuje granicę wynikającą ze standardowego modelu CCR-I. Druga, pomijając badany obiekt B, przechodzi przez punkt D. Jest to granica efektywności z modelu nadefektywności (SE-CCR-I), gdy badaną  $o$ -tą jednostką jest obiekt B. Granica została więc wyznaczona tak, jakby w badanej grupie nie było obiektu B.

Oceniając efektywność obiektu B, okazuje się, że jest on „bardziej efektywny”, niż jednostka D, która jest w tym momencie (czyli po wyłączeniu obiektu B) obiektem najlepszym. Dlatego też obiekt B uzyska wartość wyższą od 1, a dokładniej:

$$\theta_{SE-CCR-I,o} = \frac{PR}{PB} > 1, \quad (41)$$

gdyż efektywność mierzy się jako stosunek odległości granicy od osi  $Y$  do odległości badanego punktu B od tej osi. Odległość mierzona jest równoległe do osi  $X$ , gdyż model zorientowany jest na nakłady. Oznacza to, że poziom wyniku musi pozostać niezmienny.

Na zakończenie warto dodać, że jeżeli do warunków ograniczających (40) dodać warunek

$$\sum_{j=1 \neq o}^n \lambda_{jo} = 1, \text{ otrzymuje się model SE-BCC-I, czyli zorientowany na nakłady model BCC}$$

uwzględniający nadefektywność. Modele SE-BCC należy stosować jednak z dużą

ostrożnością, gdyż (z uwagi na ten dodatkowy warunek) w pewnych sytuacjach rozwiązanie może okazać się niedopuszczalne.

W przypadku modelu SE-BCC-I niedopuszczalność rozwiązania wystąpi w sytuacji, gdy  $r$ -ty wynik obiektu  $o$ -tego będzie większy niż  $r$ -ty wynik wszystkich pozostałych badanych obiektów. Niech badane jednostki opisane będą jednym wynikiem. Widać wyraźnie, że jeśli:

$$y_o > \max_{j=1 \neq o} \{y_j\}, \quad (42)$$

wtedy warunek (40)(b) dla  $r=1$  nie zostanie spełniony – z uwagi na występowanie

dodatkowego warunku  $\sum_{j=1 \neq o}^n \lambda_{jo} = 1$ .

## 2.8. Modele nieradialne (ADD i SBM)

Prace nad modyfikacjami i rozszerzeniami podstawowego modelu DEA trwają nieprzerwanie od czasu publikacji modelu CCR przez Charnesa, Coopera i Rhodesa w 1978 roku. Po pierwszych, technicznie drobnych (aczkolwiek niezwykle znaczących) modyfikacjach zaczęły pojawiać się modyfikacje porzucające kolejne założenia przyjęte przy konstrukcji modelu CCR-I.

Modyfikacja, która stała się zalążkiem nowego nurtu w metodologii DEA, polega na uchyleniu założenia o proporcjonalnej (czyli radialnej) redukcji nakładów w modelach zorientowanych na nakłady<sup>143</sup>. Doprowadziło to do powstania modeli niezorientowanych (a więc takich, które wskazują równocześnie wymaganą redukcję nakładów i zwiększenie wyników).

Zmiany opierają się przede wszystkim na podkreśleniu roli niezerowych luzów w ocenie efektywności. W modelu podstawowym luzy traktowane są nieco marginalnie. W świetle modelu CCR-I obiekt jest efektywny, jeżeli jego wskaźnik efektywności wynosi 1, a wszystkie luzy są równe zero. W sytuacji, gdy wskaźnik efektywności wynosi 1, ale któryś z luzów nie jest równy zero – mówi się tylko o wspomnianej już wcześniej słabej efektywności. Wartość wskaźnika efektywności nie jest jednak „karana” za dodatnie luzy, a więc mimo, że obiekt nie jest efektywny, jego wskaźnik efektywności wynosi 1.

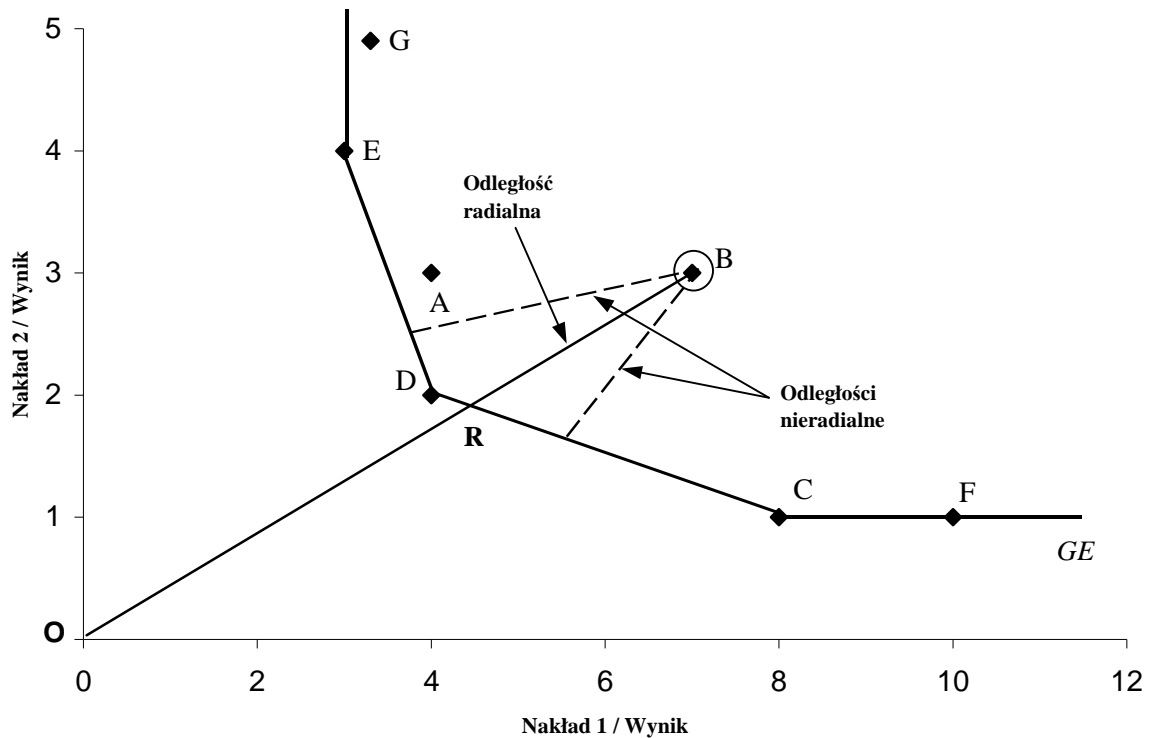
Podobnie w przypadku obiektów nieefektywnych, nie „karze” się wskaźnika efektywności za występowanie dodatnich luzów. Oznacza to, że mimo, iż dwa obiekty mają taki sam

---

<sup>143</sup> Lub też proporcjonalnego zwiększenia wszystkich wyników – w przypadku modelu zorientowanego na wyniki.

wskaźnik efektywności (mniejszy od 1) i jeden ma wszystkie luzy zerowe, a drugi nie, to oceniane będą tak samo.

W modelach nieradialnych inaczej wyznaczana jest miara efektywności. Jak już wspomniano, porzuca się tu radialny sposób mierzenia odległości (odzwierciedlającej nieefektywność) od granicy. Różnicę między pomiarem radialnym a nieradialnym w modelach DEA pokazano na rysunku poniżej, nawiązującym do rysunku 2.2. i przykładu omówionego w paragrafie 2.3.:



Źródło: Opracowanie własne

### Rys. 2.7. Radialna i nieradialna miara odległości

W przypadku badania nieefektywnego obiektu B za pomocą modelu CCR-I, poszukuje się proporcjonalnej redukcji obu nakładów. Taką redukcję obrazuje, wychodzący z początku układu współrzędnych, promień  $OB$ . Odległość radialną obiektu B od granicy efektywności  $GE$ , to odcinek promienia od punktu B do R.

Jeżeli jednak usunąć założenie, iż nakłady muszą być zmniejszane proporcjonalnie, można pokazać przykładową odległość nieradialną od granicy. Jak już mówiono, nieradialna redukcja to redukcja dokonana w każdy inny sposób, niż po promieniu<sup>144</sup>. W wyniku redukcji

<sup>144</sup> Por. paragraf 1.2.4. w rozdziale I.

nieradialnej „docelowym” punktem efektywnym, do którego powinien dążyć obiekt D, nie musi zatem być punkt R. Może to być każdy inny punkt leżący na granicy  $GE$ . Na rysunku 2.7. przykładowe redukcje nieradialne symbolizują przerywane odcinki łączące punkt B z wybranymi punktami na granicy efektywności. Takie przeniesienie obiektu B na granicę  $GE$  wiąże się oczywiście z nieproporcjonalną redukcją obu nakładów.

Spośród modeli należących do grupy modeli nieradialnych, w dalszej części pracy omówione zostały dwa – model addytywny (ADD) oraz model SBM, będący rozszerzeniem modelu ADD. Wybrano tylko te dwa modele, gdyż model SBM zostanie wykorzystany w części empirycznej pracy.

### 2.8.1. Model addytywny ADD

Model addytywny (ADD)<sup>145</sup> jest bezpośrednią modyfikacją modelu BCC, choć oczywiście można go też przedstawić jako modyfikację modelu CCR (przypomnijmy, że model BCC to modyfikacja modelu CCR polegająca na uwzględnieniu dodatkowego warunku ograniczającego o postaci  $\sum_{j=1}^n \lambda_{j_0} = 1$ ).

Model ADD nie ma jednostronnego ukierunkowania<sup>146</sup>, co często określa się jako „brak orientacji” lub „niezorientowanie”. Oznacza to, że w wyniku rozwiązania takiego zadania obiektowi nieefektywnemu wskazana zostanie wymagana równoczesna redukcja nakładów i zwiększenie wyników, które spowodują przeniesienie jednostki na granicę efektywności.

Model addytywny może występować tylko w postaci kanonicznej (gdyż uwzględnia luzy) i ma następującą formę<sup>147</sup>.

Znaleźć takie  $s_{io}^-$  oraz  $s_{ro}^+$ , że:

$$\max z = \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ \quad (43)$$

przy ograniczeniach:

<sup>145</sup> Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 94

<sup>146</sup> A dokładniej jest ukierunkowany równocześnie na nakłady i wyniki.

<sup>147</sup> Konstrukcja postaci standardowej w tym przypadku nie ma sensu, gdyż w funkcji celu znajdują się tylko luzy, które definicyjnie związane są z postacią kanoniczną.

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^- = x_{io} \quad , \quad i = 1, \dots, m \\
\text{(b)} \quad & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+ = y_{ro} \quad , \quad r = 1, \dots, s \\
\text{(c)} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1 \quad , \quad j = 1, \dots, n \\
\text{(d)} \quad & \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ \geq 0
\end{aligned} \tag{44}$$

Warto zauważyć, iż model ADD charakteryzuje się takimi samymi warunkami ograniczającymi, jak model BCC-I w postaci kanonicznej<sup>148</sup> – z tym, że nie występuje tu oczywiście wskaźnik  $\theta_o$ , gdyż model ten nie posiada orientacji na nakłady.

W wyniku rozwiązania modelu ADD nie otrzymuje się jednowymiarowej miary efektywności, analogicznej do wskaźnika efektywności  $\theta$  z modeli CCR-I czy BCC-I. Poszukuje się tutaj jedynie maksymalnych wartości luzów (związanych zarówno z nakładami, jak i wynikami).

Dany obiekt jest tym lepiej oceniany w sensie modelu ADD, im wartości luzów są niższe, dlatego też należy znaleźć maksymalne wartości luzów, aby wyrażały one całą nieefektywność danej jednostki.

Obiekt jest efektywny w sensie ADD wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie luzy w rozwiązaniu optymalnym (a więc  $s_i^-$  oraz  $s_r^+$ ) są zerowe.

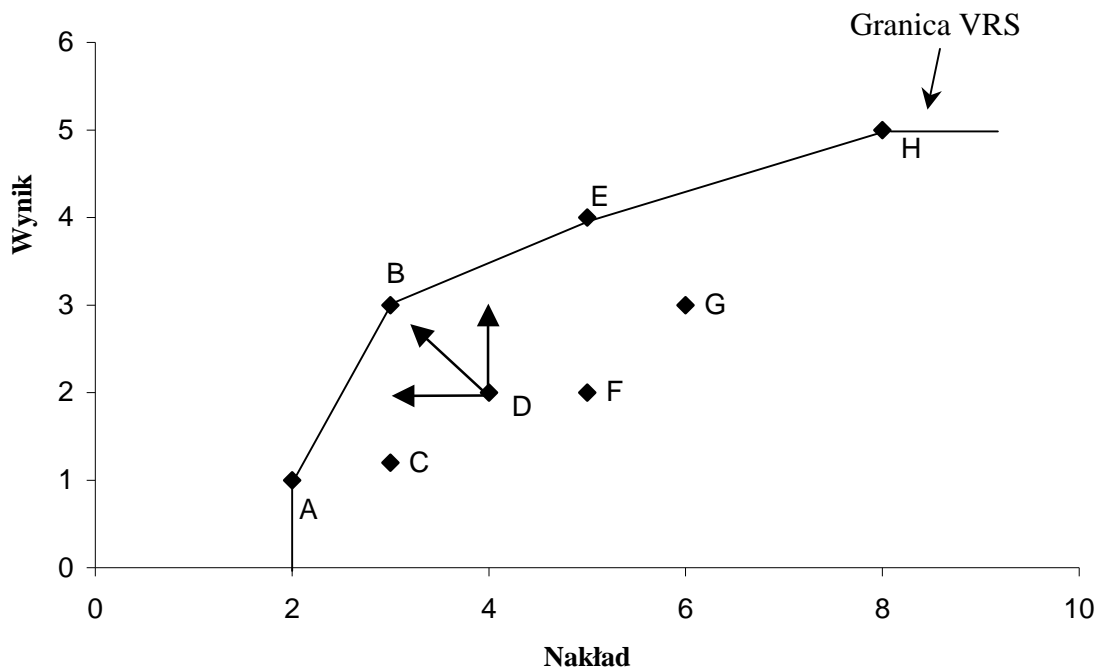
Jeżeli któryś z luzów nie jest równy zero, to aby obiekt stał się efektywny, należy zredukować jego nakład o niezerowy luz  $s_i^- *$  i/lub zwiększyć jego wynik o niezerowy luz  $s_r^+ *$ . Spowoduje to przeniesienie takiego obiektu na granicę efektywności.

Ideę pomiaru efektywności przy wykorzystaniu modelu ADD pokazano na rysunku 2.8.:

---

<sup>148</sup> Por. model (28) – (29).





Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Cooper, Seiford, Tone (2007), s. 43

**Rys. 2.8. Efektywność w modelu addytywnym**

Ustalając rozmiar nieefektywności obiektu D według modelu CCR-I wzięto by pod uwagę odległość od granicy VRS wzdłuż strzałki poziomej (która wskazuje wymaganą redukcję nakładu, aby obiekt był efektywny), a według modelu CCR-O wzdłuż strzałki pionowej, która obrazuje wymagane zwiększenie wyniku.

Z punktu widzenia modelu ADD z kolei, strzałka pozioma na rysunku odzwierciedla niezerowy luz  $s^{-*}$ , a strzałka pionowa luz  $s^{+*}$ . Odległość od granicy VRS mierzona jest w tym przypadku po wypadkowej obu wektorów luzów, co ilustruje strzałka skierowana w stronę punktu B leżącego na granicy efektywności. W sensie modelu ADD poszukuje się więc równocześnie redukcji nakładu i zwiększenia wyniku.

### 2.8.2. Model SBM (Slack-Based Measure)

Brak jednowymiarowej miary efektywności uznaje się za wadę modelu ADD, gdyż trudniej jest interpretować wyniki uzyskane z jego rozwiązania. Japoński naukowiec K. Tone przedstawił w roku 1997 model analogiczny do ADD, ale pozwalający na obliczenie jednowymiarowej miary efektywności<sup>149</sup>. Jest to tzw. miara oparta na luzach (ang. *Slack-*

<sup>149</sup> Miara ta oznaczana jest symbolem  $\delta$  dla odróżnienia jej od miary  $\theta$ .

Based Measure, SBM), która powstała w oparciu o zaproponowaną przez Färe i Lovella (1978) koncepcję nieradialnej miary efektywności, nazwanej przez jej autorów miarą Russella<sup>150</sup>.

Model SBM ma postać<sup>151</sup>:

$$\min \delta_{\text{SBM},o} = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{io}^-}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_{ro}^+}{y_{ro}}} \quad (45)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x_{io} &= \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^-, \quad i = 1, \dots, m \\ \text{(b)} \quad y_{ro} &= \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+, \quad r = 1, \dots, s \\ \text{(c)} \quad \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ &\geq 0 \end{aligned} \quad (46)$$

W liczniku funkcji celu występuje maksymalna efektywność  $o$ -tego obiektu (równa 1), która jest pomniejszana o średni udział luzów w wartościach nakładów. Z kolei w mianowniku wartość 1 powiększana jest o średni udział luzów w wartościach wyników.

W przypadku, gdy luzy dla wszystkich nakładów i wyników są zerowe, wskaźnik efektywności z modelu SBM ( $\delta_{\text{SBM},o}$ ) wyniesie 1. Każdy niezerowy luz związany z nakładami będzie zmniejszał wartość licznika (a co za tym idzie, także wartość wskaźnika efektywności  $\delta_{\text{SBM},o}$ ). Z kolei każdy niezerowy luz dla wyników powiększy wartość mianownika – a więc zmniejszy wartość wskaźnika efektywności.

Cooper, Seiford i Tone (2007) zaproponowali wersję modelu SBM zorientowaną na nakłady<sup>152</sup>:

$$\min \delta_{\text{SBM-I},o} = 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{io}^-}{x_{io}} \quad (47)$$

przy warunkach:

---

<sup>150</sup> Färe i Lovell (1978), s. 157 – 161

<sup>151</sup> Tone (1997, 2001), s. 500

<sup>152</sup> Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 105

$$\begin{aligned}
(a) \quad x_{io} &= \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^{-}, \quad i = 1, \dots, m, \\
(a) \quad y_{ro} &= \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^{+}, \quad r = 1, \dots, s, \\
(a) \quad \lambda_{jo}, s_{io}^{-}, s_{ro}^{+} &\geq 0.
\end{aligned} \tag{48}$$

Równocześnie podają także model zorientowany na wyniki. Z uwagi jednak na to, że przedmiotem rozprawy są modele zorientowane na nakłady, model zorientowany na wyniki nie będzie omawiany<sup>153</sup>.

Opracowanie modelu SBM-I było kolejnym, po wprowadzeniu modelu BCC-I, wielkim krokiem w kierunku poznania natury nieefektywności technicznej. Pojawienie się modelu BCC-I pozwoliło na wspomnianą wcześniej dekompozycję miary globalnej efektywności technicznej  $TE = \theta_{CCR-I,o}$  na miarę czystej efektywności technicznej  $PTE = \theta_{BCC-I,o}$  i efektywności skali  $Scale = \frac{TE}{PTE}$ .

Wskaźnik efektywności  $\delta$  z modelu SBM-I pokazuje efektywność danego obiektu, przy czym zawierająca się w nim wartość globalnej miary  $TE = \theta_{CCR-I,o}$  jest karana za niezerowe luzy.

Można zatem powiedzieć, iż wskaźnik SBM-I jest miarą mieszaną, określającą zarówno globalną nieefektywność techniczną (która jest radialna<sup>154</sup>), jak i nieefektywność związaną z występowaniem niezerowych luzów (nieradialną).

Tę nieradialną efektywność nazwano mix-efektywnością<sup>155</sup>, gdzie określenie „mix” definiuje się jako proporcje między poszczególnymi nakładami<sup>156</sup> danego obiektu.

Jeżeli  $\delta_{SBM-I} = \theta_{CCR-I} < 1$ , w rozwiązaniu modelu CCR-I nie ma niezerowych luzów (a więc występuje tylko globalna nieefektywność techniczna  $TE$ ) i redukcja nakładów do poziomu optymalnego nie zaburzy proporcji między nimi. Jeżeli  $\delta_{SBM-I} < \theta_{CCR-I}$ , oznacza to, że poza globalną nieefektywnością techniczną  $TE$ <sup>157</sup>, występują również niezerowe luzy, co powoduje, że usunięcie tej nieefektywności wymaga redukcji nakładów, która zaburzy proporcje między nimi.

<sup>153</sup> Więcej o modelu SBM-O w: Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 105

<sup>154</sup> I tożsama z miarą efektywności z modelu CCR-I.

<sup>155</sup> Mix-efektywność nazywa się także *efektywnością mieszaną*. Por. z efektywnością obiektu F na rys. 2.2. w paragrafie 2.3.

<sup>156</sup> Lub pomiędzy wynikami – w przypadku orientacji modelu na wyniki.

<sup>157</sup> Oczywiście jeżeli  $TE < 1$ . Jeśli natomiast  $TE = 1$  oraz  $\delta_{SBM-I} < \theta_{CCR-I}$ , oznacza to występowanie słabej efektywności – wskaźnik efektywności z modelu CCR-I jest równy 1, ale występują niezerowe luzy.

Na nieefektywność związaną z luzami (oznaczono ją jako  $Slack^{158}$ ) wskazuje mniejsza od 1 wartość ilorazu miary mieszanej (mix), wynikającej z modelu SBM i miary radialnej z modelu CCR:

$$Slack = \frac{\delta_{SBM-I}^*}{\theta_{CCR-I}^*} = \frac{\delta_{SBM-I}^*}{TE}, \quad (49)$$

gdzie „\*” oznacza, że brane są pod uwagę wartości optymalne wskaźników efektywności, uzyskane z rozwiązania obu modeli.

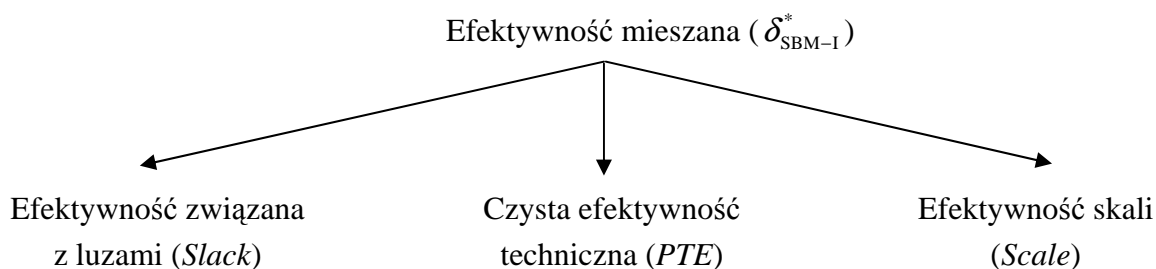
Jak pokazano wcześniej<sup>159</sup>:

$$TE = PTE \cdot Scale, \quad (50)$$

co pozwala zapisać miarę efektywności mieszanej z modelu SBM-I jako:

$$\delta_{SBM-I}^* = Slack \cdot TE = Slack \cdot PTE \cdot Scale. \quad (51)$$

Oznacza to, że można dokonać dekompozycji miary efektywności wynikającej z modelu SBM-I na efektywność związaną z luzami ( $Slack$ ), czystą efektywność techniczną ( $PTE$ ) oraz efektywność skali ( $Scale$ ):



Miara efektywności  $Slack$  pokazuje, czy redukcja nakładów do optymalnego poziomu zaburzy proporcje między nakładami i jest związana z występowaniem niezerowych luzów.

Wskaźnik czystej efektywności technicznej  $PTE$ , który oblicza się z wykorzystaniem modelu BCC-I, informuje o wymaganej (w celu zwiększenia efektywności) proporcjonalnej redukcji wszystkich nakładów.

Miara efektywności skali  $Scale$ , pozwala z kolei stwierdzić, czy badany obiekt działa w optymalnym dla siebie obszarze korzyści skali.

Uwzględnianie, w jednowymiarowej mierze efektywności, kar za niezerowe luzy oraz możliwość dekompozycji miary SBM-I powoduje, że jest ona niezwykle interesującym narzędziem badania efektywności.

<sup>158</sup> W angielskiej terminologii badań operacyjnych słowo „slack” oznacza luz.

<sup>159</sup> Patrz: wzór (38).

### 2.8.3. Model SBM z nadefektywnością (SE-SBM)

Na zakończenie rozważań dotyczących modelu SBM, warto pokazać jego wersję uwzględniającą nadefektywność. Model ten zaproponowany został przez Tone (2002), jako rozszerzenie opracowanego i zaprezentowanego przez niego wcześniej modelu SBM.

Model SBM z nadefektywnością jest skonstruowany nieco inaczej, niż np. standardowy model nadefektywności SE-CCR-I. Zaproponowany przez Tone (2002) sposób pomiaru nadefektywności  $o$ -tego obiektu polega bowiem na zmierzeniu jego odległości od pewnego wirtualnego obiektu leżącego na granicy efektywności wyznaczonej przez model SBM.

Oznacza to, że pierwszym założeniem, jakie się przyjmuje jest założenie, że  $o$ -ty obiekt  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  jest efektywny w sensie modelu SBM. Następnie należy zdefiniować zbiór możliwości produkcyjnych, który jest analogiczny do omówionego na początku tego rozdziału zbioru  $\mathbf{T}$ , ale nie obejmuje obiektu badanego  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ <sup>160</sup>:

$$\mathbf{T} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o) = \left\{ (\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) \mid \bar{\mathbf{x}} \geq \sum_{j=1 \neq o}^n x_j \lambda_j, \bar{\mathbf{y}} \leq \sum_{j=1 \neq o}^n y_j \lambda_j, \bar{\mathbf{y}} \geq 0, \boldsymbol{\lambda} \geq 0 \right\}, \quad (52)$$

gdzie  $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}})$  oznacza – inny niż  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  – obiekt, należący do zbioru możliwości produkcyjnych  $\mathbf{T}$ .

W kolejnym kroku trzeba zdefiniować zbiór  $\bar{\mathbf{T}} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ . Jest to podzbiór zbioru  $\mathbf{T} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ , w którym obiekt  $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}})$  rozumiany jest jako gorszy, niż obiekt  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ <sup>161</sup>:

$$\bar{\mathbf{T}} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o) = \mathbf{T} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o) \cap \{ \bar{\mathbf{x}} \geq \mathbf{x}_o \text{ oraz } \bar{\mathbf{y}} \leq \mathbf{y}_o \}^{162}. \quad (53)$$

Dzięki przyjętym wcześniej założeniom, że  $\mathbf{X} > 0$  oraz  $\mathbf{Y} > 0$ , zbiór  $\bar{\mathbf{T}} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  nie jest zbiorem pustym.

Odległość obiektu  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  od obiektu  $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) \in \bar{\mathbf{T}} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  definiuje się następująco<sup>163</sup>:

<sup>160</sup> Tone (2002), s. 34

<sup>161</sup> Tamże.

<sup>162</sup> Obiekt  $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}})$  jest gorszy w sensie metody DEA od obiektu  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ , gdyż zużywa więcej nakładów i produkuje mniej wyników.

<sup>163</sup> Tone (2002), s. 34

$$\delta_{\text{SE-SBM},o} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i / x_{io}}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \bar{y}_r / y_{ro}} \quad (54)$$

Miara efektywności wynikająca z modelu SE-SBM jest więc odległością obiektu  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  od obiektu  $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}})$ , który należy do zbioru  $\mathbf{T}(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  i zbioru  $\bar{\mathbf{T}} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ .

Wskaźnik  $\delta_{\text{SE-SBM}}$  przyjmuje wartości nie mniejsze od 1. Jest równy 1 tylko wtedy, gdy obiekt  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o) \in \bar{\mathbf{T}} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ , tj. gdy wyłączenie obiektu  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  z badanej grupy nie spowoduje zmiany kształtu zbioru możliwości produkcyjnych, w szczególności – zmiany kształtu granicy efektywności. Wartość miernika  $\delta_{\text{SE-SBM}} > 1$ , gdy obiekt  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$  nie należy do zbioru  $\bar{\mathbf{T}} \setminus (\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ , a więc obiekt ten leży powyżej granicy efektywności i jego włączenie do badanej grupy obiektów spowoduje zmianę jej kształtu.

Wskaźnik  $\delta_{\text{SE-SBM}}$  jest niejako połączeniem dwóch wskaźników – jednego, który jest miarą odległości obiektów w przestrzeni nakładów i drugiego, będącego miarą odległości w przestrzeni wyników.

W oparciu o powyżej omówioną miarę odległości, można skonstruować model nadefektywności SBM dla obiektu  $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ , efektywnego w sensie modelu SBM<sup>164</sup>:

$$\delta_{\text{SE-SBM},o} = \min_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \lambda} \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i / x_{io}}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \bar{y}_r / y_{ro}} \quad (55)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \bar{\mathbf{x}} \geq \sum_{j=1 \neq o}^n \mathbf{x}_j \lambda_j \\ \text{(b)} \quad & \bar{\mathbf{y}} \leq \sum_{j=1 \neq o}^n \mathbf{y}_j \lambda_j \\ \text{(c)} \quad & \bar{\mathbf{x}} \geq \mathbf{x}_o \quad \text{oraz} \quad \bar{\mathbf{y}} \leq \mathbf{y}_o \\ \text{(d)} \quad & \bar{\mathbf{y}} \geq 0, \quad \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (56)$$

Powyższy model Cooper, Seiford i Tone (2007) proponują przedstawiać w nieco zmodyfikowanej formie, która przypomina postać modelu SBM. W tym celu wprowadza się takie  $\phi \in R^m$  oraz takie  $\psi \in R^s$ , że:

<sup>164</sup> Tone (2002), s. 34

$$\bar{x}_i = x_{io}(1 + \phi_i), \text{ dla } i = 1, \dots, m \text{ oraz } \bar{y}_r = y_{ro}(1 + \psi_r), \text{ dla } r = 1, \dots, s.$$

Zmodyfikowany model SE-SBM ma postać<sup>165</sup>:

$$\delta_{\text{SE-SBM},o} = \min_{\phi, \psi, \lambda} \frac{1 + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \phi_i}{1 - \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \psi_r} \quad (57)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{j=1 \neq o}^n x_{ij} \lambda_j - x_{io} \phi_i \leq x_{io}, \quad i = 1, \dots, m, \\ \text{(b)} \quad & \sum_{j=1 \neq o}^n y_{rj} \lambda_j + y_{ro} \psi_r \geq y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s, \\ \text{(c)} \quad & \phi_i \geq 0, \quad \psi_r \geq 0, \quad \lambda_j \geq 0. \end{aligned} \quad (58)$$

Warto zauważyć, że elementy  $x_{io} \phi_i$  oraz  $y_{ro} \psi_r$  pełnią tu rolę luzów.

Niezorientowany model SE-SBM rozwiązuje się, sprowadzając go do postaci liniowej za pomocą transformacji Charnesa-Coopera<sup>166</sup>.

Podobnie jak model SBM, również model SE-SBM można przedstawić w wersji zorientowanej na nakłady (lub wyniki). Zorientowany na nakłady model SE-SBM ma postać<sup>167</sup>:

$$\min_{\phi, \lambda} \delta_{\text{SE-SBM-L},o} = 1 + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \phi_i \quad (59)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{j=1 \neq o}^n x_{ij} \lambda_j - x_{io} \phi_i \leq x_{io} \quad (i = 1, \dots, m) \\ \text{(b)} \quad & \sum_{j=1 \neq o}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{ro} \quad (r = 1, \dots, s) \\ \text{(c)} \quad & \phi_i \geq 0, \quad \lambda_j \geq 0 \end{aligned} \quad (60)$$

---

<sup>165</sup> Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 314

<sup>166</sup> Uliniowanie modelu SE-SBM jest analogiczne, jak liniaryzacja standardowego modelu CCR, którą pokazano wcześniej – por. transformacja Charnesa-Coopera, wzory (4) – (5).

<sup>167</sup> Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 316

## Podsumowanie

W literaturze światowej istnieje wiele modyfikacji, które dowodzą popularności metody DEA<sup>168</sup>. Niezwykle ważne jest, że takie wysiłki są wciąż podejmowane, gdyż właśnie na tej drodze powstają kolejne osiągnięcia naukowe.

Powyższe rozważania miały na celu przybliżenie głównych modyfikacji podstawowego modelu DEA, a więc modeli BCC, ADD oraz SBM. W tabeli 2.2. zawarto podsumowanie, w którym określono wartości, jakie może przyjmować wskaźnik efektywności z danego modelu, jaki typ efektywności pozwala badać dany model, a także jaki rodzaj korzyści skali zakłada się w poszczególnych modelach:

**Tab. 2.2. Charakterystyki dotyczące podstawowych modeli DEA**

| Model                               | CCR-I               | BCC-I             | ADD      | SBM-I    |
|-------------------------------------|---------------------|-------------------|----------|----------|
| Wskaźnik efektywności               | [0,1]               | (0,1]             | Brak     | [0,1]    |
| Efektywność techniczna lub mieszana | globalna techniczna | czysta techniczna | mieszana | mieszana |
| Korzyści skali                      | CRS                 | VRS               | C(V)RS*  | C(V)RS*  |

Źródło: Opracowanie własne

\* Zmienne efekty skali (VRS) występują, jeśli dodany jest warunek:  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$

W empirycznej części rozprawy zostanie wykorzystany model SBM-I (także w wersji z nadefektywnością) – z uwagi na swoje zalety.

Po pierwsze, zastosowanie modelu SBM-I umożliwia rozpoznanie typu występującej nieefektywności. Pozwala na to omówiona dekompozycja wskaźnika efektywności z tego modelu na składową radialną (którą odzwierciedla wskaźnik z modelu CCR-I<sup>169</sup>) i składową nieradialną, która informuje o występowaniu niezerowych luzów w rozwiązaniach modelu radialnego.

Po drugie, miara SBM-I jest unormowana i przyjmuje wartości z przedziału [0,1], co ułatwia ocenę poziomu efektywności obiektów nieefektywnych.

Ponadto, zastosowanie wersji z nadefektywnością pozwala również na uporządkowanie obiektów efektywnych względem wartości wskaźnika efektywności  $\delta_{E-SBM-I}$ , który może przyjmować wartości większe od 1.

<sup>168</sup> Patrz np.: <http://deazone.com/models>

<sup>169</sup> Jak pokazano, wskaźnik z modelu CCR-I także można zdekomponować – do składowej ilustrującej czystą efektywność techniczną oraz składowej informującej o efektywności skali.



Mimo, że zastosowanie modelu SBM-I pozwala na bardzo wnikliwą analizę efektywności badanych obiektów, model ten w praktyce nie jest jeszcze szeroko stosowany. W Polsce trudno jest znaleźć jakiegokolwiek informacje o tym modelu w literaturze teoretycznej, nie mówiąc już o zastosowaniach praktycznych. Dzieje się tak prawdopodobnie z dwóch powodów: model SBM jest stosunkowo nową propozycją (pojawił się w szeroko dostępnej literaturze światowej dopiero w 2001 roku) oraz fakt, iż metoda DEA w Polsce nadal jest mało znana.

# Rozdział III

## Niektóre problemy zastosowań metody DEA

### Wstęp

Niniejszy rozdział poświęcono wybranym problemom związanym ze stosowaniem modeli DEA w praktyce. Omówione zostaną kwestie, które często budzą wątpliwości i mogą być źródłem nieprawidłowości w procesie szacowania efektywności.

Rozdział podzielono na trzy części. W pierwszej omówiono, jak należy postrzegać zmienne nazywane nakładami i wynikami w modelach DEA, by uniknąć błędów w konstrukcji empirycznych modeli DEA.

Część druga dotyczy reakcji rozwiązań podstawowych modeli DEA na dwa rodzaje prostych i często w praktyce stosowanych przekształceń matematycznych – dodanie pewnej stałej do wartości zmiennej (przesunięcie) oraz przemnożenie danej zmiennej przez stałą (przeskalowanie). Pozornie, przekształcenia te wydają się banalne, jednak jak się okazuje, mogą zmieniać rezultat badań DEA i trzeba mieć tego świadomość.

W części trzeciej rozdziału zaproponowano pewną własną metodę doboru zmiennych do modelu DEA. Zazwyczaj w badaniach DEA pomija się ten etap i przyjmuje się intuicyjnie skonstruowany zestaw zmiennych. Zastosowanie odpowiedniej metody doboru może znacząco zmniejszyć rozmiar zadania i pozwala wykluczyć zmienne, które powielają informacje wnoszone przez inne.

### 3.1. Pojęcie nakładu i wyniku w metodzie DEA

Metoda DEA pozwala stwierdzić, czy dany obiekt przekształca swoje nakłady w wyniki w sposób optymalny na tle pozostałych obiektów. Ustala się bowiem, czy obiekt może dane wyniki uzyskać przy niższych nakładach (bądź też czy mając dane nakłady może wytwarzać większe wyniki).

W rozdziale poprzednim przedstawiono różne typy modeli DEA. Bez względu jednak na rodzaj modyfikacji, wszystkie modele DEA łączy to, że w każdym z nich występuje podział zmiennych na nakłady i wyniki. Planując analizę efektywności za pomocą DEA, należy więc właściwie sprecyzować czym w badaniu jest nakład, a czym wynik.

Decyzję o przypisaniu danej zmiennej do grupy nakładów lub wyników podejmuje analityk prowadzący badanie. Jeśli respektuje on wiedzę o badanym zjawisku, wybór – choć intuicyjny – zazwyczaj jest poprawny. Może się pojawić jednak pewien problem.

Na pierwszy rzut oka nie ulega wątpliwości, że z uwagi na konstrukcję podstawowego wskaźnika efektywności DEA (który jest ilorazem ważonej sumy wyników przez ważoną sumę nakładów), zwiększenie wartości nakładu wpływa negatywnie na wartość wskaźnika. Z kolei zwiększenie wyniku oczywiście spowoduje wzrost wartości wskaźnika efektywności. Dlatego narzuca się skojarzenie, że nakłady w modelu DEA powinny mieć charakter minimant<sup>170</sup>, a wyniki – charakter maksymant<sup>171</sup>. Takie też sugestie spotyka się w literaturze.

Z drugiej jednak strony, we wszystkich badaniach ekonomicznych, gdzie pojawia się kwestia przekształcania pewnych zasobów w produkty zakłada się, że istnieje pozytywna zależność między zasobami i produktami, a więc że wzrostem wyniku (maksymanty) odpowiada wzrost nakładu<sup>172</sup>. Ale to oznacza, że nakład nie jest minimantą. Kwestia może więc sprawiać wrażenie dyskusyjnej. Przykładowo, przy orientacji na nakłady, zwiększenie efektywności osiąga się poprzez zmniejszenie nakładów. To powoduje spadek wyniku, a zmniejszający się wynik wpływa negatywnie na wartość wskaźnika efektywności.

Sprzeczności w tych rozważaniach jednak nie ma lub jest ona tylko pozorna. Dzieje się tak dlatego, że efektywność w sensie DEA to efektywność względna. Oznacza to tyle, że wartość wskaźnika efektywności ustalana jest w odniesieniu do pozostałych badanych obiektów. To powoduje, że porównując dwa obiekty (niech będą to obiekty A i B, każdy opisany jednym nakładem i wynikiem), jako bardziej efektywny oceniany będzie ten, który zużywa mniej nakładu przy założeniu *ceteris paribus*, czyli wytwarzając ten sam wynik. Niech efektywnym będzie obiekt A. Wówczas, obiekt B stosuje gorszą technologię produkcji, która prowadzi do marnotrawienia nakładu. Będzie on efektywny, gdy zmieni technologię i będzie wytwarzał nadal ten sam wynik, ale przy niższym poziomie nakładu.

Jak widać, mimo redukcji nakładu nie dojdzie tu do zmniejszenia wyniku, gdyż obiekt B zmodyfikuje technologię produkcji, czyli sposób przekształcania nakładu w wynik. Dla danej technologii założenie o tym, że wzrost nakładu powoduje wzrost wyniku jest oczywiście nadal wiążące.

---

<sup>170</sup> Zwanej także destymulantą. Taki charakter zmiennej oznacza, że pożądane są jak najniższe jej wartości.

<sup>171</sup> Zwanej też stymulantą. Dla zmiennej, która jest stymulantą pożądane są jak najwyższe jej wartości. Pojęcia stymulanty i destymulanty wprowadził Z. Hellwig – patrz: Hellwig (1968), s. 324.

<sup>172</sup> Jaki to jest wzrost rezultatu wywołany wzrostem nakładu, to już inny problem – patrz np. teorie malejącego produktu marginalnego.

Przyjmijmy teraz, że badane obiekty opisane trzema zmiennymi – jednym wynikiem i dwoma nakładami. Wynikiem jest wielkość produkcji, a nakładami pozyskane subsydia rządowe i koszt produkcji. Subsydia rządowe bez wahania nazwiemy maksymantą, gdyż skojarzenie jest takie, że ich wzrost, zwiększa wielkość produkcji. Z kolei koszt produkcji wydaje się być minimantą, gdyż pożądana jest jak najniższa jego wartość. Ostatecznie jest to wrażenie jednak mylne. Jaka będzie produkcja prowadzona przy zerowych kosztach? Zazwyczaj zerowa. Stąd też, jak wspomniano, zawsze przyjmuje się występowanie  *dodatniej*  zależności między nakładem a wynikiem. Coś trzeba zainwestować, aby coś uzyskać. Zatem kwestią kluczową jest sposób, w jaki z nakładu uzyskuje się wynik, czyli technologia produkcji. Dwa obiekty wytwarzające ten sam wynik, mogą stosować bardziej lub mniej nakładochłonną technologię produkcji i jako efektywny oceniony zostanie ten, którego technologia jest bardziej oszczędna.

Z punktu widzenia efektywności względnej, która jest ilorazem wyniku przez nakład, dany obiekt jest więc efektywny, jeśli ten sam wynik potrafi wytworzyć przy najniższych nakładach w porównaniu z innymi obiektami. Zatem na taki nakład patrzy się dwójako:

- a) niezależnie, a więc abstrahując od analizy efektywności, przyrost nakładu powoduje wzrost wyniku;
- b) relatywnie, a więc w porównaniu z innymi obiektami; wtedy im niższy nakład (przy stałym poziomie wyników), tym lepiej. W takiej sytuacji nakład wydaje się być destymulantą, gdyż w kontekście analizy efektywności zwiększenie nakładu danej jednostki postrzegane jest negatywnie, bowiem zmniejsza wartość jej wskaźnika efektywności.

Podsumowując, przy wyborze nakładów i wyników do modelu nie należy przekształcać ich do odpowiednio minimant i maksymant. Nie może być natomiast sprzeczności z założeniem, że istnieje dodatnie powiązanie między wynikiem a nakładem i że zwiększenie takiego nakładu wpływa pozytywnie na wytwarzany wynik.

### **3.2. Inwariantność modeli DEA względem przesunięcia**

Obecnie przyjrzymy się innemu problemowi: na ile bezpiecznie można dokonywać przekształceń na zmiennych? Jest to pytanie o inwariantność modeli DEA. W niniejszej części rozdziału zbadano, które z przedstawionych w poprzednim rozdziale modeli DEA, tzn. CCR-I, BCC-I, ADD oraz SBM-I, są inwariantne względem przesunięcia

(ang. *translation invariance*) oraz względem zmiany jednostki pomiaru zmiennych (ang. *units invariance*). Inwariantność oznacza brak zmiany rozwiązania<sup>173</sup>.

Wiedza o tym, czy dany model jest inwariantny jest niezwykle istotna. Czasem zachodzi bowiem potrzeba przekształcenia danych, którymi się dysponuje i warto wtedy wiedzieć, w którym modelu można dokonać takich zmian bez wpływu na rozwiązanie zadania, a w którym nie.

Inwariantność względem przesunięcia oznacza, że dodanie pewnej stałej do określonego nakładu (lub wyniku) po wszystkich badanych obiektach nie spowoduje zmiany rozwiązania optymalnego zadania i może dotyczyć:

- postaci standardowej,
- postaci kanonicznej.

Poniżej zbadano, które z modeli DEA są inwariantne względem przesunięcia nakładu i wyniku. Zbadano zarówno modele standardowe, jak i kanoniczne.

### 3.2.1. Inwariantność modelu CCR-I względem przesunięcia

Postać standardową i kanoniczną modelu CCR-I zapisywaliśmy następująco:

|  |  |
|--|--|
| <p><b>Model CCR-I w postaci standardowej:</b></p> $\min \theta_{CCR,o} \quad (1)$ <p>przy ograniczeniach:</p> $(a) \quad \theta_{CCR,o} x_{io} \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo}$ $(b) \quad y_{ro} \leq \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} \quad (2)$ $(c) \quad \lambda_{jo} \geq 0$ | <p>Model CCR-I w postaci kanonicznej (dwufazowy):</p> <p>Faza I</p> $\min \theta_{CCR,o} \quad (3)$ <p>przy ograniczeniach:</p> $(a) \quad \theta_{CCR,o} x_{io} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^-$ $(b) \quad y_{ro} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+ \quad (4)$ $(c) \quad \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ \geq 0$ <p>Faza II ma postać:</p> $\max \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ \quad (5)$ <p>przy warunkach takich, jak w I fazie, ale po podstawieniu w miejsce <math>\theta_{CCR,o}</math> jej wartości optymalnej <math>\theta_{CCR,o}^*</math> z fazy pierwszej.</p> |
|--|--|

<sup>173</sup> Zmiana rozwiązania optymalnego oznacza, że uzyskane zostaną inne wartości optymalne zmiennych decyzyjnych, co w konsekwencji spowoduje również zmianę wartości funkcji celu.

## Inwariantność standardowego modelu CCR-I względem przesunięcia nakładu

Niech pewna stała  $a_i$  zostanie dodana do  $i$ -tego nakładu ( $x_i$ ). Takie przekształcenie może spowodować zmianę rozwiązania optymalnego modelu CCR-I w postaci standardowej.

Dowód jest prosty<sup>174</sup>. Dodanie stałej do nakładu powoduje, że warunek ograniczający (2)(a) tego zadania przekształca się w następujący warunek (a)'

$$\theta_{\text{CCR},o} (x_{io} + a_i) \geq \sum_{j=1}^n (x_{ij} + a_i) \lambda_{jo}$$

czyli:

$$(a)' \theta_{\text{CCR},o} x_{io} + \theta_{\text{CCR},o} a_i \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + a_i \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} \quad (6)$$

Widać, że na ogół warunek (a)'  $\neq$  (a). Przypadkiem szczególnym, gdy warunki (a) i (a)' są równoważne jest sytuacja  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = \theta_{\text{CCR},o}$ . Aby można było mówić o inwariantności modelu CCR-I względem przesunięcia nakładów wobec wszystkich badanych obiektów, taka dość „nietyпова” równość musiałaby zachodzić dla każdego  $j$ -tego obiektu.

Ogólnie więc, zorientowany na nakłady standardowy model CCR-I nie jest inwariantny względem przesunięcia nakładów.

## Inwariantność standardowego modelu CCR-I względem przesunięcia wyniku

Niech teraz pewna stała  $b_r$  zostanie dodana do  $r$ -tego wyniku ( $y_r$ ) w modelu (1) – (2). Takie przekształcenie również wpłynie na rozwiązanie zadania. Warunek ograniczający (2)(b) przekształci się bowiem w następujący:

$$y_{ro} + b_r = \sum_{j=1}^n (y_{rj} + b_r) \lambda_{jo} ,$$

czyli:

$$(b)' y_{ro} + b_r = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} + b_r \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} . \quad (7)$$

---

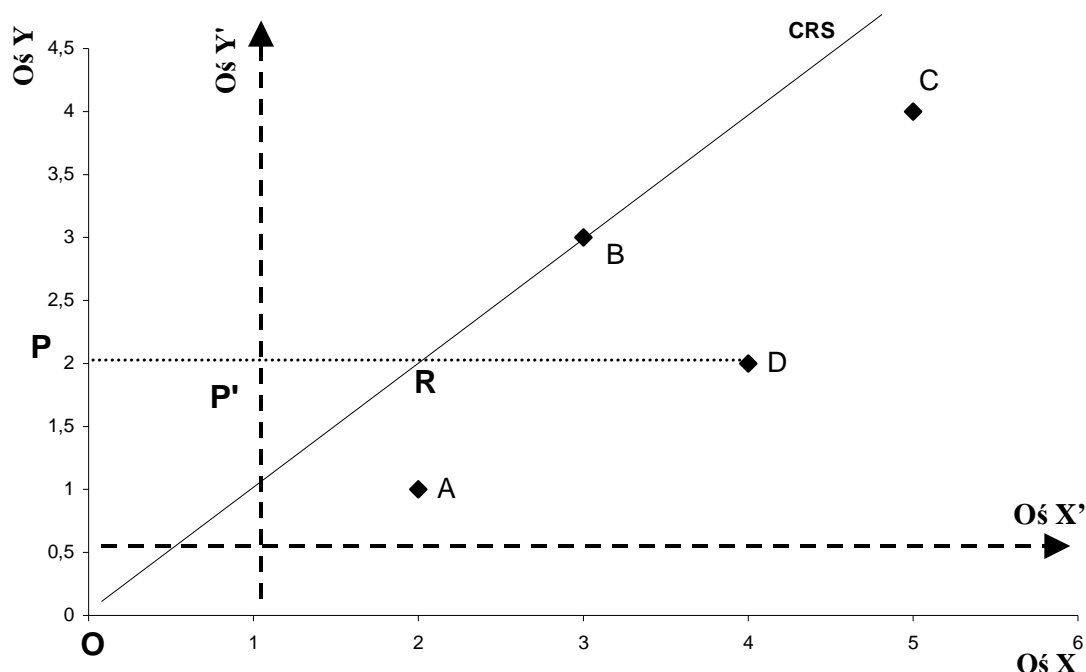
<sup>174</sup> Dowody przeprowadzone w paragrafach 3.2. i 3.3. opracowano sugerując się, zaprezentowanym w Cooper, Seiford i Tone (2007, s. 98 – 99), dowodem inwariantności modelu ADD względem przesunięcia nakładu i wyniku, który w niniejszej rozprawie również zostanie pokazany.

Na ogół warunek (b)'  $\neq$  (b). Warunki (b) i (b)' są równoważne, gdy  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$ , na co – bez dodatkowych założeń<sup>175</sup> – w praktyce nie można liczyć. Oznacza to, iż dodanie stałej do wyniku spowoduje zmianę rozwiązania i wynikającej z niego wartości funkcji celu.

Zatem zorientowanego na nakłady modelu CCR-I w postaci standardowej nie można także nazwać inwariantnym względem przesunięcia wyników.

### Interpretacja graficzna inwariantności standardowego modelu CCR-I

Inwariantność standardowego modelu CCR-I względem przesunięcia nakładu i wyniku pokazano graficznie w oparciu o przypadek obiektów opisanych jednym nakładem i jednym wynikiem. Na rysunku 3.1. na osi  $X$  oznaczono nakład, a na osi  $Y$  – wynik. Naszkicowano także granicę CRS, wynikającą z modelu CCR-I<sup>176</sup>:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 3.1. Inwariantność względem przesunięcia w standardowym modelu CCR-I**

Przerywana linia (łącząca punkt P z punktem D) obrazuje sposób wyznaczania efektywności zorientowanej na nakłady. Efektywność jednostki D według modelu CCR-I to:

<sup>175</sup> Takie dodatkowe założenie oznacza model BCC-I.

<sup>176</sup> Rysunek opracowano sugerując się graficzną interpretacją inwariantności modelu BCC i modelu ADD, pokazaną w Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 98

$$\theta_{CCR,D} = \frac{PR}{PD}. \quad (8)$$

Dokonanie przesunięcia nakładu symbolizuje oś  $Y'$ , natomiast przesunięcie wyniku to nowa oś  $X'$ .

Biorąc pod uwagę tylko przesunięcie nakładu (obowiązuje oś  $Y'$  oraz oś  $X$ ) lub tylko przesunięcie wyniku (obowiązuje oś  $Y$  oraz oś  $X'$ ) czy też równoczesne przesunięcie nakładu i wyniku (wtedy oczywiście obowiązuje oś  $Y'$  oraz oś  $X'$ ), łatwo zauważyć, że zmieni się nachylenie granicy efektywności CRS (gdyż przechodzi ona zawsze przez początek aktualnego układu współrzędnych). Wartość wskaźnika efektywności  $\theta_{CCR,D}$  z uwagi na zmianę nachylenia granicy CRS oczywiście się zmieni, a więc model CCR-I nie jest inwariantny względem przesunięcia zarówno nakładów, jak i wyników.

Analogicznie można pokazać, że model CCR-O (zorientowany na wyniki) nie jest inwariantny względem przesunięcia nakładów i wyników.

### **Inwariantność kanonicznego modelu CCR-I względem przesunięcia nakładu**

Dodanie pewnej stałej  $a_i$  do  $i$ -tego nakładu ( $x_i$ ) w postaci kanonicznej modelu CCR-I powoduje, iż warunek ograniczający (4)(a) fazy I zmieni się na następujący:

$$\theta_{CCR,o} (x_{io} + a_i) = \sum_{j=1}^n (x_{ij} + a_i) \lambda_{jo} + s_{io}^-,$$

czyli:

$$(a)' \theta_{CCR,o} x_{io} + \theta_{CCR,o} a_i \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + a_i \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} + s_{io}^-. \quad (9)$$

Podobnie, jak w przypadku modelu CCR-I w postaci standardowej, tutaj również warunek (a)' na ogół różni się od warunku (a), a równość (a)' = (a) zachodzi tylko wtedy, gdy  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = \theta_{CCR,o}$ .

Faza II różni się tylko postacią funkcji celu (której postać nie zmieni się), ale analogicznie zmieni się warunek ograniczający (a) tej fazy.

Można zatem stwierdzić, że kanoniczny model CCR-I też nie jest inwariantny względem przesunięcia nakładów.



### Inwariantność kanonicznego modelu CCR-I względem przesunięcia wyniku

Dodanie pewnej stałej  $b_r$  do  $r$ -tego wyniku ( $y_r$ ) w postaci kanonicznej modelu CCR-I, spowoduje, iż warunek ograniczający (4)(b) fazy I zmieni się na:

$$(y_{ro} + b_r) = \sum_{j=1}^n (y_{rj} + b_r) \lambda_{jo} - s_{ro}^+,$$

czyli:

$$(b)' \quad y_{ro} + b_r = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} + b_r \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} - s_{ro}^+. \quad (10)$$

Na ogół warunek (b)' różni się od (b). Są one równoważne tylko wtedy, gdy  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$ , co w praktyce zachodzi rzadko. Oznacza to, iż dodanie stałej do wyniku na ogół spowoduje zmianę rozwiązania, a także wynikającej z niego wartości funkcji celu.

Zatem zorientowany na nakłady model CCR-I w postaci kanonicznej nie jest inwariantny względem przesunięcia wyników.

Fakt, że model CCR-I w postaci kanonicznej nie jest inwariantny względem przesunięcia nakładu i wyniku również można pokazać na rysunku. Interpretacja graficzna jest analogiczna do tej, którą przedstawiono dla modelu w postaci standardowej.

### 3.2.2. Inwariantność modelu BCC-I względem przesunięcia

Jak pokazano w poprzednim rozdziale, model BCC-I różni się od modelu CCR-I jedynie istnieniem dodatkowego warunku o postaci  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$ .

Postać standardową oraz kanoniczną tego modelu można zatem zapisać następująco:

Model BCC-I w postaci standardowej:

$$\min \theta_{\text{BCC},o} \quad (11)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \theta_{\text{BCC},o} x_{io} \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} \\ \text{(b)} \quad & y_{ro} \leq \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} \\ \text{(c)} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1 \\ \text{(d)} \quad & \lambda_{jo} \geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Model BCC-I w postaci kanonicznej (dwufazowy):

Faza I:

$$\min \theta_{\text{BCC},o} \quad (13)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \theta_{\text{BCC},o} x_{io} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^- \\ \text{(b)} \quad & y_{ro} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+ \\ \text{(c)} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1 \\ \text{(d)} \quad & \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ \geq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Faza II:

$$\max \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ \quad (15)$$

przy warunkach takich, jak w I fazie, ale po podstawieniu w miejsce  $\theta_{\text{BCC},o}$  jej wartości optymalnej  $\theta_{\text{BCC},o}^*$  z fazy pierwszej.

### Inwariantność standardowego modelu BCC-I względem przesunięcia nakładu

Dodanie stałej  $a_i$  do  $i$ -tego nakładu powoduje, że warunek ograniczający (12)(a) modelu BCC-I w postaci standardowej ulega przekształceniu w warunek (a)'

$$\text{(a)' } \theta_{\text{BCC},o} x_{io} + \theta_{\text{BCC},o} a_i \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + a_i \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} \quad (16)$$

Równość obu warunków może wystąpić tylko, gdy  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = \theta_{\text{BCC},o}$ , a zatem z uwagi

na założenie (c), gdy  $\theta_{\text{BCC},o} = 1$ <sup>177</sup>.

Można zatem przyjąć, iż dodanie stałej do nakładu generalnie spowoduje zmianę rozwiązania oraz wynikającej z niego wartości funkcji celu standardowego modelu BCC-I. Zorientowany na nakłady model BCC-I w postaci standardowej nie jest więc inwariantny względem przesunięcia nakładów.

<sup>177</sup> Oznacza to, że wszystkie obiekty musiałyby być efektywne, a więc dla każdego  $\theta_{\text{BCC},o} = 1$ . Oczywiście jest to niezwykle mało prawdopodobne, choć teoretycznie oczywiście możliwe.

## Inwariantność standardowego modelu BCC-I względem przesunięcia wyniku

Dodanie stałej  $b_r$  do  $r$ -tego wyniku w modelu (11) – (12) spowoduje z kolei zmianę warunku ograniczającego (12)(b) na następujący:

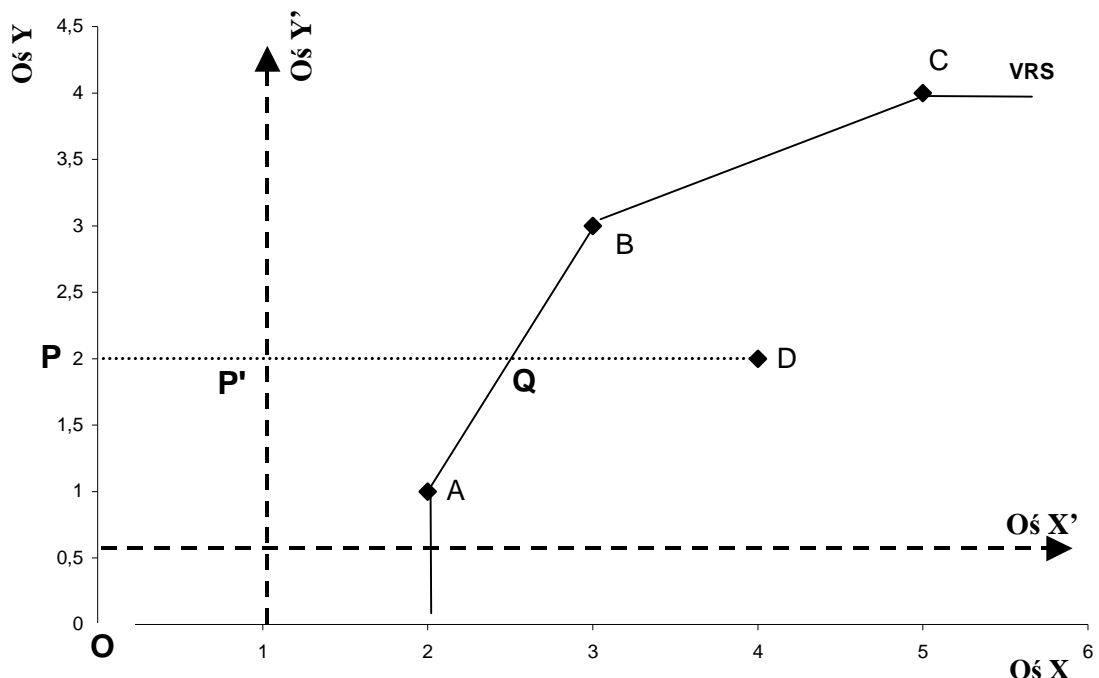
$$(b)' \quad y_{ro} + b_r = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} + b_r \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} . \quad (17)$$

Warunek (b)' jest dokładnie taki sam, jak warunek (b). Dzieje się tak z uwagi na założenie  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$ . Nie następuje tutaj zatem zmiana rozwiązania optymalnego.

Oznacza to, że zorientowany na nakłady model BCC-I w postaci standardowej jest inwariantny względem przesunięcia wyników.

## Interpretacja graficzna inwariantności standardowego modelu BCC-I

Problem inwariantności standardowego modelu BCC-I względem przesunięcia można zilustrować graficznie w podobny sposób, jak w przypadku standardowego modelu CCR-I. Na rysunku 3.2. naszkicowano granicę VRS, wynikającą z modelu BCC-I.



Źródło: Opracowanie na podstawie Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 98

**Rys. 3.2. Inwariantność względem przesunięcia w standardowym modelu BCC-I**

Efektywność obiektu D w świetle modelu BCC-I to:

$$\theta_{\text{BCC},D} = \frac{PQ}{PD}. \quad (18)$$

Dokonanie przesunięcia nakładu ponownie symbolizuje oś  $Y'$ , natomiast wyniku – oś  $X'$ .

Biorąc pod uwagę tylko przesunięcie nakładu łatwo zauważyć, że zmieni się wartość wskaźnika  $\theta_{\text{BCC},D}$ , który będzie wyznaczany jako:

$$\theta_{\text{BCC},D} = \frac{P'Q}{PD} \neq \frac{PQ}{PD}, \quad (19)$$

co potwierdza, że model BCC-I w postaci standardowej nie jest inwariantny względem przesunięcia nakładu.

Natomiast biorąc pod uwagę tylko przesunięcie wyniku (obowiązuje oś  $Y$  oraz oś  $X'$ ), widać wyraźnie, że efektywność względem modelu BCC-I nie zmienia się (odległości między punktami  $P$ ,  $Q$  i  $D$  pozostają takie same). Potwierdza to, iż standardowy model BCC-I jest inwariantny względem przesunięcia wyniku.

Oczywiście równoczesne przesunięcie osi  $X$  i  $Y$  spowoduje zmiany wartości wskaźnika w standardowym modelu BCC-I, a więc nie jest on inwariantny względem równoczesnego przesunięcia nakładów i wyników.

Analogicznie można pokazać, że standardowy model BCC-O (zorientowany na wyniki) jest inwariantny względem przesunięcia nakładów, ale nie jest inwariantny względem przesunięcia wyników.

### **Inwariantność kanonicznego modelu BCC-I względem przesunięcia nakładu**

Dodanie stałej  $a_i$  do  $i$ -tego nakładu w modelu BCC-I w postaci kanonicznej<sup>178</sup> powoduje, iż warunek ograniczający (14)(a) fazy I zmienia się na następujący:

$$(a)' \theta_{\text{BCC},o} x_{io} + \theta_{\text{BCC},o} a_i \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + a_i \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} + s_{io}^-. \quad (20)$$

Podobnie, jak w przypadku postaci standardowej modelu BCC-I, tu również warunek (a)' różni się od warunku (a). W fazie II warunek ograniczający (a) zmieni się analogicznie.

Można zatem stwierdzić, że model BCC-I w postaci kanonicznej nie jest inwariantny względem przesunięcia nakładów.

---

<sup>178</sup> Patrz: model (13) – (15).

### Inwariantność kanonicznego modelu BCC-I względem przesunięcia wyniku

W tym wypadku, dodanie stałej  $b_r$  do  $r$ -tego wyniku w modelu (13) – (15) wywołuje przekształcenie warunku ograniczającego (14)(b) w warunek:

$$(b)' \quad y_{ro} + b_r = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} + b_r \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} - s_{ro}^+. \quad (21)$$

Ponownie, z definicyjnego dla modelu BCC założenia  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$ , warunek (b)' jest taki sam jak warunek (b).

Kanoniczny model BCC-I jest inwariantny względem przesunięcia wyniku.

Inwariantność modelu BCC-I w postaci kanonicznej także można pokazać na rysunku. Interpretacja graficzna jest analogiczna do tej, którą przedstawiono dla modelu w postaci standardowej.

### 3.2.3. Inwariantność modelu ADD

W przypadku modelu addytywnego ADD rozpatrywana jest tylko inwariantność dla postaci kanonicznej, gdyż model ten nie występuje w postaci standardowej.

Przedstawiony w poprzednim rozdziale model ADD ma postać:

$$\max z = \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ \quad (22)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} (a) \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^- = x_{io} \\ (b) \quad & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+ = y_{ro} \\ (c) \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1 \\ (d) \quad & \lambda_{jo}, s_{io}^-, s_{ro}^+ \geq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

### Inwariantność modelu ADD względem przesunięcia nakładu

Dodając stałą  $a_i$  do  $i$ -tego nakładu, otrzymamy następującą przekształconą postać warunku (23)(a)<sup>179</sup>:

$$(a)' \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + a_i \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} + s_{io}^- = x_{io} + a_i. \quad (24)$$

Z uwagi na założenie (c), przesunięcie nie zmienia warunków ograniczających, a zatem (a)' = (a), co wskazuje, że w wyniku rozwiązania takiego modelu nie nastąpi ani zmiana rozwiązania ani wartości funkcji celu.

Model ADD jest inwariantny względem przesunięcia nakładu.

### Inwariantność modelu ADD względem przesunięcia wyniku

Tym razem dodajmy pewną stałą  $b_r$  do  $r$ -tego wyniku ( $y_r$ ) w modelu (22) – (23). Warunek (23)(b) zmieni się wtedy w:

$$(b)' \quad \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} + b_r \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} + s_{ro}^+ = y_{ro} + b_r. \quad (25)$$

Ponownie założenie (c) powoduje, że warunki ograniczające (b) i (b)' są takie same. Oznacza to, iż model ADD jest także inwariantny względem przesunięcia wyniku.

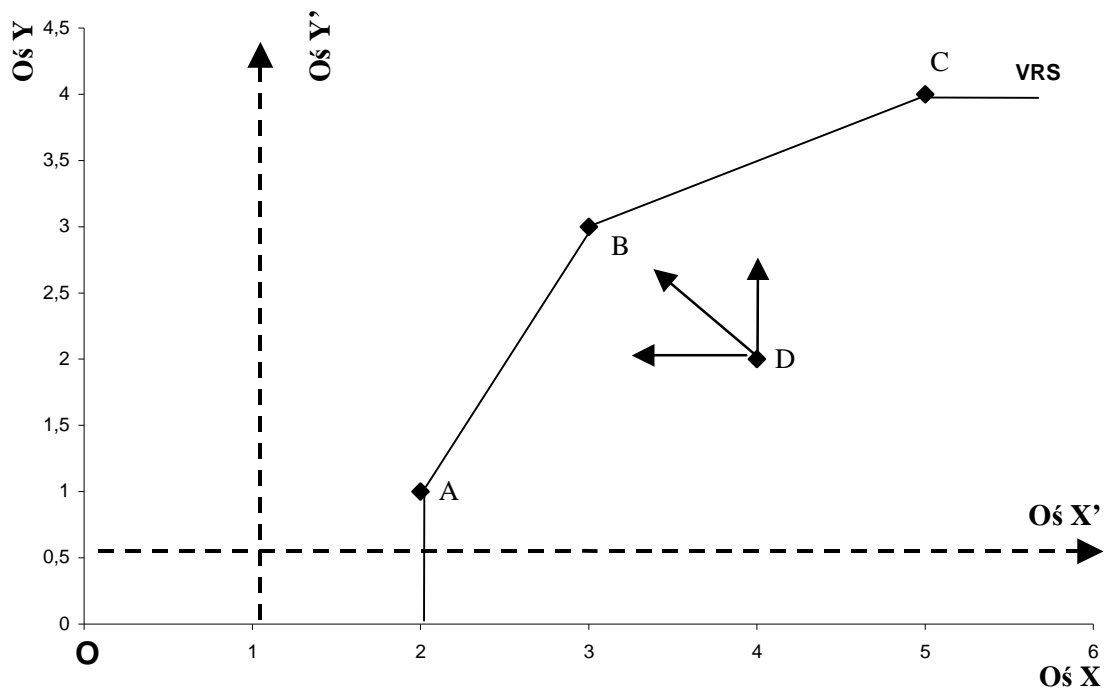
Graficzną ilustrację inwariantności względem przesunięcia w modelu ADD przedstawia rysunek 3.3. Naszkicowano na nim granicę wynikającą z modelu BCC-I<sup>180</sup> i nowe osie X' i Y' wynikające z przesunięcia odpowiednio nakładu lub wyniku.

Przesunięcie jednej lub obu osi nie wpływa na rozwiązanie zadania, gdyż odległości nie są tutaj mierzone w stosunku do osi, a jedynie do granicy VRS, a więc model ADD jest inwariantny względem przesunięcia zarówno nakładu, jak i wyniku.

---

<sup>179</sup> Dowód inwariantności modelu ADD względem przesunięcia równocześnie nakładu i wyniku przedstawiono w Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 98 – 99. Dla zachowania przyjętego tutaj porządku, przeformułowano ten dowód tak, aby pokazać inwariantność osobno względem przesunięcia nakładu i wyniku.

<sup>180</sup> Granica VRS wynikająca z modelu BCC-I jest granicą w modelu ADD z uwagi na to, że oba te modele charakteryzują się takimi samymi warunkami ograniczającymi.



Źródło: Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 98

**Rys. 3.3. Inwariantność względem przesunięcia w modelu ADD**

### 3.2.4. Inwariantność modelu SBM-I

W przypadku modelu SBM-I również rozpatrywana jest tylko inwariantność dla postaci kanonicznej, gdyż model ten nie występuje w postaci standardowej. Przedstawiony w poprzednim rozdziale model SBM-I ma postać:

$$\min \delta_{\text{SBM-I}} = 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{io}^-}{x_{io}} \quad (26)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x_{io} &= \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + s_{io}^- \\ \text{(b)} \quad y_{ro} &= \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+ \\ \text{(c)} \quad \lambda_{jo} s_{io}^-, s_{ro}^+ &\geq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

### Inwariantność modelu SBM-I względem przesunięcia nakładu

Po dodaniu niezerowej stałej  $a_i$ <sup>181</sup> do  $i$ -tego nakładu ( $x_i$ ), funkcja celu zmienia się na:

$$\min \delta'_{SBM-I} = 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{io}^-}{x_{io} + a_i}. \quad (28)$$

Zmienia się też warunek ograniczający (27)(a):

$$(a)' \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + a_i \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} + s_{io}^- = x_{io} + a_i. \quad (29)$$

Jak widać, warunek (27)(a)  $\neq$  (a)'. Oznacza to, iż dodatnie stałej  $a_i$  powoduje, że zmienia się warunek ograniczający zadania (26) – (27), a także wartość funkcji celu tego zadania.

Model SBM-I nie jest inwariantny względem przesunięcia nakładu.

### Inwariantność modelu SBM-I względem przesunięcia wyniku

Jeśli z kolei dodać stałą  $b_r$  do  $r$ -tego wyniku, funkcja celu nie zmieni się, gdyż występują w niej tylko nakłady. Natomiast warunek ograniczający (27)(b) przyjmie postać:

$$(b)' \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} + b_r \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} + s_{ro}^+ = y_{ro} + b_r. \quad (30)$$

Nie jest on równy warunkowi (b), a zatem model SBM-I nie jest inwariantny względem przesunięcia wyniku.

Warto zwrócić uwagę, iż model SBM-I byłby inwariantny względem przesunięcia wyniku<sup>182</sup> – gdyby dodać do niego dodatkowy warunek ograniczający (c)  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$ .

Wskutek tego jednak, powstałaby modyfikacja modelu SBM-I, dla której niemożliwa byłaby już dekompozycja wynikającej z niej miary efektywności pokazana w poprzednim rozdziale.

## 3.3. Inwariantność względem zmiany jednostki pomiaru

Inwariantność względem zmiany jednostki pomiaru (ang. *units invariance*) danego modelu DEA oznacza, że przemnożenie określonego nakładu (lub wyniku) przez pewną dodatnią

---

<sup>181</sup> Oczywiście takiej, aby  $x_{io} + a_i \neq 0$ .

<sup>182</sup> Ale tylko wyniku, gdyż wyniki nie występują w funkcji celu tego modelu, więc dodanie stałej do danego rezultatu nie wpłynie na wartość funkcji celu.



stałą (po wszystkich badanych obiektach) nie spowoduje zmiany rozwiązania optymalnego zadania i – jak poprzednio – może dotyczyć:

- postaci standardowej,
- postaci kanonicznej.

### 3.3.1. Inwariantność modeli CCR-I oraz BCC-I

Z uwagi na podobieństwo modeli CCR-I oraz BCC-I, inwariantność względem zmiany jednostki pokazana będzie równocześnie dla obu modeli.

Warunki ograniczające obu modeli w postaci zarówno standardowej, jak i kanonicznej przedstawiono powyżej. Różnią się one jedynie istnieniem założenia (c)  $\sum_{j=1}^n \lambda_{j_0} = 1$ . Dalsze rozważania przeprowadzono więc w oparciu o model BCC-I, który ten warunek uwzględnia.

#### Inwariantność modelu standardowego względem zmiany jednostki nakładu

Przemnożenie  $i$ -tego nakładu ( $x_i$ ) przez dodatnią stałą  $k_i$ , spowoduje przekształcenie warunku ograniczającego (12)(a) postaci standardowej modelu BCC-I w następujący:

$$\theta_{\text{BCC},o} x_{i_0} k_i \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} k_i \lambda_{j_0}$$

czyli:

$$(a)' \quad k_i \theta_{\text{BCC},o} x_{i_0} \geq k_i \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{j_0}. \quad (31)$$

Obie strony warunku (a)' można podzielić przez  $k_i$  i wtedy warunek (a)' = (a).

Oznacza to, że oba modele (CCR-I i BCC-I) w postaci standardowej są inwariantne względem zmiany jednostki nakładu.

#### Inwariantność modelu standardowego względem zmiany jednostki wyniku

Niech teraz  $r$ -ty wynik przemnożony zostanie przez dodatnią stałą  $c_r$ . Zmieni się tym razem warunek (12)(b) postaci standardowej, mianowicie:

$$y_{r_0} c_r \leq \sum_{j=1}^n y_{rj} c_r \lambda_{j_0}$$

czyli:

$$(b)' \quad c_r y_{ro} \leq c_r \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo}. \quad (32)$$

Obie strony warunku (b)' można podzielić przez  $c_r$ , a wtedy warunek (b)' = (b). Modele CCR-I oraz BCC-I w postaci standardowej są inwariantne także względem zmiany jednostki wyniku.

### **Inwariantność modelu kanonicznego względem zmiany jednostki nakładu**

Rozważania przeprowadzono ponownie jednocześnie dla obu modeli, na przykładzie modelu BCC-I, którego dwufazową postać kanoniczną prezentuje (13) – (15).

Przemnożenie  $i$ -tego nakładu przez dodatnią stałą  $k_i$  nie spowoduje zmiany związanego z nakładami warunku ograniczającego (14)(a) fazy I modelu BCC-I, gdyż otrzymamy:

$$(a)' \quad k_i \theta_{\text{BCC},o} x_{io} = k_i \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + k_i s_{io}^-. \quad (33)$$

Podobnie, na skutek przemnożenia nakładu przez stałą, nie zmieni się warunek (14)(a) fazy II tego zagadnienia.

Przeskalowanie nakładu wpłynie jednak na wartość funkcji celu II fazy zadania, która przyjmie postać:

$$\max \sum_{i=1}^m k_i s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+. \quad (34)$$

Funkcja celu zmieniła postać w wyniku przeskalowania nakładu i dlatego modele BCC-I oraz CCR-I<sup>183</sup> w postaci kanonicznej nie są inwariantne względem zmiany jednostki nakładu.

### **Inwariantność modelu kanonicznego względem zmiany jednostki wyniku**

Przemnożenie  $r$ -tego wyniku przez dodatnią stałą  $c_r$  nie spowoduje zmiany związanego z wynikami warunku (14)(b), gdyż otrzymamy równanie:

$$(b)' \quad c_r y_{ro} = c_r \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - c_r s_{ro}^+. \quad (35)$$

Po podzieleniu obu stron tego warunku przez stałą  $c_r$  otrzymuje się warunek (b). Analogicznie można pokazać, iż nie zmieni się warunek (14)(b) fazy II tego modelu.

---

<sup>183</sup> Funkcja celu fazy II w modelu CCR-I jest taka sama, jak w modelu BCC-I, co oznacza, że tak samo ulegnie zmianie w wyniku przesunięcia nakładu.

Niemniej jednak, powyższe przekształcenie wpłynie na wartość funkcji celu II fazy zadania, która przyjmie postać:

$$\max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s c_r s_r^+ . \quad (36)$$

Ponieważ przeskalowanie wyniku prowadzi do zmiany postaci funkcji celu fazy II, kanoniczne modele CCR-I oraz BCC-I nie są inwariantne względem zmiany jednostki wyniku.

### 3.3.2. Inwariantność modelu ADD względem zmiany jednostki pomiaru

#### Inwariantność modelu ADD względem zmiany jednostki nakładu

Przemnożenie  $i$ -tego nakładu dodatnią stałą  $k_i$  zmieni postać funkcji celu (22) na następującą:

$$\max \sum_{i=1}^m k_i s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ . \quad (37)$$

Warunek (23)(a) przyjmie zaś postać:

$$(a)' \quad k_i \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + k_i s_{io}^- = k_i x_{io} . \quad (38)$$

W wyniku takiego przeskalowania, zmieniają się wartości luzów związanych z nakładami, ponieważ luz związany z  $i$ -tym nakładem po jego przekształceniu będzie  $k_i$ -krotnością luzu  $s_{io}^-$  z warunku (23)(a). Pomimo to, warunek (a)' będzie taki sam, jak warunek (23)(a), gdyż obie strony warunku można podzielić przez  $k_i$ .

Ponieważ jednak przeskalowanie zmienia wartość funkcji celu, modelu ADD nie można nazwać inwariantnym względem zmiany jednostki nakładu.

#### Inwariantność modelu ADD względem zmiany jednostki wyniku

Przemnożenie  $r$ -tego wyniku przez dodatnią stałą  $c_r$  zmienia funkcję celu (22) na:

$$\max \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s c_r s_{ro}^+ , \quad (39)$$

a warunek (23)(b) przyjmie postać:

$$(b)' \quad c_r \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - c_r s_{ro}^+ = c_r y_{ro}. \quad (40)$$

Warunek (b)' jest taki sam, jak warunek (23)(b), bowiem obie strony warunku można podzielić przez  $c_r$ . Skutkiem przeskalowania wyniku jest jednak nowa postać funkcji celu, gdyż luzy dotyczące  $r$ -tego wyniku po przekształceniu będą  $c_r$ -krotnością luzu związanego z tym wynikiem w warunku (23)(b).

Model ADD nie jest inwariantny względem zmiany jednostki wyniku.

### 3.3.3. Inwariantność modelu SBM-I względem zmiany jednostki pomiaru

#### Inwariantność modelu SBM-I względem zmiany jednostki nakładu

Przemnożenie  $i$ -tego nakładu przez dodatnią stałą  $k_i$  w modelu (26) – (27) nie zmieni postaci funkcji celu, gdyż nowa funkcja celu będzie następująca:

$$\min \delta'_{SBM-I} = 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{k_i s_{io}^-}{k_i x_{io}}. \quad (41)$$

Nie zmieni się też warunek (27a), gdyż nowy:

$$(a)' \quad k_i x_{io} = k_i \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} + k_i s_{io}^- \quad (42)$$

Oba wyrażenia można bowiem uprościć, dzieląc je przez stałą  $k_i$ .

Model SBM-I jest zatem inwariantny względem zmiany jednostki nakładu.

#### Inwariantność modelu SBM-I względem zmiany jednostki wyniku

Przemnożenie  $r$ -tego wyniku przez dodatnią stałą  $c_r$  nie zmieni postaci funkcji celu modelu (26) – (27)<sup>184</sup>. Ponadto, taka modyfikacja przekształca warunek (27)(b) w następujący:

$$(b)' \quad c_r y_{ro} = c_r \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - c_r s_{ro}^+, \quad (43)$$

który jest identyczny z warunkiem (27)(b).

Model SBM-I jest zatem inwariantny także względem zmiany jednostki wyniku.

---

<sup>184</sup> Gdyż występują w niej tylko nakłady.

\* \* \*

Powyższe rozważania wskazują, że nie można beztriosko przekształcać zmiennych (zarówno nakładów, jak i wyników) w analizach typu DEA. Na omówione powyżej dwa typy przekształceń, a więc przesunięcie (czyli dodanie pewnej dodatniej stałej do danej zmiennej) oraz przeskalowanie (a więc przemnożenie danej zmiennej przez dowolną stałą) niektóre modele DEA reagują zmianą rozwiązania optymalnego, a inne nie.

Poniżej zamieszczono tabelę 3.1., która podsumowuje przeprowadzone powyżej rozważania dotyczące omawianych modeli.

**Tab. 3.1. Inwariantność modeli DEA ze względu na przesunięcie i zmianę jednostki pomiaru**

| Model                             | CCR-I              |                   | BCC-I              |                   | ADD  | SBM-I |
|-----------------------------------|--------------------|-------------------|--------------------|-------------------|------|-------|
|                                   | postać standardowa | postać kanoniczna | postać standardowa | postać kanoniczna |      |       |
| <b>Inwariantność względem:</b>    |                    |                   |                    |                   |      |       |
| - <i>przesunięcia nakładu</i>     | nie                | nie               | nie                | nie               | nie* | nie   |
| - <i>przesunięcia wyniku</i>      | nie                | nie               | tak                | tak               | nie* | nie*  |
| - <i>zmiany jednostki nakładu</i> | tak                | nie               | tak                | nie               | nie  | tak   |
| - <i>zmiany jednostki wyniku</i>  | tak                | nie               | tak                | nie               | nie  | tak   |

Źródło: Opracowanie własne

\* Chyba, że występuje warunek:  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$

Większość modeli jest wrażliwa na przesunięcie nakładów. Jedynym modelem „odpornym” jest model addytywny (ADD)<sup>185</sup>. Stąd wniosek, że w badaniach empirycznych należy unikać takiego przekształcania danych, gdyż wpłynie ono na wyniki analizy efektywności.

Przesunięcie wyników nie jest natomiast „groźne” dla obu postaci (standardowej lub kanonicznej) modelu BCC-I oraz dla modelu ADD, w którym występuje analogiczny do BCC-I warunek  $\sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1$ . Przy tym warunku inwariantny jest też model SBM-I, gdy przesunięciu ulegają wyniki.

<sup>185</sup> Inwariantny względem przesunięcia nakładów jest także model BCC-O (w postaciach standardowej i kanonicznej), jednak nie jest on przedmiotem rozważań.

Z kolei na przeskalowanie nakładu lub wyniku nie reaguje tylko model SBM-I. Jak widać w tabeli 3.1., inwariantne względem jednostki pomiaru są także modele CCR-I oraz BCC-I w postaci standardowej. Należy jednak zaznaczyć, iż w praktyce rozwiązuje się te modele raczej w postaci kanonicznej, gdyż w analizie efektywności ważne są również luzy. Modele w postaci kanonicznej nie są już jednak inwariantne względem jednostki pomiaru (wskaźniki efektywności nie zmieniają się, ale przekształceniu ulegają wartości luzów). Stąd też, jedynym modelem odpornym na przeskalowanie zmiennych jest model SBM-I, a stosując pozostałe – należy unikać przeskalowywania zmiennych.

Podsumowując informacje zawarte w tabeli 3.1. należy uznać, że modelem kanonicznym najbardziej „odpornym” na typowe przekształcenia zmiennych (przesunięcie, przeskalowanie) jest model SBM-I. Powyższe wnioski dodatkowo uzasadniają wybór tego modelu w części empirycznej rozprawy.

### **3.4. Problem doboru zmiennych do modelu DEA**

#### **3.4.1. Uwagi wstępne**

W trakcie różnego typu analiz wielowymiarowych zazwyczaj pojawia się pytanie, czy możliwe jest zredukowanie liczby wykorzystywanych zmiennych. Chodzi tu o maksymalne uproszczenie modelu, gdyż jak wiadomo każda dodatkowa zmienna zwiększa koszty przeprowadzanego badania.

Znalezienie zmiennej, która nie ma znaczącego wpływu na wyniki analizy oznacza, iż nie wnosi ona dodatkowych informacji i można usunąć ją z badania. Takie procedury są szeroko stosowane np. w analizie regresji, czego przykładem jest procedura regresji krokowej wprzód lub wstecz<sup>186</sup> czy np. metoda pojemności informacyjnej Z. Hellwiga<sup>187</sup>. Metody te polegają na stopniowym dodawaniu (lub usuwaniu) pojedynczych zmiennych i obserwowaniu, jak zmieniają się oszacowania i podstawowe charakterystyki modeli.

Analizy efektywności typu DEA rzadko są poprzedzane statystyczną procedurą doboru zmiennych, czyli nakładów i wyników. Zazwyczaj listę zmiennych ustala się z góry, na podstawie przesłanek merytorycznych związanych z badanym zjawiskiem i wynikających

---

<sup>186</sup> Regresja krokowa wprzód (lub wstecz) to najbardziej popularna metoda doboru zmiennych do modelu ekonometrycznego. Oparta jest ona na testach istotności. Przykładem może być test istotności wykorzystujący statystykę *t*-Studenta.

<sup>187</sup> Oparta na współczynnikach korelacji metoda Z. Hellwiga polega na poszukiwaniu podzbioru zmiennych o największej tzw. pojemności informacyjnej. Patrz: Hellwig (1969).

z wiedzy analityka. Następnie przeprowadza się analizy bez sprawdzenia, czy w badaniu występują zmienne nieistotne dla rezultatów badania.

Skoro jednak dobór zmiennych jest przeprowadzany w badaniach ilościowych, warto stosować metody doboru również dla analiz typu DEA. Przykładowo, taką procedurę opracowali Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002)<sup>188</sup>.

Na potrzeby prowadzonego tu empirycznego badania efektywności opracowano własny sposób doboru zmiennych do modelu SBM-I. Zaproponowaną metodę nazwano *procedurą kombinowanego doboru wprzód*. Zainspirowana została ona pracą Normana i Stokera (1991) oraz Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002), a także metodą regresji krokowej wprzód.

Pierwsza z nich, zaproponowana przez Normana i Stokera (1991), rozpoczyna się od konstrukcji prostego modelu DEA o dwóch zmiennych (jeden nakład i jeden wynik). Następnie bada się korelację pomiędzy wartościami wskaźnika efektywności z tego modelu a wartościami zmiennych, które nie weszły do modelu. Najwyższy (i odpowiednio wysoki) współczynnik korelacji wskazuje, że dana zmienna powinna zostać włączona do modelu. W kolejnym kroku przeprowadza się analizę efektywności dla modelu o trzech zmiennych i ponownie bada się korelację między rezultatami tej analizy, a wartościami pozostałych zmiennych. Procedura kończy się w momencie, gdy dodano do modelu ostatnią zmienną lub też, gdy żadna z pozostałych zmiennych-kandydatek nie jest odpowiednio silnie skorelowana ze wskaźnikami efektywności.

Metoda Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002), polega z kolei na stopniowym najpierw dodawaniu zmiennych do modelu, a następnie kolejnym ich usuwaniu, w celu uproszczenia modelu<sup>189</sup>. Procedura rozpoczyna się od zbadania efektywności jednostek w najprostszych modelach (jeden nakład, jeden wynik). Porównując je ze sobą, wybiera się do dalszej analizy ten model (i związany z nim zestaw dwóch zmiennych),

dla którego najwięcej obiektów zanotowało wzrost efektywności o więcej niż 10%<sup>190</sup>. Następnie dołącza się kolejno jedną z pozostałych zmiennych i znów porównuje się wyniki. Do następnego etapu przechodzi model, dla którego ponownie najwięcej obiektów zwiększyło efektywność o ponad 10%. Procedura kończy się po dodaniu ostatniej zmiennej

---

<sup>188</sup> Jest ona rozszerzeniem propozycji Pastora, Ruiza i Sirventa (2002). Problem doboru zmiennych do modeli DEA poruszają także Norman i Stoker (1991), Wagner i Shimshak (2007).

<sup>189</sup> Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002) prezentują tę procedurę na przykładzie dwóch modeli DEA – modelu CCR oraz modelu BCC.

<sup>190</sup> Autorzy nie wyjaśniają dlaczego przyjmują poziom 10%. Granica ta ustalona została arbitralnie, prawdopodobnie w oparciu o symulacje empiryczne.

lub gdy wzrost efektywności nie jest odpowiednio wysoki. Ostatni krok procedury polega na sprawdzeniu, czy są w modelu zmienne, których usunięcie nie ma wpływu na wyniki badania. Prowadzi to do uproszczenia właściwego modelu. W tym celu kolejno usuwa się jedną zmienną i porównuje się wyniki. Jeśli nie następuje wyraźna zmiana wartości wskaźników efektywności, zmienną wyłącza się z modelu.

Należy podkreślić, iż zarówno w procedurze Normana i Stokera (1991), jak i Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002) istnieje jeden „koszyk”, z którego wybiera się zmienne.

Trzecia z metod, które leżą u podstaw metody kombinowanego doboru wprzód jest regresja krokowa wprzód. Jest to powszechnie znana i stosowana metoda doboru zmiennych objaśniających do modeli ekonometrycznych. Opiera się ona na testach istotności. Przykładowo, procedura oparta na teście *t*-Studenta rozpoczyna się od zbadania tylu prostych modeli ekonometrycznych, ile jest zmiennych objaśniających. Do następnego etapu przechodzi ta spośród istotnych zmiennych, dla której wartość bezwzględna empirycznej statystyki *t*-Studenta jest najwyższa. Następnie dodaje się kolejno jedną z pozostałych zmiennych, a zatem konstruuje się tyle modeli, ile zostało zmiennych. Ponownie, do następnego etapu przechodzi zmienna, która jest najbardziej istotna. Procedura kończy się, gdy włączono do modelu wszystkie zmienne albo gdy dodawane kolejne zmienne nie są istotne w modelu.

### **3.4.2. Proponowana procedura ustalania listy nakładów i wyników**

Idea opracowanej na potrzeby tej rozprawy procedury kombinowanego doboru wprzód oparta jest właśnie na regresji krokowej wprzód, a więc dobór zmiennych przebiega w drodze stopniowego dodawania nowych zmiennych do najprostszego modelu.

Warunki, na podstawie których podejmuje się decyzję o dołączeniu danej zmiennej, zostały zainspirowane z kolei kryteriami zaproponowanymi w powyżej omówionych pracach Normana i Stokera (1991) oraz Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002).

Metoda kombinowanego doboru wprzód przebiega dwutorowo. Osobno dobiera się nakłady i osobno wyniki, dzięki czemu powstają dwa zbiory zmiennych istotnych w modelu: zbiór nakładów i zbiór wyników<sup>191</sup>. Przy ustalaniu zbioru nakładów lista wyników jest pełna i nie zmienia się, a procedura polega na stopniowym dodawaniu kolejnych nakładów.

---

<sup>191</sup> W procedurach Normana i Stokera (1991) oraz Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002), jak już wspomniano, procedura przebiega jednotorowo.



To samo robi się też po stronie wyników – lista nakładów jest pełna i nie zmienia się, a metoda polega na stopniowym dodawaniu kolejnych wyników.

Decyzję o włączeniu danej zmiennej do listy zmiennych istotnych w modelu podejmuje się na podstawie następujących kryteriów:

- procentowej zmiany poziomu średniej efektywności<sup>192</sup>, którą wyznacza się jako moduł procentowej zmiany średniej efektywności uzyskanej z modelu uwzględniającego dodawaną w danym kroku zmienną w stosunku do średniej efektywności z modelu bez tej zmiennej<sup>193</sup>;
- współczynnika korelacji między wynikami analizy obejmującej zmienne przed dodaniem danej zmiennej a wynikami analizy po dodaniu tej zmiennej<sup>194</sup>.

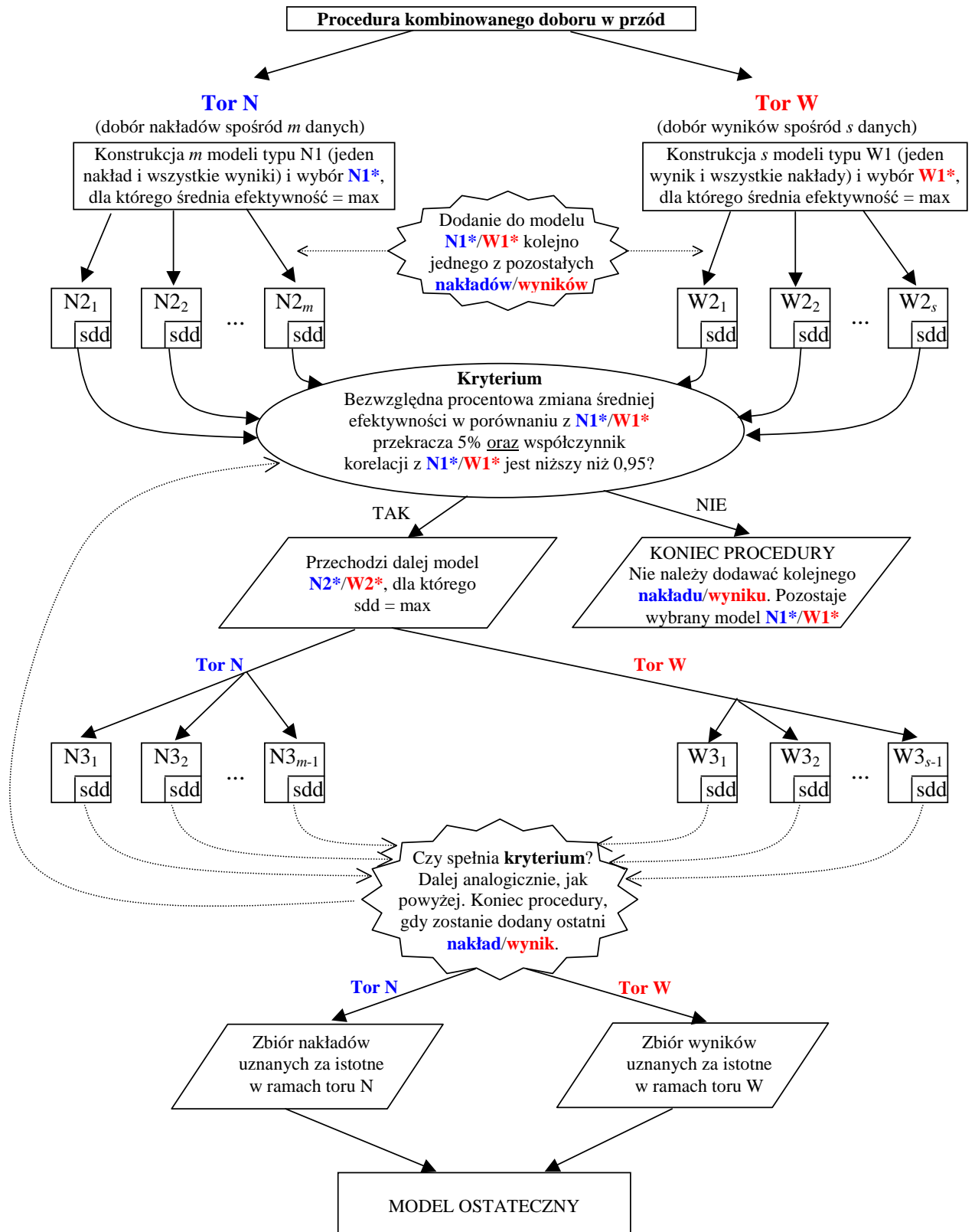
Algorytm proponowanej procedury przedstawiono na schemacie zamieszczonym na rysunku 3.3. Występujące na nim ramki prostokątne (lub kwadratowe) symbolizują kolejne konstruowane modele. Ramki elipsoidalne to pytania, na które należy odpowiedzieć w oparciu o uzyskane rezultaty z danego modelu. Z kolei ramki w kształcie równoległoboku zawierają odpowiedź lub decyzję, którą należy podjąć, a ramki „gwiazdziste” pełnią rolę informacyjną.

---

<sup>192</sup> A dokładniej wartości bezwzględnej tej zmiany, gdyż interesująca jest „siła” zmiany, a nie jej kierunek.

<sup>193</sup> Kryterium to jest modyfikacją warunku zastosowanego przez Serrano-Cinca, Mar-Molinero i Chaparro-Garcia (2002).

<sup>194</sup> Pomysł wykorzystania współczynnika korelacji zaczerpnięto z propozycji Normana i Stokera (1991).



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 3.4. Schemat procedury kombinowanego doboru wprzód**

Etapy procedury kombinowanego doboru omówiono poniżej, na przykładzie toru „nakładów” (N)<sup>195</sup>.

### **Etap I:**

Konstruuje się tyle prostych modeli (nazwanych modelami typu N1), ile jest nakładów. Każdy taki model zawiera wybrany jeden nakład i pełną wstępną listę wyników. Jeżeli liczba nakładów wynosi  $m$ , to modeli typu N1 będzie oczywiście  $m$ . W oparciu o te modele przeprowadza się analizę efektywności z wykorzystaniem przyjętego modelu DEA, np. SBM-I. Do następnego etapu przechodzi model, dla którego średnia efektywność (po wszystkich badanych obiektach) jest najwyższa. Oznaczmy go jako N1\*.

### **Etap II:**

Do ustalonego w kroku poprzednim modelu N1\* dodaje się kolejno jeden z pozostałych nakładów. Powstaje w ten sposób  $m-1$  modeli typu N2, o dwóch nakładach i wszystkich wynikach.

Bada się procentową zmianę średniej efektywności wywołaną dodaniem danego nakładu oraz poziom współczynnika korelacji pomiędzy wynikami bez tego nakładu a wynikami z uwzględnieniem tego nakładu. Ustala się w ten sposób, czy takie rozszerzenie jest „istotne”.

Rozszerzenie modelu jest istotne, gdy procentowa zmiana średniej efektywności jest wyraźna, np. jej wartość bezwzględna jest wyższa od 5%, a współczynnik korelacji między wynikami dwóch analiz jest niższy od wcześniej ustalonego, np. niższy niż 0,95<sup>196</sup>). Dany nakład można dodać do modelu tylko wtedy, gdy oba kryteria spełnione są równocześnie.

Warto zwrócić uwagę, iż w praktyce może pojawić się więcej takich przypadków, że oba te kryteria będą spełnione. W takiej sytuacji należy wybrać tę gałąź algorytmu, w której zmiana efektywności była największa, a współczynnik korelacji najniższy. Jeśli jednak wybór nie jest jednoznaczny, sugeruje się zbadanie wskaźników *sdd* (czyli wskaźników tak zwanej „skłonności do dodania”) dla poszczególnych modeli z dodanymi „zmiennymi-kandydatkami”. Wskaźnik *sdd* powstaje poprzez uśrednienie dwóch wskaźników cząstkowych:

- pierwszym jest  $\Delta^* = \frac{\Delta_k}{\Delta_{\max}}$ , gdzie  $\Delta_k$  to bezwzględna wartość procentowej zmiany średniej efektywności uzyskanej w badaniu bez analizowanej w danym momencie  $k$ -tej zmiennej w stosunku do średniej efektywności z uwzględnieniem tej zmiennej,

---

<sup>195</sup> Tor W (czyli dobór wyników) oczywiście przebiega analogicznie, w oparciu o te same kryteria.

<sup>196</sup> Wartości graniczne przyjmuje się arbitralnie w oparciu o symulacje empiryczne.

a  $\Delta_{\max}$  to największa (co do wartości bezwzględnej) procentowa zmiana średniej efektywności w badaniu po dodaniu danej zmiennej (spośród  $K$  zmiennych) w stosunku do średniej efektywności bez tej zmiennej, czyli  $\Delta_{\max} = \max_k \{\Delta_k\}$ ;

- drugim jest  $r^* = \frac{r_{\min}}{r_k}$ , przy czym  $r_k$  to wartość bezwzględna współczynnika korelacji między wynikami analizy po dodaniu badanej w danym momencie  $k$ -tej zmiennej a wynikami bez tej zmiennej. Z kolei  $r_{\min}$  to najniższy (co do wartości bezwzględnej) współczynnik korelacji między wynikami analizy po dodaniu danej zmiennej a wynikami bez tej zmiennej, czyli  $r_{\min} = \min_k \{r_k\}$ ;

Wskaźnik „skłonności do dodania” ma postać:

$$sdd = \frac{\Delta^* + r^*}{2} \quad (44)$$

Oblicza się go dla każdej ze „zmiennych-kandydatek”. Ostatecznie dodaje się do dalszej analizy tę zmienną, dla której wskaźnik  $sdd$  ma najwyższą wartość. Model z tą zmienną oznaczany jest jako N2\*. Należy tu podkreślić, iż jednorazowo można wprowadzić do modelu tylko jedną zmienną.

### **Etap III:**

Do wybranego modelu N2\* dodaje się kolejno jeden z pozostałych jeszcze nakładów. Powstaje w ten sposób  $m-2$  modeli typu N3. Decyzję o tym, który nakład można dodać do modelu podejmuje się analogicznie, jak w etapie II.

W kolejnych etapach konstruuje się modele typu N4, N5, itd. i sprawdza, które z pozostałych nakładów należy włączyć do modelu.

Procedura kombinowanego doboru kończy się, gdy dodano ostatni nakład lub też kiedy dla żadnego rozszerzenia listy zmiennych nie notuje się istotnych zmian w poziomie średniej efektywności w porównaniu z modelem z poprzedniego etapu, a więc gdy dla wszystkich rozszerzeń modelu z poprzedniego etapu procentowa zmiana średniej efektywności wynosi np. 5% albo mniej i/lub współczynnik korelacji nie spada poniżej np. 0,95.

Tor W przebiega analogicznie. Zaczyna się od prostego modelu (o jednym wyniku i pełnej wstępnej liście nakładów), a potem stopniowo (po jednym) dołącza się kolejne wyniki – do momentu, gdy dodanie następnego wyniku nie spowoduje istotnej zmiany efektywności obiektów.

W ostatnim etapie procedury doboru zmiennych, łączy się informacje uzyskane w analizach przeprowadzonych dla toru N oraz W. Model ostateczny uwzględnia zbiór zmiennych będący kombinacją obu torów – nakłady wyodrębnione przez tor N oraz wyniki wskazane przez tor W.

### 3.4.3. Przykład zastosowania procedury doboru zmiennych

Badaniu poddana zostanie grupa 45 obiektów. Każdy z nich opisany jest przez intuicyjnie wybrany zbiór zmiennych. Jest ich łącznie siedem, w tym cztery to nakłady (oznaczane przez  $x_i$ , gdzie  $i = 1, 2, 3, 4$ ), a trzy to wyniki (oznaczane przez  $y_r$ , gdzie  $r = 1, 2, 3$ ). W przykładzie wybrano model SBM-I (zorientowany na nakłady model SBM bez nad-efektywności)<sup>197</sup>, gdyż tak jak już mówiono, na nim oparto analizy w części empirycznej rozprawy<sup>198</sup>.

W celu sprawdzenia, czy istnieje możliwość zredukowania liczby zmiennych zastosowano metodę kombinowanego doboru zmiennych. Procedura składa się z etapów zaproponowanych na rysunku 3.3. Poniżej omówiono tylko kolejne etapy doboru nakładów (a więc Tor N). Dobór wyników przebiega analogicznie.

#### Tor N

**Etap I:** Procedura zaczyna się od przeprowadzenia analizy efektywności w oparciu o modele oznaczone jako „N1”, które zawierają pojedynczy nakład oraz cały zestaw wyników. W przykładzie będą cztery takie proste modele, zawierające jedną ze zmiennych  $x_1, x_2, x_3, x_4$  oraz wszystkie trzy zmienne  $y_1, y_2, y_3$ , charakteryzujące wyniki.

Należy zbadać średnią efektywność obiektów w zależności od tego, który nakład został uwzględniony w modelu. Rezultaty podano w tabeli 3.2.

**Tab. 3.2. Etap I – wybór pierwszego nakładu**

| Model N1 zawiera zmienne $y_1, y_2, y_3$ oraz jedną z: | Średnia efektywność modelu N1 |
|--|-------------------------------|
| $x_1$  | 0,292                         |
| $x_2$  | 0,545                         |
| $x_3$  | 0,500                         |
| $x_4$  | <b>0,567</b>                  |

Źródło: Opracowanie własne

<sup>197</sup> Warto tu zaznaczyć, że zaleca się stosowanie procedury doboru w oparciu o modele bez nad-efektywności, gdyż istotne są przede wszystkim zmiany poziomu efektywności obiektów nieefektywnych. Obiekty efektywne z dużą nad-efektywnością sztucznie zawyżałyby poziom średniej efektywności w całej badanej grupie.

<sup>198</sup> Dodajmy, że prezentowany przykład oparty jest na jednym z zagadnień rozpatrywanych w empirycznej części pracy.

Średnia efektywność jest najwyższa dla modelu zawierającego nakład  $x_4$ . Oznaczono go jako N1\*.

**Etap II:** Badamy efektywność modeli (oznaczonych jako N2) zawierających zestaw zmiennych ustalonych w poprzednim etapie (czyli zestaw składający się ze wszystkich wyników  $y_1, y_2, y_3$  i nakładu  $x_4$ ) oraz jeden dodatkowy nakład spośród tych, które pozostały.

Rezultaty analiz przeprowadzonych w tym kroku porównuje się z efektami etapu poprzedniego, w szczególności ustala się zmianę średniej efektywności wybranego w etapie I modelu N1\* w stosunku do średniej efektywności z poszczególnych modeli N2 oraz oblicza się współczynniki korelacji między rezultatami z modelu N1\* a rezultatami z poszczególnych modeli N2. W tabeli poniżej zamieszczono efekty tych porównań:

**Tab. 3.3. Etap II – wybór drugiego nakładu**

| Model N2:         | Średnia efektywność modelu N2 | $\Delta_k$ - % zmiana średniej efektywności (w stosunku do modelu N1*) | $r_k$ - wsp.korelacji (z wynikami modelu N1*) | Wskaźniki cząstkowe |       | sdd        |
|-------------------|-------------------------------|--|---|---------------------|-------|------------|
|                   |                               |  |   | $\Delta^*$          | $r^*$ |            |
| $x_4y_1y_2y_3x_1$ | 0,662                         | 16,71%   | 0,730   | 0,621               | 0,739 | 0,680      |
| $x_4y_1y_2y_3x_2$ | <b>0,720</b>                  | <b>26,91%</b>  | <b>0,539</b>                                  | 1,0                 | 1,0   | <b>1,0</b> |
| $x_4y_1y_2y_3x_3$ | 0,704                         | 24,25%   | 0,700   | 0,901               | 0,770 | 0,835      |

Źródło: Opracowanie własne

Jak wspomniano wcześniej, poziomy graniczne średniej zmiany efektywności oraz współczynnika korelacji, od których uznaje się zmianę efektywności za istotną, ustala się na podstawie symulacji empirycznych. W tym przypadku przyjęto, że zmiana efektywności jest istotna, a co za tym idzie podejmuje się decyzję o dodaniu danej zmiennej do modelu, gdy procentowa zmiana (w wyniku dodania zmiennej) średniej efektywności  $\Delta_k$  przekracza 5%, a współczynnik korelacji  $r_k$  (między rezultatami przed dodaniem i po dodaniu zmiennej) jest niższy niż 0,95.

Ten etap procedury kombinowanego doboru wskazuje, że zmienną, która ma najsilniejszy wpływ na rezultaty analizy DEA jest zmienna  $x_2$ . Procentowa zmiana średniego poziomu efektywności z analizy uwzględniającej model z jednym nakładem ( $x_4$ ) w stosunku do średniej efektywności z analizy z dwoma nakładami ( $x_4$  oraz  $x_2$ ) wynosi prawie 27%, a więc zdecydowanie przekroczyła założone 5%. Natomiast współczynnik korelacji między rezultatami tych analiz (bez i ze zmienną  $x_2$ ) wynosi w przybliżeniu 0,54 (jest więc zdecydowanie niższy, niż przyjęty poziom graniczny 0,95).

Warto zwrócić uwagę, że również dodanie nakładu  $x_1$  czy  $x_3$  wywołuje zmiany efektywności, które można uznać za istotne – zmiana średniej efektywności przekracza 5%, a współczynnik korelacji jest niższy niż 0,95. Jednak, jak zaznaczono w poprzednim

paragrafie, do modelu wprowadza się tę zmienną, której dodanie wywołuje najwyższą zmianę średniej efektywności i dla której współczynnik korelacji jest najniższy. Można zatem stwierdzić, że to zmienna  $x_2$  wnosi najwięcej nowych informacji do modelu. Model najlepszy (czyli ten z dodaną zmienną  $x_2$ ) oznaczono jako N2\*.

**Etap III:** Do modelu N2\* dodaje się kolejno jeden z pozostałych jeszcze nakładów. Powstaje w ten sposób szereg modeli N3, z których każdy zawiera zestaw zmiennych wyodrębnionych w kroku poprzednim (czyli wszystkie wyniki  $y_1, y_2, y_3$  i nakłady  $x_4, x_2$ ) oraz jeden z pozostałych nakładów (czyli  $x_1$  lub  $x_3$ ). Efekty podsumowano w tabeli poniżej:

**Tab. 3.4. Etap III – wybór trzeciego nakładu**

| Model N3:            | Średnia efektywność modelu N3 | $\Delta_k$ - % zmiana średniej efektywności (w stosunku do modelu N2*) | $r_k$ - wsp.korelacji (z wynikami modelu N2*) | Wskaźniki cząstkowe |       | sdd          |
|----------------------|-------------------------------|--|---|---------------------|-------|--------------|
|                      |                               |  |   | $\Delta^*$          | $r^*$ |              |
| $x_2x_4y_1y_2y_3x_1$ | <b>0,876</b>                  | <b>21,72%</b>  | <b>0,627</b>                                  | 1,0                 | 0,954 | <b>0,977</b> |
| $x_2x_4y_1y_2y_3x_3$ | 0,823                         | 14,34%   | 0,598   | 0,660               | 1,0   | 0,830        |

Źródło: Opracowanie własne

Jak widać, kolejną zmienną, którą powinno się dodać do modelu z uwagi na jej istotny wpływ na rezultaty analizy efektywności jest zmienna  $x_1$ .

Nakład  $x_3$  również spełnia warunki dotyczące wprowadzania zmiennych do modelu. Jednakże, jak zaznaczono wcześniej, jeśli oba kryteria dodania<sup>199</sup> są spełnione, bada się wskaźnik „skłonności do dodania” *sdd* i ostatecznie wprowadza się do modelu tę zmienną, dla której wskaźnik *sdd* jest najwyższy. Dla zmiennej  $x_3$  wskaźnik *sdd* przyjmuje wartość 0,83, a dla zmiennej  $x_1$  wynosi on 0,98. Dlatego też, w tym kroku należy wybrać zmienną  $x_1$ . Model z uwzględnionym nakładem  $x_1$  oznaczono jako N3\*.

**Etap IV:** Do zestawu wyodrębnionego w etapie poprzednim, dodaje się kolejno pozostałe nakłady. W przykładzie pozostał już tylko jeden nakład, stąd krok ten polega tylko na sprawdzeniu, czy zmienna  $x_3$  jest zmienną istotną. Wyniki podano w tabeli 3.5.

**Tab. 3.5. Etap IV – wybór czwartego nakładu**

| Model N4:               | Średnia efektywność modelu N4 | $\Delta_k$ - % zmiana średniej efektywności (w stosunku do modelu N3*) | $r_k$ - wsp.korelacji (z wynikami modelu N3*) | Wskaźniki cząstkowe |       | sdd  |
|-------------------------|-------------------------------|--|---|---------------------|-------|------|
|                         |                               |  |   | $\Delta^*$          | $k^*$ |      |
| $x_1x_2x_4y_1y_2y_3x_3$ | 0,907                         | <b>3,53%</b>   | 0,765   | ----                | ----  | ---- |

Źródło: Opracowanie własne

<sup>199</sup> Zmiana średniej efektywności przekracza 5%, a współczynnik korelacji jest niższy niż 0,95.

Wyniki zawarte w tabeli wskazują, iż zmienna  $x_3$  nie jest istotna. Wprawdzie współczynnik korelacji nie przekracza poziomu 0,95, to jednak średnia zmiana efektywności nie przekroczyła minimalnego poziomu 5%. A więc procedura kończy się.

W przypadku przedstawionym w przykładzie, spośród intuicyjnie wybranych czterech nakładów do modelu powinny wejść:  $x_1$ ,  $x_2$  oraz  $x_4$ . Nieuwzględnienie zmiennej  $x_3$  nie powoduje istotnych zmian w poziomie efektywności badanych obiektów, gdyż powieła ona informacje wnoszone przez zmienne  $x_1$ ,  $x_2$  oraz  $x_4$ .

### **Tor W**

Powyżej przedstawiono dobór nakładów (czyli Tor N). W sposób analogiczny należy przeprowadzić analizę istotności poszczególnych wyników. Procedura zaczyna się od prostych modeli (typu W1) z tą różnicą, że tym razem stałym zestawem zmiennych będą wszystkie nakłady, a iteracyjnie zostaną dobrane kolejne wyniki. Decyzję o dodaniu danego wyniku podejmuje się również na podstawie procentowej zmiany średniej efektywności i współczynnika korelacji. Ponieważ tor W przebiega tak samo, nie zostaną tu zaprezentowane jego kolejne etapy. Analiza dla wyników wskazała, że do modelu powinny wejść dwa spośród trzech początkowych wyników. Są to wyniki  $y_2$  oraz  $y_3$ .

### **Etap końcowy**

Do modelu wybiera się zmienne, które zostały wskazane w obu torach procedury. Tor dotyczący nakładów sugeruje, że do modelu powinny wejść zmienne  $x_1$ ,  $x_2$  oraz  $x_4$ . Z kolei tor związany z wynikami wskazał, że powinny wejść dwa wyniki:  $y_2$  oraz  $y_3$ . Tak więc, w badaniu efektywności powinna zostać wykorzystana lista:  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_4$ ;  $y_2$ ,  $y_3$ .

## **Podsumowanie**

Celem niniejszego rozdziału było wyjaśnienie niektórych kwestii, często pojawiających się przy korzystaniu z analiz typu DEA. Podjęto próbę odpowiedzi na pytania:

- czy nakłady i wyniki powinno się traktować jako odpowiednio minimanty i maksymanty;
- czy można przekształcać posiadane dane (a więc dokonywać ich przesunięcia lub przeskalowania), bez wpływu na rozwiązanie optymalne;
- jak sprawdzić, czy wybrany zestaw zmiennych jest najlepszy z punktu widzenia prowadzonego badania, a więc czy nie zawiera zmiennych nieistotnych.



Jak się okazało, nakłady (wyniki) danego obiektu są minimantami (maksymantami), ale tylko w relatywnym ujęciu, a więc w odniesieniu do pozostałych badanych obiektów.

„Bezpieczne” przekształcanie danych empirycznych jest z kolei możliwe tylko w przypadku niektórych modeli DEA. Co więcej, zazwyczaj dany model DEA jest inwariantny tylko względem jednego rodzaju przekształceń, np. tylko względem przesunięcia albo tylko względem przeskalowanie.

W celu sprawdzenia, czy wybrane do modelu zmienne są istotne, opracowano prostą metodę doboru zmiennych, tzn. metodę kombinowanego doboru wprzód.

Wnioski wyciągnięte w oparciu o powyższe rozważania zostały uwzględnione w części empirycznej pracy.

# Rozdział IV

## Analizowane giełdy europejskie

### Wstęp

W pierwszej części pracy, złożonej z rozdziałów I – III zaprezentowano ideę metody DEA, jej różne modyfikacje, a także uwagi praktyczne dotyczące jej stosowania.

Jak wspomniano we wstępie pracy, hipoteza główna niniejszej rozprawy stanowi, iż metoda DEA może być z powodzeniem stosowana do badania efektywności działania giełd papierów wartościowych.

W drugiej części rozprawy, zawierającej rozdziały V – VIII, zweryfikujemy tę hipotezę empirycznie. Mianowicie, szerokiemu badaniu obejmującemu analizę efektywności z trzech różnych punktów widzenia (a więc dla trzech układów zmiennych), poddamy piętnaście europejskich giełd papierów wartościowych w latach 2003 – 2005. Niniejszy rozdział poświęcono krótkiej prezentacji badanych giełd.

### 4.1. Giełda papierów wartościowych jako element rynku kapitałowego

Polskie słowo „rynek” pochodzi z języka niemieckiego i oznacza miejsce spotkań sprzedawców i nabywców. Kiedyś były to tylko fizyczne miejsca, najczęściej place główne miast<sup>200</sup>, a w dzisiejszych czasach częściej rozumie się pod tym pojęciem wszystkie mechanizmy, które służą zawieraniu transakcji między sprzedającymi i kupującymi. Rynek zatem staje się coraz bardziej „wirtualny”, a jego fizyczne umiejscowienie ma znaczenie drugorzędne<sup>201</sup>, gdyż bezpośrednią komunikację coraz częściej zastępują kontakty telefoniczne czy wykorzystujące sieć Internet lub zawierane za pomocą pośredników.

Pojawianie się coraz to nowych instrumentów finansowych z kolei, spowodowało rozwój tzw. rynku finansowego, a więc tego obszaru stosunków gospodarczych, który obejmuje handel instrumentami finansowymi. Elementem rynku finansowego jest rynek kapitałowy,

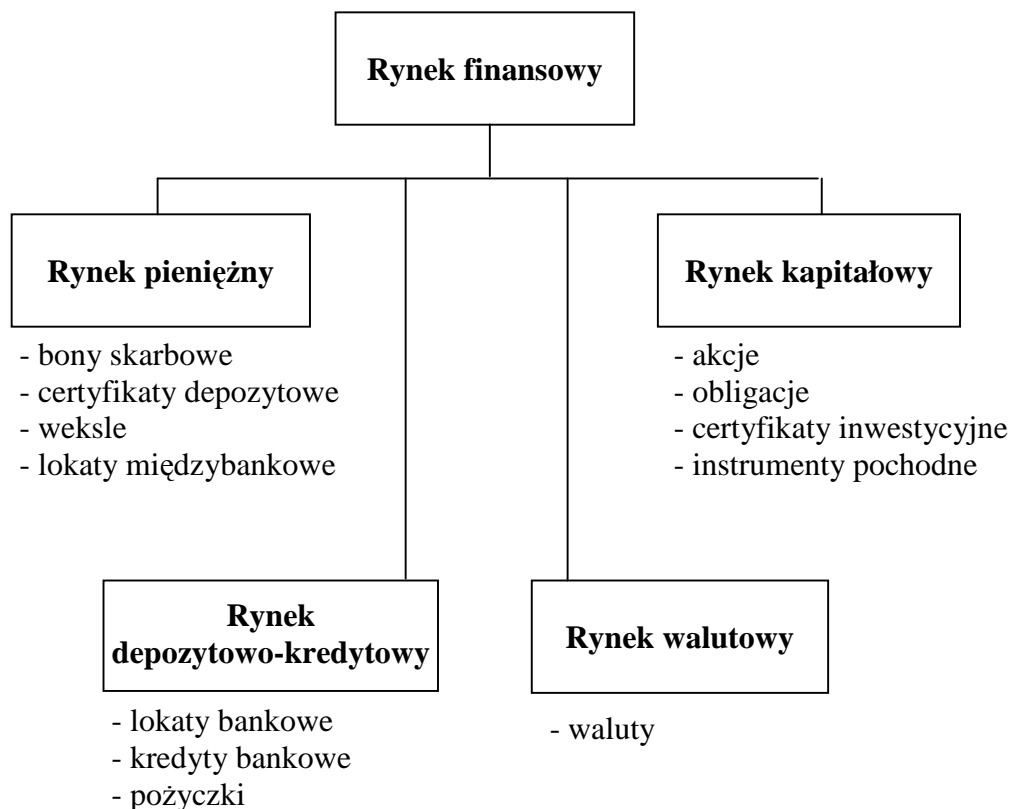
---

<sup>200</sup> Np. Stary Rynek w Poznaniu, który dziś pełni swoją tradycyjną rolę tylko podczas świątecznych jarmarków.

<sup>201</sup> Choć „fizyczne” rynki, na których spotykają się sprzedawcy i kupujący nadal funkcjonują, czego najlepszym przykładem są rynki i giełdy – np. warzywne, występujące w każdym mieście w Polsce.

na którym obraca się instrumentami finansowymi o okresie wykupu dłuższym niż rok<sup>202</sup>. Podstawową instytucją tego rynku jest giełda papierów wartościowych, która jest przedmiotem niniejszych rozważań.

Dzisiejszą strukturę rynku finansowego i umiejscowienie w nim giełdy papierów wartościowych pokazano na schemacie poniżej:



Źródło: Dębski (2005), s. 21

**Rys. 4.1. Struktura rynku finansowego**

Giełdzie papierów wartościowych, jako instytucji rynku kapitałowego, przypisuje się w literaturze pełnienie szeregu funkcji<sup>203</sup>. Najczęściej wspomniane funkcje przedstawiono w skrócie poniżej.

**Funkcja mobilizacji kapitału**, czyli ułatwianie gromadzenia kapitału z drobnych wpłat i zwiększanie jego dostępności.

<sup>202</sup> Oznacza to, iż zawierane na tym rynku transakcje służą celom o charakterze modernizacyjno-inwestycyjnym. Instrumenty o okresie wykupu do jednego roku są przedmiotem obrotu na tzw. rynku pieniężnym, a transakcje tam zawierane związane są z bieżącą działalnością podmiotów gospodarczych.

<sup>203</sup> Zob. np.: Jajuga (1997), Daniluk (1998), Bień (2004), Dębski (2005), Ostrowska (2007).

**Funkcja alokacji kapitału**, która oznacza umożliwianie przepływu kapitału od podmiotów posiadających go w nadmiarze do podmiotów zgłaszających na niego zapotrzebowanie (którymi są emitenci poszukujący środków na modernizację i rozwój).

**Funkcja transformacji kapitału**, która ułatwia przekształcanie formy ulokowanego kapitału, np. instrumentu o charakterze wierzytelnościowym w instrument o charakterze własnościowym. Kierunek transformacji zależy głównie od stopnia atrakcyjności danego instrumentu.

**Funkcja wycena kapitału**, która oznacza rynkową wycenę i ocenę spółki. Wycenę stanowi iloczyn ceny rynkowej i ilości wyemitowanych akcji, natomiast różnica między ceną emisyjną akcji (rynek pierwotny) a ceną rynkową, wynikającą z oddziaływania popytu i podaży (rynek wtórny) ułatwia ocenę efektywności przedsięwzięć takiej spółki.

**Funkcja informacyjno-kontrolna**. Związana jest ona z warunkami, które muszą spełniać uczestnicy rynku kapitałowego w kwestii publikowania rzetelnej informacji. Emitenci, aby uzyskać zgodę na emisję akcji na giełdzie, muszą m.in. ujawnić informacje o celu emisji i swojej sytuacji finansowej. Po emisji z kolei, emitenci zobowiązani są do okresowego publikowania raportów i sprawozdań dotyczących swojej działalności. To wszystko ma duże znaczenie przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych.

**Funkcja stymulacji kapitału**, która oznacza pobudzanie procesów inwestycyjnych w skali całej gospodarki.

**Funkcja restrukturyzacji gospodarki** – wspieranie rozwoju gospodarczego państwa, w którym giełda ma siedzibę.

**Funkcja barometru koniunktury** – odzwierciedlanie sytuacji gospodarczej w notowaniach cen walorów i indeksów giełdowych<sup>204</sup>.

W części empirycznej niniejszej rozprawy poddano badaniu dwie spośród powyżej wymienionych funkcji rynku kapitałowego. Mianowicie, zbadano efektywność *pozytywnego wpływu* wybranych giełd na gospodarki ich państw oraz zdolności tych giełd w zakresie *mobilizacji kapitału*.

Dodatkowo zweryfikowano, jak efektywne są giełdy w sensie typowej dla zwykłych przedsiębiorstw orientacji.

---

<sup>204</sup> W dniu dzisiejszym, kiedy gospodarki większości państw starają się uporać z załamaniem (kryzysem), kwestia ta rodzi pytanie, czy giełda tylko odzwierciedla daną sytuację gospodarczą czy też może ma na nią wpływ. Np. czy to, co działo się na światowych giełdach pod koniec 2008 roku tylko obrazowało sytuację gospodarczą, czy też przyczyniło się do pogłębienia kryzysu zapoczątkowanego przez zapaść na rynku hipotecznym w Stanach Zjednoczonych?

Jednostki zajmujące się prowadzeniem giełd papierów wartościowych podlegają stałej obserwacji i nadzorowi organów kontrolnych. Wymogi dotyczące funkcjonowania giełd precyzują liczne akty prawne<sup>205</sup>, a w ramach Unii Europejskiej reguluje to również Dyrektywa 2004/39/WE Parlamentu Europejskiego<sup>206</sup>. Zawarte w tych aktach wymogi i regulacje dotyczące uczciwego działania giełdy powodują, iż kwestia maksymalizacji zysku znajduje się daleko za głównymi celami giełdy.

Jednakże giełdy, zazwyczaj spółki akcyjne, zwracają uwagę na kwestię zyskowności, co wynika z zasady racjonalności działania – dbając o korzystną relację kosztów do przychodów mogą generować środki finansowe na rozwój i poszerzanie działalności. Priorytetem jednakże jest wypełnianie funkcji statutowych, opartych na wspomnianych powyżej regulacjach prawnych.

Z uwagi na inne, niż tradycyjne ekonomiczne sprofilowanie pracy, nie przeprowadzono rozbudowanej dyskusji dotyczącej rynku kapitałowego i giełdy papierów wartościowych<sup>207</sup>.

## 4.2. Charakterystyka badanych giełd

Każda z badanych piętnastu giełd papierów wartościowych została krótko scharakteryzowana w poniższych podpunktach. Zastosowano wspólny sposób prezentowania giełd, co ułatwia zestawienie i porównywanie ze sobą informacji o poszczególnych giełdach. Źródłem informacji o poszczególnych giełdach jest witryna Federacji Europejskich Giełd Papierów Wartościowych (FESE), witryny internetowe poszczególnych giełd oraz książka *Giełdy kapitałowe w Europie*, pod redakcją Urszuli Ziarko-Siwiek (2007).

Giełdy zaprezentowano w kolejności alfabetycznej, podano także oznaczenia skrótowe, które potem będą używane w części empirycznej pracy. Oznaczenia te oraz pełne (w większości angielskie) nazwy giełd zamieszczono w tabeli 4.1.:

---

<sup>205</sup> W przypadku Polski jest to Ustawa z dnia 29 lipca 2005 r. o obrocie instrumentami finansowymi ("ustawa o obrocie"), Ustawa z dnia 29 lipca 2005 r. o ofercie publicznej i warunkach wprowadzania instrumentów finansowych do zorganizowanego systemu obrotu oraz o spółkach publicznych ("ustawa o ofercie i spółkach") oraz Ustawa z dnia 29 lipca 2005 r. o nadzorze nad rynkiem kapitałowym ("ustawa o nadzorze").

<sup>206</sup> Dyrektywa 2004/39/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 21 kwietnia 2001 r. w sprawie rynków instrumentów finansowych zmieniająca dyrektywę Rady 85/611/EWG i 93/6/EWG i dyrektywę 2000/12/WE Parlamentu Europejskiego i Rady i uchylającą dyrektywę Rady 93/22/EWG.

<sup>207</sup> Szersze omówienie rynku finansowego i jego instytucji znaleźć można w wielu pozycjach literatury dotyczącej tego tematu. Pozycje, w których szczególnie nacisk położono na opis rynku kapitałowego (i giełdy papierów wartościowych) to pozycje, które wspomniano w przypisie 4, a także np.: Przybylska-Kapuścińska (2007), Banaszak-Soroka (2008), Czekał (2008), Nawrot (2008).

**Tab. 4.1. Lista giełd wykorzystanych w badaniu empirycznym**

| Nr | Oznaczenie | Pełna nazwa giełdy  | Kraj   |
|----|------------|---|--|
| 1  | <i>Ath</i> | Athens Stock Exchange   | Grecja   |
| 2  | <i>Bra</i> | Bratislava Stock Exchange   | Słowacja   |
| 3  | <i>Bud</i> | Budapest Stock Exchange   | Węgry  |
| 4  | <i>Deu</i> | Deutsche Börse  | Niemcy   |
| 5  | <i>Eur</i> | grupa Euronext (Amsterdam, Brussels, Paris, Lisbon, Londyn (LIFFE))     | Holandia, Belgia, Francja, Portugalia, Wielka Brytania |
| 6  | <i>Ice</i> | Iceland Stock Exchange  | Islandia   |
| 7  | <i>Lju</i> | Ljubljana Stock Exchange  | Słowenia   |
| 8  | <i>Lon</i> | London Stock Exchange   | Wielka Brytania  |
| 9  | <i>Omx</i> | grupa OMX (Helsinki, Copenhagen, Stockholm, Tallinn, Riga, Vilnius)     | Finlandia, Dania, Szwecja, Estonia, Łotwa, Litwa       |
| 10 | <i>Osl</i> | Oslo Børs   | Norwegia   |
| 11 | <i>Pra</i> | Prague Stock Exchange   | Czechy   |
| 12 | <i>Spa</i> | grupa Bolsas y Mercados Españoles (Madrid, Barcelona, Bilbao, Valencia) | Hiszpania  |
| 13 | <i>Swx</i> | Swiss Stock Exchange  | Szwajcaria   |
| 14 | <i>War</i> | Warsaw Stock Exchange   | Polska   |
| 15 | <i>Wie</i> | Wiener Börse  | Austria  |

Źródło: Opracowanie własne

#### 4.2.1. Athens Stock Exchange (*Ath*)

Giełda papierów wartościowych w Atenach powstała w roku 1876. W roku 1995 została przekształcona w spółkę akcyjną, której jedynym akcjonariuszem był rząd grecki.

W 1997 roku rozpoczął się proces prywatyzacyjny. Jego ważnym etapem było powołanie w roku 2000 holdingu *Hellenic Exchanges Holding S.A.* (HELEX). W 2002 roku dokonano połączenia z giełdą instrumentów pochodnych i powstała giełda ATHEX – *Athens Exchange S.A.*, która jednak oficjalnie działa pod pierwotną nazwą *Athens Stock Exchange*.

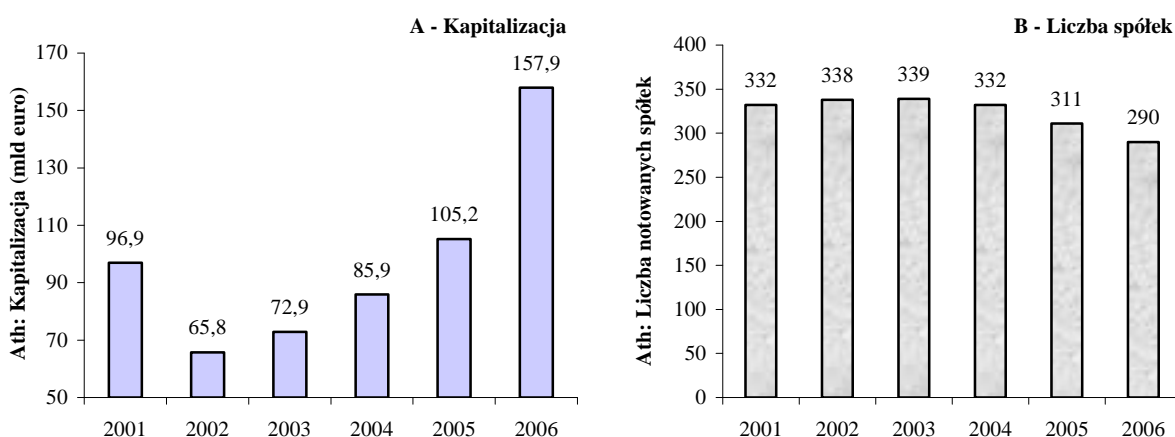
Głównymi akcjonariuszami spółki do roku 2003 był rząd grecki (prawie 50%). W ramach programu prywatyzacyjnego w roku 2003 rząd przekazał cały swój pakiet bankom greckim, które z kolei przekazały całość pozostałym inwestorom w drodze oferty publicznej. Od roku 2003 zatem giełda grecka jest w pełni sprivatezowana.

Giełda papierów wartościowych w Atenach jest członkiem m. in. Światowej Federacji Giełd (WFE), Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE), Europejskiego Instytutu Rynków Kapitałowych (ECMI).

Na giełdzie papierów wartościowych w Atenach notowane są m.in. akcje, prawa poboru, obligacje, instrumenty pochodne. Główne indeksy giełdowe to<sup>208</sup>:

- *ATHEX Composite Share Price Index* – obejmuje on 60 spółek o największej kapitalizacji. Jest to indeks odzwierciedlający ogólny trend na rynku akcji;
- *The All-Share Price Index* – obejmuje wszystkie spółki notowane na giełdzie;
- *ATHEX High Velocity Index* – obejmuje 20 akcji o najwyższej płynności dziennej.

Wielkość kapitalizacji oraz liczbę notowanych spółek na giełdzie ateńskiej w latach 2002 – 2006 przedstawiono na rysunku 4.2.:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.ase.gr](http://www.ase.gr) oraz FESE

**Rys. 4.2. A – Kapitalizacja giełdy w Atenach w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie w Atenach w latach 2001 – 2006**

Szczegółowe informacje dotyczące tej giełdy ateńskiej można znaleźć na jej witrynie internetowej pod adresem [www.ase.gr](http://www.ase.gr).

#### 4.2.2. Bratislava Stock Exchange (*Bra*)

Giełda papierów wartościowych w Bratysławie powstała w dniu 15 marca 1991 roku. Funkcjonuje w formie spółki akcyjnej, której głównym akcjonariuszem (około 75%) jest państwo<sup>209</sup>.

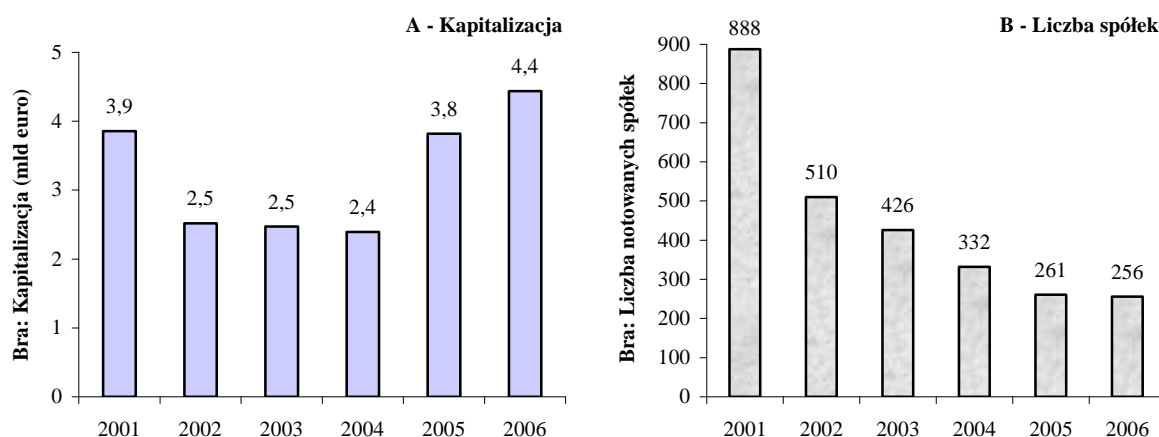
Giełda papierów wartościowych w Bratysławie jest członkiem m. in. Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE), Europejskiego Instytutu Rynków Kapitałowych (ECMI), członkiem-korespondentem Światowej Federacji Giełd (WFE).

<sup>208</sup> Opracowano na podstawie: Ziarko-Siwiek (2007), s. 280 - 282

<sup>209</sup> Fundusz majątku narodowego Republiki Słowackiej (Fond národného majetku SR). Pełną listę akcjonariuszy giełdy słowackiej można znaleźć na stronie: <http://www.bsse.sk/Content/EN/StockExchange/shareholders.htm>

Na giełdzie w Bratysławie notowane mogą być następujące instrumenty: akcje (zwykłe, uprzywilejowane), certyfikaty uczestnictwa, obligacje (przedsiębiorstw i rządowe). Głównymi indeksami giełdowymi są<sup>210</sup>:

- *SAX Slovak share index* – jest to ważony kapitałem indeks obejmujący wybraną grupę spółek, porównujący właściwą dla danego momentu kapitalizację tej grupy z kapitalizacją w dniu pierwszego notowania indeksu. Jest to oficjalny indeks giełdy słowackiej;
- *SDX Slovak Bond Index* – składa się z dwóch indeksów obrazujących kształtowanie się notowań cen obligacji. Pierwszy z nich, *SDXp*, dotyczy obligacji emitowanych przez banki i przedsiębiorstwa, natomiast drugi, *SDXs*, związany jest z obligacjami rządowymi;
- *SDXGroup (SDXG) Slovak Bond Indices Group* – reprezentuje grupę indeksów związanych z notowaniami cen obligacji. Indeksy z tej grupy są dwukomponentowe (indeks cenowy i indeks dochodowy).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.bsse.sk](http://www.bsse.sk) oraz FESE

**Rys. 4.3. A – Kapitalizacja giełdy w Bratysławie w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie w Bratysławie w latach 2001 – 2006**

Wielkość kapitalizacji oraz liczbę notowanych spółek na giełdzie w Bratysławie w latach 2002 – 2006 pokazano na rysunku 4.3.

Więcej informacji o giełdzie papierów wartościowych w Bratysławie znaleźć można na jej stronie internetowej: [www.bsse.sk](http://www.bsse.sk).

<sup>210</sup> W oparciu o informacje dostępne na stronie giełdy: [www.bsse.sk](http://www.bsse.sk)



### 4.2.3. Budapest Stock Exchange (*Bud*)

Początki istnienia giełdy w Budapeszcie sięgają roku 1864. Po upadku Związku Radzieckiego, giełdę papierów wartościowych w Budapeszcie reaktywowano w dniu 19 czerwca 1990 roku. W roku 2002 została ona przekształcona w publiczną spółkę akcyjną. Obecnie głównym akcjonariuszem (50,5%) jest Wiener Börse AG, czyli giełda austriacka<sup>211</sup>.

Węgierska giełda jest członkiem m. in. Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

Na giełdzie w Budapeszcie notowane są m. in. akcje, certyfikaty inwestycyjne, listy zastawne, obligacje przedsiębiorstw, obligacje rządowe, kontrakty terminowe, opcje. Główne indeksy giełdowe to<sup>212</sup>:

- *BUX Blue-Chip Share Index* – obejmuje on akcje 12 do 25 spółek ogólnie określanych mianem blue chip<sup>213</sup>. Jest to indeks odzwierciedlający ogólny trend na rynku akcji;
- *BUMIX Mid- and Small-Cap Index* – obejmuje 12 do 25 spółek o średniej i małej kapitalizacji<sup>214</sup>;
- *CETOP20 Central European Blue-Chip Index* – obejmujący 20 akcji spółek typu blue-chip notowanych na wybranych giełdach papierów wartościowych Europy Centralnej<sup>215</sup>.

Kształtowanie się wielkości kapitalizacji oraz liczbę spółek notowanych na węgierskiej giełdzie w latach 2001 – 2006 przedstawiono na rysunku 4.4.:

---

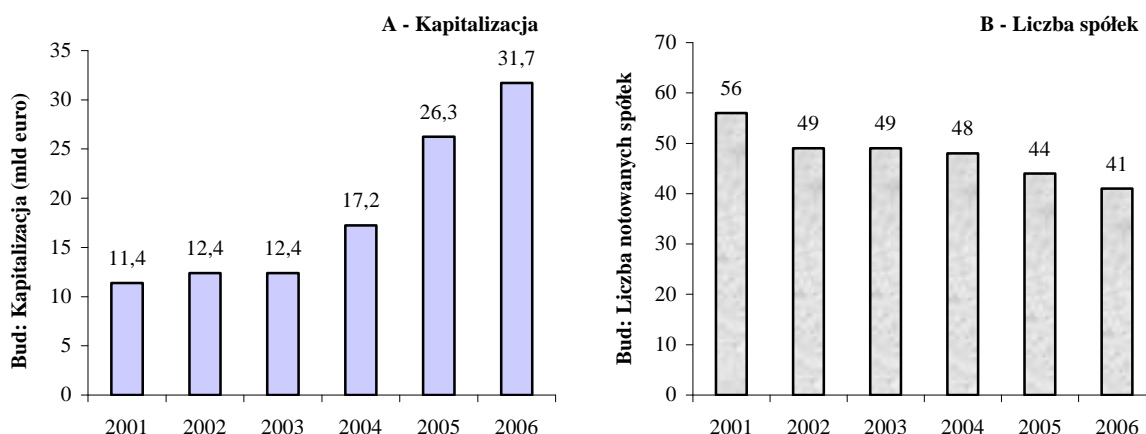
<sup>211</sup> Pełen skład akcjonariatu dostępny jest pod adresem: [www.bse.hu/topmenu/about\\_us/shareholders](http://www.bse.hu/topmenu/about_us/shareholders)

<sup>212</sup> Zob.: Ziarko-Siwiek (2007), s. 417 - 420

<sup>213</sup> Są to spółki stabilne, o dużej kapitalizacji i wysokiej płynności. Szczegółowe kryteria nakłada Komitet Indeksowy węgierskiej giełdy i w oparciu o te kryteria dwa razy do roku ustalany jest skład indeksu *BUX*.

<sup>214</sup> Rewizja składu tego indeksu jest, analogicznie jak w przypadku indeksu *BUX*, przeprowadzana przez Komitet Indeksowy.

<sup>215</sup> Skład giełd i spółek wchodzących w skład tego indeksu ustalany jest w oparciu o regulamin *CETOP20*. Szczegółowy opis tego indeksu dostępny jest na stronie: [www.bse.hu/topmenu/marketsandproducts/indices/cetop20.html](http://www.bse.hu/topmenu/marketsandproducts/indices/cetop20.html).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.bse.hu](http://www.bse.hu) oraz FESE

**Rys. 4.4. A – Kapitalizacja giełdy w Budapeszcie w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie w Budapeszcie w latach 2001 – 2006**

Informacje o giełdzie papierów wartościowych w Budapeszcie dostępne są na stronie internetowej giełdy, pod adresem: [www.bse.hu](http://www.bse.hu).

#### 4.2.4. Deutsche Börse (*Deu*)

Dominującą giełdą papierów wartościowych w Niemczech jest giełda we Frankfurcie nad Menem<sup>216</sup>, której początki upatruje się jeszcze w IX wieku. Za moment narodzin tej giełdy uznaje się rok 1585.

Okres II wojny światowej nie przerwał działania tej giełdy, ale znacznie je utrudnił, gdyż nazistowski rząd przejął władze nad całym rynkiem kapitałowym III Rzeszy. Po wojnie giełda zaczęła odzyskiwać swoją wcześniejszą formę.

W roku 1993 giełda zmieniła nazwę z Frankfurter Wertpapierbörse na Deutsche Börse i przyjęła status spółki akcyjnej. Głównym akcjonariuszem (97%) są inwestorzy instytucjonalni.

Niemiecka giełda jest członkiem m. in. Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

Walory notowane na niemieckiej giełdzie to przede wszystkim akcje, obligacje, certyfikaty inwestycyjne, warranty i inne instrumenty pochodne. Głównymi indeksami giełdowymi są<sup>217</sup>:

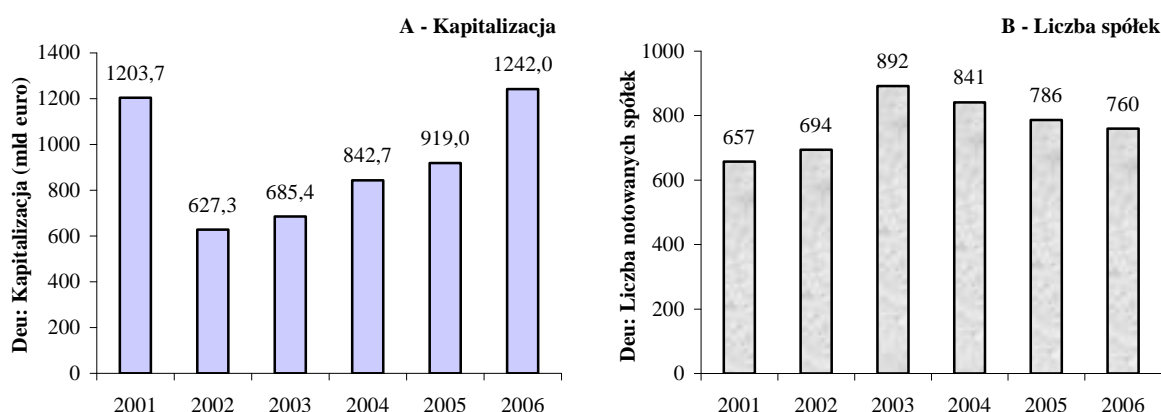
- *DAX Blue-Chip Index* – który obejmuje 30 spółek o największej kapitalizacji. Indeks ten odzwierciedla ogólny trend tego rynku;

<sup>216</sup> W niektórych landach funkcjonują lokalne giełdy.

<sup>217</sup> Opracowano na podstawie: Ziarko-Siwiek (2007), s. 116

- *MDAX Mid-Cap Index* – obejmuje kolejnych 50 spółek, po trzydziestu największych ujętych w indeksie *DAX*, o średniej kapitalizacji, które działają w klasycznych sektorach gospodarki;
- *SDAX Small-Cap Index* – który zawiera kolejne 50 największych pod względem kapitalizacji spółek z sektorów klasycznych;
- *TecDAX Index* – obejmujący 30 największych spółek technologicznych.

Kapitalizację oraz liczbę spółek notowanych na giełdzie niemieckiej w latach 2001 – 2006 przedstawiono na rysunku 4.5.:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.deutsche-boerse.com](http://www.deutsche-boerse.com) oraz FESE

**Rys. 4.5. A – Kapitalizacja giełdy Deutsche Börse w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie Deutsche Börse w latach 2001 – 2006**

Więcej o niemieckiej giełdzie papierów wartościowych znaleźć można na jej stronie internetowej: [www.deutsche-boerse.com](http://www.deutsche-boerse.com).

#### 4.2.5. Grupa Euronext (*Eur*)

Giełda Euronext była spółką akcyjną, powstałą we wrześniu 2000 roku z połączenia trzech europejskich giełd – w Amsterdamie, Brukseli i Paryżu. W styczniu 2002 roku przejęła ona giełdę instrumentów pochodnych w Londynie, a w lutym – portugalską giełdę w Lizbonie. W roku 2007 połączyła się z amerykańską giełdą w Nowym Jorku (NYSE), tworząc spółkę akcyjną o nazwie NYSE Euronext.

Grupa NYSE Euronext jest członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

Poniżej przedstawiono informacje i charakterystyki dotyczące giełdy Euronext dla stanu przed fuzją z NYSE, gdyż część empiryczna rozprawy obejmuje tylko lata 2003 – 2005.

Według raportu rocznego za rok 2005, na dzień 15 lutego 2006 roku skład akcjonariatu giełdy Euronext był następujący<sup>218</sup>: jawni akcjonariusze (ang. *identified shareholders*) z obszaru Belgii, Francji, Holandii (21,7%), akcjonariusze pochodzący spoza tych krajów (75,1%), państwa krajów wchodzących w skład Euronext (ok. 1,1%), osoby będące pracownikami Euronext (0,9%) oraz akcjonariusze niejawni (1,2%).

Na giełdzie Euronext notowane były<sup>219</sup> instrumenty takie, jak: akcje, obligacje, certyfikaty inwestycyjne, warranty oraz szeroki wachlarz instrumentów pochodnych. Indeksy notowane na Euronext dzieli się na międzynarodowe, krajowe<sup>220</sup> oraz specjalne. Niektóre spośród nich wymieniono poniżej<sup>221</sup>:

- *Euronext100 Index* – indeks międzynarodowy, który obejmuje 100 spółek o największej płynności i kapitalizacji notowanych na Euronext. Jest to indeks odzwierciedlający ogólny trend na tym rynku;
- *Next150 Index* – indeks międzynarodowy, obejmujący 150 notowanych na Euronext spółek o największej kapitalizacji i płynności (z wyłączeniem stu spółek ujętych w indeksie *Euronext100*);
- *AEX, AMX, AScX* – indeksy krajowe giełdy w Amsterdamie, które obejmują grupy spółek odpowiednio o dużej, średniej i małej kapitalizacji. Pierwszy z nich to główny indeks Holandii, obejmujący 25 największych spółek;
- *BEL20, BEL-Mid, BEL-Small* – indeksy krajowe giełdy w Brukseli. Podobnie, jak indeksy holenderskie, obejmują grupy spółek o dużej, średniej i małej kapitalizacji. Pierwszy z nich to główny indeks belgijskiej giełdy, obejmujący 20 najbardziej płynnych spółek notowanych na giełdzie w Brukseli;
- *PSI20 Index* – główny indeks Portugalii, obrazujący zmiany notowań 20 największych i najpłynniejszych spółek notowanych na lizbońskiej giełdzie;
- *CAC40, CAC-Next20, CAC-Mid100, CAC-Small90* – indeksy krajowe giełdy w Paryżu. Dwa pierwsze obejmują 40 i kolejne 20 spółek o największej kapitalizacji. Pozostałe dwa dotyczą odpowiednio 100 spółek o średniej kapitalizacji i 90 spółek o małej kapitalizacji.

---

<sup>218</sup> Zob. Raport roczny giełdy Euronext za rok 2005, s. 167 (raporty roczne dostępne są na stronie internetowej giełdy).

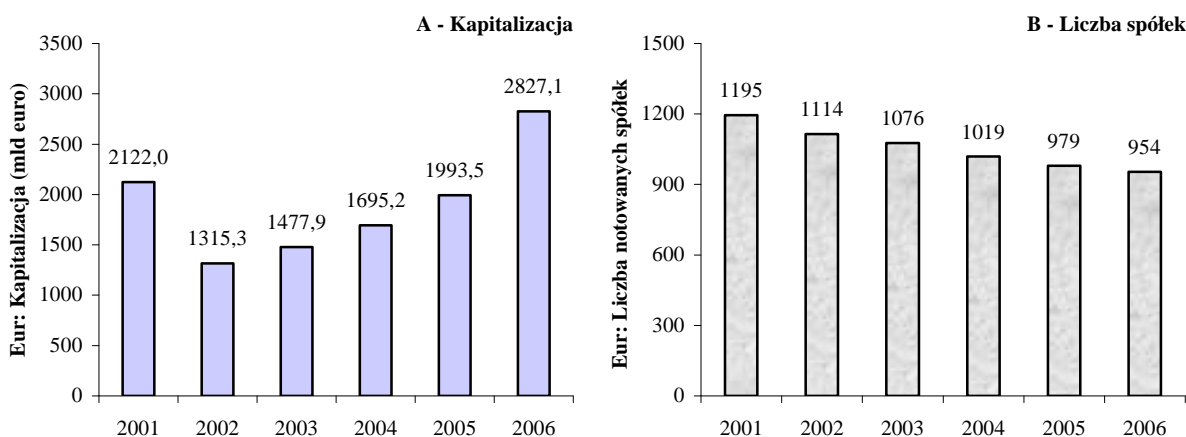
<sup>219</sup> Na dzisiejszej giełdzie NYSE Euronext oczywiście notowane są zarówno instrumenty, które były notowane na Euronext oraz instrumenty notowane na NYSE.

<sup>220</sup> Każda giełda wchodząca w skład rynku Euronext ma swoje indeksy.

<sup>221</sup> Ziarko-Siwiek (2007), s. 67 – 71

Na rysunku 4.6. przedstawiono wielkość kapitalizacji i liczbę notowanych spółek, które charakteryzowały giełdę Euronext w latach 2001 – 2006.

Witrynę internetową giełdy Euronext (obecnie połączonej z giełdą NYSE) można znaleźć pod adresem [www.euronext.com](http://www.euronext.com).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.euronext.com](http://www.euronext.com) oraz FESE

**Rys. 4.6. A – Kapitalizacja giełdy Euronext w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie Euronext w latach 2001 – 2006**

#### 4.2.6. Iceland Stock Exchange (*Ice*)

Giełda islandzka w Reykjavíku powstała w roku 1985 z inicjatywy banku centralnego Islandii, jako spółka *joint venture* kilku banków i firm brokerskich o nazwie ICEX.

Od roku 1999 ICEX działała już jako spółka publiczna, której głównymi udziałowcami w roku 2005 byli m. in. członkowie giełdy (37,7%), spółki notowane na tej giełdzie (24,5%), a także bank centralny Islandii (11%).

W 2006 roku północno-bałtycka grupa OMX zakupiła pakiet większościowy giełdy islandzkiej (za jej zgodą) i tym samym stała się ona częścią składową tej grupy.

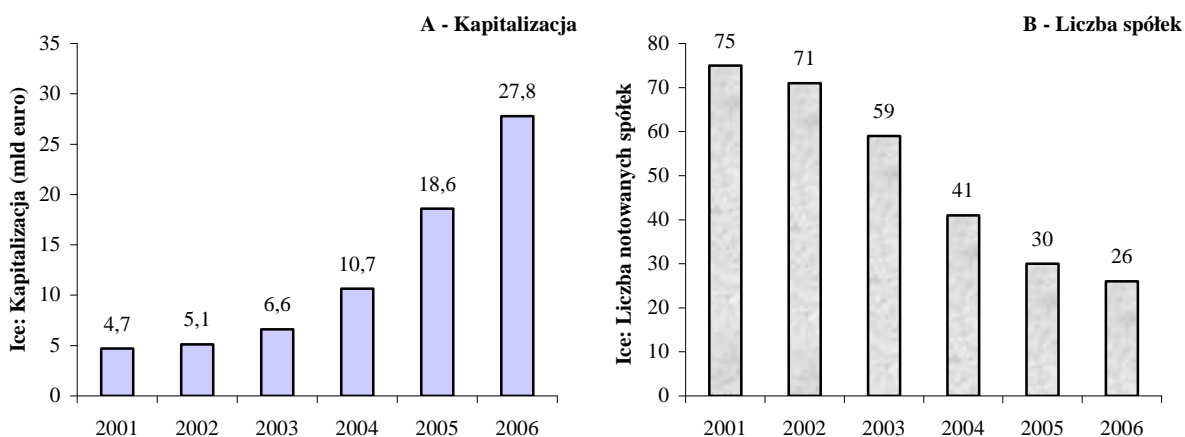
Giełda islandzka jest członkiem m. in. Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

Poniżej omówiono charakterystyki giełdy w Reykjavíku w okresie przed włączeniem do grupy OMX z uwagi na to, iż okresem brany pod uwagę w badaniu empirycznym są lata 2003 – 2005.

Na giełdzie islandzkiej notowane były w roku 2005 akcje i obligacje różnych typów. Głównym indeksem był w 2005 roku indeks *ICEX-15*, który obejmował piętnaście największych spółek. Poza tym wyznaczano także indeksy dotyczące poszczególnych

sektorów gospodarki. Po włączeniu ICEX do grupy OMX, powyższe indeksy są nadal notowane.

Na rysunku 4.7. scharakteryzowano kapitalizację oraz liczbę spółek notowanych na giełdzie w Reykjavíku w latach 2001 – 2006:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z FESE

**Rys. 4.7. A – Kapitalizacja giełdy w Reykjavíku w latach 2001 – 2006**

#### **B - Liczba notowanych spółek na giełdzie w Reykjavíku w latach 2001 – 2006**

Więcej szczegółowych informacji o tej giełdzie znaleźć można na witrynie internetowej grupy NASDAQ OMX, [www.nasdaqomx.com](http://www.nasdaqomx.com), gdzie wyróżniono podstrony dotyczące giełdy islandzkiej.

#### **4.2.7. Ljubljana Stock Exchange (Lju)**

Słoweńska giełda papierów wartościowych zaczęła działać w latach dwudziestych ubiegłego stulecia, ale zawieszono jej działalność w czasie II wojny światowej. Po wojnie giełdę reaktywowano dopiero w roku 1989, od razu jako spółkę akcyjną, której głównym akcjonariuszem jest obecnie giełda austriacka, czyli Wiener Börse AG (81,01%)<sup>222</sup>.

Giełda w Lublanie jest pełnoprawnym członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

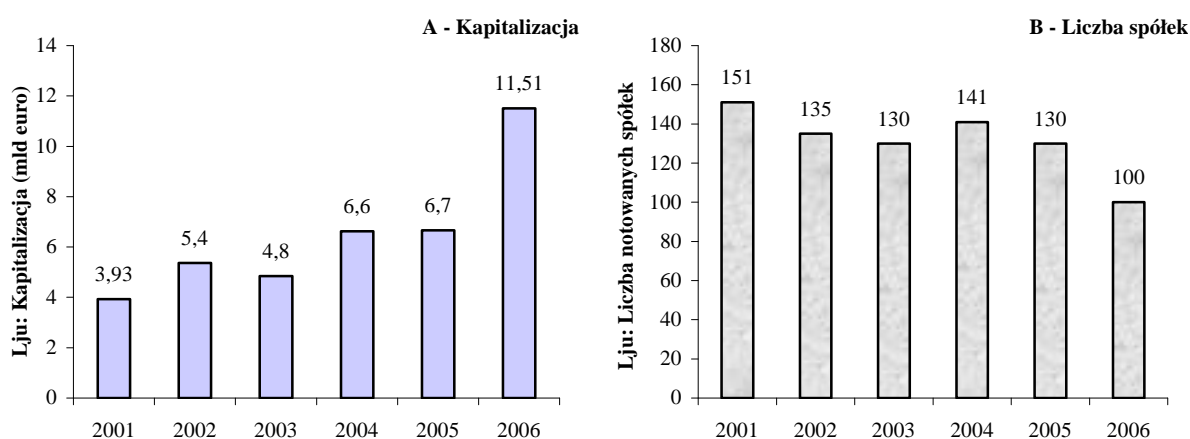
Instrumentami notowanymi na słoweńskiej giełdzie są m. in. akcje, obligacje, certyfikaty funduszy inwestycyjnych. Główne indeksy to<sup>223</sup>:

<sup>222</sup> Pełen skład akcjonariatu dostępny jest na stronie: [www.ljse.si/cgi-bin/jve.cgi?doc=2325&sid=GON6BbXHLsIDY2eL](http://www.ljse.si/cgi-bin/jve.cgi?doc=2325&sid=GON6BbXHLsIDY2eL)

<sup>223</sup> Opracowano na podstawie informacji zawartych na stronie [www.ljse.si](http://www.ljse.si)

- *SBI20 Index* – obejmuje on spółki o największej kapitalizacji i najwyższej płynności, jego głównym zadaniem odzwierciedlanie ogólnego trendu na rynku słoweńskim;
- *SBITOP Index* – to indeks blue-chipowy, w skład którego wchodzi spółki uwzględnione w *SBI20* i spełniające dodatkowo kryteria związane z wielkością kapitalizacji i płynności.

Wielkość kapitalizacji oraz liczbę spółek notowanych na słoweńskiej giełdzie w latach 2001 – 2006 zobrazowano na wykresach poniżej:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.ljse.si](http://www.ljse.si) oraz FESE

**Rys. 4.8. A – Kapitalizacja giełdy słoweńskiej w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie słoweńskiej w latach 2001 – 2006**

Szczegółowe informacje o giełdzie papierów wartościowych w Lublanie znaleźć można na jej stronie internetowej, pod adresem: [www.ljse.si](http://www.ljse.si).

#### 4.2.8. London Stock Exchange (*Lon*)

Korzenie giełdy londyńskiej sięgają XVII wieku. W Wielkiej Brytanii powstały od tego czasu także giełdy regionalne, jednak giełda w Londynie zachowała swoją dominującą pozycję do dziś poprzez stopniowe łączenie się z biegiem lat z giełdami regionalnymi.

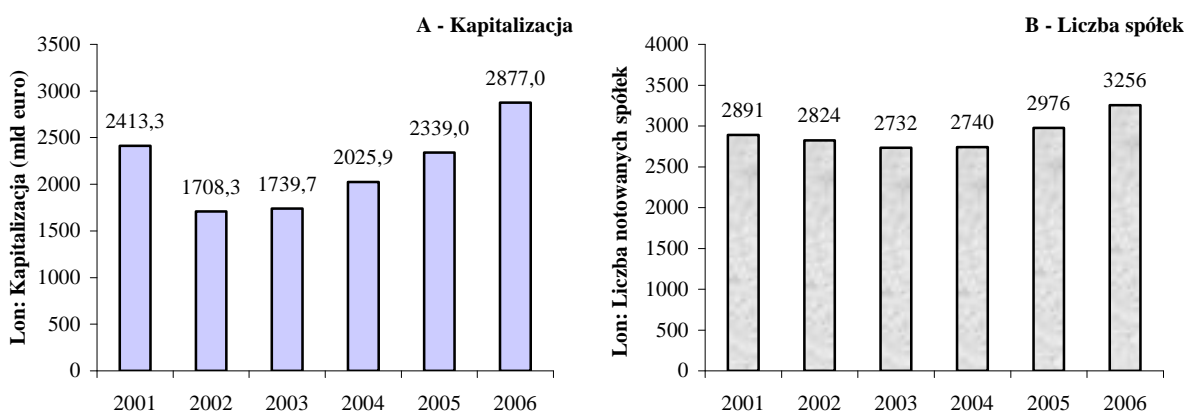
W roku 1985 giełda londyńska przyjęła formę spółki z ograniczoną odpowiedzialnością, a w roku 2000 – spółki akcyjnej. Rok później jej akcje stały się przedmiotem obrotu giełdowego.

Podobnie, jak inne giełdy Unii Europejskiej, giełda w Londynie jest pełnoprawnym członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE). Należy także do Światowej Federacji Giełd (WFE).

Na giełdzie w Londynie notowane są akcje, obligacje, a także instrumenty pochodne. Głównymi indeksami giełdowymi są między innymi<sup>224</sup>:

- *FTSE100 Index* – obejmuje on 100 spółek o największej kapitalizacji;
- *FTSE All-Share Index* – jest to indeks obejmujący wszystkie spółki notowane na giełdzie w Londynie. Obrazuje on ogólny trend na brytyjskim rynku;
- *FTSE TechMARK100* oraz *FTSE TechMARK AllShares* – odpowiedniki powyższych dwóch indeksów, ale obejmujące tylko spółki związane z segmentem nowoczesnych technologii.

Rysunek 4.9. przedstawia kapitalizację oraz liczbę spółek notowanych na giełdzie w Londynie w latach 2001 – 2006:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.londonstockexchange.com](http://www.londonstockexchange.com) oraz FESE

**Rys. 4.9. A – Kapitalizacja giełdy w Londynie w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie w Londynie w latach 2001 – 2006**

Informacje o giełdzie w Londynie znajdują się na jej stronie internetowej, pod adresem [www.londonstockexchange.com](http://www.londonstockexchange.com).

#### 4.2.9. Grupa OMX (*Omx*)

Grupa OMX powstała w roku 2003 z połączenia szwedzkiej giełdy instrumentów pochodnych OM (która w roku 1998 połączyła się z giełdą papierów wartościowych w Sztokholmie) z fińską giełdą HEX, która powiązana była w tym czasie z giełdami w Rydze i Tallinie.

<sup>224</sup> Ziarko-Siwiek (2007), s. 34 – 35



Powstała wtedy grupa OM HEX, która od tego czasu rozwija się bardzo dynamicznie. W 2004 roku nabyła ona giełdę w Wilnie (w tym czasie zmieniła nazwę na OMX). W roku 2005 dokonano fuzji z giełdą w Kopenhadze. Rok 2006 był kolejnym ważnym etapem rozwoju tej grupy, gdyż włączono w jej struktury giełdę islandzką. W roku 2007 grupa OMX połączyła się z giełdą NASDAQ.

Grupa NASDAQ OMX jest członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

Rynek NASDAQ OMX podzielony jest na dwa sektory – OMX Nordic oraz OMX Baltic. Pierwszy obejmuje giełdy w Sztokholmie, Helsinkach, Kopenhadze i Reykjaviku. Do drugiego należą giełdy w Rydze, Tallinie i Wilnie. Instrumentami notowanymi na każdym z sektorów tego rynku są między innymi akcje, obligacje, instrumenty pochodne. Indeksy giełdowe notowane w sektorach NASDAQ OMX to indeksy wspólne dla całego sektora, jak i krajowe, związane z poszczególnymi rynkami wchodzącymi w skład grupy. Niektóre indeksy z sektora Nordic oraz Baltic to<sup>225</sup>:

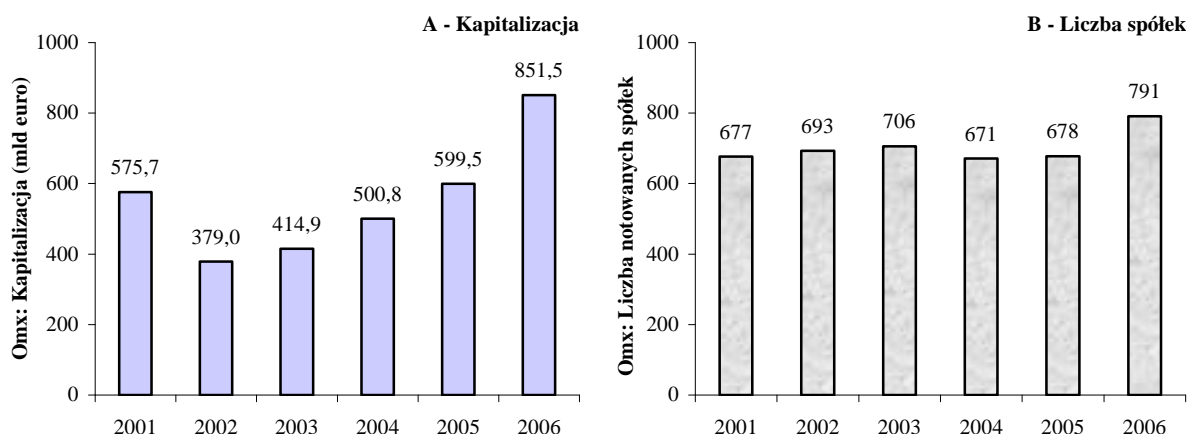
- *OMX Nordic40* oraz *OMX Baltic10 Index* – pierwszy obejmuje 40, a drugi 10 spółek o największej kapitalizacji i płynności spośród wszystkich spółek sektorów odpowiednio Nordic i Baltic. Są to główne indeksy tych sektorów;
- *OMX Copenhagen20*, *OMX Stockholm30*, *OMX Helsinki25*, *OMX Iceland15* – są to główne indeksy krajowe sektora Nordic, obejmujące największe spółki notowane na poszczególnych giełdach. Obrazują one ogólny trend na danym rynku lokalnym;
- *OMX Tallin*, *OMX Riga*, *OMX Vilnius* – główne indeksy krajowe sektora Baltic, obejmujące największe spółki notowane odpowiednio na giełdach w Tallinie, Rydze i Wilnie. Obrazują one ogólny trend na danym rynku lokalnym.

Kapitalizację i liczbę notowanych spółek grupy OMX<sup>226</sup> w latach 2001 – 2006 prezentuje rysunek 4.10.:

---

<sup>225</sup> Opracowano na podstawie informacji na stronach [www.nasdaqomxnordic.com](http://www.nasdaqomxnordic.com) oraz [www.nasdaqomxbaltic.com](http://www.nasdaqomxbaltic.com).

<sup>226</sup> W roku 2006 grupa OMX nie była jeszcze częścią NASDAQ OMX.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.nasdaqomx.com](http://www.nasdaqomx.com) oraz FESE

**Rys. 4.10. A – Kapitalizacja giełdy OMX w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie OMX w latach 2001 – 2006**

Więcej informacji o całej grupie NASDAQ OMX oraz o poszczególnych giełdach wchodzących w jej skład znaleźć można na stronie internetowej [www.nasdaqomx.com](http://www.nasdaqomx.com).

#### 4.2.10. Oslo Børs (*Osl*)

Giełda norweska powstała w XIX wieku i działała nieprzerwanie do roku 1963, kiedy to zawieszono jej działalność aż do 1988 roku. Od tego czasu giełda w Norwegii działa jako spółka akcyjna, w której głównym udziałowcem jest DNB NOR Bank (19,5%). Pozostali udziałowcy posiadają udziały poniżej 10%<sup>227</sup>. Warto zwrócić uwagę, iż obowiązujące regulacje prawne nie zezwalają pojedynczemu akcjonariuszowi na posiadanie więcej, niż 10% udziałów, ale norweskie ministerstwo finansów może zezwolić w szczególnych przypadkach na zwiększenie tego udziału maksymalnie do 25%.

Giełda w Oslo jest członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) oraz do Światowej Federacji Giełd (WFE), należy też do sojuszu giełd północnoeuropejskich w ramach grupy NASDAQ OMX (zastąpił on dawniejszy sojusz o nazwie NOREX)<sup>228</sup>.

Na giełdzie norweskiej dozwolony jest obrót instrumentami akcjami, obligacjami, warrantami oraz instrumentami pochodnymi. Głównymi indeksami giełdowymi są między innymi<sup>229</sup>:

<sup>227</sup> Skład akcjonariatu dostępny jest na stronie: [http://www.obvps.no/obvps\\_eng/Frontpage/The-Share](http://www.obvps.no/obvps_eng/Frontpage/The-Share)

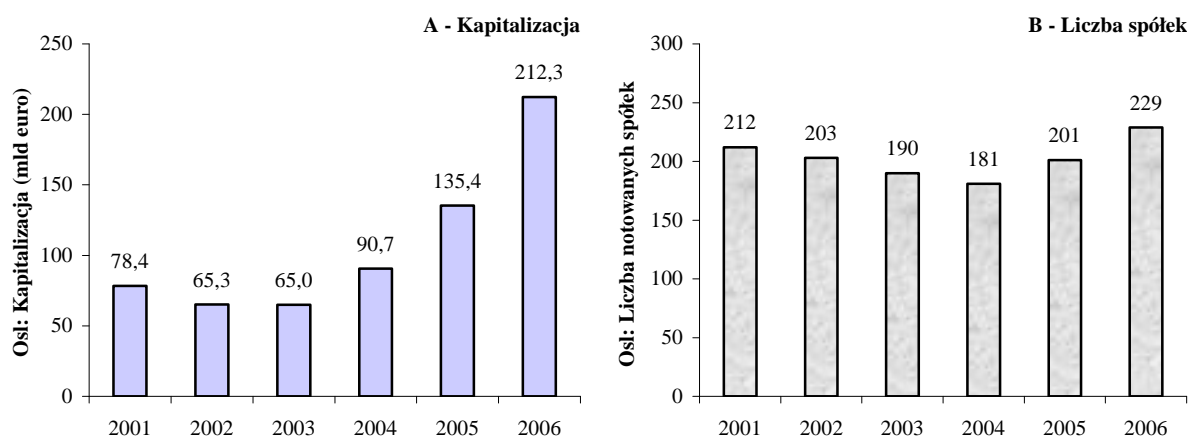
<sup>228</sup> Giełda w Oslo ściśle współpracuje z grupą NASDAQ OMX, choć nie jest przez nią zdominowana (NASDAQ OMX posiada tylko 5,81% udziałów w giełdzie norweskiej).

<sup>229</sup> Zob. [www.oslobors.no](http://www.oslobors.no).

- *OSEBX Index* – jest to indeks obejmujący najbardziej płynne spółki notowane na giełdzie;
- *OBX Index* – indeks obejmujący 25 najbardziej płynnych spółek spośród tych, ujętych w indeksie OSEBX;
- *OSEAX AllShare Index* – obejmujący wszystkie akcje notowane na Oslo Børs;
- *OSSEX SmallCap Index* – uwzględniający 10% spółek o najniższej kapitalizacji.

Wielkość kapitalizacji i liczbę spółek notowanych na giełdzie w Oslo w latach 2001 – 2006 przedstawiono na rysunku 4.11.

Szczegółowe informacje o giełdzie w Oslo zamieszczono na jej witrynie internetowej, [www.oslobors.no](http://www.oslobors.no).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.oslobors.no](http://www.oslobors.no) oraz FESE

**Rys. 4.11. A – Kapitalizacja giełdy w Oslo w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie w Oslo w latach 2001 – 2006**

#### 4.2.11. Prague Stock Exchange (*Pra*)

Giełda w Pradze powstała w roku 1871. Działała aż do II wojny światowej. Reaktywowano ją w dniu 6 kwietnia 1993 roku.

Czeska giełda jest spółką akcyjną, w której największy udział pod koniec roku 2007 miała spółka Patria Finance A.S. (24,85%)<sup>230</sup>.

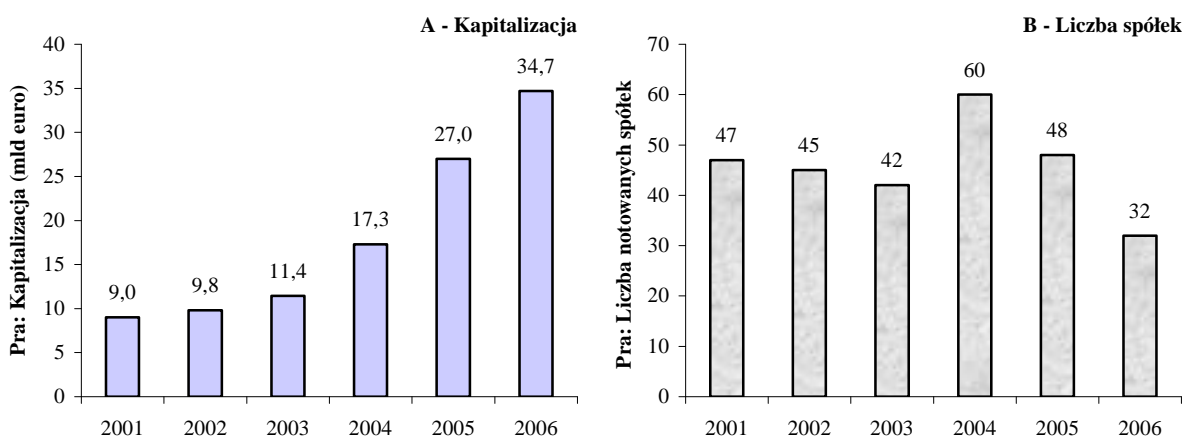
Giełda w Pradze jest członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE).

Na giełdzie w Pradze notowane są akcje, obligacje, warranty, instrumenty pochodne. Głównymi indeksami giełdowymi są<sup>231</sup>:

<sup>230</sup> Pełen skład akcjonariatu czeskiej giełdy znaleźć można w raportach rocznych publikowanych na stronie giełdy ([www.pse.cz](http://www.pse.cz)).

- *PX Index* – jest to indeks obliczany na podstawie grupy spółek typu blue-chip. Spółki doń wchodzące tworzą tzw. bazę, której skład aktualizowany jest co kwartał. W skład bazy mogą wejść spółki spełniające szereg wymogów (dotyczących kapitalizacji, płynności, itd.) ustalanych przez powołaną do tego Komisję ds. Indeksów Giełdowych;
- *PX-GLOB Index* – również opiera się na pewnej bazie spółek (niekoniecznie blue-chip), której liczebność się zmienia i której skład aktualizowany jest także wedle kryteriów wyżej wspomnianej Komisji. W tym przypadku kryteria te są dużo mniej restrykcyjne, dlatego baza obejmuje większą liczbę spółek, niż PX.

Na rysunku 4.12. zamieszczono wykresy pokazujące wielkość kapitalizacji i liczbę spółek notowanych na giełdzie w Pradze w latach 2001 – 2006:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z [www.pse.cz](http://www.pse.cz) oraz FESE

**Rys. 4.12. A – Kapitalizacja giełdy w Pradze w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie w Pradze w latach 2001 – 2006**

Więcej o giełdzie w Pradze znaleźć można pod adresem internetowym [www.pse.cz](http://www.pse.cz).

#### 4.2.12. Grupa BME (*Spa*)

Grupa BME (Bolsas y Mercados Españoles), powstała w 2002 roku z połączenia lokalnych giełd papierów wartościowych w Barcelonie, Bilbao, Madrycie, Walencji oraz rynku instrumentów pochodnych (MF). BME jest spółką akcyjną, której głównymi udziałowcami są Bank Bilbao Vizcaya Argentaria S.A. (5,50%) oraz Narodowy Bank Hiszpanii (5,34%).

Giełdy należące do grupy BME są członkami Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) oraz Światowej Federacji Giełd (WFE).

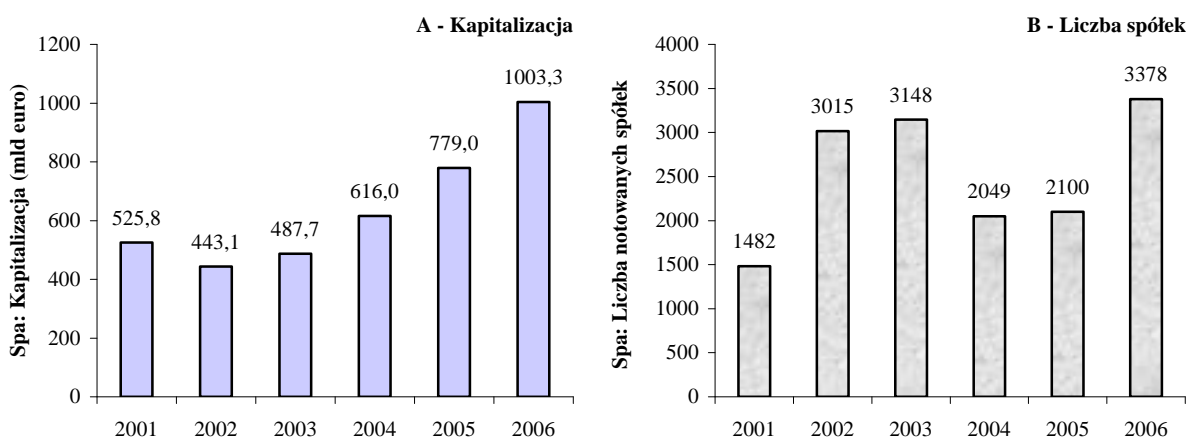
<sup>231</sup> Zob. [www.pse.cz](http://www.pse.cz).

Instrumenty notowane na w ramach grupy BME to akcje, obligacje, warranty, jednostki funduszy inwestycyjnych, instrumenty pochodne. Główne indeksy charakteryzujące całą grupę BME to<sup>232</sup>:

- *IBEX35 Index* – jest to indeks obejmujący 35 największych pod względem kapitalizacji i najbardziej płynnych spółek notowanych na giełdach wchodzących w skład BME. Indeks ten odzwierciedla ogólny trend na rynku hiszpańskim;
- *IBEX MediumCap Index* – jest to indeks obejmujący 20 spółek o największej kapitalizacji, ale z wyłączeniem tych, które ujęto w indeksie *IBEX35*;
- *IBEX SmallCap Index* – obejmujący 30 kolejnych (poza 55 spółkami ujętymi wyżej) spółek o największej kapitalizacji.

Poza omówionymi powyżej indeksami, na poszczególnych giełdach wchodzących w skład grupy BME notowane są indeksy lokalne.

Właściwą dla całej grupy BME kapitalizację i liczbę notowanych spółek w latach 2001 – 2006 zobrazowano na rysunku 4.13.:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych [www.bolsasymercados.es](http://www.bolsasymercados.es) oraz FESE

**Rys. 4.13. A – Kapitalizacja grupy BME w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdach grupy BME w latach 2001 – 2006**

Szczegółowe informacje o grupie BME można znaleźć na jej witrynie internetowej pod adresem: [www.bolsasymercados.es](http://www.bolsasymercados.es).

<sup>232</sup> Opracowano na podstawie informacji ze stron: [www.bolsasymercados.es](http://www.bolsasymercados.es) oraz [www.sbolsas.com](http://www.sbolsas.com).

#### 4.2.13. Swiss Stock Exchange (Swx)

Szwajcarska giełda SWX Group powstała w 1995 roku z połączenia giełd papierów wartościowych w Zurychu, Genewie i Bazylei, których korzenie sięgają XIII wieku. Od roku 2003 właścicielem giełdy jest holding SWX Swiss Exchange Assosiation<sup>233</sup>, który posiada 100% udziałów.

Szwajcarska giełda jest członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE), a także Światowej Federacji Giełd (WFE).

Do obrotu giełdowego na rynku szwajcarskim dopuszczone są m. in. instrumenty takie jak: akcje, prawa poboru, obligacje, certyfikaty funduszy inwestycyjnych, warranty i inne instrumenty pochodne. Najważniejsze indeksy notowane na SWX to<sup>234</sup>:

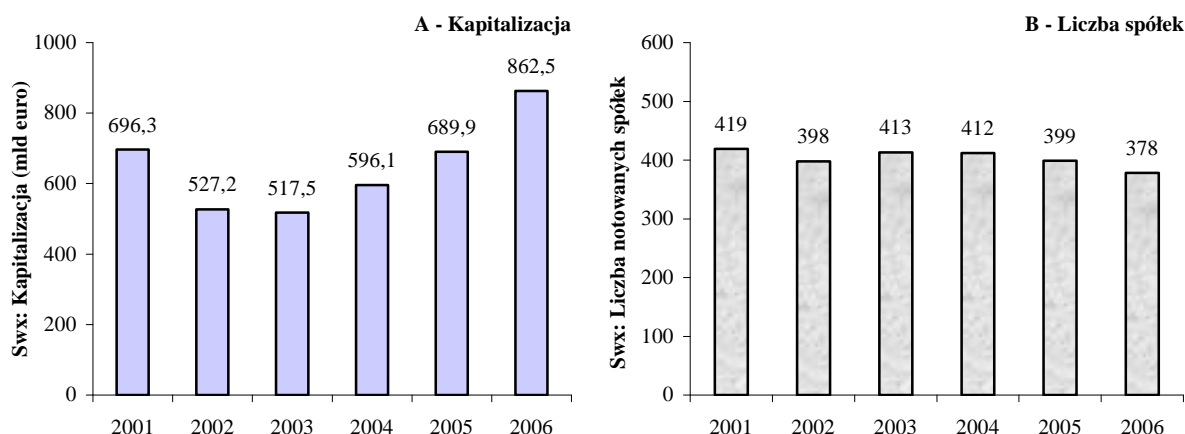
- *SPI Index* – jest to indeks obejmujący wszystkie notowane na giełdzie spółki. Odzwierciedla on ogólny trend na rynku szwajcarskim;
- *SMI Index* – jest to indeks spółek typu blue-chip i obejmuje 20 spółek o największej kapitalizacji spośród ujętych w indeksie *SPI*. Indeks ten reprezentuje około 85% ogólnej kapitalizacji giełdy SWX;
- *SMI Mid Index* – który obejmuje kolejne 30 spółek (o średniej kapitalizacji), nie uwzględnionych w indeksie *SMI*;
- *SLI Index* – jest to indeks obejmujący 20 największych spółek na giełdzie, ujętych w indeksie *SMI* oraz 10 największych spółek ujętych w indeksie *SMI Mid*, a więc obejmuje 30 największych spółek giełdy SWX;
- *SXI LIFE SCIENCES* oraz *SXI Bio + Medtech Index* – to indeksy obejmujące spółki z branży medycznej, farmaceutycznej, biotechnologicznej, które mają wyjątkowe znaczenie dla gospodarki Szwajcarii.

Zamieszczony poniżej rysunek 4.14. przedstawia kapitalizację oraz liczbę notowanych spółek na giełdzie szwajcarskiej.

---

<sup>233</sup> Holding ten składa się głównie z banków i innych instytucji finansowych. Pełna lista udziałowców dostępna jest pod adresem: [www.six-swiss-exchange.com/download/swx/members\\_of\\_swx\\_en.pdf](http://www.six-swiss-exchange.com/download/swx/members_of_swx_en.pdf)

<sup>234</sup> Opracowano na podstawie: [www.six-swiss-exchange.com/marketpulse/shares/indices\\_en.html](http://www.six-swiss-exchange.com/marketpulse/shares/indices_en.html)



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych [www.six-swiss-exchange.com](http://www.six-swiss-exchange.com) oraz FESE

**Rys. 4.14. A – Kapitalizacja giełdy szwajcarskiej w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie szwajcarskiej w latach 2001 – 2006**

Szwajcarska giełda ma swoją stronę internetową pod adresem: [www.six-swiss-exchange.com](http://www.six-swiss-exchange.com)

#### 4.2.14. Warsaw Stock Exchange (*War*)

Początki polskiej giełdy papierów wartościowych sięgają XIX wieku. Giełdę warszawską utworzono w 1817 roku i działała ona aż do wybuchu II wojny światowej. Po wojnie reaktywowano ją, podobnie jak większość giełd byłego bloku socjalistycznego, dopiero po upadku Związku Radzieckiego. Pierwsza sesja giełdowa odbyła się 16 kwietnia 1991 roku.

Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie (GPW) jest spółką akcyjną, której głównym akcjonariuszem jest państwo (udział Skarbu Państwa wynosi aż 98,8%). Pozostałymi udziałowcami są głównie banki i inne instytucje finansowe<sup>235</sup>.

Warszawska giełda jest członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

Notowane instrumenty to m. in. akcje, prawa poboru, obligacje, certyfikaty funduszy inwestycyjnych, warranty oraz inne instrumenty pochodne. Głównymi indeksami giełdowymi są<sup>236</sup>:

- *WIG Warszawski Indeks Giełdowy* – jest to indeks obejmujący zmienną liczbę spółek notowanych na GPW. Odzwierciedla on ogólny trend na rynku polskim;

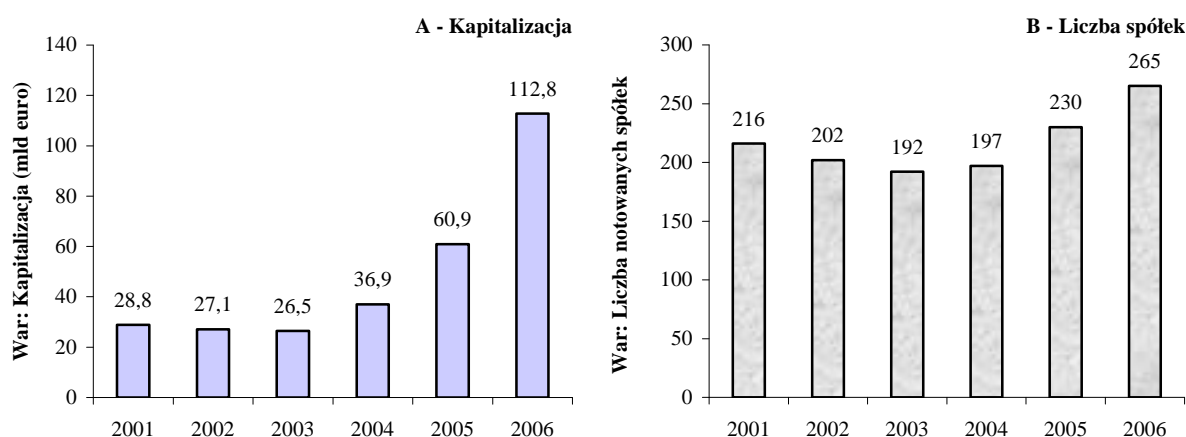
<sup>235</sup> Informacje o strukturze własnościowej giełdy dostępne są na stronie internetowej giełdy, [www.gpw.pl](http://www.gpw.pl).

<sup>236</sup> Opracowano na podstawie: [www.gpw.pl](http://www.gpw.pl).

- WIG20 – indeks spółek typu blue-chip, obejmuje on 20 spółek najbardziej płynnych i o największej kapitalizacji;
- MWIG40 – obejmuje kolejne 40 spółek o średniej kapitalizacji;
- sWIG80 – obejmuje z kolei 80 małych spółek.

Poza powyższymi indeksami na GPW notowane są także indeksy sektorowe, na przykład WIGbanki, WIGbudownictwo, etc.

Rysunek 4.15. prezentuje kapitalizację i liczbę notowanych na polskiej giełdzie spółek w latach 2001 – 2006:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych www.gpw.pl oraz FESE

**Rys. 4.15. A – Kapitalizacja giełdy polskiej w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie polskiej w latach 2001 – 2006**

Więcej informacji o warszawskiej giełdzie papierów wartościowych znaleźć można na jej witrynie internetowej, [www.gpw.pl](http://www.gpw.pl).

#### 4.2.15. Wiener Börse (Wie)

Po raz pierwszy akcje notowano na giełdzie w Wiedniu w 1818 roku. Austriacka giełda działa jako spółka akcyjna, której głównym udziałowcem jest UniCredit Bank Austria AG (11,7%) oraz Erste Group Bank AG (9,4%)<sup>237</sup>.

Giełda w Wiedniu jest członkiem Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE) i Światowej Federacji Giełd (WFE).

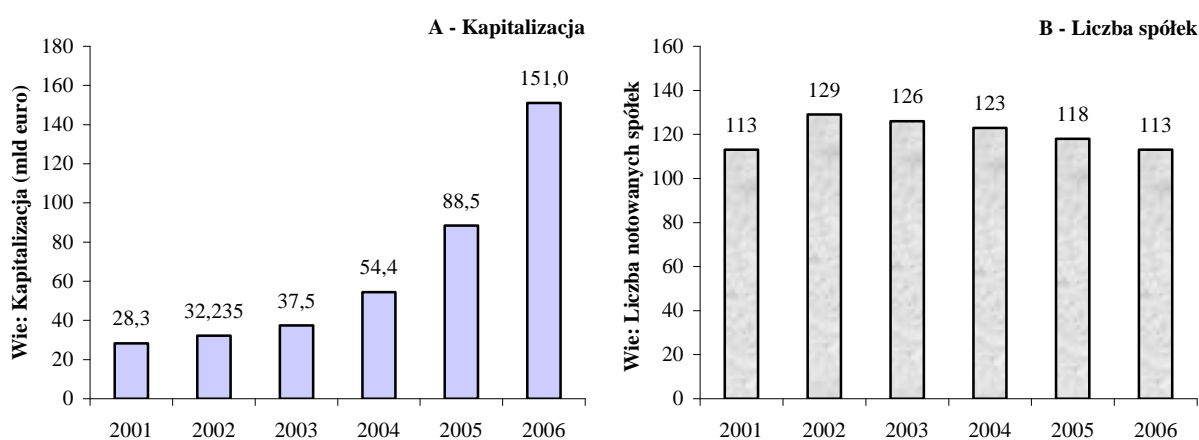
<sup>237</sup> Zob. np.: [www.wienerborse.at/about/shareholders](http://www.wienerborse.at/about/shareholders)



Wśród notowanych walorów znajdują się akcje, obligacje, certyfikaty funduszy inwestycyjnych, warranty oraz inne instrumenty pochodne. Głównymi indeksami giełdowymi są przede wszystkim<sup>238</sup>:

- *ATX Index* – obejmuje on około 20 spółek typu blue-chip;
- *ATXPrime Index* – który obejmuje wszystkie spółki notowane na rynku podstawowym. Obrazuje on ogólny trend austriackiego rynku;
- *VIDX Index* – obejmujący spółki technologiczne o dużym potencjale wzrostu.

Na rysunku 4.16. zilustrowano wielkość kapitalizacji oraz liczbę notowanych na wiedeńskiej giełdzie spółek w latach 2001 – 2006:



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych [www.wienerborse.at](http://www.wienerborse.at) oraz FESE

**Rys. 4.16. A – Kapitalizacja giełdy wiedeńskiej w latach 2001 – 2006**

**B - Liczba notowanych spółek na giełdzie wiedeńskiej w latach 2001 – 2006**

Dane dotyczące austriackiej giełdy dostępne są na stronie [www.wienerborse.at](http://www.wienerborse.at).

<sup>238</sup> Opracowano na podstawie [www.wienerborse.at/indices](http://www.wienerborse.at/indices) oraz Ziarko-Siwiek (2007), s. 304 – 306

## Rozdział V

### Giełda jako instytucja sprzyjająca rozwojowi gospodarczemu.

#### Analiza globalna

##### Wstęp

W poprzednich rozdziałach omówiono pojęcia efektywności technicznej, metody i modeli DEA, a także definicje i funkcje rynku kapitałowego – ze szczególnym uwzględnieniem giełdy papierów wartościowych, jako podstawowej instytucji tego rynku.

Kolejne rozdziały mają już charakter empiryczny. Opisano w nich próbę ustalenia efektywności piętnastu europejskich giełd papierów wartościowych w latach 2003 – 2005. Analizę zrealizowano dla trzech układów zmiennych. W pierwszym z nich sprawdzono, jak efektywnie poszczególne giełdy wpływają na rozwój gospodarczy. W drugim zbadano, czy giełdy efektywnie realizują funkcję mobilizacji kapitału. W trzecim, dokonano analizy efektywności giełd w zakresie zyskowności.

Niniejszy i następny rozdział obejmuje badania pierwszego układu dotyczące hipotezy, że giełda papierów wartościowych jest instytucją sprzyjającą rozwojowi gospodarczemu państwa. Jest to podejście w pewnym stopniu eksperymentalne, gdyż w literaturze metoda DEA prezentowana jest głównie jako narzędzie analiz w skali „mikro”<sup>239</sup>. Autorka wyraża przekonanie, iż metodę tę można z powodzeniem stosować do oceny badanych jednostek w skali „makro”, włączając do zestawu zmiennych opisujących obiekty również zmienne makroekonomiczne, na które badany obiekt nie ma wpływu lub ma tylko wpływ pośredni.

Analizy w pozostałych dwóch układach, a więc dotyczące efektywności giełd w zakresie mobilizacji kapitału oraz w zakresie zyskowności, opisano w rozdziałach odpowiednio VII oraz VIII.

Z formalnego punktu widzenia, wszystkie analizy są trójplaszczynowe. Pierwszy poziom to *analiza globalna (przestrzenno-czasowa)*. Polegała ona na przeprowadzeniu jednorazowo obliczeń, w których uwzględniono wszystkie giełdy – omówione w poprzednim rozdziale – w okresie trzech lat, przy czym ta sama giełda w różnych latach stanowiła odrębny obiekt

---

<sup>239</sup> Samo pojęcie efektywności technicznej jest pojęciem mikroekonomicznym. Choć należy przypomnieć inspiracje, z których czerpali autorzy metody DEA – to prace Farrella (1957) i Debreu (1951), przy czym ta ostatnia dotyczy tylko kwestii makroekonomicznych – więcej o pracy Debreu w rozdziale I.

badania<sup>240</sup>. Drugi poziom to analiza czasowa, a trzeci – analiza przestrzenna. Analizę czasową i przestrzenną zrealizowano w dwóch wariantach, jako tzw. analizę brzegową oraz analizę warunkową

Niniejszy rozdział poświęcono analizie globalnej dla układu I, a rozdział VI – analizie czasowej i warunkowej w tymże układzie.

## 5.1. Charakterystyka zastosowanego modelu DEA

W układzie I rozpatrzono piętnaście omówionych w rozdziale IV europejskich giełd papierów wartościowych w latach 2003 – 2005. Każda giełda opisana jest przez siedem wstępnie wybranych zmiennych (cztery nakłady oraz trzy wyniki).

Jak wspomniano we wstępie, osiłą przeprowadzonego badania jest hipoteza mówiąca, iż giełda papierów wartościowych jest instytucją wspierającą rozwój gospodarczy państwa. Celem jednak nie będzie sprawdzenie prawdziwości tej tezy, ale ustalenie, które giełdy radzą sobie z tym zadaniem lepiej, a które gorzej<sup>241</sup>. Oznacza to, iż w niniejszym opracowaniu przyjmuje się z góry założenie o tym, że giełda ma pozytywny wpływ na rozwój gospodarczy, a celem analiz będzie sprawdzenie, jak dana giełda relatywnie – czyli w stosunku do pozostałych badanych giełd – radzi sobie z osiągnięciem danego poziomu wyników, wykorzystując do tego posiadane nakłady. Wskazane zostaną giełdy efektywne, a więc takie, które na tle pozostałych zużywają najmniej nakładów dla uzyskania danego poziomu wyników. Dlatego też do grupy wyników wybrano zmienne, które bezpośrednio lub symptomatycznie określają rozwój gospodarczy, a jako nakłady przyjęto zmienne, które uznano za czynniki wpływające na poziom rozwoju gospodarczego.

Mówiąc o analizie w układzie I należy wyraźnie podkreślić, iż pojęcia „nakład” oraz „wynik” nie należy rozumieć w tradycyjnym ujęciu, typowym dla standardowych analiz typu DEA. Nakłady należy traktować raczej jako *czynniki wejściowe*, które są potrzebne, aby mogły pojawić się dane *czynniki wyjściowe* (wyniki). Przyjmuje się więc założenie, iż efekty są wynikiem działania przyjętych czynników wejściowych. Mówiono o tym w rozdziale III.

W tradycyjnym ujęciu nakłady mają tę własność, że im są niższe, tym wskaźnik efektywności osiąga wyższą wartość – stąd też wyniki analizy zorientowanej na nakłady

---

<sup>240</sup> Co oznacza, że liczba jednostek poddanych badaniu wynosi 45.

<sup>241</sup> W literaturze hipoteza ta jest tematem licznych badań naukowych – patrz np.: Levine i Zervos (1995) lub Baier, Dwyer i Tamura (2003), którzy uzyskali wyniki potwierdzające tę tezę czy też Caporale, Howells i Soliman (2005), którzy przyjmując już tę hipotezę, starają się pokazać bardziej szczegółowo sposób, w jaki giełda wpływa na gospodarkę. W tego typu badaniach nie stosowano jednak metody DEA.

wskazują jako efektywne te obiekty, które zużywają tych nakładów najmniej. Pozostałym obiektom (nieefektywnym) wskazuje się natomiast wymaganą, w celu zwiększenia efektywności, redukcję nakładów. Jednakże w układzie I z uwagi na to, że badane jednostki nie mają pełnej kontroli i bezpośredniego wpływu na poziom nakładów, będziemy mówić, że wynik obiektu nieefektywnego lepiej byłoby uzyskać niższym nakładem, gdyż wtedy obiekt ten działałby efektywnie. Innymi słowy – dana jednostka działałaby optymalnie, gdyby uzyskiwała ten sam poziom wyników przy mniejszym wykorzystaniu nakładów.

Z reguły przyjmuje się, że czynniki wejściowe mają charakter minimanty, gdyż efektywność w sensie DEA jest tym wyższa, im niższe są wielkości nakładów. Wyniki, to z kolei maksymanty, a więc wyższa ich wartość wpływa pozytywnie na wskaźnik efektywności w sensie DEA.

Należy w tym miejscu jeszcze raz przypomnieć rozważania przeprowadzone w rozdziale III, z których wynika, iż analiza DEA nie wymaga ujednociania charakteru zmiennych, a więc nie należy przekształcać wszystkich czynników wejściowych do minimant, a czynników wejściowych do maksymant. Wiąże się to z postrzeganiem zmiennych w analizie DEA<sup>242</sup>. Warto jedynie podkreślić, że przekształcenia wymagają zmienne wskaźnikowe. Jeżeli w badaniu dany nakład jest wskaźnikiem, którego wyższa wartość świadczy pozytywnie o zjawisku (a więc ma charakter maksymanty), należy przekształcić go do minimanty za pomocą odpowiedniej formuły<sup>243</sup>.

Analizę efektywności wpływu giełdy na rozwój gospodarczy kraju przeprowadzono w oparciu o *zorientowany na nakłady nieradialny model z nadefektywnością* (SE-SBM-I).

Zastosowanie tego modelu pozwoliło na opracowanie rankingu obiektów efektywnych. Wykorzystano także modele CCR-I i BCC-I bez nadefektywności, które posłużyły do przeprowadzenia dla obiektów nieefektywnych dekompozycji wskaźnika z modelu SBM-I bez nadefektywności.

Wybór właśnie modelu SBM-I (również z nadefektywnością) uzasadniają następujące cechy tego modelu:

- nieradialne modele typu SBM posiadają wbudowany „system karania za luzy”, co oznacza redukcję ryzyka przeszacowania poziomu efektywności<sup>244</sup>;
- model SE-SBM-I pozwala na dokonanie rankingu obiektów efektywnych (co nie byłoby możliwe przy zastosowaniu „zwykłego” modelu SBM-I).

---

<sup>242</sup> Patrz: Rozdział III, paragraf 3.1.

<sup>243</sup> Formuły służące do ujednociania charakteru zmiennych stosowane są na przykład w wielowymiarowej analizie danych i można je znaleźć np. w Zeliaś (1989).

<sup>244</sup> Mówiono o tym w w paragrafie 2.8.2., rozdziału II.

Przyjęcie orientacji na nakłady oznacza, że jako efektywne uznane zostaną te obiekty, które „wytwarzając” dany poziom wyników, wykorzystują do tego najmniejszą ilość nakładów w porównaniu z pozostałymi obiektami. Celem analizy będzie więc próba porównania giełd między sobą, biorąc za kryterium poziom zużywanych czynników wejściowych.

Poniżej dokonano krótkiej charakterystyki wszystkich zmiennych (łącznie z określeniem źródła danych empirycznych) i uzasadniono jej wybór do modelu.

W układzie I każdą giełdę wstępnie opisano następującymi zmiennymi:

a) *Czynniki wejściowe* (zwane w terminologii DEA „nakładami”):

- $x_1$ : kapitalizacja (mln euro),
- $x_2$ : wskaźnik monopolizacji giełdy (%),
- $x_3$ : liczba spółek notowanych na giełdzie (szt.),
- $x_4$ : wartość oszczędności brutto (mln euro).

b) *Czynniki wyjściowe* (zwane „wynikami”):

- $y_1$ : przyrost PKB (%),
- $y_2$ : wskaźnik postrzegania korupcji CPI,
- $y_3$ : wartość konsumpcji finalnej (mln euro).

**Zmienna  $x_1$ : Kapitalizacja.** Jest to podstawowa charakterystyka określająca giełdę papierów wartościowych. Odzwierciedla ona wielkość giełdy oraz jej atrakcyjność dla inwestorów. Kapitalizacja wskazuje na łączną wartość wszystkich walorów notowanych w danym momencie na danej giełdzie.

Giełda ma pewien pośredni wpływ na poziom tej zmiennej, gdyż decyduje o tym, czy i jakie spółki mogą zostać dopuszczone do obrotu<sup>245</sup>. Również organizacja rynku może wpływać na ilość nowych emisji<sup>246</sup>. Dodatkowo pewien wpływ na poziom kapitalizacji giełdy mają też działający na giełdzie animatorzy rynku oraz decyzje giełdy o dopuszczeniu (bądź nie) do obrotu wybranych instrumentów pochodnych. Należy jednak podkreślić, że nie jest to wpływ bezpośredni, a możliwości ingerowania w wielkość kapitalizacji są bardzo ograniczone. Zależy ona przede wszystkim od kursów cen, a te ustalone są przez mechanizm rynkowy.

---

<sup>245</sup> Każda giełda publikuje swój regulamin, w którym zawarte są ustalone przez zarząd giełdy zasady i wymagania, które muszą spełnić spółki, aby ich akcje zostały dopuszczone do obrotu na giełdzie. Np. Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. zawarła takie zasady w Regulaminie Giełdy, dostępnym na witrynie internetowej GPW: [www.gpw.pl](http://www.gpw.pl)

<sup>246</sup> Socha (1994), s. 34

W badaniu wykorzystano średnią miesięczną wartość kapitalizacji giełdy w danym roku. Dane z poszczególnych krajów wyrażone w walucie krajowej sprowadzono do wspólnej jednostki – milion euro<sup>247</sup>. Źródłem danych były przede wszystkim elektroniczne bazy danych Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE, *Federation of European Securities Exchanges*)<sup>248</sup>.

**Zmienna  $x_2$ :** *Wskaźnik monopolizacji giełdy* – jest to procentowy udział obrotów pięciu spółek, których walorami najczęściej obracano w danym roku w ogólnej wielkości obrotów danej giełdy (ang. *top 5 most traded shares*). Spółkami tymi są zazwyczaj spółki typu „blue chip”. Terminem tym określa się notowaną na giełdzie dużą spółkę, która cieszy się zaufaniem inwestorów. Charakteryzuje się ona dobrą sytuacją finansową – generuje stałe przychody, a co za tym idzie ma stabilny strumień zysków i dywidend. Kurs akcji takiej spółki jest stosunkowo stabilny.

Giełda ma pośredni wpływ na wielkość tej zmiennej poprzez zachęcanie potencjalnych spółek „blue chip” do emisji akcji na giełdzie. Jeżeli giełda będzie postrzegana jako atrakcyjne miejsce pozyskiwania kapitału, spółki „blue chip” będą zainteresowane, aby również ich akcje pojawiały się w obrocie. Status spółki giełdowej przynosi wiele korzyści – wzmacnia pozycję marketingową wobec konkurencji, a także wzmacnia pozycję kredytową – spółka staje się bardziej wiarygodna w kontaktach z bankami<sup>249</sup>.

Zmienną  $x_2$  nazywano *wskaźnikiem monopolizacji giełdy*, gdyż jej wyższa wartość oznacza zdominowanie giełdy przez wspomnianych pięć największych spółek. Mała wartość oznacza, że poza tymi pięcioma największymi spółkami na giełdzie notowane są również inne spółki o dobrej kondycji.

W badaniu przyjęto średnią w danym roku miesięczną wartość procentowego udziału obrotów pięciu spółek „blue chip” w ogólnej wielkości obrotów danej giełdy. Źródłem danych empirycznych była również FESE.

**Zmienna  $x_3$ :** *Średnia liczba spółek notowanych na giełdzie w danym miesiącu*. Wyższa wartość zmiennej  $x_3$  oznacza większy „ruch” na giełdzie, większe możliwości wyboru dla inwestorów, a także zwiększa poziom zaufania inwestorów wobec giełdy.

Podobnie jak w przypadku zmiennej  $x_2$ , giełda ma pośredni wpływ na poziom liczby spółek notowanych na giełdzie. Spółki, których akcje miałyby być przedmiotem obrotu

---

<sup>247</sup> Dane przeliczono po kursie wymiany walut z dnia 31.12. danego roku.

<sup>248</sup> Bazy danych dostępne są na stronie internetowej FESE ([www.fese.be](http://www.fese.be)). Braki danych uzupełniano o informacje ze stron internetowych poszczególnych giełd.

<sup>249</sup> Sopoćko (2005), s. 74

na giełdzie muszą spełnić szereg wymogów<sup>250</sup>. Również samo postrzeganie giełdy, jako atrakcyjnego (bądź nie) miejsca pozyskiwania kapitału wpływa na decyzję spółek o ewentualnej emisji swoich akcji na giełdzie.

W badaniu przyjęto średnią (w danym roku) miesięczną liczbę notowanych spółek. Wykorzystano dane publikowane przez FESE.

**Zmienna  $x_4$ : Oszczędności brutto.** Oszczędności brutto to wielkość makroekonomiczna, którą w rachunkach narodowych określa się nadwyżkę dochodu narodowego brutto do dyspozycji nad wydatkami wszystkich podmiotów państwowych, przedsiębiorstw i gospodarstw domowych na konsumpcję finalną<sup>251</sup>. Przeznaczone są one na „akumulację, czyli tworzenie i odtworzenie takich aktywów jak nakłady brutto na środki trwałe, przyrost rzeczowych środków obrotowych i aktywów o wyjątkowej wartości, transfery kapitałowe i/lub redukcję zadłużenia”<sup>252</sup>.

Oszczędności brutto (poza ich częścią przeznaczaną na pokrywanie deficytów) są przekształcane w inwestycje. Można zatem przyjąć, że w tej pozycji rachunków narodowych mieści się kapitał, który staje się między innymi przedmiotem obrotu na rynku, a więc i na giełdzie papierów wartościowych. Zmienna  $x_4$  obejmuje kapitał dostarczany na giełdę zarówno przez inwestorów instytucjonalnych, jak i indywidualnych.

W przypadku zmiennej  $x_4$  także należy mówić tylko o pośrednim wpływie giełdy na poziom tej zmiennej. Można jednak przyjąć, że fakt, iż giełda postrzegana jest jako atrakcyjne miejsce lokowania kapitału, ma wpływ na decyzję podmiotów posiadających taki kapitał przeznaczony do zainwestowania. Oznacza to, że potencjalny inwestor część swoich oszczędności może ulokować na rynku kapitałowym, ale może je również przeznaczyć na inne inwestycje bądź też na konsumpcję. Przepuszczalnie, im giełda jest bardziej atrakcyjnym miejscem dla inwestycji, tym poziom oszczędności brutto będzie wyższy, gdyż mniejszy kapitał będzie przeznaczany na konsumpcję.

Źródłem danych o oszczędnościach brutto w danym roku był portal EUROSTAT<sup>253</sup> oraz strony ministerstw finansów krajów, dla których brakowało danych w bazie EUROSTAT-u. Dane wyrażone w walucie krajowej sprowadzono do miliona euro<sup>254</sup>.

---

<sup>250</sup> Zawarte są one w regulaminie giełdy.

<sup>251</sup> Określenie to jest zgodne z zasadami Europejskiego Systemu Rachunków Narodowych i Regionalnych „ESA95”. ESA95 to międzynarodowy standard metodologiczny i rachunkowy, przyjęty i zalecany przez Unię Europejską, służący szczegółowemu opisowi danej gospodarki. ESA95 jest zgodny z Systemem Zintegrowanych Rachunków Ekonomicznych „SNA93” (zalecanym przez Organizację Narodów Zjednoczonych, ONZ). Polski system rachunków narodowych jest zgodny zarówno z ESA95, jak i SNA93.

<sup>252</sup> Raport GUS (2006), s. 440. Raport ten jest dostępny na witrynie internetowej GUS-u: [http://stat.gov.pl/gus/45\\_3261\\_ENG\\_HTML.htm](http://stat.gov.pl/gus/45_3261_ENG_HTML.htm)

<sup>253</sup> EUROSTAT: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu>

**Zmienna  $y_1$ :** *Przyrost PKB*. Wyrażony jest w procentach i obrazuje przyrost produktu krajowego brutto w danym roku. Zmienna ta jest jedną z głównych charakterystyk opisujących rozwój gospodarczy danego kraju.

Źródłem danych była również baza danych EUROSTAT<sup>255</sup>.

**Zmienna  $y_2$ :** *Wskaźnik przejrzystości gospodarczej* mierzony Indeksem Percepcji Korupcji (ang. *Corruption Perceptions Index*, CPI), który opracowywany jest corocznie przez międzynarodową, niezależną, pozarządową organizację *Transparency International*. Indeks ten pokazuje poziom korupcji „odczuwanej”<sup>256</sup> w danym kraju. Mierzy on zakres korupcji, a więc częstotliwość i rozmiar „łapówek” w sektorze publicznym. CPI opiera się na opiniach dostarczanych przez analityków oraz ludzi biznesu z całego świata, w tym ekspertów zamieszkałych w ocenianym kraju.

Tę symptomatyczną zmienną włączono do badania, gdyż można przypuszczać, że sprawnie funkcjonująca giełda papierów wartościowych zmniejsza poziom korupcji w danym kraju. Działanie giełdy jest bowiem silnie osadzone w przepisach prawnych<sup>257</sup>, a także podlega wielu sztywnym procedurom.

Indeks przyjmuje wartości od 0 do 10, przy czym 0 oznacza największy poziom korupcji, a 10 największą przejrzystość. Jest więc maksymantą, a ponieważ ma charakter wskaźnika, należy przekształcić go do minimum<sup>258</sup>. Dokonano tego poprzez odjęcie wartości indeksu od 10. Wartości wskaźnika CPI dla badanych krajów za lata 2003 – 2005 pobrano ze strony internetowej organizacji *Transparency International*<sup>259</sup>.

**Zmienna  $y_3$ :** *Konsumpcja finalna*. W rachunkach narodowych konsumpcja finalna<sup>260</sup> to część dochodu narodowego brutto, która „stanowi wartość produktów (wyrobów i usług) zużytych na zaspokojenie potrzeb ludności”<sup>261</sup>. Generalnie, za główny miernik rozwoju

---

<sup>254</sup> Przeliczono po kursie wymiany walut z dnia 31.12. danego roku.

<sup>255</sup> Zob. przypis 16.

<sup>256</sup> Odczuwanej (ang. *perceived corruption*), gdyż oczywiście nie ma sposobu na dokładne zmierzenie natężenia korupcji z uwagi na to, iż zjawisko to funkcjonuje poza prawem.

<sup>257</sup> Np. w Polsce są to ustawy (patrz: Rozdział IV, paragraf 4.1.) oraz statut i regulamin giełdy. Poza tym, nadzorem nad polską giełdą zajmuje się Komisja Papierów Wartościowych i Giełd, wszelkie transakcje i dokumenty uwierzytelniane są przez Krajowy Depozyt Papierów Wartościowych. W innych krajach działają oczywiście analogiczne instytucje dbające o przejrzystość funkcjonowania giełdy.

<sup>258</sup> Jak wskazano w rozdziale III, nakładów o charakterze bezwzględny nie należy przekształcać do minimum. Zmienne „względne” oczywiście trzeba. Oznacza to, iż zmienne takie, jak indeks CPI (ale też takie, których jednostką jest %) należy przekształcać do postaci minimum lub maksimum – w zależności od tego, czy są to nakłady czy wyniki.

<sup>259</sup> [www.transparency.org](http://www.transparency.org)

<sup>260</sup> W terminologii GUS-u jest to „spożycie”.

<sup>261</sup> Raport GUS (2006), s. 437. Warto zwrócić uwagę, że pojęcie „konsumpcja finalna” dotyczy tylko gospodarstw domowych i ogólnie społeczeństwa (tzw. spożycie ogólnospołeczne, czyli „spożycie wyrobów i usług nierynkowych, które nie posiadają konkretnych indywidualnych odbiorców, np. koszty poniesione na administrację publiczną, wymiar sprawiedliwości, obronę narodową, bezpieczeństwo publiczne, działalność naukowo-badawczą, itp.”, [Raport GUS, 2006,



gospodarczego przyjmuje się przyrost produktu krajowego brutto. Produkuje się jednak zawsze w jakimś celu, a głównym celem jest konsumpcja – co potwierdzają dane statystyczne we wszystkich badanych krajach europejskich, gdzie od wielu lat udział konsumpcji finalnej w PKB jest bardzo stabilny i utrzymuje się średnio na poziomie ponad 70%. Można zatem uznać, iż wielkość konsumpcji finalnej także odzwierciedla poziom rozwoju gospodarczego, gdyż wskazuje na dobrobyt społeczeństwa. Oczywiście przy danym funduszu przeznaczanym na inwestycje, w danym kraju jest tym lepiej, im konsumpcja finalna jest wyższa.

Źródłem danych była baza danych EUROSTAT<sup>262</sup>.

Po ustaleniu wyżej wymienionego wstępnego zestawu zmiennych sprawdzono, czy wśród tych siedmiu zmiennych są takie, które nie wnoszą do modelu nowych informacji, a więc które można nazwać nieistotnymi z punktu widzenia prowadzonej analizy efektywności. W tym celu zastosowano omówioną w rozdziale III metodę doboru zmiennych. Zaproponowana metoda kombinowanego doboru wprzód wskazała, że z intuicyjnie przyjętych siedmiu zmiennych usunąć można dwie – zmienną  $x_3$ : liczbę spółek oraz zmienną  $y_1$ : przyrost PKB<sup>263</sup>.

Ostatecznie wzięto więc pod uwagę pięć zmiennych:

#### Nakłady:

- $x_1$ : kapitalizacja (w mln euro),
- $x_2$ : wskaźnik monopolizacji giełdy (w %),
- $x_4$ : wielkość oszczędności brutto (w mln euro).

#### Wyniki:

- $y_2$ : wskaźnik przejrzystości giełdy,
- $y_3$ : wielkość konsumpcji finalnej (w mln euro),

## **5.2. Rezultaty badania**

Analizie globalnej poddano łącznie 45 obiektów (piętnaście giełd w latach 2003 – 2005). Warto w tym miejscu zwrócić uwagę, że liczba badanych obiektów spełnia warunek

---

s. 439]), gdyż dla przedsiębiorstw cały dochód do dyspozycji stanowią oszczędności [Raport GUS (2006), s. 34], które przeznaczane są na inwestycje, a także na wypłatę dywidend czy regulowanie wierzytelności.

<sup>262</sup> Jak wszystkie dane wartościowe, również  $y_3$  wyrażono w walucie krajowej, sprowadzonej do miliona euro, po kursie wymiany walut z dnia 31 grudnia danego roku.

<sup>263</sup> Przykład działania tej metody, który przedstawiono w paragrafie 3.4. rozdziału III, przeprowadzono właśnie na siedmiu zmiennych występujących w tym układzie (zachowano odpowiednie oznaczenia zmiennych). Stąd też pośrednie rezultaty analizy doboru nie będą już tutaj przytaczane.

minimalnej liczebności grupy, sugerowany przez autorów metody DEA. Warunek ten wskazuje, że aby zachowana została dostateczna liczba stopni swobody, liczba obiektów (oznaczana przez  $n$ ) powinna wynosić co najmniej:

$$n_{\min} = \max\{m \cdot s; 3(m + s)\}, \quad (1)$$

gdzie:

$m$  – to liczba nakładów (w badaniu  $m = 3$ ),

$s$  – to liczba wyników (w badaniu  $s = 2$ ).

Należy zaznaczyć, że warunek ten traktowany jest jako tzw. silne zalecenie, jednak nie jako warunek rozwiązywalności modeli DEA. Jak podkreślają sami autorzy, powstał on w wyniku badań symulacyjnych i należy go traktować jako pewną praktyczną zasadę, którą nazywają „*rule of thumb*”<sup>264</sup>.

Rezultaty analizy SE-SBM-I wraz z rankingiem i wagami intensywności  $\lambda$  przedstawiono w tabeli 5.1.

W omawianej tabeli kolumna o nazwie „SE-SBM” zawiera wartości wskaźnika efektywności  $\delta_{SE-SBM-I}$ , uzyskane po rozwiązaniu zorientowanych na nakłady modeli SBM z nadefektywnością dla poszczególnych 45 obiektów. Wskaźnik efektywności z modelu SE-SBM-I to, jak już mówiono w rozdziale II, uśredniona wartość cząstkowych współczynników redukcji nakładów  $\phi$ . Obiekty efektywne ( $\delta_{SE-SBM-I} \geq 1$ ) wyróżniono pogrubioną czcionką.

Kolumna „Rangi” pokazuje miejsce danej jednostki w rankingu badanych 45 obiektów ze względu na uzyskany wskaźnik efektywności  $\delta_{SE-SBM-I}$ .

W kolumnie „Wzorce” podano dwa typy informacji:

1) Jeżeli jednostka jest efektywna, w nawiasach kwadratowych podano dla ilu jednostek nieefektywnych jest ona wzorcem. Przykładowo, giełda niemiecka z roku 2003 (*Deu'03*) była wzorcem dla 16 jednostek nieefektywnych. Z kolei giełda brytyjska z roku 2003 (*Lon'03*) mimo, że okazała się efektywna (wskaźnik 1,03) nie była wzorcem dla żadnego obiektu.

---

<sup>264</sup> W języku angielskim funkcjonuje specjalne określenie, które oznacza taką niepisaną regułę ustanowioną w oparciu nie o naukowy dowód, ale doświadczenie, obserwacje i symulacje. Jest to tzw. *rule of thumb*. Thumb oznacza kciuk, a pojęcie to funkcjonuje w języku od końca XVII wieku (służyło do określania sposobu pomiaru – za pomocą kciuka). Anegdota wyjaśnia, że stało się to popularne w XVIII wieku, kiedy ponoć pewien sędzia sądu brytyjskiego (sir Francis Buller) ustanowił regułę, wedle której mąż mógł bić żonę kijem (i nie było to sprzeczne z prawem) – o ile kij był nie grubszy, niż kciuk męża. Dociekliwi historycy prawa zaprzeczają, że był to ten sędzia i że zasada funkcjonowała w oficjalnym prawie brytyjskim. Nie zaprzeczają jednak, że była to zasada niepisana. Zob. np.: [www.phrases.org.uk/meanings/rule-of-thumb.html](http://www.phrases.org.uk/meanings/rule-of-thumb.html).

**Tab. 5.1. Układ I – giełda jako instytucja sprzyjająca rozwojowi gospodarczemu państwa.**

**Rezultaty analizy globalnej**

| Nr | Giełda        | SE-SBM       | Rangi     | Wzorce                                   |
|----|---------------|--------------|-----------|--|
| 1  | <i>Ath'03</i> | <b>1,057</b> | <b>7</b>  | [1]                                      |
| 2  | <i>Bra'03</i> | <b>1,004</b> | <b>17</b> | [0]                                      |
| 3  | <i>Bud'03</i> | 0,786        | 28        | 6 (0,37), 14 (0,34)                      |
| 4  | <i>Deu'03</i> | <b>1,100</b> | <b>4</b>  | [16]                                     |
| 5  | <i>Eur'03</i> | 0,764        | 31        | 4 (1,15)                                 |
| 6  | <i>Ice'03</i> | <b>1,251</b> | <b>1</b>  | [22]                                     |
| 7  | <i>Lju'03</i> | <b>1,044</b> | <b>8</b>  | [0]                                      |
| 8  | <i>Lon'03</i> | <b>1,026</b> | <b>12</b> | [0]                                      |
| 9  | <i>Omx'03</i> | 0,687        | 35        | 4 (0,29), 6 (0,51)                       |
| 10 | <i>Osl'03</i> | 0,794        | 26        | 4 (0,07), 6 (0,82), 15 (0,05)            |
| 11 | <i>Pra'03</i> | 0,705        | 34        | 6 (0,27), 14 (0,36)                      |
| 12 | <i>Spa'03</i> | 0,636        | 40        | 4 (0,34), 6 (0,45)                       |
| 13 | <i>Swx'03</i> | 0,902        | 24        | 4 (0,04), 6 (0,24), 28 (0,68)            |
| 14 | <i>War'03</i> | <b>1,109</b> | <b>3</b>  | [9]                                      |
| 15 | <i>Wie'03</i> | <b>1,090</b> | <b>5</b>  | [3]                                      |
| 16 | <i>Ath'04</i> | 0,892        | 25        | 1 (0,59), 4 (0,002), 6 (0,05), 29 (0,35) |
| 17 | <i>Bra'04</i> | <b>1,110</b> | <b>2</b>  | [1]                                      |
| 18 | <i>Bud'04</i> | 0,738        | 33        | 6 (0,36), 14 (0,37)                      |
| 19 | <i>Deu'04</i> | <b>1,003</b> | <b>19</b> | [0]                                      |
| 20 | <i>Eur'04</i> | 0,771        | 30        | 4 (1,19)                                 |
| 21 | <i>Ice'04</i> | 0,914        | 21        | 6 (0,86), 31 (0,003), 36 (0,12)          |
| 22 | <i>Lju'04</i> | 0,784        | 29        | 6 (0,59), 14 (0,09)                      |
| 23 | <i>Lon'04</i> | <b>1,036</b> | <b>10</b> | [0]                                      |

| Nr | Giełda        | SE-SBM       | Rangi     | Wzorce                         |
|----|---------------|--------------|-----------|--------------------------------|
| 24 | <i>Omx'04</i> | 0,660        | 39        | 4 (0,30), 6 (0,51)             |
| 25 | <i>Osl'04</i> | 0,662        | 38        | 4 (0,02), 6 (0,40), 15 (0,62)  |
| 26 | <i>Pra'04</i> | 0,605        | 44        | 6 (0,29), 14 (0,38)            |
| 27 | <i>Spa'04</i> | 0,624        | 41        | 4 (0,37), 6 (0,44)             |
| 28 | <i>Swx'04</i> | <b>1,012</b> | <b>15</b> | [2]                            |
| 29 | <i>War'04</i> | <b>1,019</b> | <b>13</b> | [2]                            |
| 30 | <i>Wie'04</i> | 0,911        | 22        | 4 (0,02), 6 (0,16), 15 (0,84)  |
| 31 | <i>Ath'05</i> | <b>1,008</b> | <b>16</b> | [1]                            |
| 32 | <i>Bra'05</i> | 0,944        | 20        | 6 (0,06), 14 (0,03), 17 (0,91) |
| 33 | <i>Bud'05</i> | 0,667        | 37        | 6 (0,37), 14 (0,41)            |
| 34 | <i>Deu'05</i> | <b>1,028</b> | <b>11</b> | [0]                            |
| 35 | <i>Eur'05</i> | 0,763        | 32        | 4 (1,23)                       |
| 36 | <i>Ice'05</i> | <b>1,067</b> | <b>6</b>  | [1]                            |
| 37 | <i>Lju'05</i> | 0,786        | 27        | 6 (0,06), 14 (0,10)            |
| 38 | <i>Lon'05</i> | <b>1,018</b> | <b>14</b> | [0]                            |
| 39 | <i>Omx'05</i> | 0,624        | 42        | 4 (0,31), 6 (0,51)             |
| 40 | <i>Osl'05</i> | 0,670        | 36        | 4 (0,08), 6 (0,83), 28 (0,03)  |
| 41 | <i>Pra'05</i> | 0,541        | 45        | 6 (0,29), 14 (0,43)            |
| 42 | <i>Spa'05</i> | 0,615        | 43        | 4 (0,40), 6 (0,41)             |
| 43 | <i>Swx'05</i> | <b>1,039</b> | <b>9</b>  | [0]                            |
| 44 | <i>War'05</i> | 0,908        | 23        | 4 (0,03), 14 (0,91)            |
| 45 | <i>Wie'05</i> | <b>1,004</b> | <b>18</b> | [0]                            |

Źródło: Opracowanie własne

2) Jeśli obiekt jest nieefektywny, podano numery sugerowanych dla niego jednostek efektywnych, na których powinien się on wzorować. W nawiasach znajdują się wagi intensywności  $\lambda$ , które pokazują, w jakich proporcjach obiekt nieefektywny powinien dobrać nakłady wskazanych dla niego obiektów wzorcowych, aby stać się efektywnym. Przykładowo, giełda papierów wartościowych w Budapeszcie w roku 2003 (*Bud'03*) uzyskała wskaźnik efektywności równy 0,786. Oznacza to, że działałaby ona efektywnie, gdyby swe ówczesne wyniki uzyskała przy nakładach o 21,4% niższych od faktycznie wykorzystanych w tamtym okresie<sup>265</sup>. Jednak tak nie było i dlatego węgierska giełda powinna wzorować się na niektórych giełdach w pełni efektywnych – w tym wypadku DEA sugeruje, że na giełdzie islandzkiej z roku 2003 (*Ice'03*) oraz na giełdzie polskiej z tego roku (*War'03*). Powinna więc

<sup>265</sup> Trzeba jednak powtórzyć, że w przypadku analizy obiektów takich jak giełdy, nie należy interpretować jej rezultatów w sposób typowy dla DEA. Wynika to z tego, iż dana giełda nie zawsze ma wpływ na poziom wykorzystywanych nakładów. W przypadku badania efektywności giełd, należy więc wskazywać jedynie, że dana nieefektywna giełda działałaby efektywnie, gdyby uzyskiwała swoje wyniki przy niższych nakładach. Inaczej mówiąc, jest to pewna wskazówka, że giełda dysponuje niewykorzystanym potencjałem.

wykorzystywać nakłady równe ważonej sumie nakładów giełdy islandzkiej i polskiej z roku 2003. Wagi to odpowiednio:  $\lambda_{\text{Bud}'03;\text{Ice}'03} = 0,37$  oraz  $\lambda_{\text{Bud}'03;\text{War}'03} = 0,34$ .

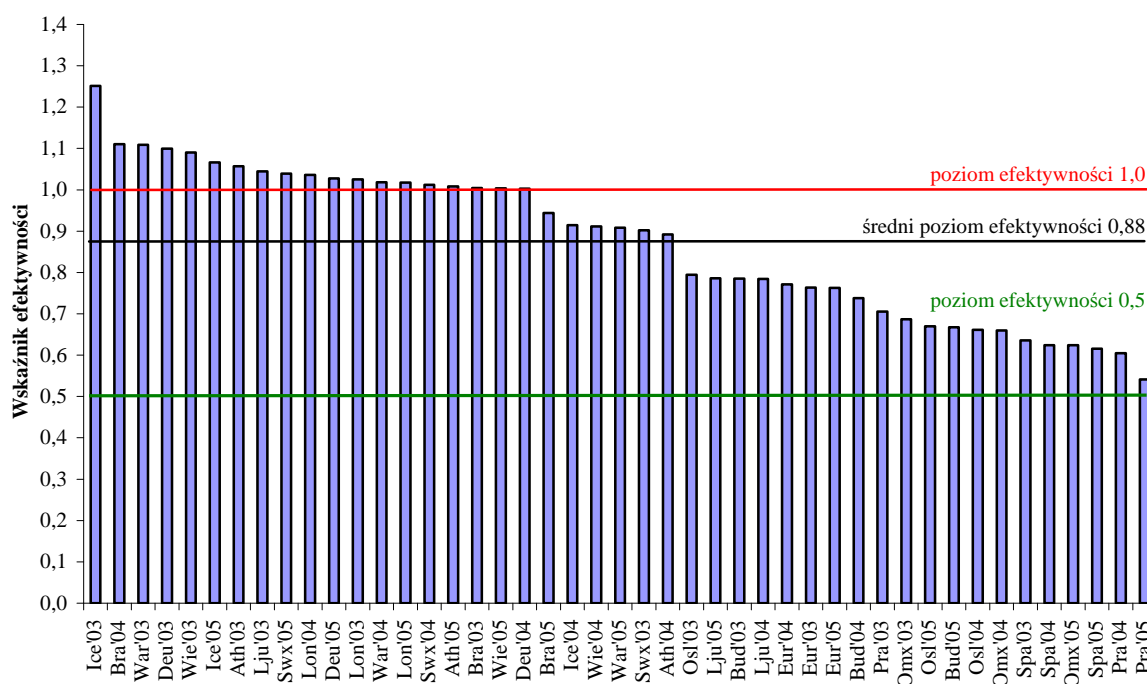
### Syntetyczne rezultaty badania

➤ Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w latach 2003 – 2005 spośród badanych 45 obiektów, 19 było efektywnych w sensie sprzyjania rozwojowi gospodarczemu (uzyskały one wskaźnik efektywności  $\delta_{\text{SE-SBM-I}}$  powyżej 1,0). Są to giełdy:

- grecka (*Ath'03*), (*Ath'05*);
- słowacka (*Bra'03*), (*Bra'04*);
- niemiecka (*Deu'03*), (*Deu'04*), (*Deu'05*);
- islandzka (*Ice'03*), (*Ice'05*);
- słoweńska (*Lju'03*);
- brytyjska (*Lon'03*), (*Lon'04*), (*Lon'05*);
- szwajcarska (*Swx'04*), (*Swx'05*);
- polska (*War'03*), (*War'04*);
- austriacka (*Wie'03*), (*Wie'05*).

➤ Najwyższa efektywność sprzyjania rozwojowi gospodarczemu cechowała giełdę islandzką w roku 2003 ( $\delta_{\text{Ice}'03}^* = 1,25$ ). Przy różnych technologiach wykorzystywanych przez badane obiekty, giełda islandzka radziła sobie z przekształcaniem nakładów w wyniki w sposób najlepszy. Ponadto, z porównania wskaźników efektywności wynika, że znajdowała się ona poza obszarem osiągalnym dla reszty obiektów.

Widać to dobrze na wykresie 5.1, na którym przedstawiono ranking wszystkich badanych obiektów, uporządkowany według wartości wskaźnika efektywności. Czerwona linia wskazuje poziom efektywności równy 1,0. Czarną zaznaczono średni poziom efektywności wszystkich badanych obiektów (który wynosi 0,88), a zieloną poziom efektywności równy 0,5.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 5.1. Układ I: Efektywność giełd w latach 2003 – 2005**

Jak widać, ponad połowa badanych jednostek (25) charakteryzowała się efektywnością wyższą, niż średnia. Dla jedenastu obiektów uzyskano wskaźniki efektywności niższe, niż pierwszy kwartyl<sup>266</sup>, który przyjął tutaj wartość  $Q_1 = 0,71$ . Z kolei 34 obiekty znalazły się poniżej trzeciego kwartyla<sup>267</sup>, który wynosi  $Q_3 = 1,03$ .

W tabeli 5.2. zawarto średnie statystyki dla grupy wszystkich 45 obiektów oraz osobno dla jej podgrup – jednostek nieefektywnych (26 obiektów) i efektywnych (19):

**Tab. 5.2. Charakterystyki syntetyczne analizy globalnej**

| Charakterystyki              | Giełdy         |                   |                |
|------------------------------|----------------|-------------------|----------------|
|                              | wszystkie (45) | nieefektywne (26) | efektywne (19) |
| Średni wskaźnik efektywności | 0,875          | 0,744             | 1,054          |
| Odchylenie standardowe       | 0,179          | 0,112             | 0,058          |
| Współczynnik zmienności      | 20,5%          | 15,1%             | 5,5%           |

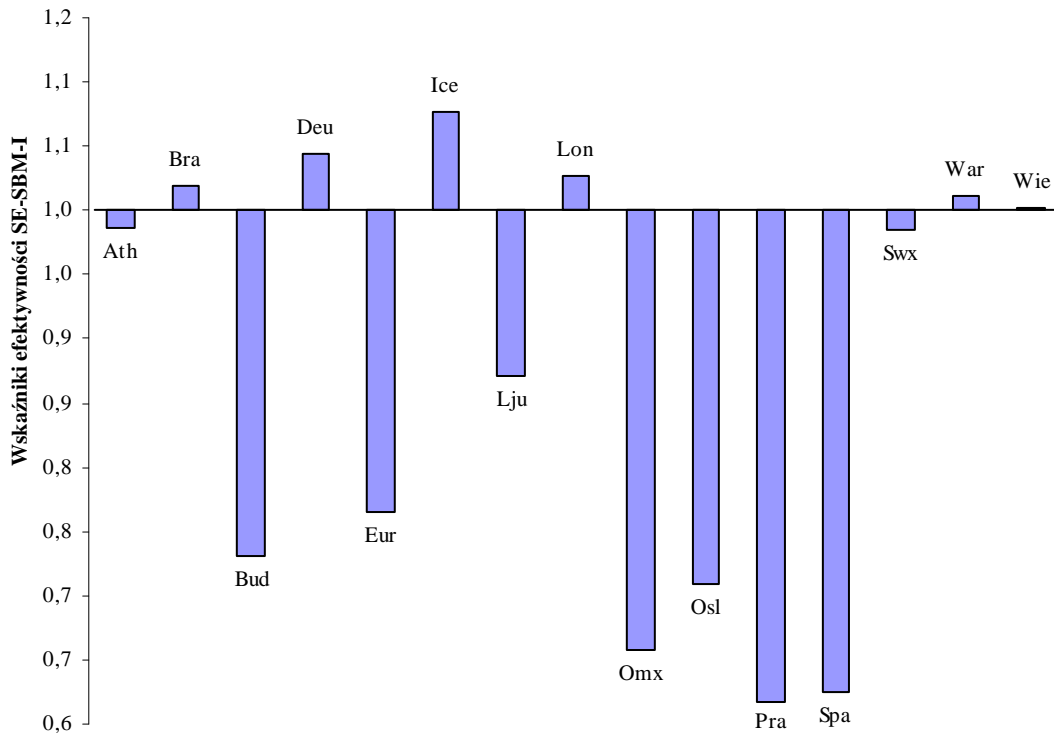
Źródło: Opracowanie własne

➤ Średni wskaźnik efektywności wszystkich badanych giełd wynosił aż 0,88, a średni wskaźnik dla obiektów nieefektywnych nieco ponad 0,74. Średnia efektywność obiektów

<sup>266</sup> Przypomnijmy, że kwartył  $Q_1$  dzieli populację na dwie części w taki sposób, że 1/4 jednostek ma wartości cechy niższe, niż  $Q_1$ .

<sup>267</sup> Kwartył trzeci, dzieli populację na dwie części w taki sposób, że 3/4 jednostek ma wartości cechy niższe, niż  $Q_3$ .

wzorcowych nieznacznie przekraczała poziom 1,0. Wskazuje to na niezbyt silną nadefektywność obiektów efektywnych. Widać to na zamieszczonym poniżej rysunku 5.2, który pokazuje średni (w badanych latach 2003 – 2005) poziom efektywności według modelu SE-SBM-I dla wszystkich badanych giełd:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 5.2. Średnia efektywność giełd w latach 2003 – 2005**

Punktem odniesienia na wykresie jest poziom efektywności 1,0 (oś X). Słupki pod i ponad tym poziomem wskazują odpowiednio, jak bardzo dana giełda była nieefektywna lub nadefektywna. Wysokość słupka odpowiada oczywiście wartości wskaźnika  $\delta_{SBM-I}$ , a więc wartości przekraczające oś X wskazują na efektywność wyższą od 1,0.

➤ Rezultaty analizy są stosunkowo słabo zróżnicowane, o czym świadczą niezbyt wysokie współczynniki zmienności, które zawarto w tabeli 5.2. Najwyższy współczynnik zmienności zanotowano w grupie wszystkich badanych obiektów (na poziomie nieco ponad 20%). Jego wartość w podgrupach obiektów nieefektywnych i efektywnych była już dużo niższa (poniżej 20%).

## Wnioski na temat wpływu giełd na rozwój gospodarczy

➤ Ogólnie cała badana grupa została oceniona bardzo wysoko – na co wskazuje fakt, iż efektywność żadnej z giełd nie spadła w latach 2003 – 2005 poniżej poziomu 0,5<sup>268</sup>. Można zatem stwierdzić, że badane giełdy solidnie spełniały rolę instytucji wspierających rozwój gospodarczy swoich krajów. Potwierdzałoby to przyjętą na początku hipotezę o pozytywnym wpływie rynku kapitałowego na gospodarkę.

➤ Wyższymi wskaźnikami efektywności charakteryzowały się giełdy działające w dużych, dobrze rozwiniętych krajach (Wielka Brytania, Niemcy, Islandia, Austria) lub też w krajach cechujących się dynamicznie rozwijającą się gospodarką (Polska, Słowacja).

Najślabiej oceniona została giełda północno-bałtycka (grupa *Omx*), hiszpańska, czeska oraz węgierska.

Poziom średniej efektywności giełd w latach 2003 – 2005 (liczonej jako średnia z efektywności w poszczególnych latach) pokazuje mapka na rysunku 5.3.

Przy konstrukcji mapki przyjęto następującą klasyfikację wpływu giełdy na rozwój gospodarczy:

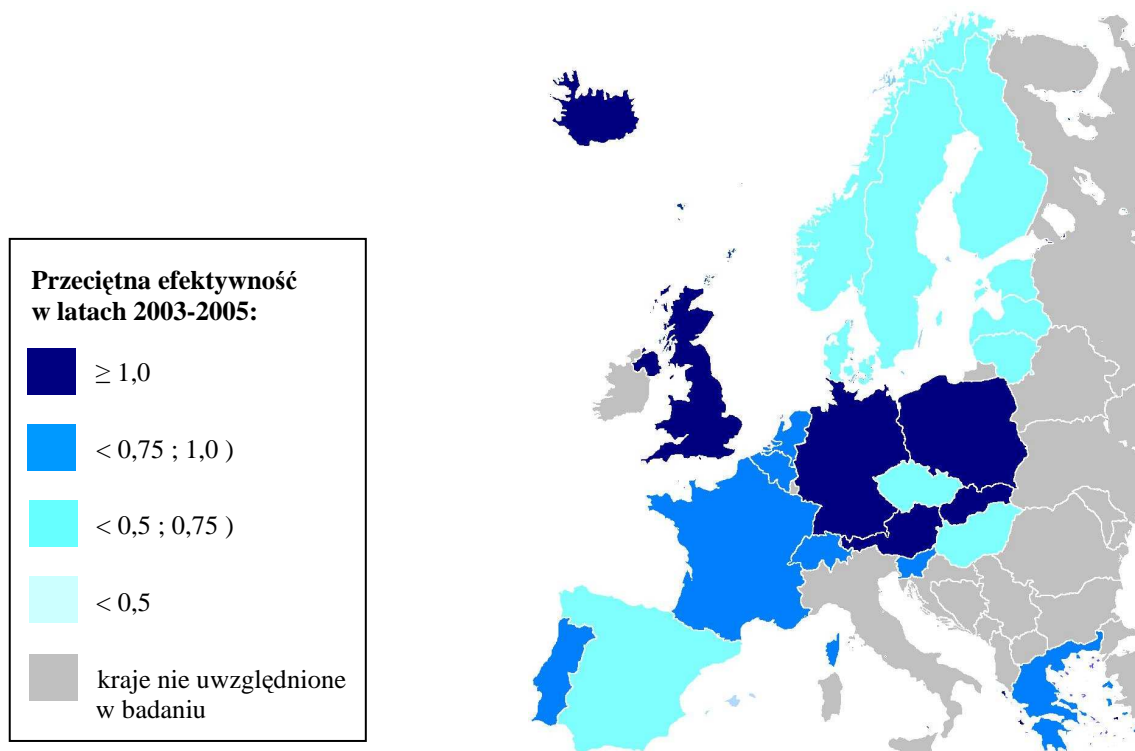
- a) bardzo silny wpływ – gdy średni wskaźnik efektywności przekracza poziom 1,0;
- b) silny: 0,75 – 1,0;
- c) średni: 0,5 – 0,75;
- d) słaby: poniżej 0,5.

Skład poszczególnych grup jest następujący:

- a) bardzo silny wpływ miało sześć giełd – islandzka, niemiecka, brytyjska, słowacka, polska oraz austriacka);
- b) silny wpływ miały cztery giełdy: grecka, szwajcarska, słoweńska oraz Euronext;
- c) średni wpływ zanotowano dla pięciu giełd: węgierskiej, norweskiej, Omx, hiszpańskiej oraz czeskiej;
- d) słabego wpływu nie zaobserwowano dla żadnej z badanych giełd.

---

<sup>268</sup> Dodać trzeba, iż metoda DEA nie wyklucza, że wszystkie obiekty będą w pełni efektywne.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 5.3. Efektywność przeciętna giełd w układzie I dla poszczególnych krajów Europy**

➤ Na szczególną uwagę zasługują tutaj Polska i Słowacja, których gospodarki zaczęły funkcjonować na zasadach wolnorynkowych zaledwie 20 lat temu. Wyniki tych krajów świadczą o silnym pozytywnym wpływie giełd na rozwój gospodarczy w tych krajach.

➤ Wyjątek stanowią w tym obszarze Europy przede wszystkim giełdy na Węgrzech i w Czechach. Jednak średnia efektywność giełdy w Budapeszcie wyniosła w badanych latach 0,73, a więc niewiele mniej, niż rezultat uzyskany przez giełdę Euronext (0,77), którą zaliczono już do drugiej grupy  $< 0,75 ; 1,0$ ). Efektywność giełdy w Pradze wynosiła natomiast 0,62. Giełdy w obu tych krajach charakteryzowały się zbyt dużą nakładochłonnością w porównaniu z innymi, które osiągnęły podobne wyniki przy dużo niższych nakładach. Szczególnie „nakład”  $x_2$ , czyli wskaźnik monopolizacji giełdy, był dla obu tych giełd wyjątkowo wysoki (ponad 90%), co wskazuje na to, iż obroty na rynku giełdowym w tych krajach były praktycznie zdominowane przez pięć największych spółek. Jest to poważny mankament, gdyż jak wspomniano wcześniej im więcej spółek aktywnie działa na giełdzie, tym łatwiejsze jest przemieszczanie się kapitału, a szeroki dostęp do kapitału wpływa pozytywnie na wzrost gospodarczy. Trudno przecież mówić o rozwoju, jeżeli nie ma dostatecznych środków na inwestycje.



Dodatkowo, w porównaniu z pozostałymi giełdami, Czechy charakteryzowały się bardzo niskimi (jak na wykorzystywany poziom nakładów) wartościami zmiennej  $y_3$  (konsumpcja finalna), co także miało negatywny wpływ na średni wskaźnik efektywności tej giełdy.

➤ Podsumowując warto również pokazać, iż ranking giełd ze względu na rezultaty analizy DEA w dużym stopniu odzwierciedlał uporządkowanie badanych krajów wskazywane przez średnioroczną stopę wzrostu udziału wydatków na konsumpcję finalną w PKB (KF/PKB) zaobserwowaną w latach 1995 – 2005<sup>269</sup>. Przyjęto oznaczenia: konsumpcja finalna – KF oraz produkt krajowy brutto – PKB.

**Tab. 5.3. Porównanie rankingu wedle rezultatów analizy DEA oraz średniorocznej stopy wzrostu KF/PKB**

| Kraj                          | Średnia efektywność DEA (2003 - 2005) | Kraj            | Średnioroczna stopa wzrostu KF/PKB (1995-2005) |
|-------------------------------|---------------------------------------|-----------------|--|
| Islandia                      | 1,0773                                | Islandia        | 0,0052   |
| Niemcy                        | 1,0435                                | Wielka Brytania | 0,0037   |
| Wielka Brytania               | 1,0265                                | Słowacja        | 0,0031   |
| Słowacja                      | 1,0195                                | Polska          | 0,0022   |
| Polska                        | 1,0120                                | Grupa Euronext  | 0,0011   |
| Austria                       | 1,0017                                | Niemcy          | 0,0005   |
| Grecja                        | 0,9858                                | Szwajcaria      | 0,0003   |
| Szwajcaria                    | 0,9845                                | Czechy          | -0,0011  |
| Słowenia                      | 0,8713                                | Węgry           | -0,0023  |
| Grupa Euronext <sup>270</sup> | 0,7659                                | Hiszpania       | -0,0029  |
| Węgry                         | 0,7302                                | Austria         | -0,0032  |
| Norwegia                      | 0,7086                                | Grecja          | -0,0054  |
| Grupa Omx <sup>271</sup>      | 0,6569                                | Grupa Omx       | -0,0063  |
| Hiszpania                     | 0,6251                                | Słowenia        | -0,0066  |
| Czechy                        | 0,6172                                | Norwegia        | -0,0137  |

Źródło: Opracowanie własne

W tabeli 5.3. zamieszczono uporządkowaną malejąco średnią efektywność DEA badanych giełd oraz średnioroczną stopę wzrostu udziału wydatków na konsumpcję finalną w PKB w krajach, w których działają te giełdy. Przyjęto podział na cztery grupy wedle wskaźnika efektywności DEA, jaki zastosowano już na rysunku 5.3. Właściwy ze względu na efektywność DEA kolor danego kraju zachowano w rankingu średniorocznej stopy wzrostu KF/PKB, aby pokazać różnice w uporządkowaniu.

<sup>269</sup> Wykorzystano udział konsumpcji finalnej w PKB, a nie samą wartość konsumpcji finalnej, aby sprowadzić badane kraje do porównywalności. Dane pochodzą z bazy WDI (World Development Indicators), dostępnej np. w bibliotece Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.

<sup>270</sup> Do grupy Euronext zaliczają się następujące kraje: Belgia, Francja, Holandia i Portugalia. Przy obliczaniu średniej stopy wzrostu wykorzystano przeciętną dla tych czterech krajów wartość udziału wydatków na konsumpcję finalną w PKB.

<sup>271</sup> Grupa Omx składa się z krajów: Dania, Finlandia, Szwecja, Litwa, Łotwa oraz Estonia. Średnią stopę wzrostu wyznaczono analogicznie, jak w przypadku grupy Euronext.

Uporządkowana malejąco średnioroczna stopa wzrostu udziału wydatków na konsumpcję finalną w PKB informuje jak średnio w danym kraju zmieniał się udział konsumpcji finalnej w PKB na przestrzeni jedenastu lat. Przykładowo, wartość 0,0052 dla Islandii oznacza, iż w latach 1995 – 2005 udział wydatków na konsumpcję finalną w PKB zwiększał się z roku na rok średnio o 0,52%.

➤ Powyższe porównanie rankingów pokazuje, iż w poddanym analizie DEA trzyletnim okresie czasu ten porządek został uwzględniony<sup>272</sup>. Taka zbieżność wskazuje, iż kraj, w którym działa giełda o wyższej efektywności, charakteryzuje się wyższym udziałem konsumpcji finalnej w PKB.

### 5.3. Źródła nieefektywności giełd

Jak pokazano w rozdziale II, zastosowanie modelu SBM-I łącznie z modelami CCR-I i BCC-I umożliwia dokonanie dekompozycji wskaźnika efektywności wynikającego z modelu SBM-I. Dekompozycję przeprowadza się tylko dla obiektów nie w pełni efektywnych,

w oparciu o modele bez nadefektywności<sup>273</sup>. Pozwala ona na ustalenie źródeł nieefektywności obiektu, poprzez wyodrębnienie poszczególnych składowych, które ujęte są całościowo w wartości wskaźnika z modelu SBM-I. Rezultaty obliczeń zamieszczono w tabeli 5.4.

Giełdy w pełni efektywne, których wskaźniki efektywności nie podlegają dekompozycji, opisano krótko jako „efektywne”.

Jak już wspomniano, dla obiektów efektywnych nie przeprowadza się dekompozycji, gdyż obiekt efektywny w sensie modelu SBM-I, jest również efektywny w sensie modelu CCR-I, a to oznacza, że jest również efektywny w sensie modelu BCC-I. Dodatkowo, dla takich obiektów, wskaźnik *Slack* związany z efektywnością nieradialną, jest równy 1,0. Podobnie, jeżeli obiekty są efektywne w sensie modeli CCR-I oraz BCC-I, charakteryzują się także efektywnością skali (zatem  $Scale = 1$ ). Oznacza to, iż dla obiektów efektywnych w sensie modelu SBM-I zachodzi zawsze:  $\delta_{SBM-I} = \theta_{CCR-I} = \theta_{BCC-I} = Scale = Slack = 1$ .

---

<sup>272</sup> Współczynnik korelacji rang Spearmana dla obu rankingów wynosi 0,65. Zbadano także korelację rankingu opartego na wynikach DEA z rankingami opartymi na średniorocznej stopie wzrostu udziału konsumpcji finalnej w PKB dla różnych okresów czasu. Przykładowo, korelacja rezultatów DEA ze średnioroczną stopą wzrostu KF/PKB z okresu 1995 – 2002 wyniosła 0,52.

<sup>273</sup> Jak już mówiono w rozdziale II, wartości wskaźników efektywności w modelach bez nadefektywności i z nadefektywnością dla obiektów nieefektywnych są takie same (wersję modelu z nadefektywnością stosuje się do ustalania rankingu obiektów efektywnych).

**Tab. 5.4. Dekompozycja globalnych wskaźników efektywności SBM-I**

| Nr | Giełda | CCR-I     | BCC-I  | Scale  | Slack  | SBM-I  |
|----|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|
| 1  | Ath'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 2  | Bra'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 3  | Bud'03 | 0,9368    | 0,9678 | 0,9679 | 0,8386 | 0,7855 |
| 4  | Deu'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 5  | Eur'03 | 0,8591    | 0,9939 | 0,8643 | 0,8889 | 0,7636 |
| 6  | Ice'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 7  | Lju'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 8  | Lon'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 9  | Omx'03 | 0,7540    | 0,7563 | 0,9969 | 0,9107 | 0,6866 |
| 10 | Osl'03 | 0,9792    | 0,9874 | 0,9917 | 0,8110 | 0,7941 |
| 11 | Pra'03 | 0,8025    | 0,8034 | 0,9989 | 0,8789 | 0,7053 |
| 12 | Spa'03 | 0,7027    | 0,7147 | 0,9833 | 0,9046 | 0,6357 |
| 13 | Swx'03 | 0,9305    | 0,9358 | 0,9943 | 0,9694 | 0,9020 |
| 14 | War'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 15 | Wie'03 | efektywna |        |        |        |        |
| 16 | Ath'04 | 0,9561    | 0,9574 | 0,9987 | 0,9331 | 0,8922 |
| 17 | Bra'04 | efektywna |        |        |        |        |
| 18 | Bud'04 | 0,9663    | 0,9692 | 0,9970 | 0,7635 | 0,7378 |
| 19 | Deu'04 | efektywna |        |        |        |        |
| 20 | Eur'04 | 0,8464    | 1,0    | 0,8464 | 0,9111 | 0,7712 |
| 21 | Ice'04 | 0,9748    | 0,9826 | 0,9921 | 0,9378 | 0,9141 |
| 22 | Lju'04 | 0,8738    | 0,9606 | 0,9096 | 0,8973 | 0,7840 |
| 23 | Lon'04 | efektywna |        |        |        |        |
| 24 | Omx'04 | 0,7281    | 0,7283 | 0,9997 | 0,9063 | 0,6598 |
| 25 | Osl'04 | 0,8800    | 0,8812 | 0,9986 | 0,7518 | 0,6616 |
| 26 | Pra'04 | 0,6630    | 0,6968 | 0,9514 | 0,9127 | 0,6051 |
| 27 | Spa'04 | 0,7063    | 0,7220 | 0,9782 | 0,8841 | 0,6244 |
| 28 | Swx'04 | efektywna |        |        |        |        |
| 29 | War'04 | efektywna |        |        |        |        |
| 30 | Wie'04 | 0,9645    | 0,9682 | 0,9961 | 0,9446 | 0,9111 |
| 31 | Ath'05 | efektywna |        |        |        |        |
| 32 | Bra'05 | 0,9473    | 0,9540 | 0,9930 | 0,9964 | 0,9438 |
| 33 | Bud'05 | 0,9231    | 0,9241 | 0,9990 | 0,7229 | 0,6673 |
| 34 | Deu'05 | efektywna |        |        |        |        |
| 35 | Eur'05 | 0,8380    | 1,0    | 0,8380 | 0,9103 | 0,7629 |
| 36 | Ice'05 | efektywna |        |        |        |        |
| 37 | Lju'05 | 0,8739    | 0,9276 | 0,9421 | 0,8991 | 0,7857 |
| 38 | Lon'05 | efektywna |        |        |        |        |
| 39 | Omx'05 | 0,6890    | 0,6890 | 0,9999 | 0,9059 | 0,6241 |
| 40 | Osl'05 | 0,9473    | 0,9482 | 0,9991 | 0,7073 | 0,6700 |
| 41 | Pra'05 | 0,5904    | 0,6434 | 0,9175 | 0,9165 | 0,5410 |
| 42 | Spa'05 | 0,6915    | 0,7023 | 0,9846 | 0,8898 | 0,6153 |
| 43 | Swx'05 | efektywna |        |        |        |        |
| 44 | War'05 | 0,9553    | 0,9601 | 0,9950 | 0,9509 | 0,9084 |
| 45 | Wie'05 | efektywna |        |        |        |        |

Charakterystyki dla obiektów nieefektywnych:

|                                | <b>CCR-I</b> | <b>BCC-I</b> | <b>Scale</b> | <b>Slack</b> | <b>SBM-I</b> |
|--------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,8454       | 0,8656       | 0,9667       | 0,8824       | 0,7443       |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,1149       | 0,1197       | 0,0490       | 0,0723       | 0,1122       |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 13,59%       | 13,83%       | 5,07%        | 8,19%        | 15,07%       |

Źródło: Opracowanie własne

W kolumnie „CCR-I” znajdują się wartości optymalne wskaźnika  $\theta_{CCR-I}$ , uzyskanego po rozwiązaniu zorientowanego na nakłady „zwykłego” modelu CCR-I (bez nadefektywności).

Kolumna „BCC-I” zawiera wyniki analizy efektywności przy zastosowaniu zorientowanego na nakłady modelu BCC-I (bez nadefektywności).

Kolejna kolumna, „Scale”, obejmuje wskaźniki efektywności skali wyznaczone w oparciu o rozwiązania zorientowanych na nakłady modeli CCR-I oraz BCC-I. Jak pokazano w rozdziale II, możliwa jest dekompozycja wskaźnika  $\theta_{CCR-I}$ , który zawiera w sobie informacje zarówno o czystej efektywności technicznej ( $\theta_{BCC-I}$ ), jak i efektywności skali.

Wskaźnik efektywności skali uzyskuje się w następujący sposób:

$$Scale = \frac{\theta_{CCR-I}}{\theta_{BCC-I}} \quad (2)$$

Przedostatnia kolumna tabeli 5.4. oznaczona przez „Slack” zawiera wskaźniki efektywności, informujące o tym, czy w rozwiązaniu zagadnień dla poszczególnych obiektów występują niezerowe luzów. Wartość tego wskaźnika niższa od 1 oznacza, że takie niezerowe luzy wystąpiły w rozwiązaniu.

Wskaźnik efektywności wynikający z modelu SBM-I stanowi iloczyn zawartych w tabeli 5.4. wskaźników cząstkowych, a dokładniej<sup>274</sup>:

$$SBM-I = Slack \cdot CCR-I = Slack \cdot BCC-I \cdot Scale \quad (3)$$

Oznacza to, iż wskaźnik z modelu SBM-I uwzględnia zarówno radialną część efektywności (mierzoną w sposób radialny w modelach CCR-I oraz BCC-I) oraz część nieradialną (związaną z występowaniem niezerowych luzów i mierzoną przez *Scale*), która

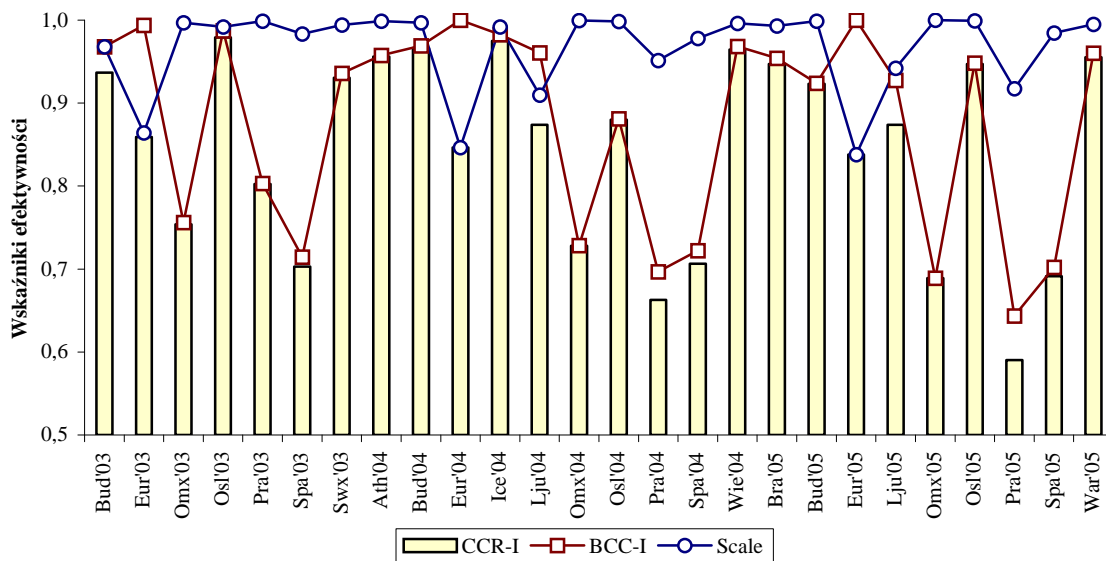
<sup>274</sup> Dekompozycję wskaźnika efektywności z modelu SBM-I omówiono szczegółowo w paragrafie 2.8.2. rozdziału II.

jest pomijana w wartościach wskaźników efektywności radialnej. Warto dodać, że jeśli efektywność danego obiektu w świetle modelu SBM-I jest równa 1,0 oznacza to, iż wszystkie składowe (do których można zdekomponować wskaźnik SBM-I) są także równe 1,0.

### Wnioski wynikające z dekompozycji

➤ Badane giełdy nieefektywne charakteryzowały się wysoką średnią globalną efektywnością techniczną (0,85) i czystą efektywnością techniczną (0,87).

➤ Podobne wartości globalnej i czystej efektywności technicznej są symptomem tego, iż giełdy cechowała bardzo wysoka efektywność skali. I tak było istotnie, gdyż średni wskaźnik *Scale* dla giełd nieefektywnych to prawie 0,97. Oznacza to, iż występująca nieefektywność techniczna związana była głównie ze zbyt wysokim zużyciem nakładów, a nie z faktem działania w nieoptymalnym obszarze korzyści skali. Większość giełd nieefektywnych działała bowiem w prawie optymalnym obszarze korzyści skali<sup>275</sup>. Pokazano to na poniższym wykresie (efektywność skali wskazuje seria oznaczona kolorem niebieskim):



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 5.4. Dekompozycja wskaźnika CCR-I dla obiektów nieefektywnych**

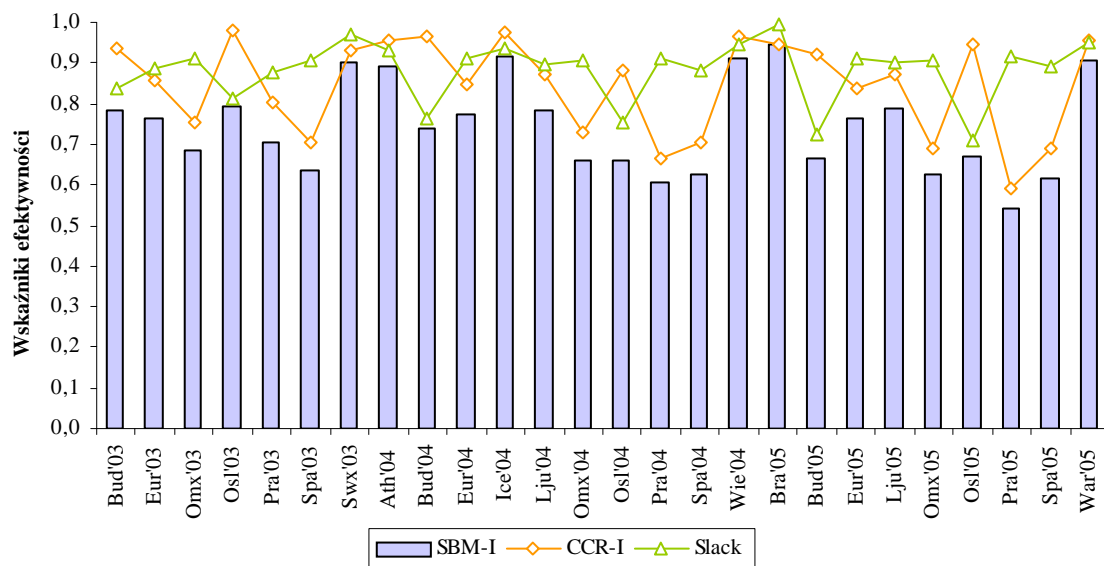
➤ Rezultaty uzyskane dla większości badanych giełd obarczone były jednak niezerowymi wartościami luzów, które również odzwierciedlają nieefektywność – tyle, że nie w sposób

<sup>275</sup> W celu sprawdzenia typu korzyści skali (stałe, rosnące, malejące) należałoby przeprowadzić dodatkowe badanie oparte o wartości optymalne wag  $\lambda$  uzyskanych w rozwiązaniu modelu CCR-I. Więcej o tej procedurze np. w: Cooper, Seiford i Tone (2007), s. 138 - 143

radialny i dlatego nieefektywność ta nie została uwzględniona w wartościach wskaźników efektywności modeli radialnych (czyli CCR-I oraz BCC-I). Występowanie niezerowych luzów sygnalizuje niższa od 1,0 wartość wskaźnika *Slack*, który oblicza się w sposób następujący:

$$Slack = SBM-I/CCR-I = \frac{\delta_{SBM-I}}{\theta_{CCR-I}} \quad (4)$$

Wartości w kolumnie „Slack”, wskazujące na nieradialną część efektywności giełd<sup>276</sup>, są dość wysokie (średnia to aż 0,88). Oznacza to, iż wszystkie rozwiązania modeli CCR-I dla tych obiektów cechowały się występowaniem niezerowych luzów. Jak dużą część we wskaźniku efektywności SBM-I stanowiła nieefektywność nieradialna, określa różnica między wartościami wskaźników z modelu CCR-I oraz SBM-I. Różnice te obrazuje rysunek 5.5.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 5.5. Dekompozycja wskaźnika SBM-I dla obiektów nieefektywnych**

➤ Ponieważ wskaźnik efektywności modelu CCR-I (symbolizowany na rysunku 5.5. przez pomarańczową serię) nie jest karany za niezerowe luzy, stąd też jego wartości są wyższe, niż wartości wskaźników z modelu SBM-I (niebieskie słupki). Dekompozycja pokazuje, że zastosowanie modelu CCR-I nie daje dobrego poglądu na faktyczną efektywność badanych obiektów, gdyż znacząco ją przeszacowuje. Dla wszystkich giełd wskaźniki

<sup>276</sup> Czyli część uwzględniającą występowanie dodatnich wartości luzów.

efektywności  $\theta_{CCR-I}$  przewyższały faktyczną efektywność (wynikającą z modelu SBM-I), która jest skorygowana o nieefektywność wynikającą z występowania niezerowych luzów<sup>277</sup>.

## Podsumowanie

W tej części rozprawy zaprezentowano syntetyczne rezultaty analizy efektywności piętnastu europejskich giełd papierów wartościowych. Obliczenia przeprowadzono w ujęciu globalnym, a więc dana giełda występowała w latach 2003 – 2005 jako trzy odrębne obiekty badania. Sporządzono ranking giełd oraz przeprowadzono dekompozycję wskaźnika efektywności modelu SBM-I, dzięki której ustalono przyczyny nieefektywności giełd nie w pełni efektywnych.

Ogólnie z przeprowadzonej analizy w układzie I można wyciągnąć następujące wnioski:

1. W badanym okresie dla wszystkich piętnastu europejskich giełd uzyskano wyniki, które potwierdzają przyjętą hipotezę, iż giełdy pozytywnie wpływały na rozwój gospodarczy kraju.

2. Efektywność działania badanych giełd była wysoka i stosunkowo podobna – nie było giełd ani silnie nadefektywnych, ani też cechujących się bardzo niską efektywnością.

3. Najlepiej działały w tym okresie giełdy Europy Centralnej, które są giełdami stosunkowo młodymi. Sugeruje to, iż wpływ giełd młodych na gospodarkę jest bardziej widoczny. Wniosek ten zostanie zweryfikowany w następnym rozdziale, w którym przeprowadzona została szczegółowa analiza efektywności ze względu na położenie geograficzne giełd.

4. Efektywność skali wszystkich badanych obiektów była bardzo wysoka (średnia efektywność obiektów nieefektywnych to 0,97). Oznacza to, iż giełdy działały w prawie optymalnym obszarze korzyści skali, a ich nieefektywność wynikała ze zbyt dużej nakładochłonności.

5. Dekompozycja wskaźników efektywności z modelu SBM-I dla giełd nieefektywnych (średnia efektywność to 0,74) na składową radialną i nieradialną wskazuje, iż głównym źródłem nieefektywności była nieefektywność radialna (średnia efektywność techniczna z modelu CCR-I wyniosła 0,85). Sugeruje to, iż badane giełdy znacząco poprawiłyby swoją efektywność w zakresie wpływu na rozwój gospodarczy, gdyby proporcjonalnie zredukowały

---

<sup>277</sup> Różnice poziomu wskaźników wynikają oczywiście z konstrukcji obu modeli. Standardowy model CCR-I to model, którego zastosowanie pozwala na zbadanie radialnej odległości badanego obiektu od granicy efektywności. Konsekwencją tego jest wskazanie proporcjonalnej redukcji wszystkich nakładów badanego obiektu.

Model SBM-I to model wykorzystujący nieradialny miernik odległości, co z kolei skutkuje tym, że dla każdego nakładu wyznaczany jest indywidualny (częstkowy) współczynnik redukcji, którego wartości oprócz efektywności radialnej, uwzględniają również niezerowe luzy mogące występować w modelu CCR-I.

wykorzystywane przez siebie nakłady, zgodnie ze wskaźnikiem efektywności z modelu CCR-I.

Jednakże niższe od 1,0 wartości wskaźnika *Slack* (średnio na poziomie 0,88), informują, iż na ogólną efektywność giełd miała także wpływ nieefektywność nieradialna, a więc występowanie niezerowych luzów w rozwiązaniach modelu CCR-I. Oznacza to, iż poza proporcjonalną redukcją wszystkich nakładów, niektóre nakłady wymagałyby dodatkowego zmniejszenia – o wartość luzu. Dopiero po takich korektach możliwe byłoby stwierdzenie, że giełdy wspierają rozwój gospodarczy w sposób w pełni efektywny.

6. Podsumowując stwierdzić można, iż rezultaty przeprowadzonej analizy globalnej jednoznacznie wskazują, że giełdy papierów wartościowych wpływają pozytywnie – i silnie – na rozwój gospodarczy państw, w których działają. Wskaźniki efektywności wszystkich piętnastu giełd uzyskały, średnio dla lat 2003 – 2005, wartość powyżej 0,5, z czego aż dziesięć giełd charakteryzowało się w tym okresie bardzo silnym (wskaźnik  $\delta_{SE-SBM-I} \geq 1,0$ ) oraz silnym ( $0,75 \leq \delta_{SE-SBM-I} \leq 1,0$ ) wpływem na rozwój gospodarczy.



# Rozdział VI

## Giełda jako instytucja sprzyjająca rozwojowi gospodarczemu.

### Analiza czasowa oraz przestrzenna

#### Wstęp

W poprzednim rozdziale przeprowadzono globalną analizę dla układu I, dotyczącego hipotezy, według której giełdę papierów wartościowych można postrzegać jako instytucję sprzyjającą rozwojowi gospodarczemu państwa. Analiza ta miała charakter czasowo-przestrzenny, gdyż badaniu poddano wszystkie giełdy we wszystkich badanych latach, a rezultaty tego badania interpretowano całościowo, a więc bez rozróżniania rezultatów uzyskanych dla danego roku czy danego obszaru geograficznego.

Niniejszy rozdział nadal dotyczy badań w układzie I, są one jednak bardziej szczegółowe, gdyż przeprowadzono je w ujęciu czasowym oraz przestrzennym. Pozwoliło to na ustalenie, które giełdy działały lepiej, a której gorzej w poszczególnych latach (*analiza czasowa*) oraz zbadanie, w której części Europy (zachodniej czy wschodniej) giełdy skuteczniej wspierały rozwój gospodarczy (*analiza przestrzenna*).

Niektóre omawiane wnioski mogą być zaopatrzone w komentarz, który będzie odróżniał się od tekstu głównego wcięciem oraz inną czcionką – taką, jaką zastosowano tutaj.

#### 6.1. Zakres analizy

Ponownie zbadano piętnaście omówionych w rozdziale IV europejskich giełd papierów wartościowych w latach 2003 – 2005. Każda giełda opisana jest przez te same pięć zmiennych, które wykorzystano w analizie globalnej.

W każdej z badanych wersji analizy zastosowano ponownie zorientowany na nakłady model SBM z nadefektywnością (SE-SBM-I), co zapewni porównywalność wyników z analizą globalną, a także pozwoli na opracowanie rankingów obiektów efektywnych dla analiz szczegółowych.

W ramach *analizy czasowej* przeprowadzono badanie efektywności giełd na dwa sposoby.

- c) Pierwszy jest prostą konsekwencją analizy globalnej. Mianowicie, wykorzystując rezultaty analizy globalnej wyodrębniono trzy podgrupy obiektów dotyczące poszczególnych lat: 2003, 2004 lub 2005. Badanie to nazwano *brzegową analizą czasową*, gdyż pozwala ona ustalić charakterystyki zbioru giełd w danym roku na tle wszystkich analizowanych lat, tu: 2003 – 2005. W szczególności, pozwala określić miejsce danej giełdy w danym roku na tle wszystkich giełd we wszystkich badanych latach.
- d) Drugi sposób polega na zbadaniu efektywności danej giełdy w danym roku na tle pozostałych giełd, ale tylko w tym jednym roku. Mianowicie, analizowane giełdy we wszystkich latach podzielono na trzy 15-elementowe podzbiory ze względu na dany rok i przeprowadzono obliczenia osobno dla każdego podzbioru. Ten typ analizy nazwano *warunkową analizą czasową*, gdyż pozwala ona ustalić „lokalnie” miejsce danej giełdy w danym roku na tle innych giełd w tym samym roku (przy warunku, że chodzi o dany wariant kryterium czasu).

*Analiza przestrzenna* z kolei polegała na przeprowadzeniu badania efektywności giełd ze względu na położenie geograficzne. Tu, podobnie jak w przypadku analizy czasowej, wyróżniono dwa warianty:

- a) *Brzegowa analiza przestrzenna*, która polega na wyodrębnieniu z rezultatów analizy globalnej dwóch podgrup, przyjmując za kryterium położenie geograficzne. Wyróżniono dwa warianty: położenie w Europie Zachodniej lub Wschodniej. Umożliwia to zbadanie giełd danego obszaru geograficznego (we wszystkich latach) na tle wszystkich giełd we wszystkich analizowanych latach.
- b) *Warunkowa analiza przestrzenna*, w której podzielono wszystkie giełdy we wszystkich latach na dwa podzbiory ze względu na położenie geograficzne i przeprowadzono obliczenia osobno dla giełd Europy Zachodniej oraz giełd Europy Wschodniej. Pozwala to na indywidualne spojrzenie na giełdę z danego rejonu Europy na tle pozostałych giełd leżących w tym samym rejonie.

Analiza brzegowa tym różni się od warunkowej, że w przypadku pierwszej nie dokonuje się nowych obliczeń (wykorzystuje się rezultaty analizy globalnej). Uzyskanie rezultatów analizy warunkowej wymaga natomiast przeprowadzenia zupełnie nowych obliczeń – dla poszczególnych podzbiorów badanych obiektów.

## 6.2. Analiza czasowa

### 6.2.1. Brzegowa analiza czasowa

Jak wspomniano w poprzednim paragrafie, analiza brzegowa polega na wyodrębnieniu z analizy globalnej tych rezultatów, które dotyczą poszczególnych lat. Stąd też, wzorcami są obiekty, które zostały uznane za wzorce w analizie globalnej. Rezultaty analizy brzegowej przedstawiono w tabeli 6.1.:

**Tab. 6.1. Brzegowa analiza czasowa**

| Nr                                | Giełda     | 2003         |               |               | 2004         |               |               | 2005         |               |               |
|-----------------------------------|------------|--------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|
|                                   |            | SE-SBM-I     | Ranking wewn. | Ranking zewn. | SE-SBM-I     | Ranking wewn. | Ranking zewn. | SE-SBM-I     | Ranking wewn. | Ranking zewn. |
| 1                                 | <i>Ath</i> | <b>1,057</b> | 5             | 7             | 0,892        | 8             | 25            | <b>1,008</b> | 5             | 16            |
| 2                                 | <i>Bra</i> | <b>1,004</b> | 8             | 17            | <b>1,110</b> | 1             | 2             | 0,944        | 7             | 20            |
| 3                                 | <i>Bud</i> | 0,786        | 11            | 28            | 0,738        | 11            | 33            | 0,667        | 12            | 37            |
| 4                                 | <i>Deu</i> | <b>1,100</b> | 3             | 4             | <b>1,003</b> | 5             | 19            | <b>1,028</b> | 3             | 11            |
| 5                                 | <i>Eur</i> | 0,764        | 12            | 31            | 0,771        | 10            | 30            | 0,763        | 10            | 32            |
| 6                                 | <i>Ice</i> | <b>1,251</b> | 1             | 1             | 0,914        | 6             | 21            | <b>1,067</b> | 1             | 6             |
| 7                                 | <i>Lju</i> | <b>1,044</b> | 6             | 8             | 0,784        | 9             | 29            | 0,786        | 9             | 27            |
| 8                                 | <i>Lon</i> | <b>1,026</b> | 7             | 12            | <b>1,036</b> | 2             | 10            | <b>1,018</b> | 4             | 14            |
| 9                                 | <i>Omx</i> | 0,687        | 14            | 35            | 0,660        | 13            | 39            | 0,624        | 13            | 42            |
| 10                                | <i>Osl</i> | 0,794        | 10            | 26            | 0,662        | 12            | 38            | 0,670        | 11            | 36            |
| 11                                | <i>Pra</i> | 0,705        | 13            | 34            | 0,605        | 15            | 44            | 0,541        | 15            | 45            |
| 12                                | <i>Spa</i> | 0,636        | 15            | 40            | 0,624        | 14            | 41            | 0,615        | 14            | 43            |
| 13                                | <i>Swx</i> | 0,902        | 9             | 24            | <b>1,012</b> | 4             | 15            | <b>1,039</b> | 2             | 9             |
| 14                                | <i>War</i> | <b>1,109</b> | 2             | 3             | <b>1,019</b> | 3             | 13            | 0,908        | 8             | 23            |
| 15                                | <i>Wie</i> | <b>1,090</b> | 4             | 5             | 0,911        | 7             | 22            | <b>1,004</b> | 6             | 18            |
| <b>Średnie rang zewnętrznych:</b> |            |              | <b>18,3</b>   |               | <b>25,4</b>  |               |               | <b>25,3</b>  |               |               |

Zródło: Opracowanie własne

W tabeli zamieszczono dwa typy rankingów. Wewnętrzny ranking, właściwy dla tego wariantu analizy, pokazuje uporządkowanie poszczególnych giełd w obrębie danego roku (miejsca od 1 do 15).

Ranking zewnętrzny wykorzystuje natomiast uporządkowanie wszystkich obiektów we wszystkich latach, a zatem wynika on z porządku ustalonego wcześniej, w ramach analizy globalnej (miejsca od 1 do 45). Średnie rang zewnętrznych pokazują, który rok z rozpatrywanych był dla giełd najlepszy pod względem efektywności DEA. Wyższa wartość średniej oznacza, iż giełdy osiągnęły w tym roku średnio gorsze miejsca w globalnym rankingu, niż w pozostałych latach.

## Wnioski wynikające z brzegowej analizy czasowej

➤ Giełdy najlepiej działały w roku 2003. Wskazuje na to najniższa średnia rang zewnętrznych, wynosząca 18,3. Lata 2004 i 2005 były już gorsze pod tym względem, przy czym rok 2005 był nieznacznie lepszy niż 2004.

Pokazują to również średnie charakterystyki rezultatów brzegowej analizy czasowej, które zamieszczono w tabeli poniżej:

**Tab. 6.2. Charakterystyki syntetyczne brzegowej analizy czasowej**

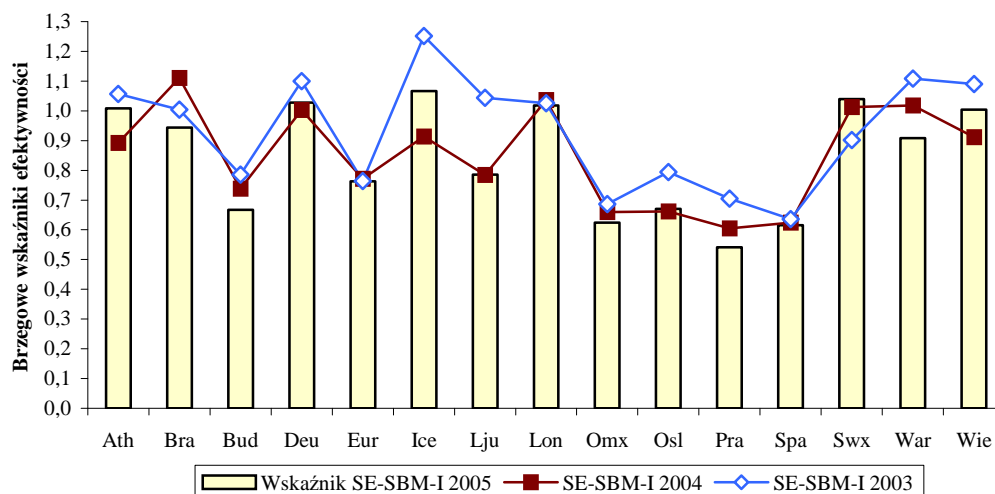
| Charakterystyki         | Giełdy 2003 |                  | Giełdy 2004 |                   | Giełdy 2005 |                  |
|-------------------------|-------------|------------------|-------------|-------------------|-------------|------------------|
|                         | wszystkie   | nieefektywne (7) | wszystkie   | nieefektywne (10) | wszystkie   | nieefektywne (9) |
| Średnia                 | 0,930       | 0,753            | 0,849       | 0,756             | 0,845       | 0,724            |
| Odchylenie standardowe  | 0,182       | 0,081            | 0,162       | 0,113             | 0,179       | 0,129            |
| Współczynnik zmienności | 19,6%       | 10,7%            | 19,1%       | 14,9%             | 21,2%       | 17,8%            |

Zródło: Opracowanie własne

➤ Średnia efektywność spadła z 0,93 w roku 2003 do około 0,85 w roku 2004 oraz 2005. Niewiele tylko niższa średnia efektywność tylko obiektów nieefektywnych wskazuje z kolei, że obiekty efektywne nie charakteryzowały się wysokim poziomem nadefektywności.

➤ Coroczny spadek średniej efektywności wywołany jest przede wszystkim przez zmniejszającą się liczbę obiektów wzorcowych. Badając średnią efektywność obiektów tylko nieefektywnych widać, że jest ona dość stabilna – nieznacznie wzrosła w roku 2004 (do poziomu 0,76), by potem spaść do poziomu 0,72 w roku 2005.

Niewielkie zmiany poziomu efektywności giełd widać także na wykresie 6.1., pokazującym, jak w poszczególnych latach kształtowały się wartości wskaźnika efektywności:

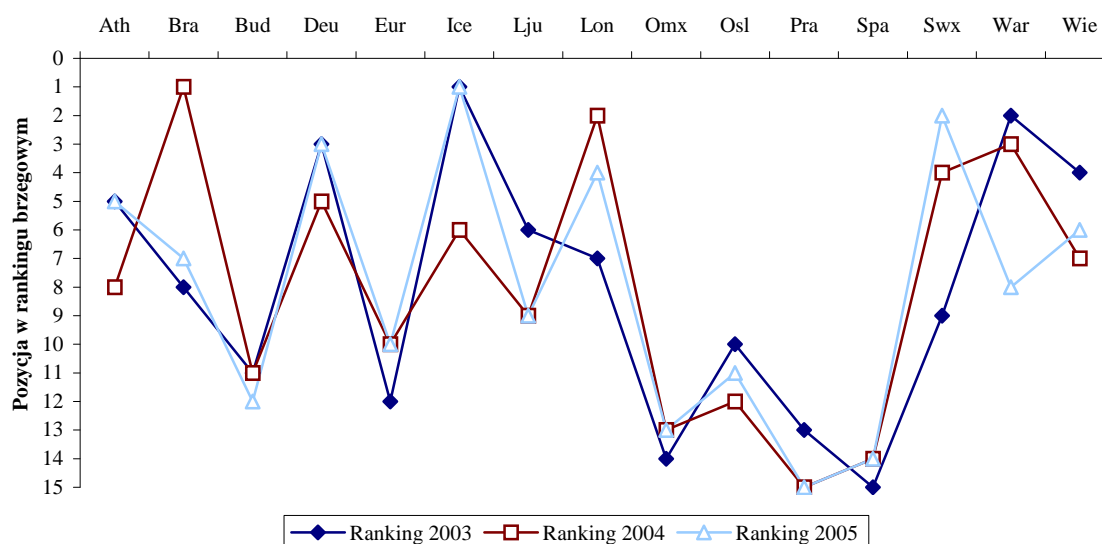


Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.1. Zmiany poziomu efektywności w latach 2003 – 2005 (analiza brzegowa)**

➤ W przypadku większości badanych obiektów, poziom efektywności w poszczególnych latach 2003 – 2005 był dość podobny. Wyraźniejsze zmiany zanotowano jedynie dla giełdy islandzkiej i słoweńskiej. Stabilność rezultatów czasowej analizy brzegowej dla lat 2003 – 2005 widać zarówno porównując same wyniki giełd w poszczególnych latach, jak i wspomniane rankingi wewnętrzne dla tych lat, skonstruowane w oparciu o wartość wskaźnika efektywności.

Rysunek 6.2. obrazuje zmiany miejsc w rankingu wewnętrznym w latach 2003 – 2005:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.2. Zmiany miejsc w rankingu wewnętrznym giełd w latach 2003 – 2005**

➤ Generalnie, miejsca poszczególnych giełd we wszystkich trzech rankingach były dosyć podobne. Oznacza to, iż pozycja badanej giełdy z roku na rok nie zmieniała się gwałtownie.

➤ Największe zmiany w rankingu zanotowano dla wspomnianej giełdy islandzkiej i słoweńskiej oraz dodatkowo dla giełdy słowackiej, brytyjskiej, szwajcarskiej i polskiej.

Giełdy islandzka i słowacka w latach 2003 i 2005 uzyskały zbliżone miejsca w rankingu, a w roku 2004 już zupełnie inne. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku giełdy słoweńskiej oraz szwajcarskiej, których uporządkowanie było z kolei bardzo podobne w latach 2004 oraz 2005. Polska giełda cechowała się natomiast wysoką pozycją w rankingu w latach 2003 i 2004, a następnie dużo niższą w roku 2005.

➤ Najbardziej stabilnymi obiektami są giełdy największe, a więc giełda niemiecka i hiszpańska oraz grupy Euronext i Omx. Charakteryzują się one bardzo zbliżonymi wartościami wskaźników efektywności, a co za tym idzie, praktycznie niezmienną pozycją w rankingach dla wszystkich trzech lat. Giełdy te, poza niemiecką, należą raczej do słabiej działających. Wskaźniki efektywności dla giełdy hiszpańskiej i Omx na przestrzeni badanych lat nie przekroczyły poziomu 0,7. Euronext oceniona została nieznacznie lepiej (0,76).

W pierwszej chwili budzi to wątpliwości, gdyż naturalnym wydaje się, iż największe giełdy powinny działać najlepiej. Należy jednak pamiętać, iż w badaniu analizowany jest wpływ giełd na rozwój gospodarczy. Można przypuszczać, iż wpływ ten jest mniej widoczny w przypadku dużych i rozwiniętych giełd, które funkcję „filaru” rozwoju gospodarczego pełnią najczęściej od wielu lat. Natomiast rola giełd młodszych i mniejszych (chodzi tu głównie o giełdy działające w krajach byłego bloku socjalistycznego) jest bardziej widoczna.

Obrazem dynamiki wpływu giełdy na gospodarkę mogłaby być krzywa logistyczna, która w początkowej fazie (a więc od momentu powstania giełdy) charakteryzuje się bardzo wysoką stopą wzrostu (a zatem byłaby tu mowa o wyraźnym wzroście efektywności giełd), a następnie coraz niższej – z uwagi na to, że gospodarka „przyzwyczajają się” do istnienia rynku kapitałowego. Oczywiście jest to spojrzenie bardzo uproszczone, gdyż nie uwzględnia istnienia cykli gospodarczych, a w szczególności pojawiających się co jakiś czas faz recesji<sup>278</sup>.

Badanie stabilności omawianych rankingów dla lat 2003 - 2005 podsumowuje miernik zgodności rankingów, zawarty w tabeli 6.3. Wskazuje on, dla ilu obiektów nastąpiła istotna zmiana miejsca w rankingu, przy czym przyjęto, iż zmiana jest istotna, jeżeli dotyczy więcej niż *dwóch* pozycji.

---

<sup>278</sup> Ciekawym byłoby sprawdzenie efektywności wpływu giełd na gospodarkę w obecnym okresie tak ogromnych spadków giełdowych, które już odbijają się na wzroście gospodarczym większości krajów. Można się spodziewać, że skoro w „spokojnych” czasach dobrze działająca giełda potrafi wpływać pozytywnie na gospodarkę, to w okresie kryzysu gospodarczego jej wpływ mógłby być negatywny. Czy w związku z tym okazałoby się, że kraje których giełdy charakteryzowały się niższą efektywnością wpływu na gospodarkę, zanotowałyby mniejszy spadek dynamiki rozwoju gospodarczego?

Kolumna „Skala zmiany miejsca: 2003/2004” wskazuje, o ile pozycji dana giełda zmieniła miejsce w rankingu w danym okresie czasu<sup>279</sup>. W kolumnie obok znajdują się wartości miernika zgodności rankingów. Miernik ten przyjmuje wartości binarne: 1, gdy badany obiekt zmienił miejsce w rankingu w sposób istotny oraz 0, gdy zmiana nie była istotna.

**Tab. 6.3. Miernik zgodności rankingów wewnętrznych (brzegowa analiza czasowa)**

| Giełda                       | Skala zmiany miejsca: 2003/2004 | Wartość miernika 2003/2004 | Skala zmiany miejsca: 2004/2005 | Wartość miernika 2004/2005 | Skala zmiany miejsca: 2003/2005 | Wartość miernika 2003/2005 |
|------------------------------|---------------------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| <i>Ath</i>                   | -3                              | 1                          | 3                               | 1                          | 0                               | 0                          |
| <i>Bra</i>                   | 7                               | 1                          | -6                              | 1                          | 1                               | 0                          |
| <i>Bud</i>                   | 0                               | 0                          | -1                              | 0                          | -1                              | 0                          |
| <i>Deu</i>                   | -2                              | 0                          | 2                               | 0                          | 0                               | 0                          |
| <i>Eur</i>                   | 2                               | 0                          | 0                               | 0                          | 2                               | 0                          |
| <i>Ice</i>                   | -5                              | 1                          | 5                               | 1                          | 0                               | 0                          |
| <i>Lju</i>                   | -3                              | 1                          | 0                               | 0                          | -3                              | 1                          |
| <i>Lon</i>                   | 5                               | 1                          | -2                              | 0                          | 3                               | 1                          |
| <i>Omx</i>                   | 1                               | 0                          | 0                               | 0                          | 1                               | 0                          |
| <i>Osl</i>                   | -2                              | 0                          | 1                               | 0                          | -1                              | 0                          |
| <i>Pra</i>                   | -2                              | 0                          | 0                               | 0                          | -2                              | 0                          |
| <i>Spa</i>                   | 1                               | 0                          | 0                               | 0                          | 1                               | 0                          |
| <i>Swx</i>                   | 5                               | 1                          | 2                               | 0                          | 7                               | 1                          |
| <i>War</i>                   | -1                              | 0                          | -5                              | 1                          | -6                              | 1                          |
| <i>Wie</i>                   | -3                              | 1                          | 1                               | 0                          | -2                              | 0                          |
| <b>Suma istotnych zmian:</b> |                                 | <b>7</b>                   |                                 | <b>4</b>                   |                                 | <b>4</b>                   |

Zródło: Opracowanie własne

➤ Wartości miernika potwierdzają, że w badanych latach większość giełd nie zmieniła w sposób istotny pozycji w rankingu. Najsilniej różnią się między sobą rankingi dla roku 2003 i 2004.

➤ W świetle brzegowej analizy czasowej badane giełdy w każdym z analizowanych lat charakteryzowały się wysoką efektywnością, przy czym średnio z roku na rok efektywność ta nieco się zmniejszała. Wpłynęło to na zmianę pozycji niektórych giełd w rankingach dla poszczególnych lat.

➤ Były to jednakże zmiany nieznaczne, co pozwala uznać, iż według kryterium czasu zarówno efektywność badanych giełd, jak i ich uporządkowanie (oparte na wskaźnikach efektywności) cechowała duża stabilność.

➤ W kontekście układu I można stwierdzić, iż w poszczególnych latach giełdy dobrze sprawdzały się w roli instytucji wspierających rozwój gospodarczy. Większość z nich sprawia wrażenie jednostek działających w sposób stabilny i konsekwentny.

<sup>279</sup> Znak informuje, czy zmiana nastąpiła w górę (dodatni) czy w dół rankingu (ujemny).

### 6.2.2. Warunkowa analiza czasowa

Analiza warunkowa – jak już mówiono – polega na osobnym badaniu efektywności dla poszczególnych lat.

Jak w przypadku analizy globalnej, przed przystąpieniem do badania należałoby sprawdzić, które zmienne w danym roku są istotne i tylko te wybrać do warunkowej analizy efektywności. Choć takie obliczenia zostały przeprowadzone (zob. tab. 6.4.), w celu zachowania porównywalności wyników z analizą globalną i brzegową, przyjęto zestaw zmiennych wskazany przez przeprowadzoną wcześniej dla analizy globalnej procedurę kombinowanego doboru wprzód. Wskazała ona pięć zmiennych:  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_4$  oraz  $y_2$ ,  $y_3$ . Dla informacji w tabeli 6.4. podano rezultaty doboru dla każdego roku osobno:

**Tab. 6.4. Metoda kombinowanego doboru wprzód (warunkowa analiza czasowa)**

| Kolejne etapy/Lata                    | Rok 2003                                   | Rok 2004                                   | Rok 2005                                   | Analiza globalna                           |
|---------------------------------------|--|--|--|--|
| Tylko nakłady (Tor N)                 | $x_2, x_3, x_4$<br>oraz<br>$y_1, y_2, y_3$ | $x_1, x_2, x_4$<br>oraz<br>$y_1, y_2, y_3$ | $x_1, x_2, x_4$<br>oraz<br>$y_1, y_2, y_3$ | $x_1, x_2, x_4$<br>oraz<br>$y_1, y_2, y_3$ |
| Tylko wyniki (Tor W)                  | $x_1, x_2, x_3, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$ | $x_1, x_2, x_3, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$ | $x_1, x_2, x_3, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$ | $x_1, x_2, x_3, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$ |
| „Kombinacja”<br>(rezultat ostateczny) | $x_2, x_3, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$      | $x_1, x_2, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$      | $x_1, x_2, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$      | $x_1, x_2, x_4$<br>oraz<br>$y_2, y_3$      |

Źródło: Opracowanie własne

Jak widać, wskazania metody doboru dla poszczególnych lat różnią się nieznacznie od wskazań dla analizy globalnej tylko w roku 2003. Zamiast zmiennej  $x_1$  szczegółowa procedura dla roku 2003 sugeruje zmienną  $x_3$ .

Wyniki badania efektywności obiektów osobno w poszczególnych latach z uwzględnieniem „globalnej” liczby zmiennych zestawiono w tabeli 6.5. Pod tabelą podano przeciętne charakterystyki poziomu i rozproszenia „warunkowych” wskaźników efektywności:



**Tab. 6.5. Warunkowa analiza czasowa**

| Nr | Giełda     | 2003         |          | 2004         |          | 2005         |           |
|----|------------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|-----------|
|    |            | SE-SBM       | Ranking  | SE-SBM       | Ranking  | SE-SBM       | Ranking   |
| 1  | <i>Ath</i> | <b>1,064</b> | <b>8</b> | <b>1,016</b> | <b>9</b> | <b>1,038</b> | <b>9</b>  |
| 2  | <i>Bra</i> | <b>1,307</b> | <b>5</b> | <b>1,668</b> | <b>2</b> | <b>1,467</b> | <b>3</b>  |
| 3  | <i>Bud</i> | 0,786        | 11       | 0,819        | 10       | <b>1,004</b> | <b>10</b> |
| 4  | <i>Deu</i> | <b>1,441</b> | <b>2</b> | <b>1,417</b> | <b>3</b> | <b>1,480</b> | <b>2</b>  |
| 5  | <i>Eur</i> | 0,764        | 12       | 0,817        | 11       | 0,812        | 11        |
| 6  | <i>Ice</i> | <b>3,163</b> | <b>1</b> | <b>3,018</b> | <b>1</b> | <b>3,035</b> | <b>1</b>  |
| 7  | <i>Lju</i> | <b>1,057</b> | <b>9</b> | <b>1,081</b> | <b>8</b> | <b>1,226</b> | <b>7</b>  |
| 8  | <i>Lon</i> | <b>1,352</b> | <b>3</b> | <b>1,381</b> | <b>5</b> | <b>1,352</b> | <b>4</b>  |
| 9  | <i>Omx</i> | 0,687        | 14       | 0,715        | 13       | 0,684        | 14        |
| 10 | <i>Osl</i> | 0,794        | 10       | 0,725        | 12       | 0,761        | 12        |
| 11 | <i>Pra</i> | 0,705        | 13       | 0,684        | 14       | 0,693        | 13        |
| 12 | <i>Spa</i> | 0,636        | 15       | 0,676        | 15       | 0,667        | 15        |
| 13 | <i>Swx</i> | <b>1,094</b> | <b>7</b> | <b>1,220</b> | <b>6</b> | <b>1,281</b> | <b>6</b>  |
| 14 | <i>War</i> | <b>1,309</b> | <b>4</b> | <b>1,396</b> | <b>4</b> | <b>1,286</b> | <b>5</b>  |
| 15 | <i>Wie</i> | <b>1,104</b> | <b>6</b> | <b>1,086</b> | <b>7</b> | <b>1,108</b> | <b>8</b>  |

| Charakterystyki:               | 2003      |                  | 2004      |                  | 2005      |                  |
|--------------------------------|-----------|------------------|-----------|------------------|-----------|------------------|
|                                | wszystkie | nieefektywne (6) | wszystkie | nieefektywne (6) | wszystkie | nieefektywne (5) |
| <b>Średnia</b>                 | 1,151     | 0,728            | 1,181     | 0,739            | 1,193     | 0,723            |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,596     | 0,057            | 0,577     | 0,058            | 0,564     | 0,055            |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 51,8%     | 7,9%             | 48,8%     | 7,9%             | 47,3%     | 7,6%             |

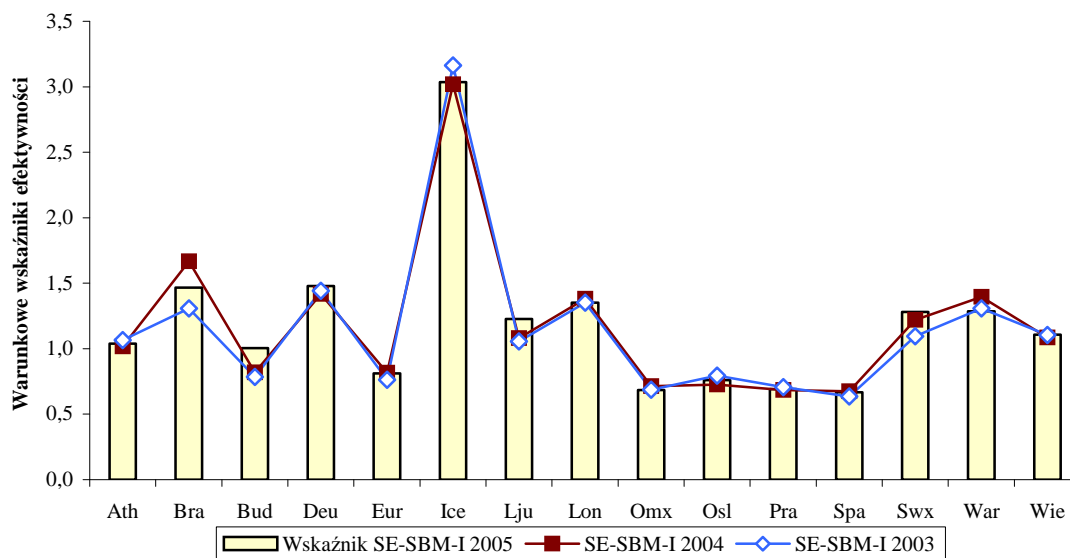
Zródło: Opracowanie własne

### Wnioski wynikające z warunkowej analizy czasowej

➤ Średnia efektywność w świetle analizy warunkowej (czyli liczona z osobna dla poszczególnych lat) nieznacznie rosła z roku na rok. Jest to jednak wynik przede wszystkim zwiększającej się liczby obiektów efektywnych, a także wysokiego poziomu nadefektywności niektórych z nich, na co wskazują wysokie (ponad 45%) wartości współczynnika zmienności.

➤ Podobnie, jak to zaobserwowano w przypadku analizy globalnej, średnia efektywność giełd nieefektywnych nieznacznie zmieniała się w czasie. Efektywność w roku 2004 wzrosła do poziomu 0,74 (wzrost o 1,5%), a w roku 2005 spadła do poziomu 0,72 (spadek o 2,2%).

➤ Należy także zwrócić uwagę na niezwykle małe zmiany efektywności „warunkowej” poszczególnych giełd w badanych latach. Oznacza to, że relatywne znaczenie danej giełdy na ogół nie zależy od momentu czasu. Obrazuje to poniższy wykres:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.3. Zmiany poziomu efektywności w latach 2003 – 2005 (analiza warunkowa)**

➤ Małe zmiany wskaźników efektywności badanych giełd niosą ze sobą także stabilność ich uporządkowania. Potwierdza to tabela 6.6., w której podano różnice pozycji rankingowych, mierzone za pomocą miernika zgodności rankingów:

**Tab. 6.6. Miernik zgodności rankingów (warunkowa analiza czasowa)**

| Giełda                       | Skala zmiany miejsca: 2003/2004 | Wartość miernika 2003/2004 | Skala zmiany miejsca: 2004/2005 | Wartość miernika 2004/2005 | Skala zmiany miejsca: 2003/2005 | Wartość miernika 2003/2005 |
|------------------------------|---------------------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| <i>Ath</i>                   | -1                              | 0                          | 0                               | 0                          | -1                              | 0                          |
| <i>Bra</i>                   | 3                               | 1                          | -1                              | 0                          | 2                               | 0                          |
| <i>Bud</i>                   | 1                               | 0                          | 0                               | 0                          | 1                               | 0                          |
| <i>Deu</i>                   | -1                              | 0                          | 1                               | 0                          | 0                               | 0                          |
| <i>Eur</i>                   | 1                               | 0                          | 0                               | 0                          | 1                               | 0                          |
| <i>Ice</i>                   | 0                               | 0                          | 0                               | 0                          | 0                               | 0                          |
| <i>Lju</i>                   | 1                               | 0                          | 1                               | 0                          | 2                               | 0                          |
| <i>Lon</i>                   | -2                              | 0                          | 1                               | 0                          | -1                              | 0                          |
| <i>Omx</i>                   | 1                               | 0                          | -1                              | 0                          | 0                               | 0                          |
| <i>Osl</i>                   | -2                              | 0                          | 0                               | 0                          | -2                              | 0                          |
| <i>Pra</i>                   | -1                              | 0                          | 1                               | 0                          | 0                               | 0                          |
| <i>Spa</i>                   | 0                               | 0                          | 0                               | 0                          | 0                               | 0                          |
| <i>Swx</i>                   | 1                               | 0                          | 0                               | 0                          | 1                               | 0                          |
| <i>War</i>                   | 0                               | 0                          | -1                              | 0                          | -1                              | 0                          |
| <i>Wie</i>                   | -1                              | 0                          | -1                              | 0                          | -2                              | 0                          |
| <b>Suma istotnych zmian:</b> |                                 | <b>1</b>                   |                                 | <b>0</b>                   |                                 | <b>0</b>                   |

Źródło: Opracowanie własne

W przypadku analizy warunkowej zbieżność rankingów jest bardzo wysoka. Porównując uporządkowanie dla roku 2003 i 2004, zanotowano tylko jedną istotną zmianę pozycji w rankingu – dla giełdy słowackiej. Skala zmiany nie była jednak duża, gdyż giełda

ta przesunęła się w górę rankingu zaledwie o trzy miejsca. Zestawienia dla lat 2004 i 2005 oraz 2003 i 2005 wskazują natomiast, że żadna giełda nie zmieniła pozycji w rankingu w sposób uznany za istotny.

Powyższe obserwacje potwierdzają zatem, iż we wszystkich latach poszczególne giełdy „lokalnie”<sup>280</sup> działały bardzo podobnie. Dotyczy to większości badanych obiektów.

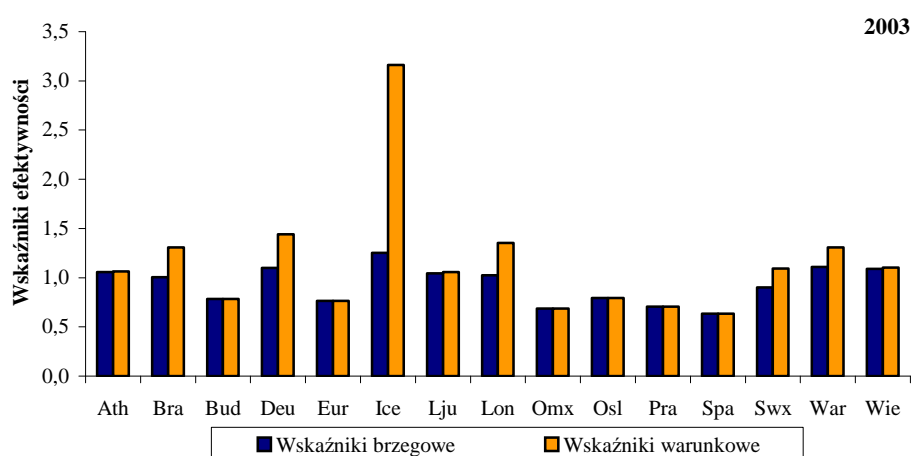
➤ Podsumowując wnioski dotyczące czasowej analizy warunkowej, można stwierdzić, iż wpływ giełd na gospodarkę kraju był w badanym okresie silny (wysoka średnia efektywność w poszczególnych latach) i stabilny (mała dynamika zmian efektywności).

### 6.2.3. Porównanie rezultatów czasowej analizy brzegowej i warunkowej

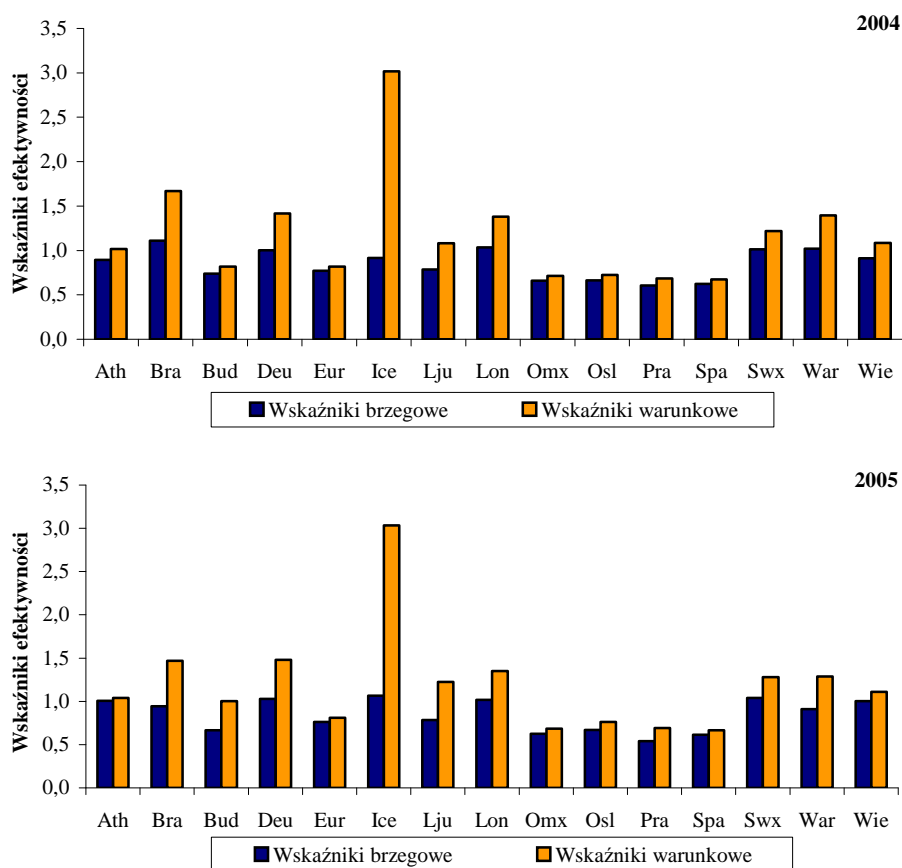
Nie ulega wątpliwości, iż wyniki obu typów analiz mogą i rzeczywiście różnią się od siebie. Powodem jest konstrukcja samej metody DEA, która polega na poszukiwaniu obiektów najlepszych w danym zbiorze i obliczaniu w oparciu o nie efektywności pozostałych jednostek. Jeżeli zbiór ten zmienia się, a tak jest przy przejściu od analizy warunkowej do brzegowej, rezultaty obliczeń na ogół zmieniają się. Warto natomiast sprawdzić, jak bardzo te rezultaty różnią się między sobą.

#### Wnioski wynikające z porównania wskaźników efektywności obu typów analiz

Rysunek 6.4. zawiera wykresy przedstawiające kształtowanie się wskaźnika efektywności uzyskanego w ramach czasowej analizy brzegowej i warunkowej. Wykresy odpowiadają badanym okresom czasu. Ciemnoniebieskie słupki symbolizują wartości wskaźników efektywności z analizy brzegowej, a pomarańczowe – wskaźniki „warunkowe”:



<sup>280</sup> A więc na tle pozostałych giełd odpowiednio w danym roku.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.4. Porównanie wartości wskaźników efektywności w kolejnych latach**

➤ Rezultaty obu typów analiz różnią się między sobą. Wskaźniki warunkowe po wszystkich obiektach są wyższe, niż wskaźniki brzegowe. Szczególną uwagę zwraca giełda islandzka, dla której w przypadku analizy warunkowej zanotowano bardzo silną nadefektywność.

Takie różnice wynikają w znacznym stopniu z konstrukcji metody DEA, która ma tendencję do przeszacowywania efektywności w sytuacji zbyt małej liczby badanych obiektów w stosunku do liczby zmiennych, które je opisują. Jak wspomniano wcześniej, sugeruje się ustalanie minimalnej liczby obiektów (przy danej liście zmiennych) wedle reguły:

$$n_{\min} = \max\{m \cdot s ; 3(m + s)\}.$$

Zarówno w czasowej analizie brzegowej, jak i warunkowej brano pod uwagę było pięć zmiennych – trzy nakłady ( $m = 3$ ) oraz dwa wyniki ( $s = 2$ ). Oznacza to, iż zbiór badanych obiektów powinien liczyć co najmniej 15 jednostek. W przypadku analizy brzegowej (której wyniki wyodrębnia się z analizy globalnej) obiektów w zbiorze było 45, natomiast w analizie warunkowej poszczególnych lat brano pod uwagę każdorazowo tylko 15 giełd. Uzasadnione jest więc przypuszczenie, iż mała liczba badanych obiektów była powodem zawyżenia ich wskaźników efektywności. Potwierdza to również fakt, że zwiększenie wartości wskaźników dotyczy wszystkich badanych giełd.

➤ Skala przeszacowania wartości wskaźników, poza przypadkiem giełdy islandzkiej, nie była jednak duża. Dodatkowo, mimo nieco wyższych wartości wskaźników warunkowych,

nie zmieniło się uporządkowanie giełd ze względu na te wartości w porównaniu z analizą brzegową. Generalnie, jeżeli dana giełda była w świetle analizy brzegowej lepsza od innej, to w analizie warunkowej porządek ten na ogół jest zachowany.

Powyższy wniosek potwierdzają współczynniki korelacji Pearsona, pokazujące zbieżność rezultatów obu wariantów analizy:

| Korelacja                | 2003 | 2004 | 2005 |
|--------------------------|------|------|------|
| wszystkie obiekty        | 0,77 | 0,59 | 0,67 |
| z wyłączeniem <i>Ice</i> | 0,91 | 0,96 | 0,84 |

Jeżeli wyłączyć giełdę islandzką, wyniki czasowej analizy brzegowej i warunkowej są bardzo podobne.

Dobrze świadczy to o stabilności badanego problemu roli giełd we wspieraniu rozwoju gospodarczego. Wskazuje bowiem, iż wystarczy przeprowadzić jeden typ analizy, aby móc porównywać jakość wpływu poszczególnych giełd na gospodarkę. Warto zaznaczyć, iż same wartości wskaźników efektywności nie mają aż takiego znaczenia w analizach typu DEA, jak właśnie ich zestawienie z rezultatami innych obiektów – efektywność w sensie DEA nazywa się przecież efektywnością względną. Porównywanie rezultatów różnych analiz (przeprowadzanych dla innych pod względem liczebności grup obiektów) pozwala na sprawdzenie, jak dana jednostka radzi sobie na wybranym tle.

### Wnioski wynikające z porównania rankingów opartych na obu typach analiz

Poniższego porównania czasowej analizy brzegowej i warunkowej dokonano biorąc tym razem pod uwagę uporządkowanie obiektów ze względu na wartość wskaźnika efektywności z zastosowanego modelu SE-SBM-I. W przypadku analizy brzegowej, wzięto pod uwagę rangi wewnętrzne<sup>281</sup>. Zestawienie zawarto w tabeli 6.7.

➤ Rankingi skonstruowane w oparciu o analizę brzegową i warunkową są bardzo do siebie zbliżone. Wskazuje na to także współczynnik korelacji rang Spearmana:

| Rok                                   | 2003  | 2004  | 2005  |
|---------------------------------------|-------|-------|-------|
| Współczynnik korelacji rang Spearmana | 0,900 | 0,911 | 0,861 |

<sup>281</sup> Pogrubioną czcionką zaznaczono obiekty uznane za efektywne przez dany wariant analizy czasowej.

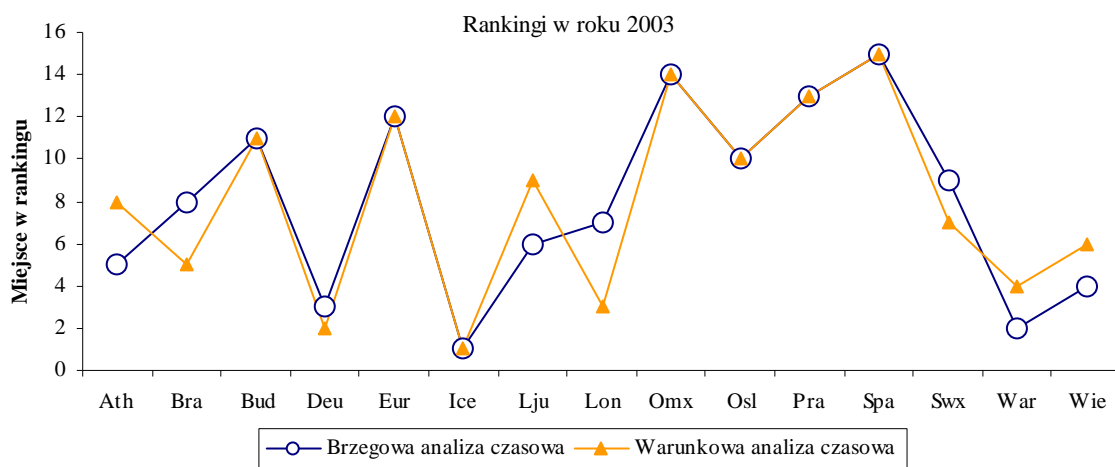
Współczynnik korelacji rang w każdym badanym roku uzyskał wartość bliską 0,9. Świadczy to o bardzo dużym podobieństwie i stabilności rankingów. Potwierdza to także wyznaczony dla tych rankingów miernik ich zgodności, który tylko dla czterech giełd wskazał istotną (czyli przynajmniej o dwa miejsca) zmianę pozycji w rankingu.

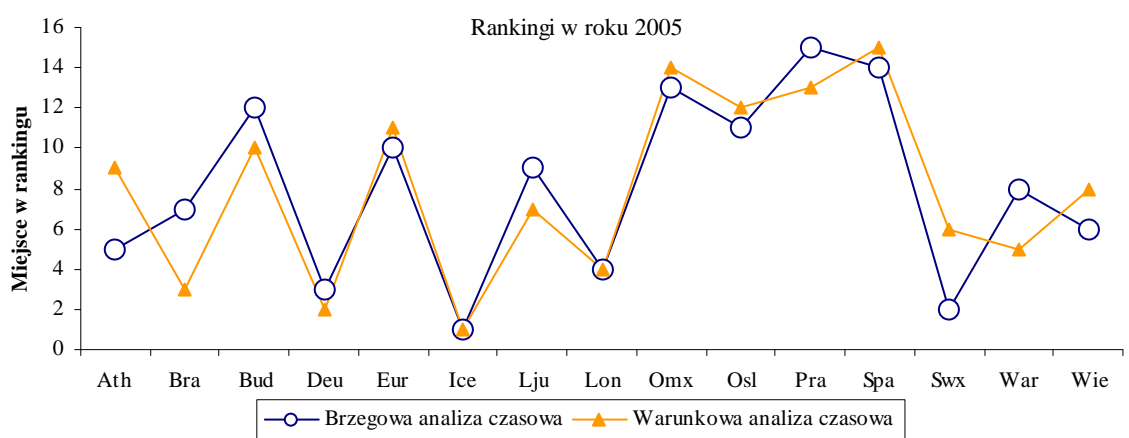
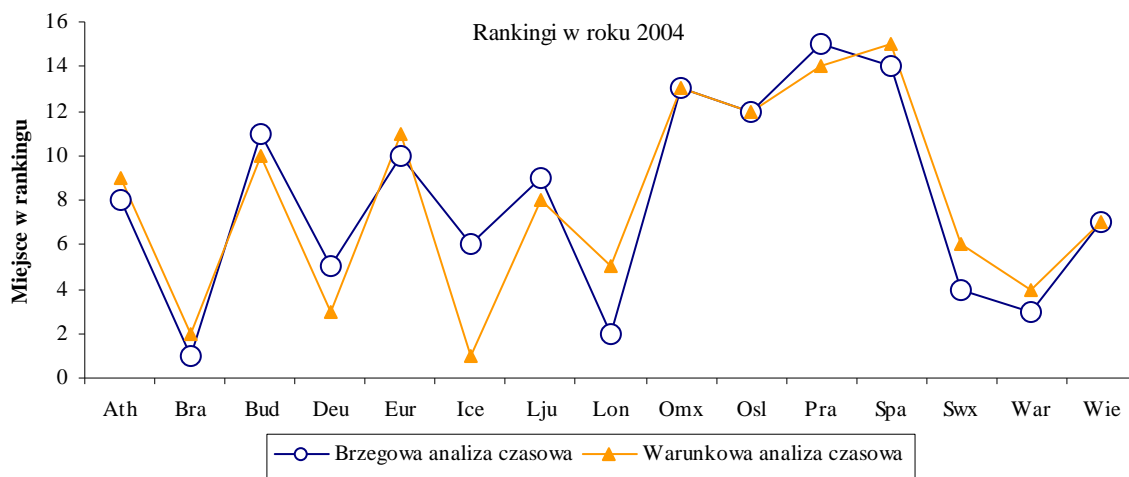
**Tab. 6.7. Czasowa analiza brzegowa i warunkowa – porównanie rankingów**

| Nr | Giełda     | 2003                        |                   | 2004                        |                   | 2005                        |                   |
|----|------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|
|    |            | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy |
| 1  | <i>Ath</i> | 5                           | 8                 | 8                           | 9                 | 5                           | 9                 |
| 2  | <i>Bra</i> | 8                           | 5                 | 1                           | 2                 | 7                           | 3                 |
| 3  | <i>Bud</i> | 11                          | 11                | 11                          | 10                | 12                          | 10                |
| 4  | <i>Deu</i> | 3                           | 2                 | 5                           | 3                 | 3                           | 2                 |
| 5  | <i>Eur</i> | 12                          | 12                | 10                          | 11                | 10                          | 11                |
| 6  | <i>Ice</i> | 1                           | 1                 | 6                           | 1                 | 1                           | 1                 |
| 7  | <i>Lju</i> | 6                           | 9                 | 9                           | 8                 | 9                           | 7                 |
| 8  | <i>Lon</i> | 7                           | 3                 | 2                           | 5                 | 4                           | 4                 |
| 9  | <i>Omx</i> | 14                          | 14                | 13                          | 13                | 13                          | 14                |
| 10 | <i>Osl</i> | 10                          | 10                | 12                          | 12                | 11                          | 12                |
| 11 | <i>Pra</i> | 13                          | 13                | 15                          | 14                | 15                          | 13                |
| 12 | <i>Spa</i> | 15                          | 15                | 14                          | 15                | 14                          | 15                |
| 13 | <i>Swx</i> | 9                           | 7                 | 4                           | 6                 | 2                           | 6                 |
| 14 | <i>War</i> | 2                           | 4                 | 3                           | 4                 | 8                           | 5                 |
| 15 | <i>Wie</i> | 4                           | 6                 | 7                           | 7                 | 6                           | 8                 |

Zródło: Opracowanie własne

Tak silną zbieżność widać również na rysunku 6.5., na którym zestawiono ranking brzegowy i warunkowy w poszczególnych latach. Uporządkowanie wyników badania jest niezwykle stabilne ze względu na zastosowany typ analizy. Zarówno ujęcie brzegowe, jak i warunkowe wskazuje podobne miejsca rankingowe konkretnych giełd.





Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.5. Porównanie rankingów giełd (analiza brzegowa i warunkowa) w latach 2003 – 2005**

➤ Jak wiadomo, metoda DEA jest bardzo wrażliwa na zmianę listy obiektów poddawanych badaniu, która najczęściej wpływa na zmianę wzorców wskazywanych przez metodę<sup>282</sup>. Tutaj jednak wyniki okazują się bardzo stabilne, mimo różnej listy wzorców wskazanych w analizie brzegowej i warunkowej. Dobrze świadczy to o możliwościach stosowania metody DEA do analizy giełd.

Obiekty efektywne (wzorcy) wskazane przez oba rodzaje analizy zawarto w poniższym zestawieniu. Jednakowym kolorem oznaczono giełdy, które zostały wskazane jako efektywne w obu typach analizy:

<sup>282</sup> A pojawienie się innych wzorców może i zazwyczaj wpływa na zmianę wartości wskaźników efektywności.

| Typ analizy              | Lista wzorców                                      |  |   |
|--------------------------|--|--|---|
|                          | 2003   | 2004   | 2005  |
| <b>Analiza brzegowa</b>  | <i>Ath, Bra, Deu, Ice, Lju, Lon, War, Wie</i>      | <i>Bra, Deu, Lon, Swx, War</i>                     | <i>Ath, Deu, Ice, Lon, Swx, Wie</i>                     |
| <b>Analiza warunkowa</b> | <i>Ath, Bra, Deu, Ice, Lju, Lon, Swx, War, Wie</i> | <i>Ath, Bra, Deu, Ice, Lju, Lon, Swx, War, Wie</i> | <i>Ath, Bra, Bud, Deu, Ice, Lju, Lon, Swx, War, Wie</i> |

Obiekty wzorcowe w świetle analizy brzegowej stanowią podzbiór zbioru wzorców w analizie warunkowej. Nie jest to niczym zaskakującym, gdyż jak wspomniano wcześniej, analiza efektywności niezbyt licznej grupy obiektów prowadzi do przeszacowania wyników, a co za tym idzie – do pojawienia się większej liczby wzorców.

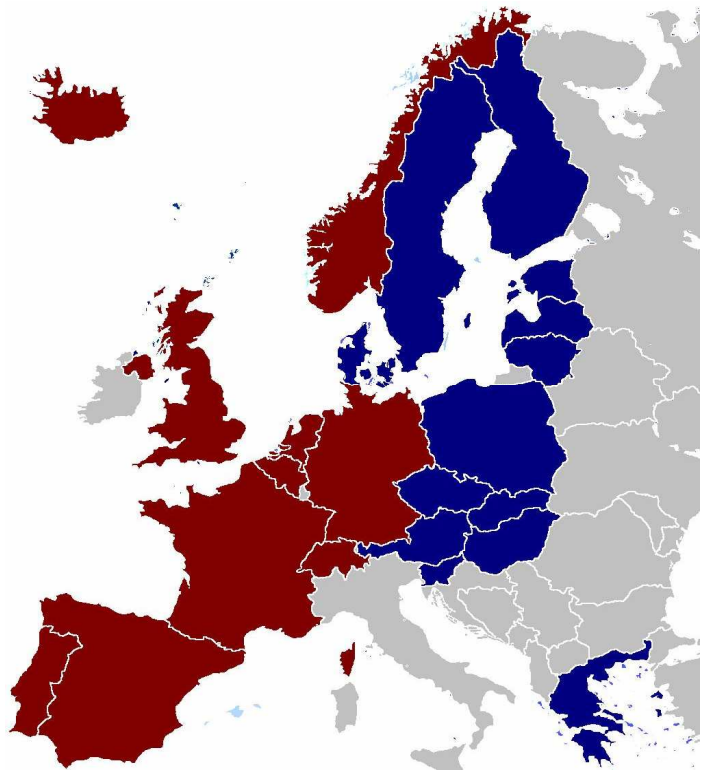
➤ Z formalnego punktu widzenia, duże podobieństwo rankingów (mimo różnych zbiorów wzorców w poszczególnych latach) zwiększa wiarygodność analizy efektywności i sugeruje, że wystarczy przeprowadzić jeden rodzaj analizy, np. tylko analizę brzegową i nie spowoduje to istotnej utraty informacji o rezultatach (i ich uporządkowaniu) wedle kryterium zastosowanego w analizie warunkowej. Szczególnie w sytuacji, gdy badaniu poddaje się niezbyt liczną grupę jednostek, powyższe obserwacje wskazują, iż warto wykorzystać właśnie brzegowy wariant analizy.

Z merytorycznego zaś punktu widzenia oznacza, że badane tutaj znaczenie poszczególnych giełd i ich efektywność w procesie sprzyjania rozwojowi gospodarczemu było stabilne, mimo różnej liczebności analizowanych zbiorów giełd.

### 6.3. Analiza przestrzenna

W tej części zaprezentowano wyniki analizy przestrzennej, czyli badania efektywności ze względu na położenie geograficzne badanych obiektów. Zamieszczona na rysunku 6.6. mapka prezentuje przyjęty podział giełd na dwie podgrupy obiektów: Europy Zachodniej (kolor czerwony) i Europy Wschodniej (kolor niebieski). Pomięto Europę Centralną. Kraje powszechnie przypisywane do Europy Centralnej zostały włączone do jednej lub drugiej podgrupy.





Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.6. Podział geograficzny badanych obiektów**

Europa Zachodnia:

- giełda niemiecka (*Deu*),
- grupa giełd Euronext (*Eur*),
- giełda islandzka (*Ice*),
- giełda brytyjska (*Lon*),
- giełda norweska (*Osl*),
- giełda hiszpańska (*Spa*),
- giełda szwajcarska (*Swx*);

Europa Wschodnia:

- giełda grecka (*Ath*),
- giełda słowacka (*Bra*),
- giełda węgierska (*Bud*),
- giełda słoweńska (*Lju*),
- grupa giełd północno-bałtyckich (*Omx*),
- giełda czeska (*Pra*),
- giełda polska (*War*),
- giełda austriacka (*Wie*)

Taki podział jest kompromisem pomiędzy faktycznym postrzeganiem przynależności danego kraju do Europy Wschodniej lub Zachodniej a potrzebą zachowania właściwej liczby obiektów poddawanych badaniu metodą DEA283. Ostatecznie więc w grupie zachodniej

---

<sup>283</sup> Jak wspomniano już wcześniej, liczba obiektów analizowanych metodą DEA powinna wynosić co najmniej  $n_{\min} = \max \{ m \cdot s ; 3(m + s) \}$ .

znalazło się 21 obiektów (7 giełd, przy czym każda w trzech latach), a w grupie wschodniej 24 obiekty (8 giełd w trzech latach).

Podobnie jak w przypadku analizy czasowej, także to badanie przeprowadzono na dwa sposoby – badając obiekty wyodrębnione z analizy globalnej pod względem geograficznym (analiza brzegowa) oraz przeprowadzając odrębne badanie osobno dla każdej podgrupy geograficznej (analiza warunkowa).

W obu przypadkach ponownie wykorzystano model SE-SBM-I dla pięciu wcześniej przyjętych zmiennych.

### 6.3.1. Brzegowa analiza przestrzenna

Tabela 6.8. obejmuje wyodrębnione ze względu na położenie geograficzne rezultaty analizy globalnej. Podobnie, jak w przypadku brzegowej analizy czasowej, skonstruowano dwa typy rankingów – wewnętrzny i zewnętrzny.

**Tab. 6.8. Brzegowa analiza przestrzenna**

| Europa Zachodnia |               |              |                 |               | Europa Wschodnia |               |              |                 |               |
|------------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|------------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|
| Nr               | Giełda        | SE-SBM       | Ranking wewn.   | Ranking zewn. | Nr               | Giełda        | SE-SBM       | Ranking wewn.   | Ranking zewn. |
| 1                | <i>Deu'03</i> | <b>1,100</b> | <b>2</b>        | <b>4</b>      | 1                | <i>Ath'03</i> | <b>1,057</b> | <b>4</b>        | <b>7</b>      |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 0,764        | 15              | 31            | 2                | <i>Bra'03</i> | <b>1,004</b> | <b>8</b>        | <b>17</b>     |
| 3                | <i>Ice'03</i> | <b>1,251</b> | <b>1</b>        | <b>1</b>      | 3                | <i>Bud'03</i> | 0,786        | 15              | 28            |
| 4                | <i>Lon'03</i> | <b>1,026</b> | <b>7</b>        | <b>12</b>     | 4                | <i>Lju'03</i> | <b>1,044</b> | <b>5</b>        | <b>8</b>      |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 0,794        | 13              | 26            | 5                | <i>Omx'03</i> | 0,687        | 19              | 35            |
| 6                | <i>Spa'03</i> | 0,636        | 19              | 40            | 6                | <i>Pra'03</i> | 0,705        | 18              | 34            |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 0,902        | 12              | 24            | 7                | <i>War'03</i> | <b>1,109</b> | <b>2</b>        | <b>3</b>      |
| 8                | <i>Deu'04</i> | <b>1,003</b> | <b>10</b>       | <b>19</b>     | 8                | <i>Wie'03</i> | <b>1,090</b> | <b>3</b>        | <b>5</b>      |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 0,771        | 14              | 30            | 9                | <i>Ath'04</i> | 0,892        | 13              | 25            |
| 10               | <i>Ice'04</i> | 0,914        | 11              | 21            | 10               | <i>Bra'04</i> | <b>1,110</b> | <b>1</b>        | <b>2</b>      |
| 11               | <i>Lon'04</i> | <b>1,036</b> | <b>5</b>        | <b>10</b>     | 11               | <i>Bud'04</i> | 0,738        | 17              | 33            |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 0,662        | 18              | 38            | 12               | <i>Lju'04</i> | 0,784        | 16              | 29            |
| 13               | <i>Spa'04</i> | 0,624        | 20              | 41            | 13               | <i>Omx'04</i> | 0,660        | 21              | 39            |
| 14               | <i>Swx'04</i> | <b>1,012</b> | <b>9</b>        | <b>15</b>     | 14               | <i>Pra'04</i> | 0,605        | 23              | 44            |
| 15               | <i>Deu'05</i> | <b>1,028</b> | <b>6</b>        | <b>11</b>     | 15               | <i>War'04</i> | <b>1,019</b> | <b>6</b>        | <b>13</b>     |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 0,763        | 16              | 32            | 16               | <i>Wie'04</i> | 0,911        | 11              | 22            |
| 17               | <i>Ice'05</i> | <b>1,067</b> | <b>3</b>        | <b>6</b>      | 17               | <i>Ath'05</i> | <b>1,008</b> | <b>7</b>        | <b>16</b>     |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>1,018</b> | <b>8</b>        | <b>14</b>     | 18               | <i>Bra'05</i> | 0,944        | 10              | 20            |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 0,670        | 17              | 36            | 19               | <i>Bud'05</i> | 0,667        | 20              | 37            |
| 20               | <i>Spa'05</i> | 0,615        | 21              | 43            | 20               | <i>Lju'05</i> | 0,786        | 14              | 27            |
| 21               | <i>Swx'05</i> | <b>1,039</b> | <b>4</b>        | <b>9</b>      | 21               | <i>Omx'05</i> | 0,624        | 22              | 42            |
| -----            |               |              | <b>Średnia:</b> | <b>22</b>     | 22               | <i>Pra'05</i> | 0,541        | 24              | 45            |
| -----            |               |              |                 |               | 23               | <i>War'05</i> | 0,908        | 12              | 23            |
| -----            |               |              |                 |               | 24               | <i>Wie'05</i> | <b>1,004</b> | <b>9</b>        | <b>18</b>     |
| -----            |               |              |                 |               | -----            |               |              | <b>Średnia:</b> | <b>24</b>     |

Źródło: Opracowanie własne

## Wnioski wynikające z brzegowej analizy przestrzennej

➤ Giełdy Europy Zachodniej nieznacznie silniej wpływają na rozwój gospodarczy swoich krajów, o czym informuje nieco niższa średnia pozycja w rankingu zewnętrznym dla giełd zachodnich (22), niż dla giełd z Europy Wschodniej (24). Wskazują na to również średnie wskaźniki efektywności giełd zawarte w tabeli 6.9.:

**Tab. 6.9. Charakterystyki syntetyczne brzegowej analizy przestrzennej**

| Charakterystyki         | Europa Zachodnia |                   | Europa Wschodnia |                   |
|-------------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
|                         | wszystkie (21)   | nieefektywne (11) | wszystkie (24)   | nieefektywne (15) |
| Średnia                 | 0,890            | 0,738             | 0,862            | 0,749             |
| Odchylenie standardowe  | 0,182            | 0,101             | 0,175            | 0,120             |
| Współczynnik zmienności | 20,5%            | 13,7%             | 20,3%            | 15,9%             |

Zródło: Opracowanie własne

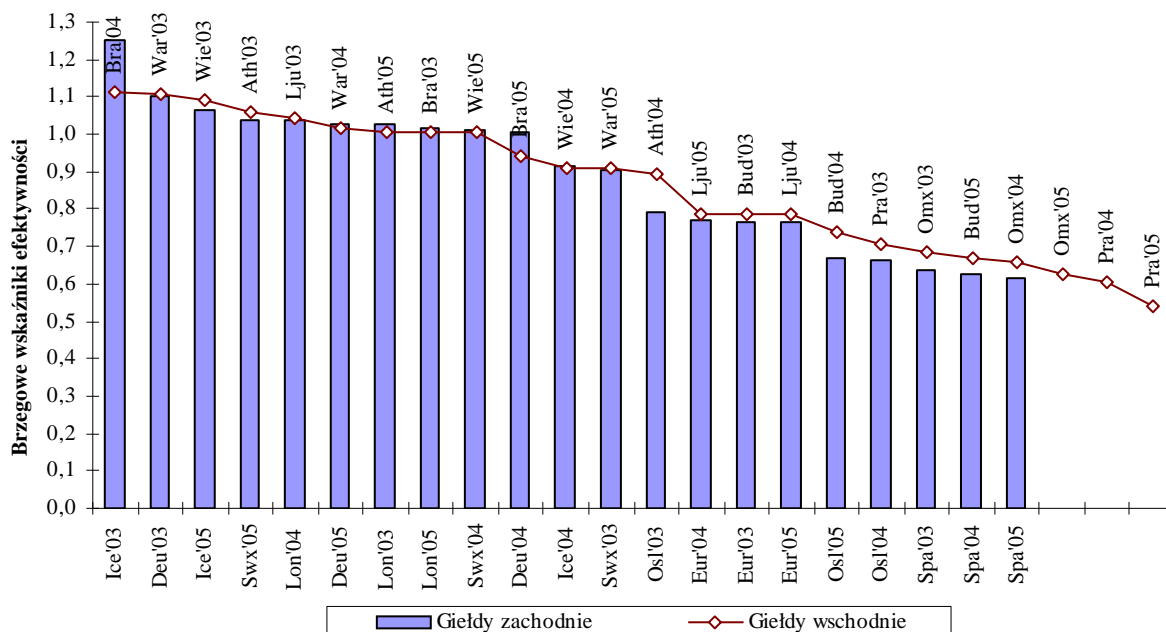
Stosunkowo niskie współczynniki zmienności sugerują, iż poziom efektywności większości jednostek cechuje się niezbyt dużym odchyleniem od średniej.

➤ W grupie zachodniej, metoda DEA wskazała aż 10 wzorców na 21 obiektów poddanych badaniu. W grupie wschodniej wzorców jest 9 na 24 obiekty badane.

➤ Z kolei, giełdy nieefektywne we wschodniej części Europy działają średnio nieco lepiej, niż giełdy zachodnie.

Generalnie jednak brak jest istotnych różnic między efektywnością poszczególnych giełd w obu grupach, co widać na rysunku 6.7., gdzie obie grupy uporządkowano malejąco według wartości wskaźnika efektywności. Słupki na wykresie odzwierciedlają efektywność giełd zachodnich, a seria liniowa – efektywność giełd wschodnich<sup>284</sup>.

<sup>284</sup> Nazwy poszczególnych giełd zachodnich podano na dole, pod słupkami. Nazwy giełd z grupy wschodniej podano natomiast w górnej części wykresu.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.7. Efektywność w grupie zachodniej i wschodniej giełd (analiza brzegowa)**

➤ W generalnie słabszych krajach Europy Wschodniej, w których giełdy powstały dużo później, niż w krajach zachodnich, wpływ giełdy na rozwój gospodarczy kraju jest bardziej widoczny. Pojawienie się prawnie uregulowanej instytucji rynku kapitałowego uwiarygodnia ten rynek, a także kraj, w którym on działa. Nie tylko ma to znaczenie dla zagranicznych inwestorów, ale także lokalnych. Pojawienie się giełdy papierów wartościowych aktywizuje inwestorów i zwiększa ich skłonność do inwestowania oszczędności na rynku kapitałowym.

W przypadku brzegowej analizy przestrzennej, można porównywać tylko wskaźniki efektywności. Porównanie rankingów (którego dokonano w przypadku analizy czasowej) nie ma sensu, gdyż trudno porównywać uporządkowanie w dwóch odrębnych geograficznie grupach.

### 6.3.2. Warunkowa analiza przestrzenna

Analiza warunkowa polegała na przeprowadzeniu badania efektywności osobno w grupie giełd zachodnich oraz giełd wschodnich. Rezultaty przestrzennej analizy warunkowej, wraz z charakterystykami je podsumowującymi zamieszczono w tabeli 6.10.

**Tab. 6.10. Warunkowa analiza przestrzenna**

| Europa Zachodnia |               |              |           |
|------------------|---------------|--------------|-----------|
| Nr               | Gięda         | SE-SBM       | Ranking   |
| 1                | <i>Deu'03</i> | <b>1,103</b> | <b>2</b>  |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 0,764        | 15        |
| 3                | <i>Ice'03</i> | <b>1,251</b> | <b>1</b>  |
| 4                | <i>Lon'03</i> | <b>1,026</b> | <b>7</b>  |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 0,797        | 13        |
| 6                | <i>Spa'03</i> | 0,636        | 19        |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 0,902        | 12        |
| 8                | <i>Deu'04</i> | <b>1,003</b> | <b>10</b> |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 0,771        | 14        |
| 10               | <i>Ice'04</i> | 0,921        | 11        |
| 11               | <i>Lon'04</i> | <b>1,036</b> | <b>5</b>  |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 0,671        | 17        |
| 13               | <i>Spa'04</i> | 0,624        | 20        |
| 14               | <i>Swx'04</i> | <b>1,013</b> | <b>9</b>  |
| 15               | <i>Deu'05</i> | <b>1,028</b> | <b>6</b>  |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 0,763        | 16        |
| 17               | <i>Ice'05</i> | <b>1,067</b> | <b>3</b>  |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>1,018</b> | <b>8</b>  |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 0,670        | 18        |
| 20               | <i>Spa'05</i> | 0,615        | 21        |
| 21               | <i>Swx'05</i> | <b>1,039</b> | <b>4</b>  |

| Europa Wschodnia |               |              |           |
|------------------|---------------|--------------|-----------|
| Nr               | Gięda         | SE-SBM       | Ranking   |
| 1                | <i>Ath'03</i> | <b>1,102</b> | <b>5</b>  |
| 2                | <i>Bra'03</i> | <b>1,012</b> | <b>10</b> |
| 3                | <i>Bud'03</i> | <b>1,010</b> | <b>12</b> |
| 4                | <i>Lju'03</i> | <b>1,136</b> | <b>1</b>  |
| 5                | <i>Omx'03</i> | <b>1,053</b> | <b>7</b>  |
| 6                | <i>Pra'03</i> | 0,725        | 22        |
| 7                | <i>War'03</i> | <b>1,109</b> | <b>4</b>  |
| 8                | <i>Wie'03</i> | <b>1,109</b> | <b>3</b>  |
| 9                | <i>Ath'04</i> | 0,897        | 19        |
| 10               | <i>Bra'04</i> | <b>1,110</b> | <b>2</b>  |
| 11               | <i>Bud'04</i> | <b>1,014</b> | <b>9</b>  |
| 12               | <i>Lju'04</i> | 0,902        | 18        |
| 13               | <i>Omx'04</i> | <b>1,006</b> | <b>14</b> |
| 14               | <i>Pra'04</i> | 0,631        | 23        |
| 15               | <i>War'04</i> | <b>1,035</b> | <b>8</b>  |
| 16               | <i>Wie'04</i> | 0,942        | 16        |
| 17               | <i>Ath'05</i> | <b>1,011</b> | <b>11</b> |
| 18               | <i>Bra'05</i> | 0,946        | 15        |
| 19               | <i>Bud'05</i> | 0,848        | 21        |
| 20               | <i>Lju'05</i> | 0,897        | 20        |
| 21               | <i>Omx'05</i> | 0,917        | 17        |
| 22               | <i>Pra'05</i> | 0,568        | 24        |
| 23               | <i>War'05</i> | <b>1,007</b> | <b>13</b> |
| 24               | <i>Wie'05</i> | <b>1,060</b> | <b>6</b>  |

| Charakterystyki                | wszystkie | nieefektywne (11) |
|--------------------------------|-----------|-------------------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,891     | 0,740             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,182     | 0,102             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 20,4%     | 13,8%             |

| Charakterystyki                | wszystkie | nieefektywne (10) |
|--------------------------------|-----------|-------------------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,960     | 0,827             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,144     | 0,129             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 15,0%     | 15,6%             |

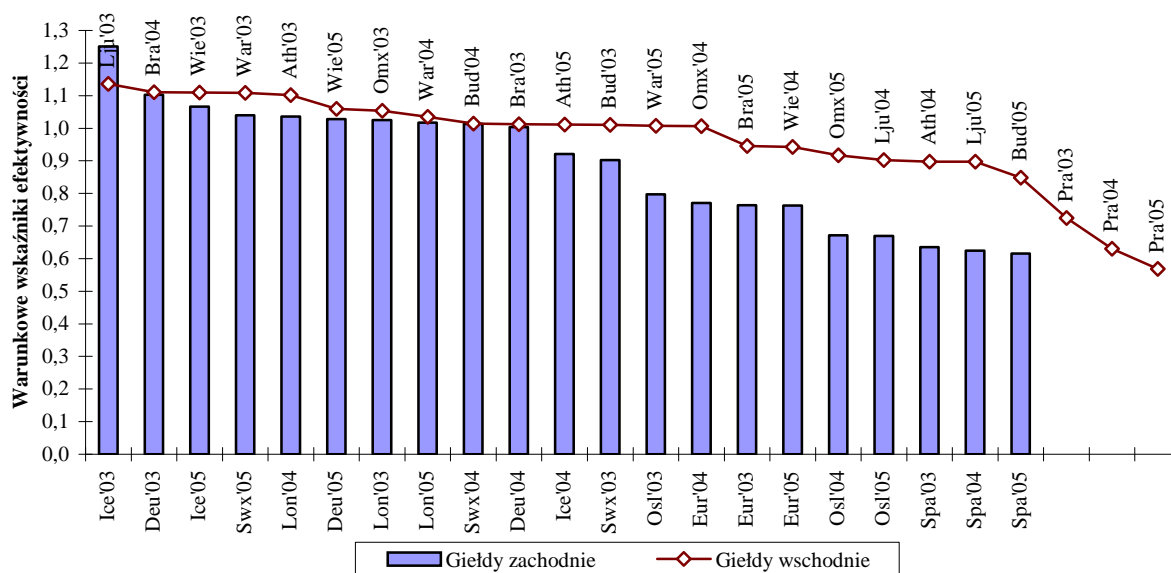
Źródło: Opracowanie własne

### Wnioski wynikające z warunkowej analizy przestrzennej

➤ Uśrednione wskaźniki efektywności dla wszystkich obiektów są wyższe dla grupy giełd Europy Wschodniej. Może to wynikać z faktu, iż w grupie 24 wschodnich giełd obecnie wzorców jest aż 14 (efektywność powyżej 1,0), a w grupie 21 giełd zachodnich jest 10 wzorców.

➤ Jeśli przyjrzeć się średnim wynikom tylko obiektów nieefektywnych, okazuje się, że w świetle analizy warunkowej nieefektywne giełdy Europy Wschodniej także lepiej wspierają rozwój gospodarczy kraju, w którym działają. Wskazuje na to średni poziom efektywności obiektów nieefektywnych we wschodniej (0,83) oraz zachodniej grupie giełd (0,74).

➤ Potwierdza to wniosek wynikający z brzegowej analizy przestrzennej, iż wpływ „młodych” giełd na gospodarkę jest lepiej widoczny. Różnice efektywności dla obu badanych grup i wyraźną przewagą giełd należących do Europy Wschodniej widać na rysunku 6.8.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.8. Efektywność w grupie zachodniej i wschodniej giełd (analiza warunkowa)**

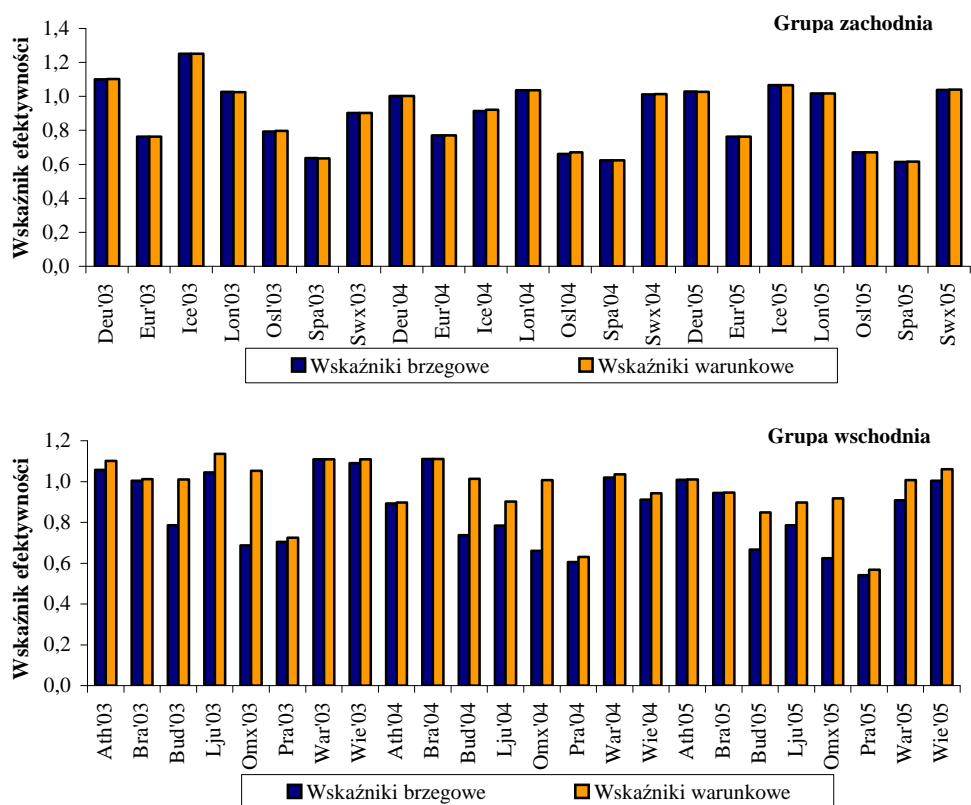
➤ Tak, jak w wersji brzegowej analizy przestrzennej, rezultaty obu badanych grup porównuje się tylko pod względem poziomu wskaźników efektywności. Nie porównuje się rankingów, gdyż dotyczą one obiektów należących do dwóch odrębnych geograficznie grup.

### 6.3.3. Porównanie rezultatów przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej

Poniżej zamieszczono zestawienie obu typów analiz. Podobnie, jak w przypadku analizy czasowej, porównując i badając stabilność rezultatów obu wersji analizy przestrzennej, skupiono się osobno na wskaźnikach efektywności oraz na uporządkowaniu obiektów według wartości tych wskaźników.

#### Wnioski wynikające z porównania wskaźników efektywności obu typów analiz

Na rysunku 6.9. przedstawiono kształtowanie się wskaźnika efektywności w ramach przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej. Pierwszy wykres dotyczy zachodniej grupy giełd. Ciemnoniebieskie słupki symbolizują wartości wskaźników efektywności z analizy brzegowej, a jasne – wskaźniki warunkowe:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.9. Porównanie wartości wskaźników efektywności w grupach zachodniej i wschodniej**

➤ Obserwowano już wcześniej, iż giełdy w obu grupach działają bardzo dobrze, przy czym giełdy wschodnie nieznacznie lepiej, niż zachodnie. W grupie Europy Zachodniej wskaźniki efektywności brzegowej i warunkowej są praktycznie identyczne. Współczynnik korelacji Pearsona wynosi tutaj prawie 1,0. Badanie efektywności tej grupy giełd jest zatem niewrażliwe na zastosowany wariant analizy.

Łatwo znaleźć powód takiej zbieżności rezultatów obu analiz. Wzorcami dla nieefektywnych giełd zachodnich w ramach analizy brzegowej są głównie wzorce również z grupy zachodniej. Oznacza to, iż usunięcie giełd wschodnich z rozważań nie zmienia praktycznie oszacowań efektywności, gdyż są one ustalane w oparciu o wzorce – a te pochodzą z grupy zachodniej.

➤ Rezultaty grupy wschodniej są już mniej do siebie podobne – wskaźniki warunkowe są nieco wyższe, niż brzegowe. Korelacja jest tu trochę niższa, choć nadal wysoka (0,76).

Powód występowania różnic między efektywnością brzegową i warunkową w grupie wschodniej jest taki sam, jak powód silnej zbieżności rezultatów w grupie zachodniej. W analizie warunkowej grupy wschodniej na ustalanie wartości wskaźników efektywności nie mają wpływu wzorce z grupy zachodniej (jak to ma miejsce w przypadku analizy brzegowej giełd wschodnich). Przez to pojawiają się w tej grupie nowe obiekty wzorcowe – takie, jak grupa północno-bałtycka (*Omx*), która na tle giełd całej Europy oceniana jest raczej słabo (średni wskaźnik efektywności dla badanych trzech lat to zaledwie 0,66), a lokalnie – czyli na tle tylko giełd wschodnioeuropejskich – okazuje się być dużo lepsza (średni wskaźnik osiąga tu wartość aż 0,99).

## Wnioski wynikające z porównania rankingów opartych na obu typach analiz

Zestawienie rankingów wskazanych przez przestrzenną analizę brzegową i warunkową w poszczególnych latach zawarto w tabeli 6.11.

**Tab. 6.11. Przestrzenna analiza brzegowa i warunkowa – porównanie rankingów**

| Europa Zachodnia |               |                             |                   | Europa Wschodnia |               |                             |                   |
|------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|
| Nr               | Gięlda        | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy | Nr               | Gięlda        | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy |
| 1                | <i>Deu'03</i> | 2                           | 2                 | 1                | <i>Ath'03</i> | 4                           | 5                 |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 15                          | 15                | 2                | <i>Bra'03</i> | 8                           | 10                |
| 3                | <i>Ice'03</i> | 1                           | 1                 | 3                | <i>Bud'03</i> | 15                          | 12                |
| 4                | <i>Lon'03</i> | 7                           | 7                 | 4                | <i>Lju'03</i> | 5                           | 1                 |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 13                          | 13                | 5                | <i>Omx'03</i> | 19                          | 7                 |
| 6                | <i>Spa'03</i> | 19                          | 19                | 6                | <i>Pra'03</i> | 18                          | 22                |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 12                          | 12                | 7                | <i>War'03</i> | 2                           | 4                 |
| 8                | <i>Deu'04</i> | 10                          | 10                | 8                | <i>Wie'03</i> | 3                           | 3                 |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 14                          | 14                | 9                | <i>Ath'04</i> | 13                          | 19                |
| 10               | <i>Ice'04</i> | 11                          | 11                | 10               | <i>Bra'04</i> | 1                           | 2                 |
| 11               | <i>Lon'04</i> | 5                           | 5                 | 11               | <i>Bud'04</i> | 17                          | 9                 |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 18                          | 17                | 12               | <i>Lju'04</i> | 16                          | 18                |
| 13               | <i>Spa'04</i> | 20                          | 20                | 13               | <i>Omx'04</i> | 21                          | 14                |
| 14               | <i>Swx'04</i> | 9                           | 9                 | 14               | <i>Pra'04</i> | 23                          | 23                |
| 15               | <i>Deu'05</i> | 6                           | 6                 | 15               | <i>War'04</i> | 6                           | 8                 |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 16                          | 16                | 16               | <i>Wie'04</i> | 11                          | 16                |
| 17               | <i>Ice'05</i> | 3                           | 3                 | 17               | <i>Ath'05</i> | 7                           | 11                |
| 18               | <i>Lon'05</i> | 8                           | 8                 | 18               | <i>Bra'05</i> | 10                          | 15                |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 17                          | 18                | 19               | <i>Bud'05</i> | 20                          | 21                |
| 20               | <i>Spa'05</i> | 21                          | 21                | 20               | <i>Lju'05</i> | 14                          | 20                |
| 21               | <i>Swx'05</i> | 4                           | 4                 | 21               | <i>Omx'05</i> | 22                          | 17                |
|                  |               |                             |                   | 22               | <i>Pra'05</i> | 24                          | 24                |
|                  |               |                             |                   | 23               | <i>War'05</i> | 12                          | 13                |
|                  |               |                             |                   | 24               | <i>Wie'05</i> | 9                           | 6                 |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Rankingi skonstruowane w oparciu o analizę brzegową i warunkową są bardzo do siebie zbliżone, co jest konsekwencją dużego podobieństwa samych rezultatów obu wersji analizy przestrzennej. Zbieżność rankingów zobrazowano ponownie za pomocą wartości współczynnika korelacji rang Spearmana:

| Region                                | Europa Zachodnia | Europa Wschodnia |
|---------------------------------------|------------------|------------------|
| Współczynnik korelacji rang Spearmana | 0,999            | 0,787            |



Jak widać, rangi brzegowe i warunkowe dla grupy zachodniej są praktycznie identyczne. Dużo większe rozbieżności pojawiły się w grupie wschodniej, jednakże współczynnik korelacji na poziomie prawie 0,8 można także uznać za dostatecznie wysoki.

Obliczony miernik zgodności rankingów pozwala przyrzeć się bliżej, które giełdy zmieniły miejsce w rankingu w zależności od wariantu analizy i czy zmiana ta była istotna. Jak wcześniej, pozycję rankingową danej giełdy uznaje się za stabilną, gdy zmiana rang nie przekracza dwóch pozycji:

**Tab. 6.12. Miernik zgodności rankingów (przestrzenna analiza brzegowa i warunkowa)**

| Europa Zachodnia |   |                  | Europa Wschodnia |   |                  |
|------------------|---|------------------|------------------|---|------------------|
| Giełda           | Skala zmiany miejsca: brzegowa/ warunkowa | Wartość miernika | Giełda           | Skala zmiany miejsca: brzegowa/ warunkowa | Wartość miernika |
| <i>Deu'03</i>    | 0   | 0                | <i>Ath'03</i>    | -1  | 0                |
| <i>Eur'03</i>    | 0   | 0                | <i>Bra'03</i>    | -2  | 0                |
| <i>Ice'03</i>    | 0   | 0                | <i>Bud'03</i>    | 3   | 1                |
| <i>Lon'03</i>    | 0   | 0                | <i>Lju'03</i>    | 4   | 1                |
| <i>Osl'03</i>    | 0   | 0                | <i>Omx'03</i>    | 12  | 1                |
| <i>Spa'03</i>    | 0   | 0                | <i>Pra'03</i>    | -4  | 1                |
| <i>Swx'03</i>    | 0   | 0                | <i>War'03</i>    | -2  | 0                |
| <i>Deu'04</i>    | 0   | 0                | <i>Wie'03</i>    | 0   | 0                |
| <i>Eur'04</i>    | 0   | 0                | <i>Ath'04</i>    | -6  | 1                |
| <i>Ice'04</i>    | 0   | 0                | <i>Bra'04</i>    | -1  | 0                |
| <i>Lon'04</i>    | 0   | 0                | <i>Bud'04</i>    | 8   | 1                |
| <i>Osl'04</i>    | 1   | 0                | <i>Lju'04</i>    | -2  | 0                |
| <i>Spa'04</i>    | 0   | 0                | <i>Omx'04</i>    | 7   | 1                |
| <i>Swx'04</i>    | 0   | 0                | <i>Pra'04</i>    | 0   | 0                |
| <i>Deu'05</i>    | 0   | 0                | <i>War'04</i>    | -2  | 0                |
| <i>Eur'05</i>    | 0   | 0                | <i>Wie'04</i>    | -5  | 1                |
| <i>Ice'05</i>    | 0   | 0                | <i>Ath'05</i>    | -4  | 1                |
| <i>Lon'05</i>    | 0   | 0                | <i>Bra'05</i>    | -5  | 1                |
| <i>Osl'05</i>    | -1  | 0                | <i>Bud'05</i>    | -1  | 0                |
| <i>Spa'05</i>    | 0   | 0                | <i>Lju'05</i>    | -6  | 1                |
| <i>Swx'05</i>    | 0   | 0                | <i>Omx'05</i>    | 5   | 1                |
| <b>Suma:</b>     |   | <b>0</b>         | <i>Pra'05</i>    | 0   | 0                |
|                  |   |                  | <i>War'05</i>    | -1  | 0                |
|                  |   |                  | <i>Wie'05</i>    | 3   | 1                |
|                  |   |                  | <b>Suma:</b>     |   | <b>13</b>        |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Zbieżność rankingów dla zachodniej grupy giełd jest idealna – żaden obiekt nie zmienił miejsca w rankingu w sposób istotny. Z kolei we wschodniej grupie giełd aż 13 obiektów zmieniło istotnie miejsce w rankingu.

➤ Największe rozbieżności między rankingiem warunkowym (obie grupy giełd z osobna) a rankingiem brzegowym wewnętrznym (ranking globalny) zanotowano dla giełdy północno-bałtyckiej (*Omx*) w roku 2003 – aż dwanaście miejsc. W roku 2004 było to siedem miejsc,

a w 2005 – pięć. Duża rozbieżność dotyczy także giełdy węgierskiej w roku 2004 (zmiana aż o osiem pozycji) oraz greckiej w roku 2004 i słoweńskiej w roku 2005 (sześć miejsc).

Poza niestabilnymi pozycjami wymienionych czterech giełd, rangi pozostałych wschodnich giełd w ramach analizy brzegowej i warunkowej różnią się, ale nie aż tak wyraźnie. Widać to dopiero, gdy wyłączy się z porównania rankingów giełdę, dla której wystąpiły największe rozbieżności w rankingu, czyli giełdę północno-bałtycką<sup>285</sup>. W takim przypadku, wspomniany wcześniej współczynnik korelacji rang Spearmana przyjmuje wartość dużo wyższą (nieco ponad 0,88), co wskazuje, że rankingi generowane przez analizę brzegową i warunkową są ponownie bardzo do siebie podobne.

Głównej przyczyny tak wyraźnej zmiany pozycji *Omx* w rankingu warunkowym należy szukać w danych empirycznych i pozostałych obiektach należących do grupy Europy Wschodniej. We wschodniej grupie krajów we wszystkich trzech latach giełda północno-bałtycka charakteryzuje się relatywnie najwyższymi wartościami wskaźnika przejrzystości (mierzonego indeksem CPI)<sup>286</sup>.

Dodatkowo, wartość konsumpcji finalnej dla tej giełdy należy do najwyższych w porównaniu z pozostałymi badanymi w tej grupie obiektami. To również powoduje, że uzyskuje ona wyższą ocenę efektywności.

Na tak dużą zmianę wyników przestrzennej analizy warunkowej giełdy *Omx* wpłynął też oczywiście wspomniany wcześniej fakt, iż do grupy wschodniej nie należą giełdy, które w analizie globalnej i warunkowej analizie czasowej wskazywane były jako wzorce dla giełdy północno-bałtyckiej. Są to giełdy niemiecka i islandzka, które należą do grupy zachodniej.

Brak tych obiektów w przestrzennym badaniu warunkowym spowodował, że giełda *Omx* porównywana była z innymi, słabszymi obiektami. Zostało to od razu odzwierciedlone w postaci dużo wyższych wartości wskaźnika efektywności dla tej giełdy.

Powyżej wskazane czynniki powodują, że giełda północno-bałtycka uzyskuje bardzo wysokie wyniki i dobre miejsce w rankingu – ale tylko w przestrzennej analizie warunkowej, a więc „lokalnie”. Na tle bowiem krajów Europy Zachodniej (czyli tam, gdzie badaniu poddawano grupy, w których znajdowały się również giełdy z grupy zachodniej) okazuje się,

---

<sup>285</sup> W przypadku analizy brzegowej po prostu nie wzięto po uwagę wyników dla giełdy *Omx* (nie była ona wzorcem, więc można to zrobić bez wpływu na wyniki pozostałych giełd) i ustalono na nowo ranking, bowiem analiza brzegowa to nic innego, jak wyodrębnienie wybranej podgrupy wskaźników efektywności z analizy globalnej. Analizę warunkową natomiast przeprowadzono od nowa, gdyż polega ona na osobnym zbadaniu metodą DEA danej podgrupy obiektów – skoro więc usunięto trzy z nich (czyli giełdę *Omx* w roku 2003, 2004 i 2005), należało ponownie rozwiązać model SE-SBM-I.

<sup>286</sup> Warto przypomnieć, że indeks CPI zawiera się w przedziale  $<0, 10>$  i im wyższa wartość tego wskaźnika, tym „odczuwalność” korupcji w danym kraju jest niższa. Oznacza to, że wyższa wartość tego wskaźnika wpływa pozytywnie na poziom efektywności.

iż wysoki wskaźnik przejrzystości czy duża wartość konsumpcji finalnej nie są już tak znaczące i „nie dają” giełdzie *Omx* dobrego miejsca w rankingu.

## 6.4. Efektywność GPW w Warszawie S.A.

Szczególnym obiektem zainteresowania w prowadzonych badaniach jest oczywiście polski rynek kapitałowy, a dokładniej Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. Poniższy paragraf obejmuje zestawienie rezultatów wszystkich przeprowadzonych w ramach układu I typów analiz, a więc zarówno omawianej w rozdziale V analizy globalnej, jak i szczegółowych analiz czasowej i przestrzennej, zaprezentowanych w tym rozdziale.

Osobno omówiona została sama efektywność warszawskiej giełdy w latach 2003 – 2005, następnie uporządkowanie tej giełdy na tle pozostałych giełd – w różnych wariantach analizy. Na końcu pokazano i skomentowano dekompozycję wskaźnika efektywności.

### 6.4.1. Wskaźniki efektywności GPW w Warszawie

Tab. 6.13. Rezultaty badania efektywności w zależności od zastosowanej wersji analizy

#### Analiza globalna

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 45) | Wzorce                       |
|----|--------|--------|-----------------------------|------------------------------|
| 14 | War'03 | 1,109  | 3                           | ----                         |
| 29 | War'04 | 1,019  | 13                          | ----                         |
| 44 | War'05 | 0,908  | 23                          | Deu'03 (0,03), War'03 (0,91) |

#### Analiza czasowa - brzegowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 15) | Wzorce                       |
|----|--------|--------|-----------------------------|------------------------------|
| 14 | War'03 | 1,109  | 2                           | ----                         |
| 14 | War'04 | 1,019  | 3                           | ----                         |
| 14 | War'05 | 0,908  | 8                           | Deu'03 (0,03), War'03 (0,91) |

#### Analiza czasowa - warunkowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 15) | Wzorce |
|----|--------|--------|-----------------------------|--------|
| 14 | War'03 | 1,309  | 4                           | ----   |
| 14 | War'04 | 1,396  | 4                           | ----   |
| 14 | War'05 | 1,286  | 5                           | ----   |

#### Analiza przestrzenna - brzegowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 24) | Wzorce                       |
|----|--------|--------|-----------------------------|------------------------------|
| 7  | War'03 | 1,109  | 2                           | ----                         |
| 15 | War'04 | 1,019  | 6                           | ----                         |
| 23 | War'05 | 0,908  | 12                          | Deu'03 (0,03), War'03 (0,91) |

#### Analiza przestrzenna - warunkowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 24) | Wzorce |
|----|--------|--------|-----------------------------|--------|
| 7  | War'03 | 1,109  | 4                           | ----   |
| 15 | War'04 | 1,035  | 8                           | ----   |
| 23 | War'05 | 1,007  | 13                          | ----   |

Źródło: Opracowanie własne

W tabeli 6.13. zebrano rezultaty wszystkich przeprowadzonych wcześniej wariantów badania efektywności dla Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Porównywanie ich jest możliwe dzięki zastosowaniu w każdym typie analizy tego samego modelu DEA.

Szczegółową interpretację wskaźnika efektywności przedstawiono poniżej na przykładzie wskaźnika  $\delta_{War'05}^* = 0,91$ , uzyskanego w analizie globalnej przez warszawską giełdę z roku 2005. Wskaźnik ten informuje, że giełda ta uzyskałaby w badaniu status giełdy efektywnej, gdyby jej nakłady w roku 2005 były niższe średnio o 9%.

Projekcją wymaganych nakładów dla polskiej giełdy z roku 2005 jest, ważona wagami intensywności  $\lambda$ , suma nakładów giełd wzorcowych. Rezultaty analizy globalnej wskazują, iż GPW powinna wzorować się na giełdzie niemieckiej z roku 2003 (*Deu'03*) oraz na sobie, ale z roku 2004. Wagi intensywności to odpowiednio:  $\lambda_{War'05;Deu'03} = 0,03$  oraz  $\lambda_{War'05;War'04} = 0,91$ .

Tak ustalone optymalne nakłady GPW w roku 2005 będą niższe niż początkowe, średnio o tyle, ile wskazuje wskaźnik efektywności, czyli o wspomniane 9%. Ten sposób uzyskania optymalnego poziomu nakładów jest oczywiście tożsamy z redukcją początkowych nakładów wskazaną każdemu  $i$ -temu nakładowi przez optymalne wartości wskaźników indywidualnych  $\phi_i$ <sup>287</sup>. Poziom optymalny nakładów dla GPW w roku 2005 podano w tabeli 6.14.:

**Tab. 6.14. Optymalna projekcja poziomu nakładów dla GPW w roku 2005**

| Zmienna                               | Wartość początkowa | Wartość optymalna (projekcja) | Zmiana bezwzględna | Zmiana względna |
|---------------------------------------|--------------------|-------------------------------|--------------------|-----------------|
| $x_1$ : Kapitalizacja                 | 60909,75           | 51878,09                      | -9031,66           | -14,83%         |
| $x_2$ : Wskaźnik monopolizacji giełdy | 57,03              | 50,29                         | -6,74              | -11,82%         |
| $x_4$ : Oszczędności brutto           | 40792,90           | 40452,00                      | -340,90            | -0,84%          |

Zródło: Opracowanie własne

Średnia względna zmiana wynosi zatem w przybliżeniu -9%, a więc jest to uśredniona redukcja zalecana przez wskaźnik efektywności z modelu SE-SBM-I  $\delta_{War'05}^* = 0,91$ .

Należy w tym miejscu przypomnieć, iż w przypadku prowadzonego badania w układzie I nie można interpretować wyników analizy w sposób typowy dla metody DEA. Jak zaznaczono na początku rozdziału V, giełdy nie są w tym badaniu typowymi jednostkami decyzyjnymi, gdyż nie spełniają podstawowego warunku stawianego jednostkom poddawanych analizie DEA – nie mają bezpośredniego wpływu na nakłady, które wykorzystują do osiągnięcia wyników. Stąd też interpretacja rezultatów nie może polegać na przyjęciu, że dany obiekt powinien zredukować swoje nakłady średnio o tyle, ile wskazuje wskaźnik efektywności, gdyż dla badanej giełdy taka bezpośrednia redukcja prawdopodobnie nie jest możliwa.

<sup>287</sup> Jak już mówiono, wskaźnik efektywności z modelu SE-SBM-I to uśredniona wartość cząstkowych współczynników redukcji nakładów  $\phi_i$ .

Należy raczej postrzegać nieefektywność, jako wskazówkę, że giełda posiada niewykorzystany potencjał, a także przyjrzeć się efektywności badanej giełdy na tle innych obiektów w różnych wariantach analizy efektywności.

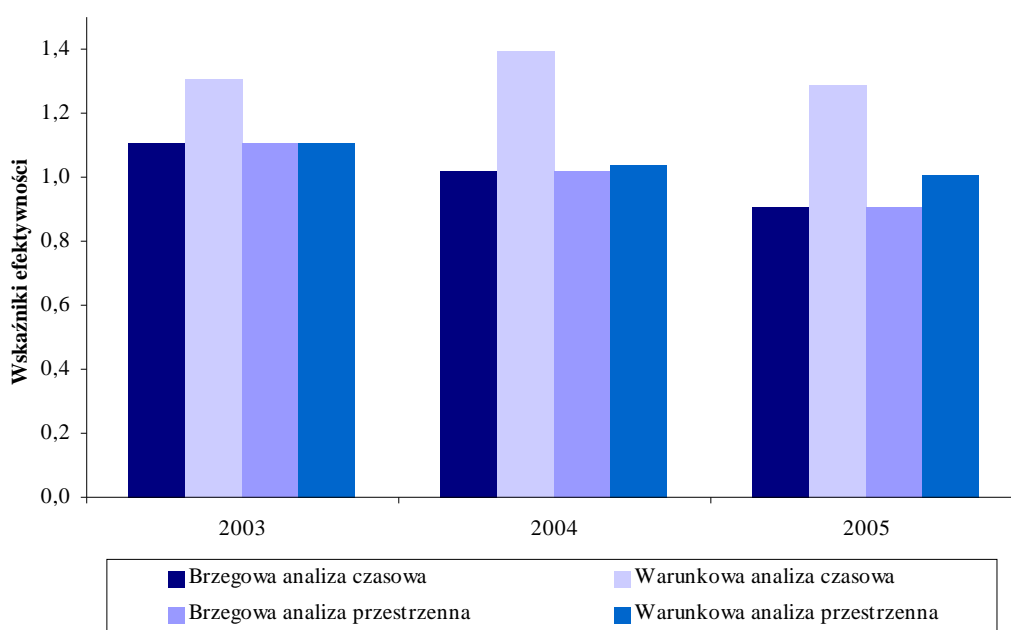
## Wnioski

W przypadku analizy globalnej, tłem dla polskiej giełdy w latach 2003 – 2005 są wszystkie giełdy w całym badanym okresie. Dzięki temu uzyskuje się obraz tego, jak kształtowała się efektywność rynku warszawskiego nie tylko na tle innych giełd europejskich, ale także w czasie. Co więcej, takie podejście umożliwia badanie efektywności giełdy w danym roku na tle jej samej, ale w innym roku.

➤ Analiza globalna wskazuje, że giełda warszawska, z punktu widzenia sprzyjania rozwojowi gospodarczemu, w pierwszych dwóch badanych latach działała efektywnie, a tylko w roku 2005 została uznana za nieefektywną.

➤ Dla nieefektywnej w roku 2005 polskiej giełdy wzorcem jest (poza giełdą niemiecką) ona sama, ale z roku 2003. Jest to sugestia dla GPW, że powinna w roku 2005 działać tak, jak w roku 2003, gdyż wtedy najlepiej przekształcała czynniki wejściowe (czyli nakłady) w wyniki.

Wnioski oparte o analizę globalną, potwierdzają także przeprowadzone analizy cząstkowe, których rezultaty zaprezentowano w tabeli 6.13. Stabilność rezultatów wszystkich wariantów analizy pokazano na rysunku 6.10.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.10. GPW S.A. – efektywność w zależności od typu analizy**

Wskaźniki efektywności wyznaczone w poszczególnych analizach są bardzo do siebie zbliżone lub nawet takie same, co sugeruje dużą stabilność rezultatów ze względu na typ analizy i dużą stabilność roli polskiej giełdy w zakresie sprzyjania rozwojowi gospodarczemu.

➤ Wskaźniki efektywności giełdy warszawskiej nieznacznie, ale zmniejszają się w czasie. Nie jest to czymś wyjątkowym, bowiem jak zauważono wcześniej, dotyczy to prawie wszystkich badanych giełd.

➤ Giełda – jako instytucja prawnie uregulowana i działająca pod ścisłym nadzorem – powinna zwiększać wiarygodność rynku kapitałowego swojego kraju, co z kolei wpływa pozytywnie na rozwój gospodarczy kraju. W świetle uzyskanych rezultatów można powiedzieć, iż polska giełda dobrze wywiązuje się z tego zadania, gdyż mimo najniższej wartości wskaźnika przejrzystości w 2005 roku<sup>288</sup>, działała nadal bardzo dobrze w porównaniu z innymi giełdami. W świetle analizy globalnej – czyli na tle wszystkich giełd we wszystkich latach, jest w tym roku prawie efektywna (wskaźnik 0,91), a w mniejszych podgrupach giełd (warunkowa analiza czasowa lub przestrzenna), uzyskuje status giełdy efektywnej.

#### **6.4.2. Pozycje rankingowe GPW w Warszawie**

Rangi, właściwe ze względu na dany typ badania, zamieszczono w tabeli 6.13., w kolumnach o nazwie „Miejsce w rankingu”, przy czym w tytule każdej z kolumn podano ile obiektów było w grupie. Pozwala to zorientować się, jak wysoko giełda warszawska uplasowała się w danym rankingu.

➤ Pozycja rankingowa polskiej giełdy z roku na rok pogarszała się. Np. w świetle analizy globalnej GPW w roku 2003 charakteryzowała się wysokim, trzecim miejscem w rankingu. Jednak już w roku 2004 uplasowała się tuż poniżej trzeciego kwartyła (ale dużo powyżej mediany), a w roku 2005 stanowi medianę tego rankingu.

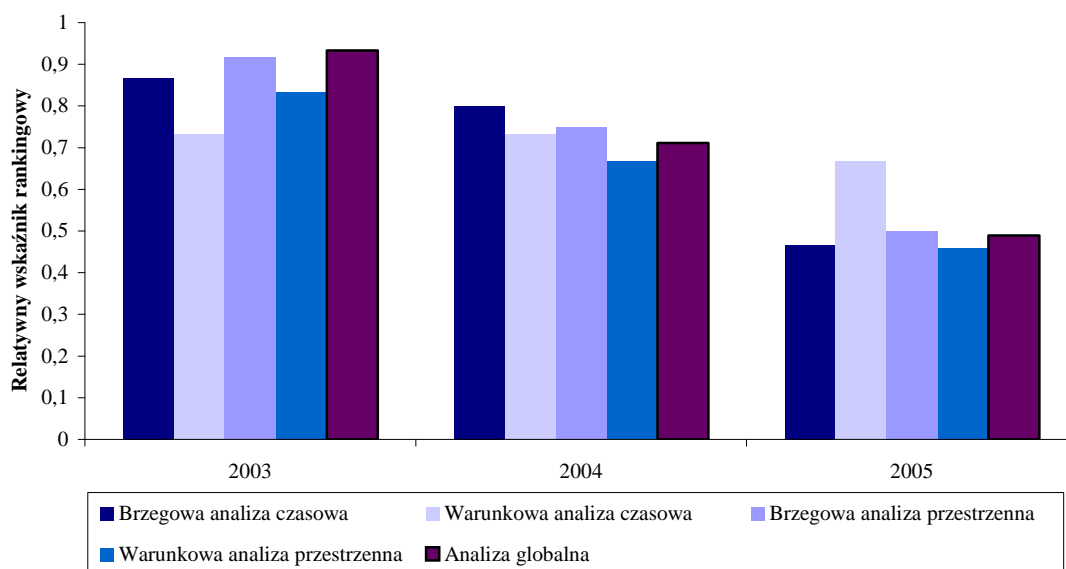
Względne pozycje rankingowe warszawskiej giełdy w latach 2003 – 2005 w rankingach opartych na poszczególnych podanalizach przedstawia wykres na rysunku 6.11. Aby umożliwić porównywalność rankingów dla nierównych pod względem liczebności grup obiektów, przyjęto, że wysokość słupka ustalana jest na podstawie relatywnego wskaźnika rankingowego:

---

<sup>288</sup> W roku 2005 Polska charakteryzowała się indeksem percepcji korupcji (CPI) na poziomie 3,4 i był to poziom najniższy w porównaniu z pozostałymi krajami, branymi pod uwagę w tym badaniu. Indeks CPI należy do grupy wyników, więc jego niska wartość negatywnie wpływa na wartość wskaźnika efektywności.

$$\text{Relatywny wskaźnik rankingowy} = 1 - \frac{\text{Numer miejsca GPW w danym rankingu}}{\text{Liczba obiektów}}$$

Wykres 6.11. należy odczytywać w taki sposób, że im wyższy słupek tym lepiej, gdyż wyższe jest wtedy relatywne miejsce giełdy w danym rankingu<sup>289</sup>. Wysokość słupka może minimalnie osiągnąć wartość 0<sup>290</sup>, która oznacza najgorsze (czyli ostatnie) miejsce w rankingu.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 6.11. GPW S.A. – miejsca w rankingach ze względu na typ analizy**

➤ Miejsca w rankingach opartych o różne podanalizy są do siebie zbliżone lub nawet takie same. Wskazuje to na stosunkowo dużą stabilność uporządkowania wyników ze względu na typ analizy. Dodatkowo widać, iż pozycja rankingowa giełdy warszawskiej z roku na rok pogarszała się, co potwierdza zaobserwowaną już tendencję spadkową wskaźników efektywności.

### 6.4.3. Źródła nieefektywności GPW w Warszawie

Dekompozycja, za pomocą której ustalić można przyczyny nieefektywności obiektów nie w pełni efektywnych, została już szczegółowo omówiona zarówno teoretycznie w rozdziale

<sup>289</sup> Dany kolor słupka dotyczy rankingów w oparciu o wybraną podanalizę.

<sup>290</sup> A dokładniej, zawiera się w przedziale  $(0; 1)$ .

II, jak i na przykładzie analizy globalnej – w rozdziale V. W tym miejscu przedstawiono efekty takiej dekompozycji dla GPW w Warszawie w roku 2005, w którym była ona nieefektywna na tle innych giełd europejskich.

W tabeli 6.15. ujęto dekompozycję wskaźnika efektywności giełdy warszawskiej w ramach analizy globalnej<sup>291</sup>:

**Tab. 6.15. Dekompozycja globalnego wskaźnika efektywności dla GPW w Warszawie**

| Nr | Obiekt | CCR-I | BCC-I | Scale | Slack | SBM-I |
|----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 14 | War'03 | 1,0   | 1,0   | 1,0   | 1,0   | 1,0   |
| 29 | War'04 | 1,0   | 1,0   | 1,0   | 1,0   | 1,0   |
| 44 | War'05 | 0,955 | 0,960 | 0,995 | 0,951 | 0,908 |

Zródło: Opracowanie własne

➤ Giełda warszawska w roku 2005, w którym była nieznacznie nieefektywna, charakteryzowała się bardzo podobnym poziomem globalnej efektywności technicznej i czystej efektywności technicznej. Oznacza to, działała wtedy w prawie optymalnym obszarze korzyści skali. Wskaźnik efektywności skali  $Scale = \frac{\theta_{CCR-I}^*}{\theta_{BCC-I}^*}$  osiągnął bardzo wysoką wartość – ponad 0,99.

Poziom nieradialnej nieefektywności związanej z występowaniem niezerowych luzów ( $Slack = 0,95$ ) wskazuje, iż w rozwiązaniu zadania CCR-I wystąpiły dodatnie luzy, które spowodowały, że ostateczny wskaźnik efektywności wynikający z modelu SBM-I (0,91) jest nieco niższy, niż wynikający z modelu CCR-I (prawie 0,96). Udział nieradialnego typu efektywności (nie uwzględnianego w wartości wskaźnika z modelu CCR-I) nie jest jednak nazbyt duży.

➤ Efektywność giełdy warszawskiej w zakresie korzystnego wpływu na gospodarkę, mimo wyraźnej tendencji spadkowej, była cały czas wysoka (powyżej 0,9). Należy zauważyć nie tylko fakt, iż polski rynek kapitałowy (a w tym i giełda papierów wartościowych) miał w badanym okresie silny i pozytywny wpływ na rozwój gospodarczy Polski, ale także to, że na tle innych giełd europejskich efektywność GPW w tym zakresie była jedną z najwyższych w Europie.

<sup>291</sup> Dla wariantów brzegowych analizy, dekompozycja będzie wyglądała oczywiście tak samo, jak w przypadku analizy globalnej. Jeśli chodzi o dekompozycję przy warunkowych wariantach analizy – można przeprowadzić ją analogicznie.



## Podsumowanie

Ogólnie z przeprowadzonej analizy w układzie I można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Wszystkie analizowane giełdy we wszystkich latach charakteryzowały się wysoką efektywnością w zakresie wspierania rozwoju gospodarczego. Średni wskaźnik efektywności wynosił 0,88 dla analizy globalnej, natomiast dla wszystkich typów analiz aż 1,04. Oznacza to, iż wszystkie giełdy skutecznie wpływały na rozwój gospodarczy krajów, w których działają. Co więcej, w żadnym z wariantów analizy nie zanotowano wartości wskaźnika efektywności niższej niż 0,5.

2. Liderem była giełda islandzka, która uzyskiwała najlepsze wskaźniki efektywności (średnia wartość wszystkich wskaźników wyznaczonych dla tej giełdy wynosi 1,74).

3. Analiza w ujęciu czasowym sugeruje, że ogólnie z roku na rok efektywność „prorozwojowa” badanych giełd spada.

4. Przeprowadzone z kolei badania w ujęciu przestrzennym pokazują, iż giełdy działające w krajach o słabiej rozwiniętej gospodarce, lepiej wspierają rozwój tych krajów.

Giełdy Europy Wschodniej wypadły w badaniach nieznacznie lepiej (średnia efektywność uzyskana w przestrzennych wariantach analiz to dla grupy wschodniej 0,91) w porównaniu z giełdami zachodnimi (średnia efektywność to 0,89). Przyczyną takiego stanu może być fakt, iż w krajach wschodnich rynki kapitałowe zaczęły działać prawidłowo (tzn. w zgodzie z gospodarką kapitalistyczną) dopiero po rozpadzie Związku Radzieckiego i upadku związanej z jego istnieniem gospodarki centralnie zarządzanej. W związku z tym, wpływ młodej giełdy na gospodarkę jest lepiej widoczny, gdyż wciąż jeszcze jest ona pewnym pobudzającym „novum” dla gospodarki.

5. Na podstawie różnorodnych analiz stwierdzono, że metoda DEA, w zastosowaniu do oceny efektywności giełd, cechowała się dobrą stabilnością uporządkowania rezultatów giełd – mimo zmieniającej się grupy obiektów poddawanych badaniu. Należy uznać to za symptom bardzo stabilnej roli giełd we wspomaganie rozwoju gospodarczego.

6. Wydaje się więc, iż zastosowany model SBM-I z nadefektywnością (który jeszcze nie jest tak popularny, jak na to zasługuje) dobrze odzwierciedla faktyczną efektywność wpływu giełd na rozwój gospodarczy krajów. Zaletą tego modelu jest uwzględnianie w jednej (unormowanej) mierze zarówno radialnego (efektywność techniczna mierzona za pomocą wskaźników modeli CCR-I oraz BCC-I), jak i nieradialnego typu nieefektywności („ukrytego” w niezerowych luzach), co pozwala na dokładną analizę źródeł nieefektywności.

# Rozdział VII

## Giełda jako instytucja przyciągająca kapitał

### Wstęp

Prezentowane w tym rozdziale badania empiryczne dotyczą jednej z czterech podstawowych funkcji rynku kapitałowego wymienianej w literaturze – funkcji mobilizacji kapitału. Mobilizacja kapitału oznacza gromadzenie kapitału z drobnych środków. Ułatwia to przepływ kapitału od podmiotów posiadających go w nadmiarze do podmiotów, które zgłaszają zapotrzebowanie na kapitał<sup>292</sup>. Poniżej zbadano, jak dobrze funkcję tę spełniają wybrane europejskie giełdy papierów wartościowych.

### 7.1. Charakterystyka zastosowanego modelu DEA

W układzie II zbadano piętnaście przedstawionych w rozdziale IV europejskich giełd papierów wartościowych w latach 2003 – 2005. Każda giełda opisana została zbiorem intuicyjnie wybranych zmiennych.

Podobnie, jak w dwóch poprzednich rozdziałach, również obecnie pojęcia „nakład” oraz „wynik” nie należy rozumieć w tradycyjnym ujęciu (typowym dla standardowych analiz typu DEA). Nakłady są traktowane jako pewne czynniki wejściowe, które są potrzebne, aby mogły pojawić się dane czynniki wyjściowe (wyniki).

Poniżej dokonano krótkiej charakterystyki każdej wstępnie wybranej zmiennej w badanym obecnie układzie i uzasadniono jej wybór do modelu:

#### Nakłady (czynniki wejściowe):

- $x_1$ : zatrudnienie (osoby),
- $x_2$ : majątek trwały netto (mln euro),
- $x_3$ : wskaźnik przejrzystości giełdy,
- $x_4$ : wartość oszczędności brutto (mln euro);

#### Wyniki (czynniki wyjściowe):

---

<sup>292</sup> Dębski (2005), s. 130

- $y_1$ : wskaźnik braku monopolizacji giełdy (%),
- $y_2$ : kapitalizacja giełdy (mln euro),
- $y_3$ : wartość inwestycji portfelowych zagranicznych (mln euro),
- $y_4$ : liczba notowanych spółek (szt.),
- $y_5$ : liczba debiutów (szt.).

Dla zachowania porównywalności, wszystkie zmienne publikowane w walucie krajowej sprowadzono do wspólnej jednostki „mln euro” według kursu z 31.12. danego roku. Część zmiennych omówiono już w rozdziale V, dlatego zostaną one tutaj przedstawione dość skrótowo. Gwiazdką zaznaczono zmienne, które były już omawiane w poprzednich rozdziałach.

**Zmienna  $x_1$ : *Zatrudnienie*.** Odzwierciedla ona rozmiar działalności. Giełda ma całkowity wpływ na poziom tej zmiennej, gdyż w pełni decyduje o poziomie zatrudnienia. W badaniu wykorzystano średnią liczbę osób zatrudnianą na pełen etat w danym roku. Źródłem danych były raporty roczne giełd, dostępne na ich stronach internetowych<sup>293</sup>.

**Zmienna  $x_2$ : *Majątek trwały netto*.** Jest to suma rzeczowego majątku trwałego i wartości niematerialnych i prawnych. Obejmuje on m.in. budynki i urządzenia będące w posiadaniu giełdy, a na wielkość wartości niematerialnych i prawnych składają się m.in. licencje na użytkowanie oprogramowania komputerowego. Również w przypadku tej zmiennej, giełda ma pełen wpływ na jej poziom<sup>294</sup>. Źródłem danych były sprawozdania finansowe zawarte w raportach rocznych giełd.

**Zmienna  $x_3^*$ : *Wskaźnik przejrzystości*.** Punktem wyjścia jest Indeks Percepcji Korupcji CPI. Jest to zmienna symptomatyczna. Można przypuszczać, iż poziom odczuwalnej korupcji w danym kraju ma wpływ na decyzje inwestorów o lokowaniu tam kapitału. Oczywiście giełda nie ma bezpośredniego wpływu na poziom indeksu CPI. Można jedynie przyjąć, że sprawnie działająca giełda, ograniczona wieloma przepisami prawnymi, może wpływać na zmniejszenie odczuwalności korupcji.

Z uwagi na to, że indeks ten zaliczono do zbioru nakładów (a niska wartość indeksu CPI wskazuje niezadowolającą przejrzystość gospodarczą), przyjęto odwrócone jego wartości

---

<sup>293</sup> W kilku przypadkach dane uzyskano bezpośrednio – poprzez kontakt e-mailowy z giełdą, która takich informacji nie opublikowała.

<sup>294</sup> Wadą zmiennej  $x_2$  jest to, że ma ona charakter zasobu, a nie strumienia, co powoduje, że może utrudniać porównywanie obiektów w danym momencie czasu. Lepszą zmienną byłyby „nakłady na zakup majątku trwałego i wartości niematerialnych i prawnych”, ujęte w zestawieniu przepływów finansowych. Niestety nie wszystkie giełdy publikują informacje o takich wydatkach.

poprzez odjęcie wartości indeksu pod stałej „10”. Wartości indeksu CPI dostępne są w raportach publikowanych na stronach internetowych Transparency International.

**Zmienna  $x_4^*$ :** *Oszczędności brutto*. Jest to także zmienna symptomatyczna. Reprezentuje ona możliwą wielkość kapitału inwestowanego na giełdzie. W przypadku tej zmiennej można mówić tylko o pośrednim wpływie giełdy na jej poziom. Źródłem danych był portal EUROSTAT<sup>295</sup> oraz strony ministerstw finansów poszczególnych krajów.

**Zmienna  $y_1^*$ :** *Wskaźnik braku monopolizacji giełdy*. Monopolizacja giełdy opisana została średnim (w danym roku) miesięcznym procentowym udziałem obrotów pięciu spółek typu blue-chip w ogólnych obrotach giełdy. Obecnie przedmiotem badania jest funkcja mobilizacji kapitału, a więc jako wynik przyjęto odwrotność tego wskaźnika (odwrócenie oznacza tutaj odjęcie wartości wskaźnika od stałej „100%”). Dzięki temu zmienna  $y_1$  wyraża procent ogólnych obrotów, który nie jest zdominowany przez pięć spółek blue chip. W tym przypadku wyższa wartość tej zmiennej oznacza mniejszą monopolizację, a zatem większe zróżnicowanie źródeł kapitału dostępnego na giełdzie.

Źródłem danych były przede wszystkim elektroniczne bazy danych Europejskiej Federacji Giełd Papierów Wartościowych (FESE).

**Zmienna  $y_2^*$ :** *Kapitalizacja*. Odzwierciedla ona wielkość giełdy oraz jej atrakcyjność dla inwestorów. Prezentuje ona cały kapitał zgromadzony na giełdzie w danym momencie czasu.

W badaniu wykorzystano średnią miesięczną wartość kapitalizacji giełdy w danym roku. Źródłem danych była przede wszystkim baza FESE.

**Zmienna  $y_3$ :** *Wielkość inwestycji portfelowych zagranicznych*. Przez inwestycje portfelowe zagraniczne rozumie się inwestycje pośrednie dokonywane przez inwestorów zagranicznych na rynku kapitałowym analizowanego kraju. Zmienna ta wyraża zatem wielkość kapitału zagranicznego zgromadzonego na giełdzie w danym momencie czasu. Wykorzystano dane z bazy danych udostępnianej przez Europejską Komisję Gospodarczą ONZ (UNECE, *UN Economic Commission for Europe*).

**Zmienna  $y_4^*$ :** *Liczba notowanych spółek*. W badaniu wykorzystano średnią miesięczną liczbę spółek notowanych na giełdzie w danym roku. Wyższa wartość zmiennej  $x_3$  oznacza większy kapitał (i większe jego zróżnicowanie) zgromadzony na giełdzie. Źródłem danych empirycznych była baza FESE.

---

<sup>295</sup> Dane dostępne na stronie EUROSTAT: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu>

**Zmienna  $y_5$ :** *Liczba debiutów*. Przyjęto średnią w danym roku miesięczną liczbę debiutów. Debiutami określa się spółki, które w danym roku po raz pierwszy są notowane na danej giełdzie. Wyższa wartość zmiennej  $x_3$  oznacza napływ nowego kapitału na giełdę. Źródłem danych była także baza FESE.

Powyższa wstępna lista zmiennych została następnie poddana procedurze kombinowanego doboru wprzód<sup>296</sup>. Dzięki temu, z grupy zmiennych intuicyjnych wybrano tylko te, które mają istotny wpływ na wskaźnik efektywności DEA. Ostatecznie, spośród wstępnych dziewięciu zmiennych do modelu weszło poniższych sześć<sup>297</sup>:

#### Nakłady:

- $x_2$ : majątek trwały netto (mln euro),
- $x_3$ : wskaźnik przejrzystości giełdy (CPI, odwrócony),
- $x_4$ : wartość oszczędności brutto (mln euro).

#### Wyniki:

- $y_1$ : wskaźnik braku monopolizacji giełdy (% , odwrócony),
- $y_2$ : kapitalizacja (mln euro),
- $y_4$ : liczba notowanych spółek (szt.).

Badając efektywność giełd pod względem zdolności do mobilizacji kapitału, zastosowano analogiczną metodologię, jak w przypadku badania w układzie I. Przeprowadzono więc trzy warianty analizy – analizę globalną, czasową oraz przestrzenną.

W każdej z przeprowadzonych wersji analizy zastosowano zorientowany na nakłady nieradialny model SBM z nadefektywnością (SE-SBM-I). Pomocniczo, przy szacowaniu źródeł nieefektywności, wykorzystano modele CCR-I oraz BCC-I bez nadefektywności.

W celu ułatwienia porównywania rezultatów tej analizy z badaniem w układzie I, przyjęto taki sam porządek prezentacji rezultatów i analogiczny sposób ich omawiania.

## **7.2. Analiza globalna**

Rezultaty przestrzenno-czasowego badania efektywności gromadzenia kapitału przez giełdy wraz z rankingiem i wagami intensywności  $\lambda$  przedstawiono w tabeli 7.1.:

---

<sup>296</sup> Procedurę, którą zaproponowano i omówiono w rozdziale III, wykorzystano również w poprzednich rozdziałach empirycznych.

<sup>297</sup> Procedura doboru wskazała, iż zmienne  $x_1$  – zatrudnienie oraz  $y_3$  – inwestycje portfelowe zagraniczne i  $y_5$  – liczba debiutów powielają informacje wnoszone do badania przez pozostałe zmienne.

**Tab. 7.1. Układ II – giełda jako instytucja przyciągająca kapitał. Rezultaty analizy globalnej**

| Nr | Giełda               | SE-SBM       | Rangi     | Wzorce                          |
|----|----------------------|--------------|-----------|---------------------------------|
| 1  | <i>Ath'03</i>        | 0,314        | 23        | 6 (4,58), 36 (2,29)             |
| 2  | <b><i>Bra'03</i></b> | <b>1,047</b> | <b>9</b>  | [0]                             |
| 3  | <i>Bud'03</i>        | 0,180        | 38        | 12 (0,01), 36 (0,34)            |
| 4  | <i>Deu'03</i>        | 0,199        | 36        | 6 (1,04), 38 (0,27), 43 (0,07)  |
| 5  | <i>Eur'03</i>        | 0,280        | 27        | 38 (0,63)                       |
| 6  | <b><i>Ice'03</i></b> | <b>1,336</b> | <b>3</b>  | [8]                             |
| 7  | <b><i>Lju'03</i></b> | <b>1,158</b> | <b>6</b>  | [4]                             |
| 8  | <b><i>Lon'03</i></b> | <b>1,008</b> | <b>10</b> | [0]                             |
| 9  | <i>Omx'03</i>        | 0,239        | 34        | 6 (0,71), 12 (0,06), 38 (0,16)  |
| 10 | <i>Osl'03</i>        | 0,273        | 28        | 12 (0,04), 36 (1,57), 43 (0,02) |
| 11 | <i>Pra'03</i>        | 0,130        | 45        | 12 (0,01), 36 (0,35)            |
| 12 | <b><i>Spa'03</i></b> | <b>1,435</b> | <b>2</b>  | [18]                            |
| 13 | <i>Swx'03</i>        | 0,723        | 14        | 12 (0,04), 36 (0,36), 43 (0,71) |
| 14 | <i>War'03</i>        | 0,136        | 44        | 6 (1,19), 12 (0,04)             |
| 15 | <i>Wie'03</i>        | 0,178        | 39        | 12 (0,03), 36 (1,48)            |
| 16 | <i>Ath'04</i>        | 0,304        | 26        | 12 (0,08), 36 (2,47)            |
| 17 | <i>Bra'04</i>        | 0,716        | 15        | 7 (0,85)                        |
| 18 | <i>Bud'04</i>        | 0,158        | 40        | 12 (0,01), 36 (0,70)            |
| 19 | <i>Deu'04</i>        | 0,255        | 31        | 6 (0,34), 38 (0,21), 43 (0,52)  |
| 20 | <i>Eur'04</i>        | 0,311        | 24        | 38 (0,72)                       |
| 21 | <b><i>Ice'04</i></b> | <b>1,050</b> | <b>8</b>  | [0]                             |
| 22 | <i>Lju'04</i>        | 0,431        | 19        | 7 (0,25), 36 (1,40)             |
| 23 | <i>Lon'04</i>        | 0,867        | 12        | 6 (0,20), 38 (0,92)             |

| Nr | Giełda               | SE-SBM       | Rangi     | Wzorce                          |
|----|----------------------|--------------|-----------|---------------------------------|
| 24 | <i>Omx'04</i>        | 0,242        | 33        | 6 (0,62), 12 (0,001), 38 (0,21) |
| 25 | <i>Osl'04</i>        | 0,317        | 22        | 12 (0,04), 36 (1,12), 43 (0,07) |
| 26 | <i>Pra'04</i>        | 0,208        | 35        | 12 (0,01), 36 (0,57)            |
| 27 | <b><i>Spa'04</i></b> | <b>1,272</b> | <b>4</b>  | [3]                             |
| 28 | <b><i>Swx'04</i></b> | <b>1,001</b> | <b>11</b> | [0]                             |
| 29 | <i>War'04</i>        | 0,145        | 43        | 6 (0,93), 12 (0,04), 36 (0,63)  |
| 30 | <i>Wie'04</i>        | 0,258        | 30        | 12 (0,03), 36 (1,82)            |
| 31 | <i>Ath'05</i>        | 0,309        | 25        | 12 (0,06), 36 (4,09)            |
| 32 | <i>Bra'05</i>        | 0,571        | 16        | 7 (0,67), 36 (0,03)             |
| 33 | <i>Bud'05</i>        | 0,157        | 41        | 12 (0,001), 36 (1,39)           |
| 34 | <i>Deu'05</i>        | 0,268        | 29        | 38 (0,17), 43 (0,75)            |
| 35 | <i>Eur'05</i>        | 0,368        | 21        | 38 (0,85)                       |
| 36 | <b><i>Ice'05</i></b> | <b>2,699</b> | <b>1</b>  | [22]                            |
| 37 | <i>Lju'05</i>        | 0,393        | 20        | 7 (0,23), 36 (1,35)             |
| 38 | <b><i>Lon'05</i></b> | <b>1,257</b> | <b>5</b>  | [10]                            |
| 39 | <i>Omx'05</i>        | 0,247        | 32        | 6 (0,63), 38 (0,25)             |
| 40 | <i>Osl'05</i>        | 0,451        | 18        | 27 (0,06), 38 (1,32), 43 (0,11) |
| 41 | <i>Pra'05</i>        | 0,184        | 37        | 12 (0,002), 36 (1,40)           |
| 42 | <i>Spa'05</i>        | 0,771        | 13        | 12 (0,58), 43 (0,72)            |
| 43 | <b><i>Swx'05</i></b> | <b>1,088</b> | <b>7</b>  | [8]                             |
| 44 | <i>War'05</i>        | 0,151        | 42        | 12 (0,06), 36 (1,81)            |
| 45 | <i>Wie'05</i>        | 0,474        | 17        | 12 (0,09), 36 (1,71)            |

Źródło: Opracowanie własne

### Syntetyczne rezultaty badania

➤ Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w grupie 45 giełd występuje 11 obiektów efektywnych pod względem zdolności do mobilizacji kapitału. Są to giełdy:

- słowacka (*Bra'03*);
- islandzka (*Ice'03*), (*Ice'04*), (*Ice'05*);
- słoweńska (*Lju'03*);
- brytyjska (*Lon'03*), (*Lon'05*);
- hiszpańska (*Spa'03*), (*Spa'04*);
- szwajcarska (*Swx'04*), (*Swx'05*).

➤ Najwyższy wskaźnik efektywności uzyskała giełda islandzka w roku 2005 ( $\delta_{SE-SBM-I, Ice'05} = 2,7$ ). Rezultat ten pokazuje, iż przy technologiach wykorzystywanych przez badane giełdy, giełda *Ice'05* radzi sobie z przekształcaniem nakładów w wyniki w sposób najlepszy.

Giełda w Reykjaviku w roku 2005 „przyciągała do siebie” kapitał, dysponując najniższymi nakładami własnymi (czyli majątkiem trwałym netto), a także przy relatywnie niskim

poziomie dostępnego na rynku kapitału (reprezentowanego przez oszczędności brutto). Na wysoką wartość wskaźnika efektywności wpływ miała także bardzo dobrze oceniana przejrzystość gospodarcza w Islandii (indeks CPI dla tego kraju od lat przekracza wartość 9<sup>298</sup>).

➤ Pozostałe trzydzieści cztery giełdy zostały ocenione jako nieefektywne. Tabela 7.2 zawiera średnie statystyki – dla grupy wszystkich 45 obiektów oraz osobno dla podgrup obiektów nieefektywnych (35 obiektów) i efektywnych (10 obiektów):

**Tab.7.2. Charakterystyki syntetyczne analizy globalnej**

| Charakterystyki                     | Giełdy         |                   |                |
|-------------------------------------|----------------|-------------------|----------------|
|                                     | wszystkie (45) | nieefektywne (34) | efektywne (11) |
| <b>Średni wskaźnik efektywności</b> | 0,568          | 0,330             | 1,305          |
| <b>Odchylenie standardowe</b>       | 0,505          | 0,191             | 0,462          |
| <b>Współczynnik zmienności</b>      | 88,9%          | 58,0%             | 35,4%          |

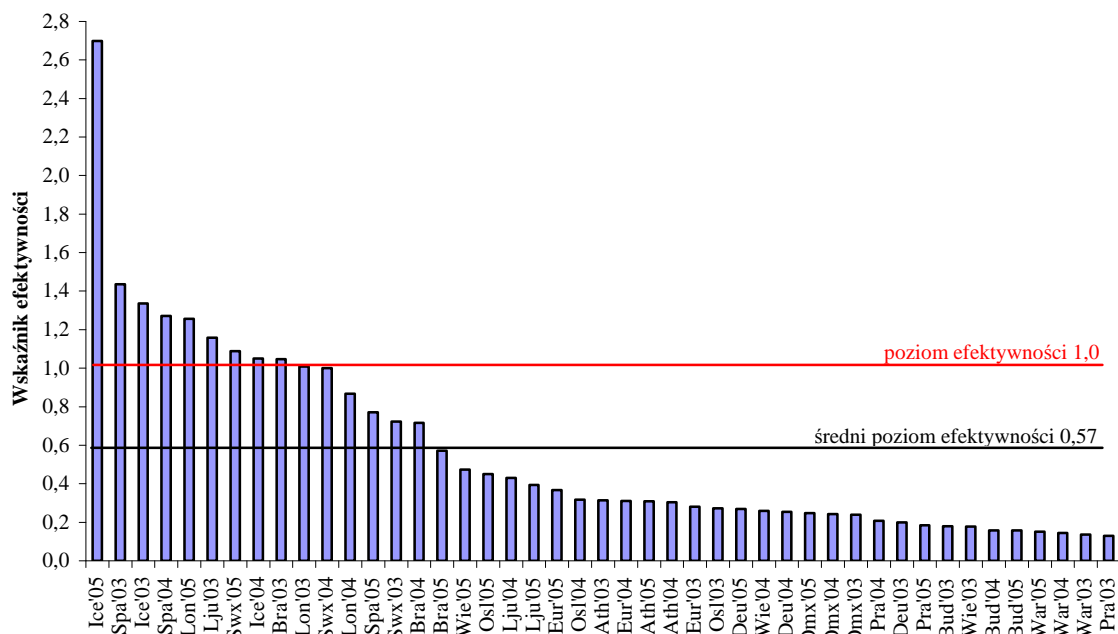
Źródło: Opracowanie własne

Średni wskaźnik efektywności wszystkich badanych giełd wynosi prawie 0,6, natomiast średni wskaźnik dla obiektów efektywnych oraz nieefektywnych to odpowiednio 1,3 oraz 0,3. Jak widać, obiekty nieefektywne charakteryzują się bardzo niskimi wskaźnikami efektywności w zakresie zdolności przyciągania kapitału.

Silne zróżnicowanie rezultatów obliczeń potwierdza bardzo wysoki współczynnik zmienności dla wszystkich 45 obiektów (ponad 80%). Również efektywność obiektów nieefektywnych charakteryzuje się dużą zmiennością (współczynnik zmienności ponad 50%).

Na rysunku 7.1. przedstawiono uporządkowane malejąco wartości wskaźników efektywności. Wymienione powyżej giełdy efektywne to obiekty, których słupki na wykresie przekraczają zaznaczony na czerwono poziom efektywności 1,0. Czarną linią zaznaczono średni poziom efektywności wszystkich badanych obiektów.

<sup>298</sup> Przypomnijmy, iż indeks CPI przyjmuje wartości od 0 do 10, przy czym 10 oznacza całkowity brak odczuwalnej korupcji, a więc doskonałą przejrzystość gospodarczą.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.1. Układ II: Efektywność giełd w latach 2003 – 2005**

### Wnioski na temat zdolności przyciągania kapitału przez giełdy

➤ W analizowanym okresie giełdy charakteryzowały się bardzo zróżnicowanym poziomem efektywności. Można stwierdzić, że większość z nich słabo radziła sobie z pełnieniem funkcji mobilizacji kapitału – aż 29 giełd uzyskało efektywność niższą niż średnia.

➤ Zaskoczeniem może być fakt, iż wśród najslabiej działających obiektów są duże giełdy takie, jak Deutsche Börse czy Euronext. Intuicja wskazuje raczej, że im większa i lepiej rozwinięta giełda, tym efektywność w gromadzeniu kapitału powinna być wyższa.

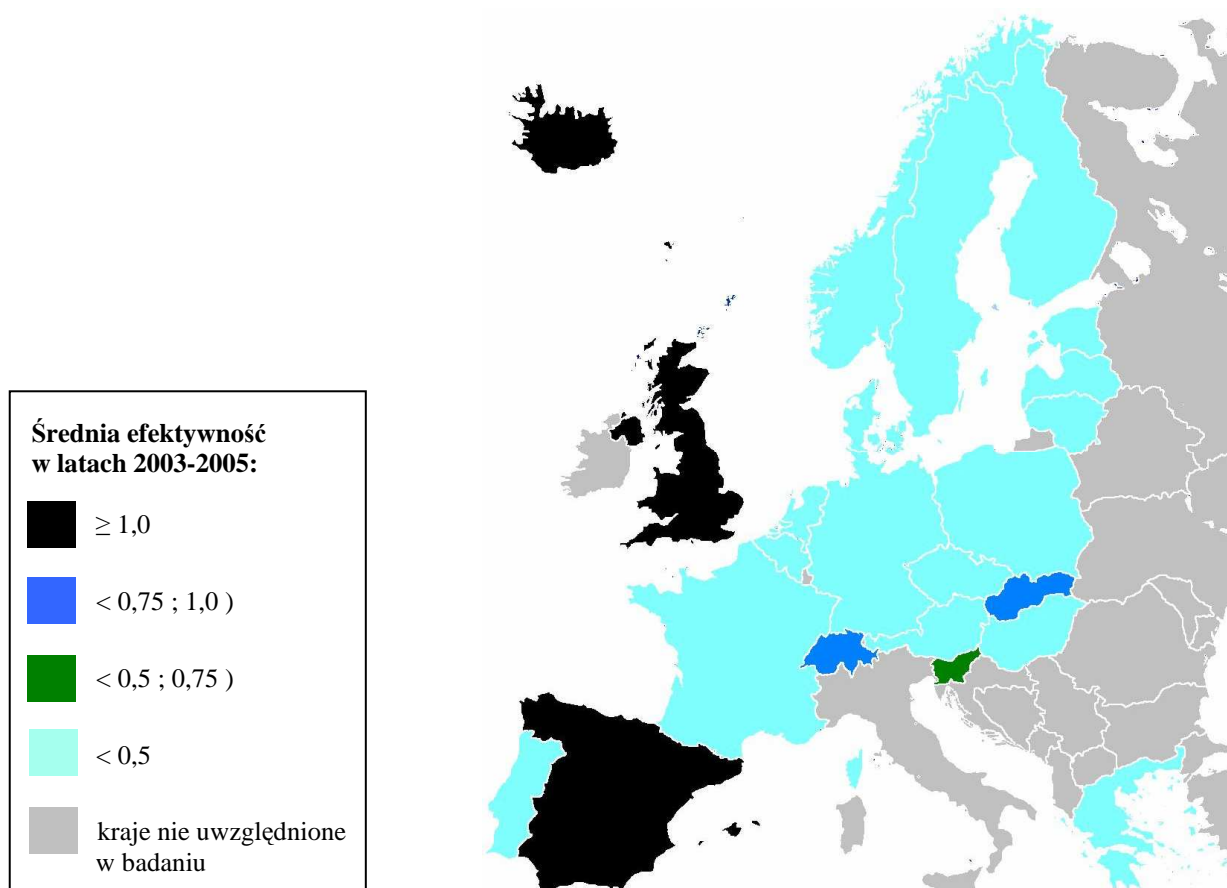
Trzeba jednak pamiętać, iż analizowana jest tutaj zdolność osiągania założonych wyników przy jak najmniejszych nakładach. Jeśli porównać poziom wykorzystywanych nakładów przez wspomniane dwie duże giełdy z nakładami ponoszonymi przez pozostałe, rezultaty obliczeń nie wydają się przypadkowe. Obie giełdy charakteryzują się bowiem bardzo dużymi wartościami zmiennej  $x_2$  – majątek trwały netto oraz  $x_4$  – oszczędności brutto, w stosunku do uzyskiwanych wyników. Ponieważ w badanej grupie były inne giełdy, które potrafią uzyskać podobne wyniki, dysponując niższymi nakładami, giełdy niemiecka i Euronext ocenione zostały jako nieefektywne.

➤ Poza powyższymi dwiema giełdami, zgodnie z oczekiwaniami najslabiej w świetle układu II wypadły giełdy młode, działające w krajach nie mających ugruntowanej pozycji gospodarczej. Są to przede wszystkim giełdy w Polsce, Czechach oraz na Węgrzech. Wyjątkiem jest giełda słowacka, która charakteryzuje się dość wysoką efektywnością.



➤ Warto zwrócić uwagę na silne coroczne spadki efektywności giełdy słowackiej, wywołane zmniejszającymi się wartościami zmiennej  $y_4$  – liczba notowanych spółek. W roku 2003 na giełdzie w Bratysławie notowanych było 426 spółek, w 2004 roku 332 spółki, a w 2005 – już tylko 261. Mimo to wysoką (szczególnie w roku 2003) efektywność giełda słowacka zawdzięcza niskim wielkościom wszystkich nakładów w stosunku do pozostałych wyników. Gdyby więc nie gwałtownie malejąca liczba spółek, giełda ta byłaby oceniana bardzo dobrze również w latach 2004 i 2005<sup>299</sup>.

➤ Poziom średniej efektywności poszczególnych giełd w zakresie zdolności do przyciągania kapitału w okresie 2003 - 2005 prezentuje mapka zamieszczona na rysunku 7.2. Jak widać, większość giełd należy do grupy najłabszej, której efektywność w latach 2003 – 2005 wynosiła poniżej 0,5 (oznaczono je kolorem jasnoniebieskim).



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.2. Efektywność giełd w poszczególnych krajach Europy w latach 2003 – 2005**

<sup>299</sup> Przeprowadzono symulacyjne badanie efektywności giełdy słowackiej, przyjmując liczbę spółek w latach 2003 – 2005 odpowiednio: 426, 415 oraz 395 (porównywalnymi spadkami liczby notowanych spółek charakteryzowała się większość giełd w tych latach). Okazało się, iż średnia efektywność giełdy w Bratysławie we wszystkich trzech latach wyniosła 0,98.

Świadczy to niekorzystnie o europejskim rynku kapitałowym, który w badanym okresie w większości krajów posiadał duże niewykorzystane zdolności mobilizacji kapitału.

### 7.3. Źródła nieefektywności giełd

Dekompozycja wskaźnika efektywności z modelu SBM-I pozwala na bardziej szczegółowe rozpoznanie typu nieefektywności, która może mieć charakter radialny ( $\theta_{CCR-I}$ ) lub nieradialny (*Slack*). Z kolei dekompozycja radialnej składowej wskaźnika SBM-I (którą jest wskaźnik z modelu CCR-I) pozwala na sprecyzowanie tego typu nieefektywności – a więc czy jest to nieefektywność techniczna ( $\theta_{BCC-I}$ ) czy nieefektywność skali (*Scale*)<sup>300</sup>.

Powyższe dekompozycje – jak już mówiono – przeprowadza się na wskaźnikach z modeli bez nadefektywności i tylko dla obiektów nieefektywnych, gdyż obiekty efektywne w sensie modelu SBM-I są z założenia efektywne w sensie modeli CCR-I oraz BCC-I.

W tabeli 7.3. zamieszczono dekompozycję wskaźnika SBM-I dla wszystkich badanych giełd, przy czym giełdy efektywne określono tylko, jako „efektywne”, gdyż uzyskały one wartość równą 1,0 dla wszystkich zamieszczonych tam wskaźników.

W kolumnie „CCR-I” znajdują się wartości wskaźnika  $\theta_{CCR-I}$ , uzyskane po rozwiązaniu zorientowanego na nakłady „zwykłego” modelu CCR-I (bez nadefektywności). „BCC-I” zawiera wyniki analizy efektywności przy zastosowaniu zorientowanego na nakłady modelu BCC-I (bez nadefektywności).

Z kolei kolumna „Scale” pokazuje wskaźniki efektywności skali wyznaczone w oparciu o rozwiązania zorientowanych na nakłady modeli CCR-I oraz BCC-I.

Kolumna oznaczona przez „Slack” prezentuje wskaźniki informujące o wpływie niezerowych luzów występujących w rozwiązaniach radialnych modeli DEA na ogólną efektywność poszczególnych obiektów, ilustrowaną przez wskaźnik z modelu SBM-I. Wskazuje zatem nieefektywność, której nie da się usunąć poprzez proporcjonalną redukcję wszystkich nakładów.

---

<sup>300</sup> Dekompozycję omówiono szczegółowo w paragrafach 2.6. oraz 2.8.2. rozdziału II.

**Tab. 7.3. Dekompozycja wskaźników efektywności SBM-I – wyniki obliczeń pomocniczych**

| Nr | Giełda        | CCR-I     | BCC-I | Scale | Slack | SBM-I |
|----|---------------|-----------|-------|-------|-------|-------|
| 1  | <i>Ath'03</i> | 0,430     | 1,0   | 0,430 | 0,731 | 0,314 |
| 2  | <b>Bra'03</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 3  | <i>Bud'03</i> | 0,274     | 0,279 | 0,980 | 0,656 | 0,180 |
| 4  | <i>Deu'03</i> | 0,369     | 0,369 | 0,999 | 0,539 | 0,199 |
| 5  | <i>Eur'03</i> | 0,354     | 0,397 | 0,892 | 0,791 | 0,280 |
| 6  | <b>Ice'03</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 7  | <i>Lju'03</i> | efektywna |       |       |       |       |
| 8  | <b>Lon'03</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 9  | <i>Omx'03</i> | 0,366     | 0,371 | 0,988 | 0,652 | 0,239 |
| 10 | <i>Osl'03</i> | 0,442     | 0,450 | 0,981 | 0,618 | 0,273 |
| 11 | <i>Pra'03</i> | 0,218     | 0,221 | 0,986 | 0,594 | 0,130 |
| 12 | <b>Spa'03</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 13 | <i>Swx'03</i> | 0,753     | 0,814 | 0,925 | 0,960 | 0,723 |
| 14 | <i>War'03</i> | 0,179     | 0,279 | 0,641 | 0,763 | 0,136 |
| 15 | <i>Wie'03</i> | 0,254     | 0,369 | 0,688 | 0,703 | 0,178 |
| 16 | <i>Ath'04</i> | 0,419     | 0,790 | 0,530 | 0,727 | 0,304 |
| 17 | <i>Bra'04</i> | 0,791     | 0,794 | 0,996 | 0,905 | 0,716 |
| 18 | <i>Bud'04</i> | 0,208     | 0,212 | 0,981 | 0,757 | 0,158 |
| 19 | <i>Deu'04</i> | 0,492     | 0,494 | 0,998 | 0,517 | 0,255 |
| 20 | <i>Eur'04</i> | 0,390     | 0,421 | 0,927 | 0,797 | 0,311 |
| 21 | <b>Ice'04</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 22 | <i>Lju'04</i> | 0,477     | 0,919 | 0,519 | 0,904 | 0,431 |
| 23 | <i>Lon'04</i> | 0,971     | 1,0   | 0,971 | 0,893 | 0,867 |
| 24 | <i>Omx'04</i> | 0,372     | 0,378 | 0,983 | 0,651 | 0,242 |
| 25 | <i>Osl'04</i> | 0,426     | 0,432 | 0,986 | 0,744 | 0,317 |
| 26 | <i>Pra'04</i> | 0,400     | 0,410 | 0,975 | 0,520 | 0,208 |
| 27 | <b>Spa'04</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 28 | <b>Swx'04</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 29 | <i>War'04</i> | 0,189     | 0,418 | 0,452 | 0,767 | 0,145 |
| 30 | <i>Wie'04</i> | 0,331     | 0,516 | 0,641 | 0,781 | 0,258 |
| 31 | <i>Ath'05</i> | 0,434     | 0,737 | 0,590 | 0,711 | 0,309 |
| 32 | <i>Bra'05</i> | 0,650     | 0,654 | 0,993 | 0,880 | 0,571 |
| 33 | <i>Bud'05</i> | 0,224     | 0,331 | 0,676 | 0,703 | 0,157 |
| 34 | <i>Deu'05</i> | 0,509     | 0,513 | 0,992 | 0,527 | 0,268 |
| 35 | <i>Eur'05</i> | 0,477     | 0,494 | 0,965 | 0,771 | 0,368 |
| 36 | <b>Ice'05</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 37 | <i>Lju'05</i> | 0,428     | 0,788 | 0,544 | 0,918 | 0,393 |
| 38 | <b>Lon'05</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 39 | <i>Omx'05</i> | 0,416     | 0,423 | 0,984 | 0,594 | 0,247 |
| 40 | <i>Osl'05</i> | 0,556     | 0,649 | 0,857 | 0,810 | 0,451 |
| 41 | <i>Pra'05</i> | 0,367     | 0,523 | 0,700 | 0,502 | 0,184 |
| 42 | <i>Spa'05</i> | 0,814     | 0,839 | 0,970 | 0,947 | 0,771 |
| 43 | <b>Swx'05</b> | efektywna |       |       |       |       |
| 44 | <i>War'05</i> | 0,209     | 0,326 | 0,642 | 0,723 | 0,151 |
| 45 | <i>Wie'05</i> | 0,575     | 1,0   | 0,575 | 0,824 | 0,474 |

Źródło: Opracowanie własne

Średnie charakterystyki powyższych wskaźników dla giełd nieefektywnych podano w tabeli 7.4.

**Tab. 7.4. Charakterystyki wskaźników efektywności dla obiektów nieefektywnych**

| Charakterystyki                | CCR-I | BCC-I | Scale | Scale | SBM-I |
|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,434 | 0,547 | 0,822 | 0,732 | 0,330 |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,186 | 0,233 | 0,195 | 0,129 | 0,191 |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 42,7% | 42,6% | 23,7% | 17,6% | 58,0% |

Źródło: Opracowanie własne

## Wnioski wynikające z dekompozycji

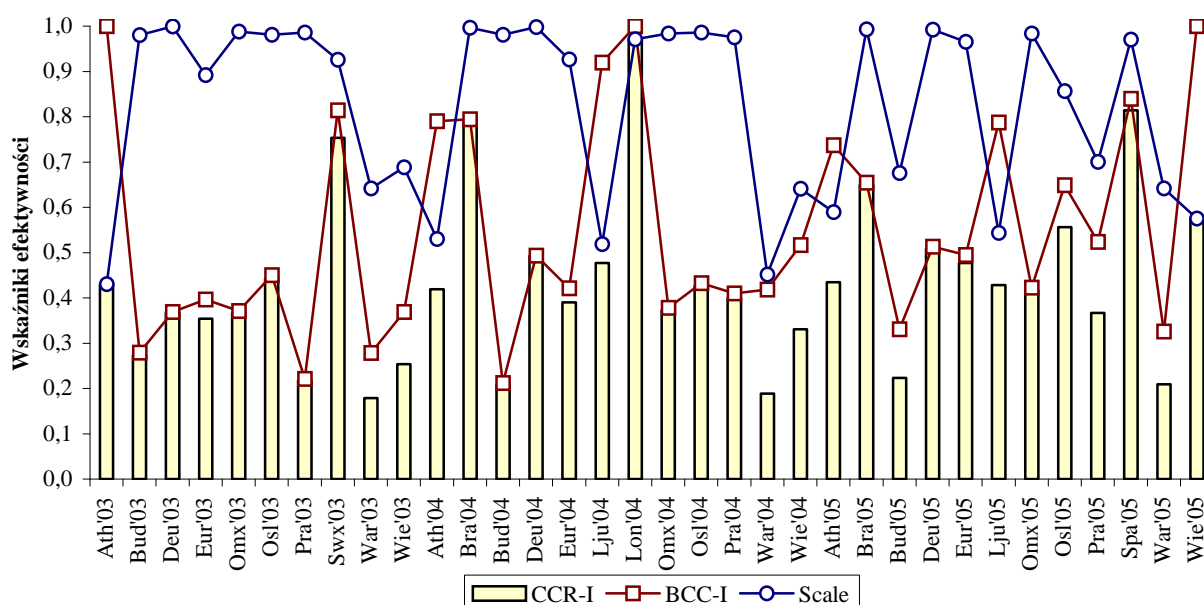
➤ Analizowane giełdy nieefektywne cechowała niska ogólna efektywność techniczna (0,43) i niska czysta efektywność techniczną (niecałe 0,55) w zakresie badanej funkcji mobilizacji kapitału.

➤ Badane giełdy charakteryzowały się natomiast stosunkowo wysoką efektywnością skali (średnia to 0,82), choć współczynnik zmienności (powyżej 20%) wskazuje na zróżnicowane wartości wskaźnika *Scale*.

➤ Około 65% badanych giełd nieefektywnych cechowało się bardzo wysoką efektywnością skali – średnio ponad 0,95. Sugeruje to, iż zaobserwowana nieefektywność związana jest ze zbyt wysokim zużyciem wszystkich nakładów (nieefektywność techniczna), a nie z działaniem w nieoptymalnym obszarze korzyści skali.

Pozostałe 35% obiektów nieefektywnych działało w nieoptymalnym obszarze korzyści skali. Wskaźniki efektywności skali dla tych obiektów to średnio 0,58. Są to głównie giełdy grecka, polska, austriacka i słoweńska.

Na wykresie 7.3, efektywność skali obrazuje seria liniowa oznaczona kolorem niebieskim. Im wartości wskaźników efektywności z modeli CCR-I i BCC-I są bardziej zbliżone, tym wyższa jest wartość wskaźnika *Scale* (co oznacza, że udział nieefektywność skali we wskaźniku CCR-I jest niewielki):

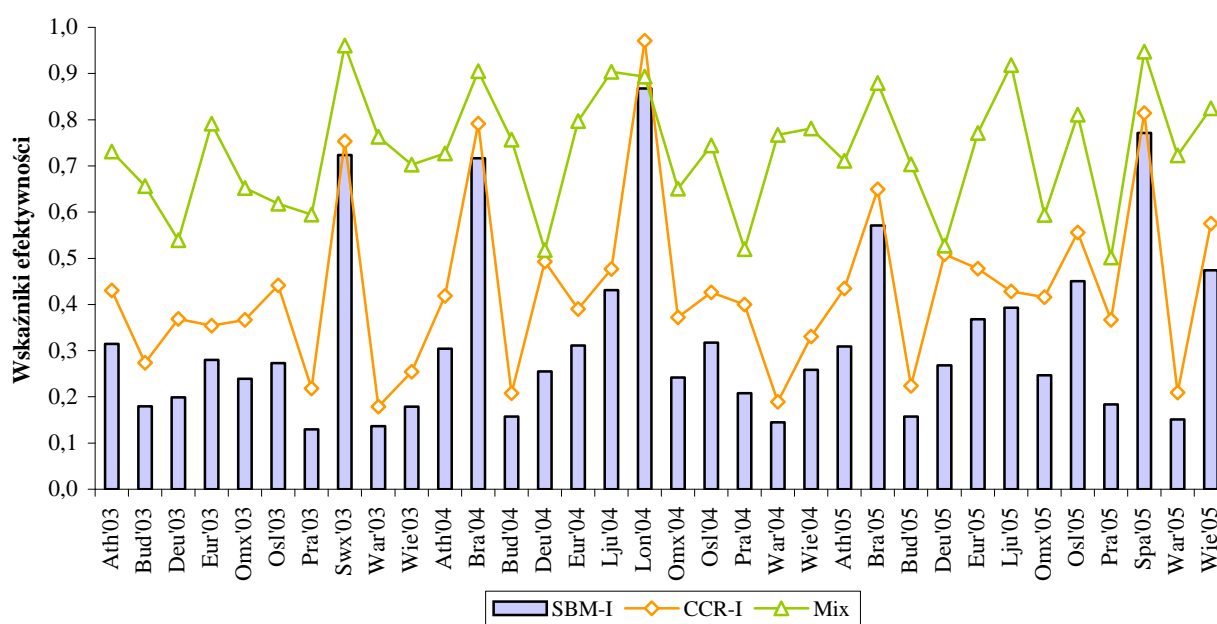


Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.3. Dekompozycja wskaźnika CCR-I dla obiektów nieefektywnych**

➤ Rozwiązania radialnych modeli DEA dla większości badanych giełd obarczone były niezerowymi wartościami luzów, które odzwierciedlają nieradialny typ nieefektywności, nieuwzględniony w wartościach wskaźników efektywności modeli radialnych (czyli CCR-I oraz BCC-I). Na występowanie luzów wskazują niższe od 1,0 wartości wskaźnika *Slack* (średnio 0,73)<sup>301</sup>.

Wskaźniki efektywności z modelu CCR-I okazały się wyraźnie wyższe, niż wartości wskaźników z modelu SBM-I, co oznacza, że na ogólną nieefektywność (SBM) miała duży wpływ zarówno nieefektywność radialna (CCR), jak i nieradialna (*Slack*). Pokazano to na wykresie 7.4, prezentującym dekompozycję wskaźnika SBM-I:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.4. Dekompozycja wskaźnika SBM-I (dla obiektów nieefektywnych)**

Występowanie nieefektywności zarówno radialnej, jak i nieradialnej oznacza, że dana nieefektywna giełda pełniłaby funkcję mobilizacji kapitału w sposób efektywny, gdyby te same wyniki potrafiła uzyskać przy niższych nakładach – przy czym nie wystarczyłaby tu proporcjonalna redukcja wszystkich nakładów, ale należałoby dodatkowo jeszcze zmniejszyć te nakłady, dla których otrzymano niezerowe luzy.

<sup>301</sup> Przypomnijmy, że im wartości wskaźników efektywności z modeli SBM-I oraz CCR-I są bardziej zbliżone, tym wyższa jest wartość wskaźnika *Slack*. Jego wysokie wartości oznaczają występowanie niewielkich niezerowych luzów, a to sugeruje, iż udział nieefektywności nieradialnej we wskaźniku SBM-I jest mało istotny.

## 7.4. Analiza czasowa

Podobnie, jak w przypadku przeprowadzonej w rozdziale VI analizy czasowej dla układu I, zastosowano dwie wersje badania – brzegową i warunkową.

### 7.4.1. Brzegowa analiza czasowa

Tabela 7.5. obejmuje wyodrębnione ze względu na czas rezultaty analizy globalnej. Podobnie, jak w przypadku analogicznego badania w układzie I, skonstruowano dwa typy rankingów – wewnętrzny oraz zewnętrzny. Pierwszy z nich jest rankingiem wynikającym z przyjętej wersji analizy i pokazuje uporządkowanie giełd tylko w danym roku. Drugi to ranking odzwierciedlający uporządkowanie wszystkich giełd na tle trzech badanych lat<sup>302</sup>.

Tab. 7.5. Brzegowa analiza czasowa

| Nr                                | Giełda     | 2003         |               |               | 2004         |               |               | 2005         |               |               |
|-----------------------------------|------------|--------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|
|                                   |            | SE-SBM       | Ranking wewn. | Ranking zewn. | SE-SBM       | Ranking wewn. | Ranking zewn. | SE-SBM       | Ranking wewn. | Ranking zewn. |
| 1                                 | <i>Ath</i> | 0,314        | 7             | 23            | 0,304        | 9             | 26            | 0,309        | 10            | 25            |
| 2                                 | <i>Bra</i> | <b>1,047</b> | 4             | 9             | 0,716        | 5             | 15            | 0,571        | 5             | 16            |
| 3                                 | <i>Bud</i> | 0,180        | 12            | 38            | 0,158        | 14            | 40            | 0,157        | 14            | 41            |
| 4                                 | <i>Deu</i> | 0,199        | 11            | 36            | 0,255        | 11            | 31            | 0,268        | 11            | 29            |
| 5                                 | <i>Eur</i> | 0,280        | 8             | 27            | 0,311        | 8             | 24            | 0,368        | 9             | 21            |
| 6                                 | <i>Ice</i> | <b>1,336</b> | 2             | 3             | <b>1,050</b> | 2             | 8             | <b>2,699</b> | 1             | 1             |
| 7                                 | <i>Lju</i> | <b>1,158</b> | 3             | 6             | 0,431        | 6             | 19            | 0,393        | 8             | 20            |
| 8                                 | <i>Lon</i> | <b>1,008</b> | 5             | 10            | 0,867        | 4             | 12            | <b>1,257</b> | 2             | 5             |
| 9                                 | <i>Omx</i> | 0,239        | 10            | 34            | 0,242        | 12            | 33            | 0,247        | 12            | 32            |
| 10                                | <i>Osl</i> | 0,273        | 9             | 28            | 0,317        | 7             | 22            | 0,451        | 7             | 18            |
| 11                                | <i>Pra</i> | 0,130        | 15            | 45            | 0,208        | 13            | 35            | 0,184        | 13            | 37            |
| 12                                | <i>Spa</i> | <b>1,435</b> | 1             | 2             | <b>1,272</b> | 1             | 4             | 0,771        | 4             | 13            |
| 13                                | <i>Swx</i> | 0,723        | 6             | 14            | <b>1,001</b> | 3             | 11            | <b>1,088</b> | 3             | 7             |
| 14                                | <i>War</i> | 0,136        | 14            | 44            | 0,145        | 15            | 43            | 0,151        | 15            | 42            |
| 15                                | <i>Wie</i> | 0,178        | 13            | 39            | 0,258        | 10            | 30            | 0,474        | 6             | 17            |
| <b>Średnie rang zewnętrznych:</b> |            | ----         |               | <b>23,9</b>   | ----         | ----          | <b>23,5</b>   | ----         | ----          | <b>21,6</b>   |

Źródło: Opracowanie własne

### Wnioski wynikające z brzegowej analizy czasowej

➤ Badane giełdy we wszystkich latach działały dość podobnie w zakresie zdolności gromadzenia kapitału. Wskazują na to podobne średnie rangi zewnętrzne. Jak widać, rok 2005 (ze średnią pozycją obiektów w rankingu równą 21,6) był nieznacznie lepszy od pozostałych.

<sup>302</sup> Jest to oczywiście ranking „globalny” – patrz: kolumna „Rangi” w tabeli 7.1.

➤ Średnia efektywność „mobilizacyjna” giełd w badanych latach była stosunkowo niska (0,58 w roku 2003, 0,50 roku w 2004 oraz 0,63 w 2005 roku).

Warto przyrzeć się także rezultatom obiektów nieefektywnych. Zamieszczono je w tabeli 7.6., która zawiera średnie charakterystyki brzegowej analizy czasowej osobno dla wszystkich giełd (kolumna „Wszystkie”) oraz dla giełd nieefektywnych:

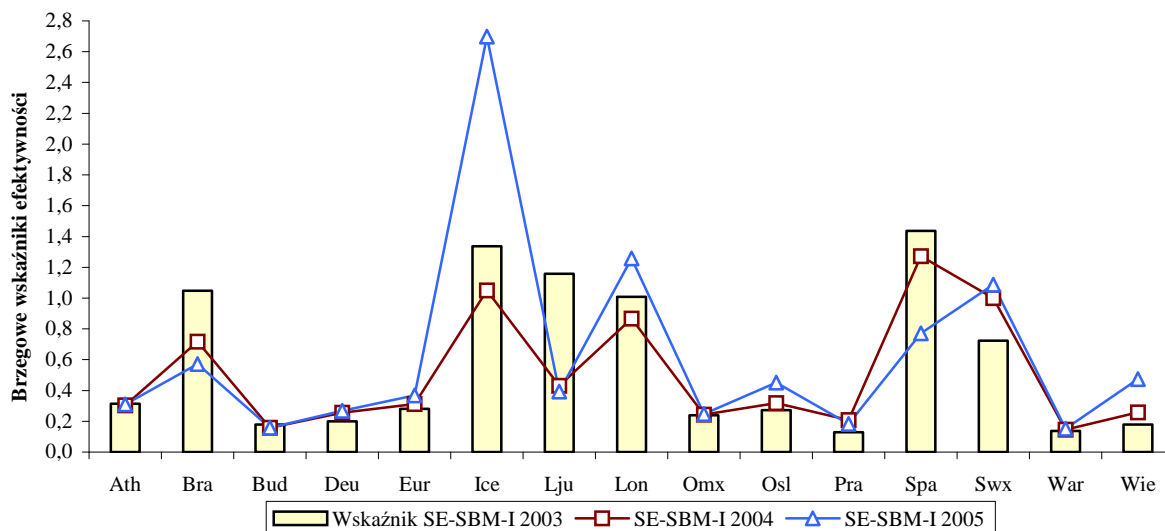
**Tab. 7.6. Charakterystyki syntetyczne brzegowej analizy czasowej**

| Charakterystyki         | Giełdy 2003 |                   | Giełdy 2004 |                   | Giełdy 2005 |                   |
|-------------------------|-------------|-------------------|-------------|-------------------|-------------|-------------------|
|                         | wszystkie   | nieefektywne (10) | wszystkie   | nieefektywne (12) | wszystkie   | nieefektywne (12) |
| Średnia                 | 0,576       | 0,265             | 0,502       | 0,351             | 0,626       | 0,362             |
| Odchylenie standardowe  | 0,469       | 0,164             | 0,361       | 0,212             | 0,639       | 0,177             |
| Współczynnik zmienności | 81,4%       | 61,7%             | 71,9%       | 60,5%             | 102,0%      | 48,9%             |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Najniższą średnią efektywnością w zakresie mobilizacji kapitału giełdy nieefektywne charakteryzowały się w roku 2003 (średni wskaźnik efektywności to zaledwie 0,27). Wyższa średnia efektywność wszystkich giełd w 2003 roku (0,58) została zawyżona przez rezultaty pięciu giełd efektywnych. Potwierdza to również wysoki współczynnik zmienności wszystkich rezultatów (ponad 80%). Jeszcze większe zróżnicowanie wystąpiło w roku 2005 (współczynnik zmienności to aż 102%), kiedy to średnia efektywność wszystkich giełd wynosiła 0,63, ale średnia giełd nieefektywnych – tylko 0,36.

Taka różnica wynika przede wszystkim z silnej nadefektywności giełdy islandzkiej. Widać to wyraźnie na rysunku 7.5., na którym przedstawiono zmienność poziomu efektywności badanych giełd w latach 2003 – 2005:



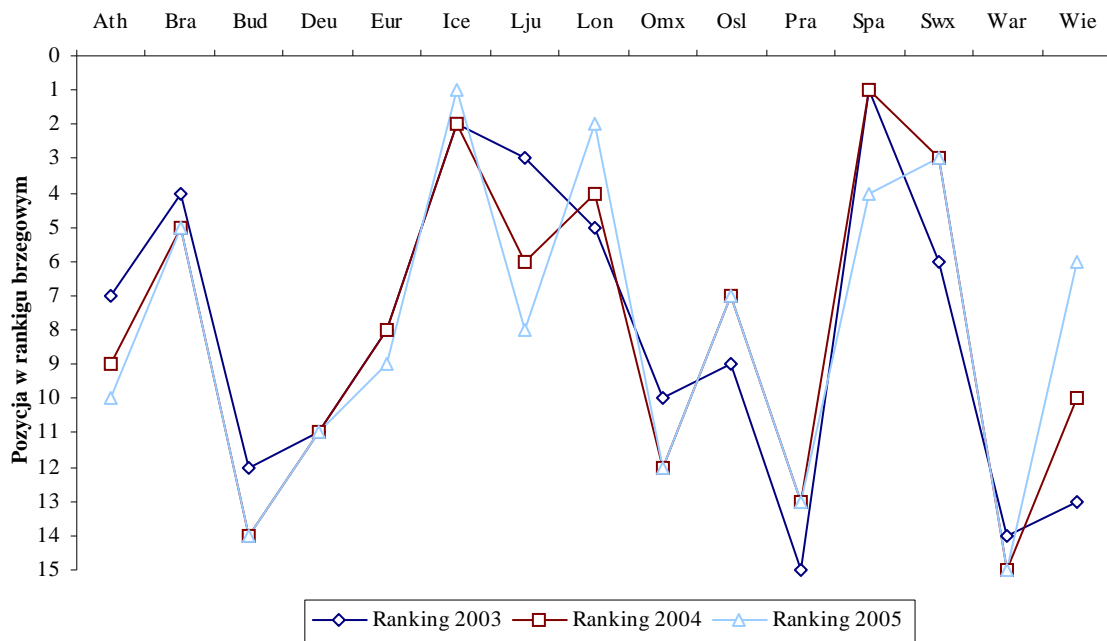
Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.5. Zmiany poziomu efektywności w latach 2003 – 2005 (analiza brzegowa)**

➤ Mimo to, wyniki badania efektywności poszczególnych giełd na przestrzeni trzech lat w większości przypadków były raczej stabilne – wyjątkiem jest wspomniana giełda islandzka. Ogólnie jednak można stwierdzić dość niską dynamikę zmian poziomu efektywności poszczególnych giełd w latach 2003 – 2005, przy czym efektywność z roku na rok nieznacznie rosła.

➤ Patrząc na średnie efektywności w poszczególnych latach, widać co prawda, iż w roku 2004 nastąpił nieznaczny spadek średniej efektywności, ale jeśli przyjrzeć się rezultatom poszczególnych giełd, okazuje się, iż niecała połowa z nich zanotowała spadek efektywności w roku 2004 i były to głównie obiekty efektywne. Dla obiektów nieefektywnych zaobserwowano natomiast nieznaczny, ale wzrost średniej efektywności (z 0,27 w roku 2003 do 0,35 w roku 2004).

Warto sprawdzić też, czy uporządkowanie giełd w poszczególnych latach również charakteryzuje się dużym podobieństwem. Najłatwiej dokonać takiego porównania na wykresie prezentującym miejsca w rankingach skonstruowanych w oparciu o wartość wskaźnika efektywności w poszczególnych latach (rys. 7.6.).



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.6. Zmiany miejsc w rankingu giełd w poszczególnych latach (analiza brzegowa)**

➤ Rankingi giełd są do siebie bardzo zbliżone. Oznacza to, że uporządkowanie giełd ze względu na wskaźnik efektywności we wszystkich trzech latach było podobne.



Stabilność uporządkowania pokazuje też tabela 7.7., w której zawarto wartości miernika zgodności rankingów, informującego dla ilu obiektów nastąpiła istotna zmiana miejsca w rankingu.

➤ Okazuje się, że w rankingach z lat 2003 i 2004 trzy giełdy zmieniły miejsce w sposób istotny<sup>303</sup>. Z kolei w zestawieniu lat 2004 i 2005 widać tylko dwie takie giełdy. Dopiero porównanie rankingów z lat 2003 i 2005 wskazuje duże zmiany – aż sześć giełd zmieniło w tym czasie pozycję o więcej niż dwa miejsca (jest to oczywiście wynik skumulowanych zmian w całym okresie).

**Tab. 7.7. Miernik zgodności rankingów (brzegowa analiza czasowa)**

| Giełda                       | Skala zmiany miejsca 2003/2004 | Wartość miernika 2003/2004 | Skala zmiany miejsca 2004/2005 | Wartość miernika 2004/2005 | Skala zmiany miejsca 2003/2005 | Wartość miernika 2003/2005 |
|------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| <i>Ath</i>                   | -2                             | 0                          | -1                             | 0                          | -3                             | 1                          |
| <i>Bra</i>                   | -1                             | 0                          | 0                              | 0                          | -1                             | 0                          |
| <i>Bud</i>                   | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          | -2                             | 0                          |
| <i>Deu</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Eur</i>                   | 0                              | 0                          | -1                             | 0                          | -1                             | 0                          |
| <i>Ice</i>                   | 0                              | 0                          | 1                              | 0                          | 1                              | 0                          |
| <i>Lju</i>                   | -3                             | 1                          | -2                             | 0                          | -5                             | 1                          |
| <i>Lon</i>                   | 1                              | 0                          | 2                              | 0                          | 3                              | 1                          |
| <i>Omx</i>                   | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          | -2                             | 0                          |
| <i>Osl</i>                   | 2                              | 0                          | 0                              | 0                          | 2                              | 0                          |
| <i>Pra</i>                   | 2                              | 0                          | 0                              | 0                          | 2                              | 0                          |
| <i>Spa</i>                   | 0                              | 0                          | -3                             | 1                          | -3                             | 1                          |
| <i>Swx</i>                   | 3                              | 1                          | 0                              | 0                          | 3                              | 1                          |
| <i>War</i>                   | -1                             | 0                          | 0                              | 0                          | -1                             | 0                          |
| <i>Wie</i>                   | 3                              | 1                          | 4                              | 1                          | 7                              | 1                          |
| <b>Suma istotnych zmian:</b> |                                | <b>3</b>                   |                                | <b>2</b>                   |                                | <b>6</b>                   |

Źródło: Opracowanie własne

➤ W świetle badanego układu II można stwierdzić, iż z punktu widzenia funkcji mobilizacji kapitału, występuje znaczna różnica w poziomie efektywności giełd wzorcowych (które w prawidłowy sposób pełniły funkcję mobilizacji kapitału) oraz giełd nieefektywnych, które bardzo słabo radziły sobie w roli instytucji przyciągającej kapitał. Oznacza to, iż na arenie europejskiej występowało kilku „liderów”, a reszta giełd charakteryzowała się zbyt dużą nakładochłonnością, a więc dysponowała niewykorzystanym potencjałem.

#### 7.4.2. Warunkowa analiza czasowa

Tym razem giełdy zbadano osobno w każdym roku, co pozwoliło na oszacowanie „lokalnej” efektywności obiektów w danym momencie czasu. W celu zachowania

<sup>303</sup> Czyli o więcej, niż dwie pozycje.

porównywalności wyników, każda giełda opisana została tym samym zestawem trzech nakładów i trzech wyników, które wykorzystano w wersji brzegowej.

Rezultaty tej części badania zestawiono w tabeli 7.8., w której podano również przeciętne charakterystyki poziomu i rozproszenia „warunkowych” wskaźników efektywności:

**Tab. 7.8. Warunkowa analiza czasowa**

| Nr | Giełda     | 2003         |          | 2004         |          | 2005         |          |
|----|------------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|
|    |            | SE-SBM       | Ranking  | SE-SBM       | Ranking  | SE-SBM       | Ranking  |
| 1  | <i>Ath</i> | 0,345        | 9        | 0,409        | 7        | 0,393        | 9        |
| 2  | <i>Bra</i> | <b>1,047</b> | <b>6</b> | <b>1,324</b> | <b>5</b> | <b>1,185</b> | <b>5</b> |
| 3  | <i>Bud</i> | 0,334        | 10       | 0,269        | 14       | 0,158        | 15       |
| 4  | <i>Deu</i> | 0,219        | 14       | 0,277        | 13       | 0,268        | 11       |
| 5  | <i>Eur</i> | 0,349        | 7        | 0,378        | 9        | 0,368        | 10       |
| 6  | <i>Ice</i> | <b>4,315</b> | <b>1</b> | <b>4,448</b> | <b>1</b> | <b>8,161</b> | <b>1</b> |
| 7  | <i>Lju</i> | <b>1,158</b> | <b>5</b> | 0,559        | 6        | 0,527        | 6        |
| 8  | <i>Lon</i> | <b>2,113</b> | <b>3</b> | <b>1,956</b> | <b>3</b> | <b>2,059</b> | <b>2</b> |
| 9  | <i>Omx</i> | 0,248        | 12       | 0,293        | 12       | 0,247        | 12       |
| 10 | <i>Osl</i> | 0,347        | 8        | 0,378        | 10       | 0,516        | 7        |
| 11 | <i>Pra</i> | 0,236        | 13       | 0,300        | 11       | 0,186        | 14       |
| 12 | <i>Spa</i> | <b>3,808</b> | <b>2</b> | <b>3,786</b> | <b>2</b> | <b>1,615</b> | <b>3</b> |
| 13 | <i>Swx</i> | <b>1,169</b> | <b>4</b> | <b>1,780</b> | <b>4</b> | <b>1,369</b> | <b>4</b> |
| 14 | <i>War</i> | 0,136        | 15       | 0,212        | 15       | 0,222        | 13       |
| 15 | <i>Wie</i> | 0,323        | 11       | 0,381        | 8        | 0,496        | 8        |

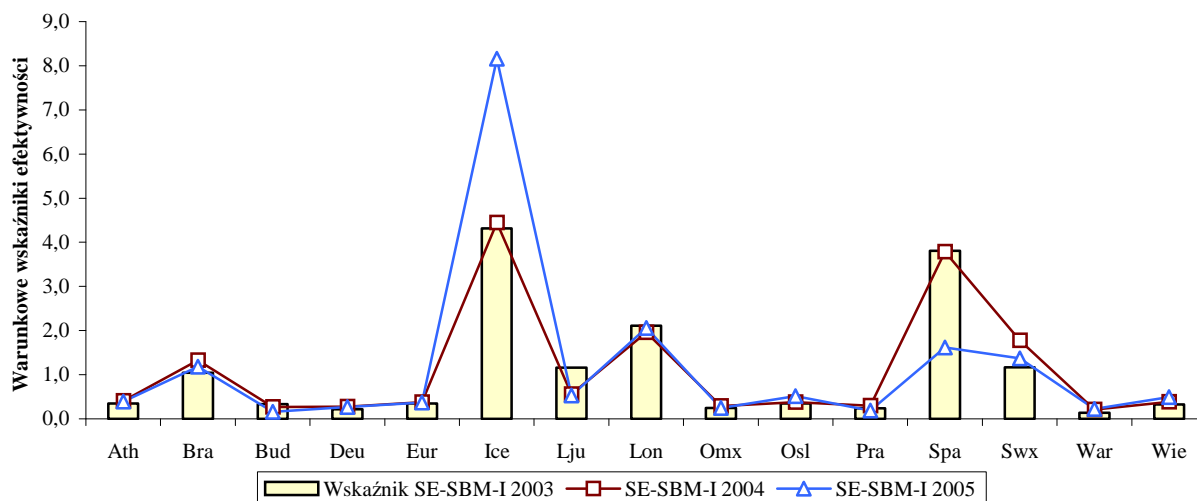
| Charakterystyki                | 2003      |                  | 2004      |                   | 2005      |                   |
|--------------------------------|-----------|------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|
|                                | wszystkie | nieefektywne (9) | wszystkie | nieefektywne (10) | wszystkie | nieefektywne (10) |
| <b>Średnia</b>                 | 1,076     | 0,282            | 1,117     | 0,346             | 1,185     | 0,454             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 1,285     | 0,071            | 1,302     | 0,093             | 1,949     | 0,389             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 119,4%    | 25,2%            | 116,6%    | 26,9%             | 164,5%    | 85,6%             |

Źródło: Opracowanie własne

### Wnioski wynikające z warunkowej analizy czasowej

➤ Średnia efektywność w świetle analizy warunkowej była bardzo wysoka – dla wszystkich lat powyżej 1,0 – i z roku na rok rosła. Wynika to przede wszystkim z tego, iż w obrębie danego roku ujawniało się wiele obiektów wzorcowych, w dodatku o silnej nadefektywności. Potwierdzają to wysokie są współczynniki zmienności (ponad 100%) oraz średnia efektywność obiektów nieefektywnych, która w żadnym z badanych lat nie przekroczyła poziomu 0,5.

➤ Poza kilkoma wyjątkami, wartości wskaźników efektywności giełd we wszystkich trzech latach były bardzo zbliżone, co oznacza dużą stabilność rezultatów w czasie. Pokazano to na rysunku 7.7.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.7. Zmiany poziomu efektywności w latach 2003 – 2005 (analiza warunkowa)**

Pomimo silnie zróżnicowanej nadefektywności obiektów wzorcowych, również ranking wszystkich giełd okazał się stabilny w czasie. Pokazuje to miernik zgodności rankingów, którego wartości zamieszczono w tabeli 7.9. Z roku na rok pozycję w rankingu istotnie zmieniły każdorazowo tylko dwie giełdy. W okresie dwuletnim zanotowano cztery takie zmiany.

**Tab. 7.9. Miernik zgodności rankingów (warunkowa analiza czasowa)**

| Giełda                       | Skala zmiany miejsca 2003/2004 | Wartość miernika 2003/2004 | Skala zmiany miejsca 2004/2005 | Wartość miernika 2004/2005 | Skala zmiany miejsca 2003/2005 | Wartość miernika 2003/2005 |
|------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| <i>Ath</i>                   | 2                              | 0                          | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Bra</i>                   | 1                              | 0                          | 0                              | 0                          | 1                              | 0                          |
| <i>Bud</i>                   | -4                             | 1                          | -1                             | 0                          | -5                             | 1                          |
| <i>Deu</i>                   | 1                              | 0                          | 2                              | 0                          | 3                              | 1                          |
| <i>Eur</i>                   | -2                             | 0                          | -1                             | 0                          | -3                             | 1                          |
| <i>Ice</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Lju</i>                   | -1                             | 0                          | 0                              | 0                          | -1                             | 0                          |
| <i>Lon</i>                   | 0                              | 0                          | 1                              | 0                          | 1                              | 0                          |
| <i>Omx</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Osl</i>                   | -2                             | 0                          | 3                              | 1                          | 1                              | 0                          |
| <i>Pra</i>                   | 2                              | 0                          | -3                             | 1                          | -1                             | 0                          |
| <i>Spa</i>                   | 0                              | 0                          | -1                             | 0                          | -1                             | 0                          |
| <i>Swx</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>War</i>                   | 0                              | 0                          | 2                              | 0                          | 2                              | 0                          |
| <i>Wie</i>                   | 3                              | 1                          | 0                              | 0                          | 3                              | 1                          |
| <b>Suma istotnych zmian:</b> |                                | <b>2</b>                   |                                | <b>2</b>                   |                                | <b>4</b>                   |

Źródło: Opracowanie własne

Z formalnego punktu widzenia można więc powiedzieć, iż pomimo dość małej liczby obiektów w badaniu i, będącej tego konsekwencją, niskiej liczby stopni swobody,

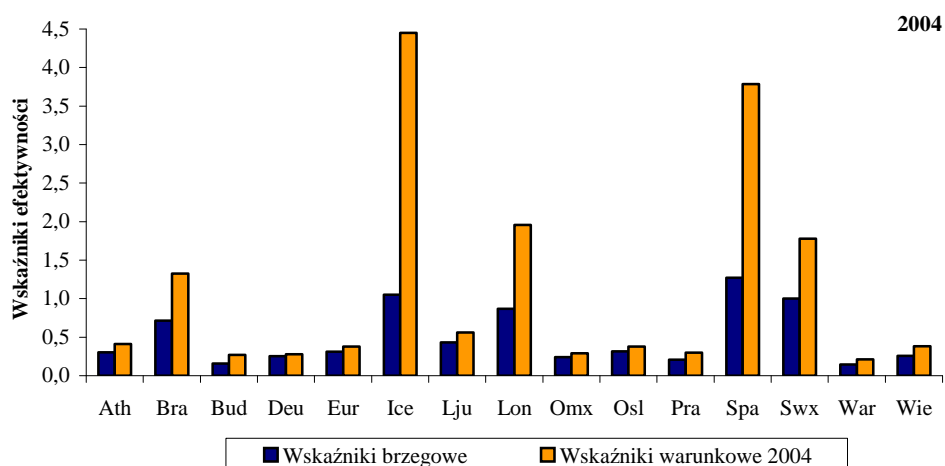
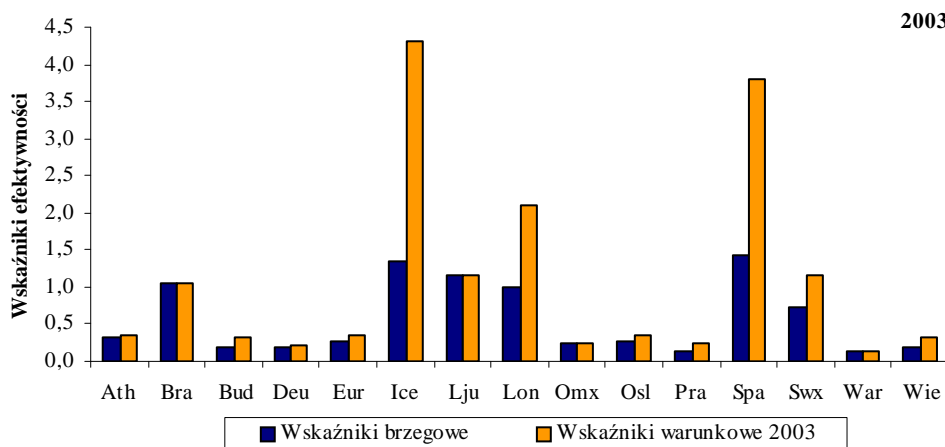
zastosowany model DEA w wariancie warunkowym prawidłowo rozpoznał względną efektywność giełd.

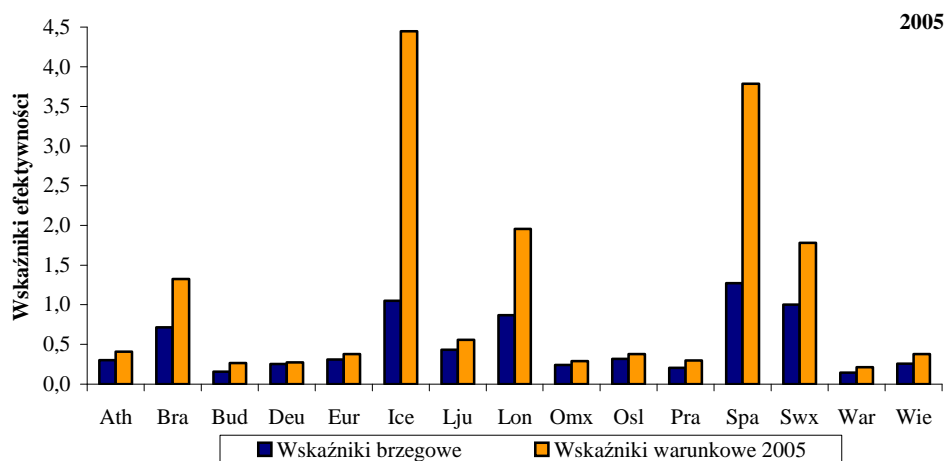
Natomiast z merytorycznego punktu widzenia dowodzi to, że w badanym okresie miejsca poszczególnych giełd w rankingu dotyczącym umiejętności gromadzenia kapitału praktycznie niewiele się zmieniały, a więc giełdy skutecznie przyciągające kapitał w jednym roku, równie dobrze działały w pozostałych latach. Giełdy słabe z kolei, raczej nie poprawiały (ale i nie pogarszały) znacząco swojej efektywności w tym obszarze.

### 7.4.3. Porównanie rezultatów czasowej analizy brzegowej i warunkowej

#### Wnioski wynikające z porównania wskaźników efektywności obu typów analiz

Zamieszczone na rysunku 7.8. wykresy obrazują efektywność w ramach analizy brzegowej (ciemnoniebieskie słupki) i warunkowej (pomarańczowe) w poszczególnych latach:





Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.8. Porównanie wartości wskaźników efektywności w kolejnych latach**

➤ Rezultaty obu analiz były bardzo zbliżone mimo, iż różniły się znacznie co do wartości wskaźników giełd efektywnych.

➤ Wskaźniki efektywności z analizy warunkowej były wyższe, niż z wersji brzegowej. Dotyczyło to przede wszystkim obiektów efektywnych, które „lokalnie” (czyli na tle tylko danego roku) okazały się działać dużo lepiej, niż jednostki nieefektywne. Uwypukla to zaobserwowaną już w ramach analizy brzegowej dużą różnicę między efektywnymi liderami i słabymi giełdami nieefektywnymi.

➤ Dla pozostałych przypadków różnice w wartościach wskaźnika efektywności w zależności od typu analizy są raczej niewielkie. Potwierdzają to wysokie współczynniki korelacji liniowej Pearsona, które zaprezentowano poniżej:

| Rok                                      | 2003  | 2004  | 2005  |
|--|-------|-------|-------|
| Współczynnik korelacji liniowej Pearsona | 0,876 | 0,918 | 0,967 |

➤ Najważniejsze jest jednak to, iż obie wersje analizy wskazały te same wzorce. Najskuteczniej przyciągały do siebie kapitał giełdy: islandzka, hiszpańska, brytyjska, szwajcarska oraz słowacka. Zgodność wzorców wskazywanych przez obie wersje analiz zwiększa wiarygodność rezultatów analizy.

### Wnioski wynikające z porównania rankingów opartych na obu typach analiz

Porównując i badając stabilność wyników analizy brzegowej i warunkowej dobrze jest przyjrzeć się także rankingom obiektów, a nie tylko samym rezultatom, których różnice

są oczywiste i wynikają z samej istoty metody DEA i jej wrażliwości na liczbę obiektów poddawanych badaniu.

Poniższego porównania obu analiz dokonano biorąc pod uwagę uporządkowanie obiektów ze względu na wartość wskaźnika efektywności. Zestawienie rankingów opartych o analizę brzegową<sup>304</sup> i warunkową w poszczególnych latach prezentuje tabela 7.10.:

**Tab. 7.10. Czasowa analiza brzegowa i warunkowa – porównanie rankingów**

| Wyszczególnienie |             | 2003                        |                   | 2004                        |                   | 2005                        |                   |
|------------------|-------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|
| Nr               | Obiekty     | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy |
| 1                | <i>Ath</i>  | 7                           | 9                 | 9                           | 7                 | 10                          | 9                 |
| 2                | <i>Bra</i>  | <b>4</b>                    | <b>6</b>          | 5                           | <b>5</b>          | 5                           | <b>5</b>          |
| 3                | <i>Bud</i>  | 12                          | 10                | 14                          | 14                | 14                          | 15                |
| 4                | <i>Deu</i>  | 11                          | 14                | 11                          | 13                | 11                          | 11                |
| 5                | <i>Eur</i>  | 8                           | 7                 | 8                           | 9                 | 9                           | 10                |
| 6                | <i>Ice</i>  | <b>2</b>                    | <b>1</b>          | <b>2</b>                    | <b>1</b>          | <b>1</b>                    | <b>1</b>          |
| 7                | <i>Lju</i>  | <b>3</b>                    | <b>5</b>          | 6                           | 6                 | 8                           | 6                 |
| 8                | <i>Lon</i>  | <b>5</b>                    | <b>3</b>          | 4                           | <b>3</b>          | <b>2</b>                    | <b>2</b>          |
| 9                | <i>Omxx</i> | 10                          | 12                | 12                          | 12                | 12                          | 12                |
| 10               | <i>Osl</i>  | 9                           | 8                 | 7                           | 10                | 7                           | 7                 |
| 11               | <i>Pra</i>  | 15                          | 13                | 13                          | 11                | 13                          | 14                |
| 12               | <i>Spa</i>  | <b>1</b>                    | <b>2</b>          | <b>1</b>                    | <b>2</b>          | 4                           | <b>3</b>          |
| 13               | <i>Swx</i>  | 6                           | <b>4</b>          | <b>3</b>                    | <b>4</b>          | <b>3</b>                    | <b>4</b>          |
| 14               | <i>War</i>  | 14                          | 15                | 15                          | 15                | 15                          | 13                |
| 15               | <i>Wie</i>  | 13                          | 11                | 10                          | 8                 | 6                           | 8                 |

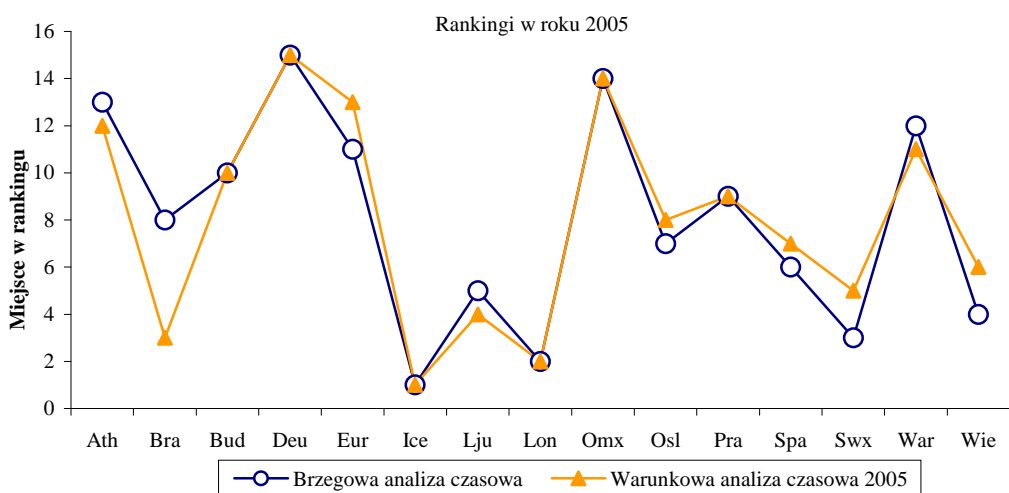
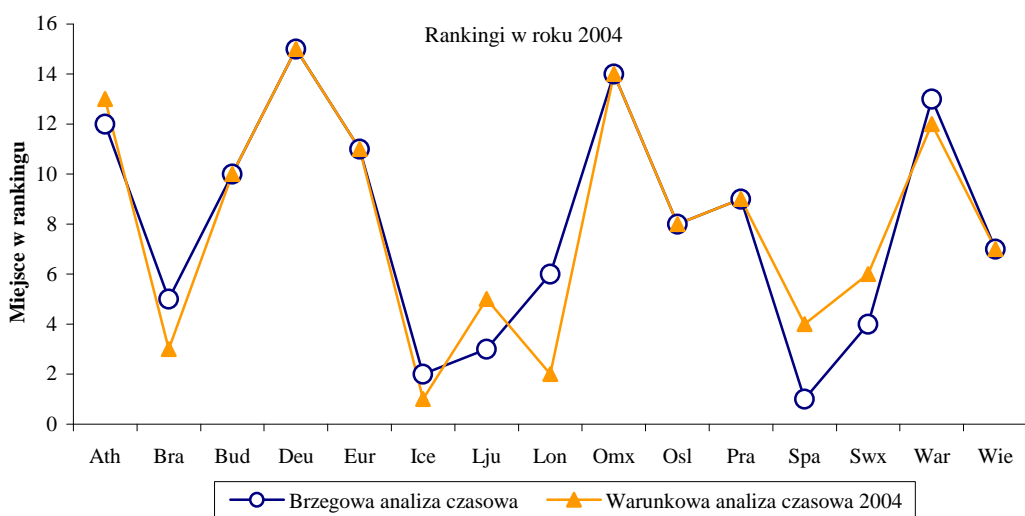
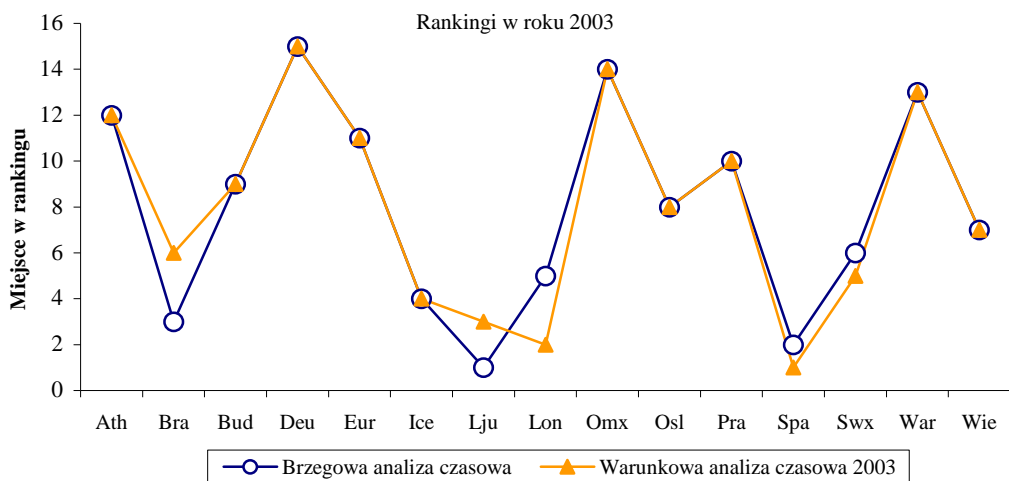
Źródło: Opracowanie własne

➤ Jak widać, rankingi obu wersji analiz są bardzo do siebie podobne. Potwierdzają to obliczone współczynniki korelacji rang Spearmana osobno dla trzech badanych lat:

| Rok                                   | 2003  | 2004  | 2005  |
|---------------------------------------|-------|-------|-------|
| Współczynnik korelacji rang Spearmana | 0,911 | 0,946 | 0,968 |

➤ Powyższe spostrzeżenia potwierdza także miernik zgodności rankingów, który wskazuje, iż istotną zmianę pozycji w rankingu brzegowym w porównaniu z warunkowym zanotowano tylko dla giełdy niemieckiej w roku 2003 i giełdy norweskiej w 2004 roku. Dla roku 2005 nie zanotowano żadnej istotnej zmiany. Tak silną zbieżność dobrze widać również na wykresach:

<sup>304</sup> Wykorzystano oczywiście wewnętrzny brzegowy ranking, gdyż tylko ten może być porównywany z rankingiem warunkowym.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.9. Porównanie rankingu obiektów w czasie (analiza brzegowa i warunkowa)**

➤ Uporządkowanie rezultatów badania jest niezwykle stabilne ze względu na zastosowany typ analizy. Zarówno ujęcie brzegowe, jak i warunkowe wskazuje podobny ranking konkretnych giełd – mimo, iż analiza warunkowa została przeprowadzona dla innej liczby obiektów.

➤ Podobnie, jak w przypadku badania w układzie I, dobrze świadczy to o próbie zastosowania samej metody DEA do analizy giełd. Rezultaty ponownie okazały się bardzo stabilne ze względu na zastosowany typ analizy. Zbliżona jest nawet lista wzorców wskazanych w analizie brzegowej i warunkowej. Przedstawia je poniższe zestawienie:

| Typ analizy              | Lista wzorców                       |  |  |
|--------------------------|-------------------------------------|--|--|
|                          | 2003                                | 2004   | 2005   |
| <b>Analiza brzegowa</b>  | <i>Bra, Ice, Lju, Lon, Spa</i>      | <i>Ice, Spa, Swx</i>                         | <i>Ice, Lon, Swx</i>                         |
| <b>Analiza warunkowa</b> | <i>Bra, Ice, Lju, Lon, Spa, Swx</i> | <i><b>Bra</b>, Ice, <b>Lon</b>, Spa, Swx</i> | <i><b>Bra</b>, Ice, Lon, <b>Spa</b>, Swx</i> |

Jak już wspomniano w poprzednim rozdziale, duże podobieństwo rankingów zwiększa wiarygodność analizy efektywności i wskazuje, że wystarczy przeprowadzić jedną wersję analizy, a nie spowoduje to istotnej utraty informacji o rezultatach badania efektywności w ramach drugiej wersji. Powyższe rozważania potwierdzają, iż dotyczy to również analizy w układzie II.

## 7.5. Analiza przestrzenna

W tej części zaprezentowano wyniki analizy przestrzennej, czyli badania efektywności ze względu na położenie geograficzne badanych obiektów. Wykorzystano zastosowany w rozdziale poprzednim podział geograficzny. Badanie efektywności przeprowadzono ponownie z wykorzystaniem modelu SBM-I z nadefektywnością.

### 7.5.1 Brzegowa analiza przestrzenna

Brzegowa wersja analizy przestrzennej pozwoliła przyjrzeć się działalności giełd danego obszaru Europy na tle wszystkich badanych giełd.

Zamieszczona poniżej tabela 7.11. obejmuje wyodrębnione ze względu na położenie geograficzne wyniki analizy globalnej wraz z charakterystykami podsumowującymi wyniki.



**Tab. 7.11. Brzegowa analiza przestrzenna**

| Europa Zachodnia |               |              |                 |               | Europa Wschodnia |               |              |                 |               |
|------------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|------------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|
| Nr               | Gielda        | SE-SBM       | Ranking wewn.   | Ranking zewn. | Nr               | Gielda        | SE-SBM       | Ranking wewn.   | Ranking zewn. |
| 1                | <i>Deu'03</i> | 0,199        | 21              | 36            | 1                | <i>Ath'03</i> | 0,314        | 8               | 23            |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 0,280        | 17              | 27            | 2                | <i>Bra'03</i> | <b>1,047</b> | <b>2</b>        | <b>9</b>      |
| 3                | <i>Ice'03</i> | <b>1,336</b> | <b>3</b>        | <b>3</b>      | 3                | <i>Bud'03</i> | 0,180        | 17              | 38            |
| 4                | <i>Lon'03</i> | <b>1,008</b> | <b>8</b>        | <b>10</b>     | 4                | <i>Lju'03</i> | <b>1,158</b> | <b>1</b>        | <b>6</b>      |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 0,273        | 18              | 28            | 5                | <i>Omx'03</i> | 0,239        | 14              | 34            |
| 6                | <i>Spa'03</i> | <b>1,435</b> | <b>2</b>        | <b>2</b>      | 6                | <i>Pra'03</i> | 0,130        | 24              | 45            |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 0,723        | 12              | 14            | 7                | <i>War'03</i> | 0,136        | 23              | 44            |
| 8                | <i>Deu'04</i> | 0,255        | 20              | 31            | 8                | <i>Wie'03</i> | 0,178        | 18              | 39            |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 0,311        | 16              | 24            | 9                | <i>Ath'04</i> | 0,304        | 10              | 26            |
| 10               | <i>Ice'04</i> | <b>1,050</b> | <b>7</b>        | <b>8</b>      | 10               | <i>Bra'04</i> | 0,716        | 3               | 15            |
| 11               | <i>Lon'04</i> | 0,867        | 10              | 12            | 11               | <i>Bud'04</i> | 0,158        | 19              | 40            |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 0,317        | 15              | 22            | 12               | <i>Lju'04</i> | 0,431        | 6               | 19            |
| 13               | <i>Spa'04</i> | <b>1,272</b> | <b>4</b>        | <b>4</b>      | 13               | <i>Omx'04</i> | 0,242        | 13              | 33            |
| 14               | <i>Swx'04</i> | <b>1,001</b> | <b>9</b>        | <b>11</b>     | 14               | <i>Pra'04</i> | 0,208        | 15              | 35            |
| 15               | <i>Deu'05</i> | 0,268        | 19              | 29            | 15               | <i>War'04</i> | 0,145        | 22              | 43            |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 0,368        | 14              | 21            | 16               | <i>Wie'04</i> | 0,258        | 11              | 30            |
| 17               | <i>Ice'05</i> | <b>2,699</b> | <b>1</b>        | <b>1</b>      | 17               | <i>Ath'05</i> | 0,309        | 9               | 25            |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>1,257</b> | <b>5</b>        | <b>5</b>      | 18               | <i>Bra'05</i> | 0,571        | 4               | 16            |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 0,451        | 13              | 18            | 19               | <i>Bud'05</i> | 0,157        | 20              | 41            |
| 20               | <i>Spa'05</i> | 0,771        | 11              | 13            | 20               | <i>Lju'05</i> | 0,393        | 7               | 20            |
| 21               | <i>Swx'05</i> | <b>1,088</b> | <b>6</b>        | <b>7</b>      | 21               | <i>Omx'05</i> | 0,247        | 12              | 32            |
| -----            |               |              | <b>Średnia:</b> | <b>16</b>     | -----            |               |              | <b>Średnia:</b> | <b>30</b>     |

Źródło: Opracowanie własne

### Wnioski wynikające z brzegowej analizy przestrzennej

➤ Rezultaty badania pokazują, że giełdy Europy Zachodniej lepiej radziły sobie z pełnieniem funkcji mobilizacji kapitału, niż giełdy wschodnie. W grupie zachodniej średnia ranga „zewnętrzna” uzyskiwana przez obiekty z tej grupy to 16. W grupie wschodniej, średnia pozycja w rankingu to miejsce 30, a więc dużo gorsze.

Obserwacje takie potwierdzają także zawarte w tabeli 7.12. średnie wskaźniki efektywności obliczone dla poszczególnych podgrup obiektów:

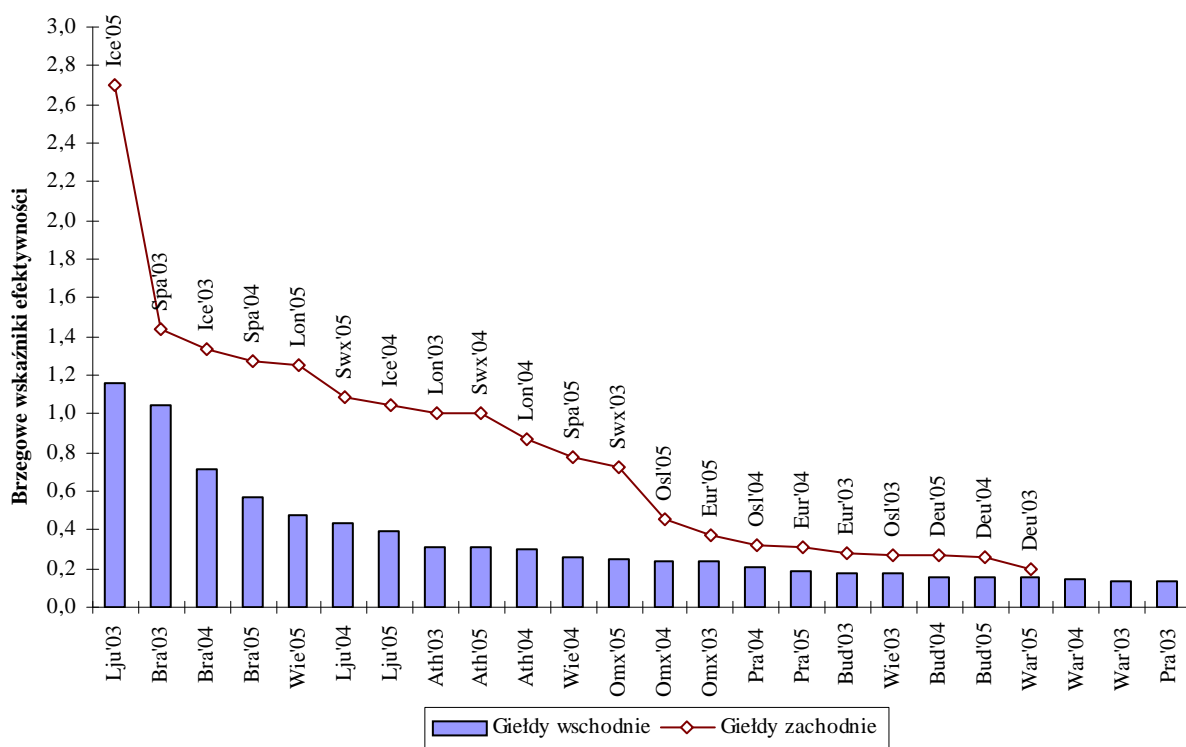
**Tab. 7.12. Charakterystyki syntetyczne brzegowej analizy przestrzennej**

| Charakterystyki         | Europa Zachodnia |                   | Europa Wschodnia |                   |
|-------------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
|                         | wszystkie        | nieefektywne (12) | wszystkie        | nieefektywne (22) |
| Średnia                 | 0,820            | 0,424             | 0,347            | 0,279             |
| Odchylenie standardowe  | 0,587            | 0,220             | 0,270            | 0,151             |
| Współczynnik zmienności | 71,5%            | 52,0%             | 77,8%            | 54,1%             |

Źródło: Opracowanie własne

➤ W zakresie mobilizacji kapitału, giełdy zachodnie uzyskały średnio ponad dwukrotnie wyższą efektywność, niż giełdy wschodnie. Nawet jeżeli pominąć obiekty efektywne, których było dość dużo w grupie zachodniej (aż dziewięć), efektywność zachodnich giełd nieefektywnych była nadal dużo wyższa (0,42), niż giełd wschodnich (0,28).

Wyraźną przewagę giełd zachodnich nad wschodnimi widać na rysunku 7.10., który zawiera dwie serie uporządkowane malejąco według wartości wskaźnika efektywności. Seria słupkowa obrazuje efektywność giełd wschodnich, a liniowa – giełd zachodnich:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.10. Efektywność w grupie zachodniej i wschodniej giełd (analiza brzegowa)**

➤ Warto również zauważyć, iż obie grupy charakteryzowały się dużym zróżnicowaniem – zanotowano zarówno giełdy silnie nadefektywne (np. *Ice'05* czy *Lju'03*), jak i giełdy o bardzo słabej efektywności (np. *Deu'03* czy *Pra'03*).

➤ W świetle badania w układzie II, powyższe rezultaty wskazują, iż giełdy krajów zachodnioeuropejskich dużo skuteczniej radziły sobie z przyciąganiem kapitału, niż giełdy we wschodnim obszarze Europy.

Jest to zgodne z oczekiwaniami, gdyż funkcja mobilizacji kapitału przypisywana jest rozwiniętym rynkom kapitałowym, a duża część giełd zaliczonych na potrzeby badania do grupy wschodniej, to giełdy działające stosunkowo niedługo, zazwyczaj niewielkie, o zasięgu często tylko lokalnym. Młode giełdy wschodnie dopiero rozwijają się, więc naturalne jest, że wzorują się na „doświadczonych” giełdach zachodnich.

### **7.5.2. Warunkowa analiza przestrzenna**

Analiza warunkowa polegała na przeprowadzeniu analizy efektywności osobno w grupie giełd zachodnich oraz giełd wschodnich. Ta wersja analizy DEA umożliwiła sprawdzenie, jak dobrze badane giełdy pełnią funkcję mobilizacji kapitału na tle giełd w tej samej podgrupie. Badanie to pokazuje zatem lokalną efektywność giełd. Rezultaty obliczeń zamieszczono w tabeli 7.13.

### **Wnioski wynikające z warunkowej analizy przestrzennej**

➤ Przeciętna „warunkowa” efektywność giełd w zakresie mobilizacji kapitału była nieco niższa w grupie zachodniej (0,82), niż w grupie wschodniej (0,89). W obu grupach prawie 50% obiektów to wzorce – w grupie wschodniej, liczącej 24 obiekty, wyróżniono aż 11 wzorców, a w grupie 21 giełd zachodnich wzorców było 9. Relatywnie – w obrębie grup – sytuacja była więc podobna.

Wysokie wartości współczynników zmienności informują, iż rezultaty analizy warunkowej są silnie zróżnicowane, szczególnie w grupie krajów Europy Zachodniej (współczynnik zmienności przekracza 70%). Potwierdza to, zaobserwowaną w ramach analizy brzegowej, dużą rozbieżność rezultatów, a więc istnienie obok siebie giełd silnie nadefektywnych i silnie nieefektywnych.

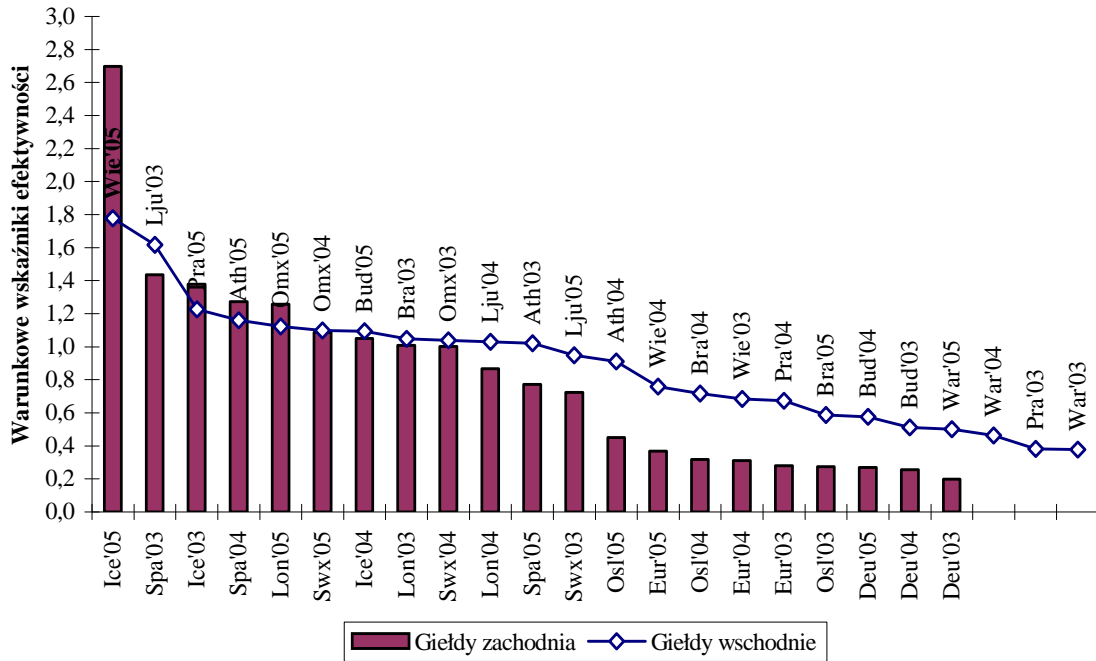
**Tab. 7.13. Warunkowa analiza przestrzenna**

| Europa Zachodnia |               |              |          | Europa Wschodnia |               |              |           |
|------------------|---------------|--------------|----------|------------------|---------------|--------------|-----------|
| Nr               | Giełda        | SE-SBM       | Ranking  | Nr               | Giełda        | SE-SBM       | Ranking   |
| 1                | <i>Deu'03</i> | 0,199        | 21       | 1                | <i>Ath'03</i> | <b>1,020</b> | <b>11</b> |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 0,280        | 17       | 2                | <i>Bra'03</i> | <b>1,047</b> | <b>8</b>  |
| 3                | <i>Ice'03</i> | <b>1,380</b> | <b>3</b> | 3                | <i>Bud'03</i> | 0,512        | 20        |
| 4                | <i>Lon'03</i> | <b>1,008</b> | <b>8</b> | 4                | <i>Lju'03</i> | <b>1,617</b> | <b>2</b>  |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 0,273        | 18       | 5                | <i>Omx'03</i> | <b>1,040</b> | <b>9</b>  |
| 6                | <i>Spa'03</i> | <b>1,435</b> | <b>2</b> | 6                | <i>Pra'03</i> | 0,383        | 23        |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 0,723        | 12       | 7                | <i>War'03</i> | 0,378        | 24        |
| 8                | <i>Deu'04</i> | 0,255        | 20       | 8                | <i>Wie'03</i> | 0,684        | 16        |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 0,311        | 16       | 9                | <i>Ath'04</i> | 0,912        | 13        |
| 10               | <i>Ice'04</i> | <b>1,050</b> | <b>7</b> | 10               | <i>Bra'04</i> | 0,716        | 15        |
| 11               | <i>Lon'04</i> | 0,867        | 10       | 11               | <i>Bud'04</i> | 0,575        | 19        |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 0,317        | 15       | 12               | <i>Lju'04</i> | <b>1,030</b> | <b>10</b> |
| 13               | <i>Spa'04</i> | <b>1,272</b> | <b>4</b> | 13               | <i>Omx'04</i> | <b>1,100</b> | <b>6</b>  |
| 14               | <i>Swx'04</i> | <b>1,001</b> | <b>9</b> | 14               | <i>Pra'04</i> | 0,672        | 17        |
| 15               | <i>Deu'05</i> | 0,268        | 19       | 15               | <i>War'04</i> | 0,464        | 22        |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 0,368        | 14       | 16               | <i>Wie'04</i> | 0,759        | 14        |
| 17               | <i>Ice'05</i> | <b>2,699</b> | <b>1</b> | 17               | <i>Ath'05</i> | <b>1,160</b> | <b>4</b>  |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>1,257</b> | <b>5</b> | 18               | <i>Bra'05</i> | 0,587        | 18        |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 0,451        | 13       | 19               | <i>Bud'05</i> | <b>1,093</b> | <b>7</b>  |
| 20               | <i>Spa'05</i> | 0,771        | 11       | 20               | <i>Lju'05</i> | 0,949        | 12        |
| 21               | <i>Swx'05</i> | <b>1,088</b> | <b>6</b> | 21               | <i>Omx'05</i> | <b>1,122</b> | <b>5</b>  |
|                  |               |              |          | 22               | <i>Pra'05</i> | <b>1,226</b> | <b>3</b>  |
|                  |               |              |          | 23               | <i>War'05</i> | 0,500        | 21        |
|                  |               |              |          | 24               | <i>Wie'05</i> | <b>1,778</b> | <b>1</b>  |

| Charakterystyki                | wszystkie | nieefektywne (12) | Charakterystyki                | wszystkie | nieefektywne (13) |
|--------------------------------|-----------|-------------------|--------------------------------|-----------|-------------------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,823     | 0,424             | <b>Średnia</b>                 | 0,888     | 0,622             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,589     | 0,220             | <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,357     | 0,175             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 71,6%     | 52,0%             | <b>Współczynnik zmienności</b> | 40,2%     | 28,1%             |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Biorąc pod uwagę obiekty nieefektywne wewnątrz poszczególnych grup terytorialnych, grupa zachodnia ponownie oceniona została gorzej (średnia dla grupy zachodniej to 0,42), niż grupa wschodnia (0,62). Oznacza to, iż giełdy zachodnie są dużo bardziej zdominowane przez obiekty wzorcowe – głównie przez giełdę islandzką w roku 2005. Widać to na rysunku 7.11.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.11. Efektywność w grupie zachodniej i wschodniej giełd (analiza warunkowa)**

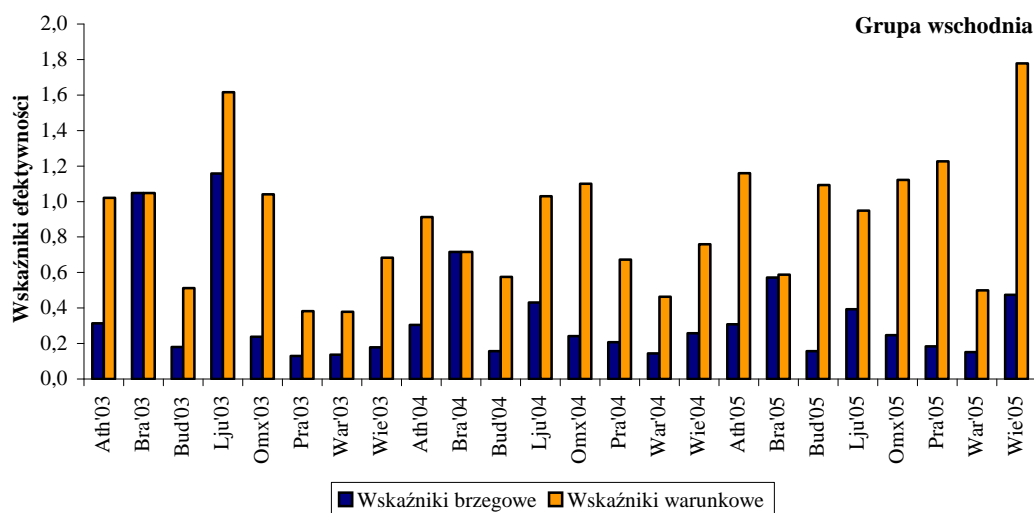
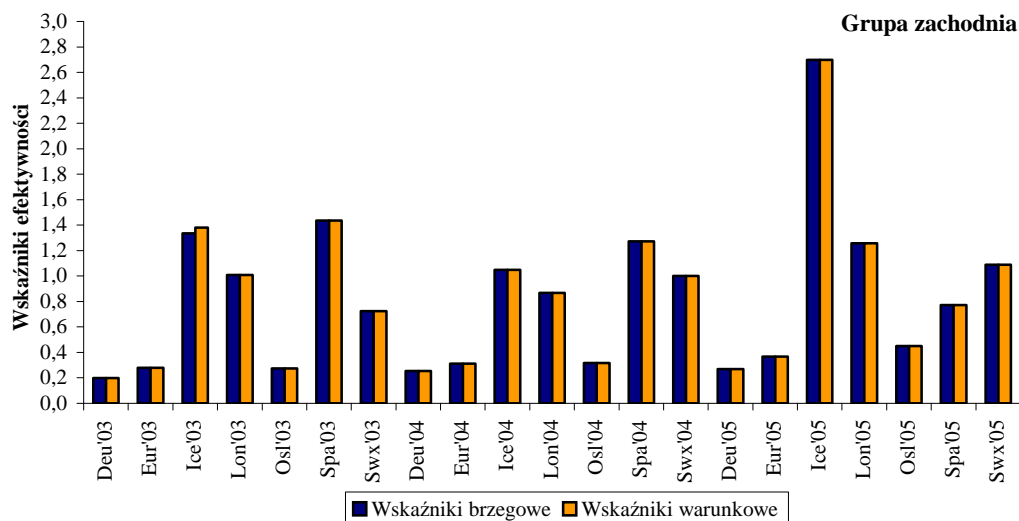
Warto zwrócić uwagę, iż powyższych rezultatów analizy warunkowej nie można porównywać ze sobą, a więc nie można stwierdzić, iż w świetle analizy warunkowej giełdy wschodnie są efektywniejsze, niż zachodnie. Byłby to błąd metodologiczny. Rezultaty te dotyczą bowiem dwóch odrębnych podzbiorów giełd, których efektywność wyznaczana jest osobno, w oparciu tylko o obiekty należące do danego podzbioru, a więc należy je interpretować z osobna.

W tym miejscu można jedynie powiedzieć, iż w obrębie giełd wschodnich występują niższe różnice efektywności między giełdami uznanymi za efektywne a nieefektywnymi. Oznacza to, iż nieefektywnym giełdom zachodnim, trudniej będzie „dogonić” wzorce, a więc poprawić swoją efektywność tak, aby znaleźć się co najmniej na granicy efektywności (czyli uzyskać wskaźnik na poziomie 1,0).

### 7.5.3. Porównanie rezultatów przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej

#### Wnioski wynikające z porównania wskaźników efektywności obu typów analiz

Na rysunku 7.12. porównano wartości wskaźników efektywności z analizy brzegowej i warunkowej osobno dla grupy Europy Zachodniej i Wschodniej:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.12. Porównanie wartości wskaźników efektywności w grupach zachodniej i wschodniej**

➤ Rezultaty obu wersji analiz dla grupy zachodniej są niezwykle zbieżne – współczynnik korelacji Pearsona wynosi prawie 1,0. Dużo większe różnice zaobserwowano w grupie wschodniej, gdzie korelacja wynosi tylko niecałe 0,5. Oznacza to, iż analiza warunkowa giełd w zakresie ich zdolności do mobilizacji kapitału, tworzy inny obraz efektywności giełd wschodnich, niż wersja brzegowa. Nie można zatem stosować obu analiz zamiennie.

### Wnioski wynikające z porównania rankingów opartych na obu typach analiz

Poniżej zamieszczono zestawienie rankingów, pozwalające ocenić stabilność rezultatów przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej:

**Tab. 7.14. Przestrzenna analiza brzegowa i warunkowa – porównanie rankingów**

| Europa Zachodnia |               |                             |                   | Europa Wschodnia |               |                             |                   |
|------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|
| Nr               | Giełda        | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy | Nr               | Giełda        | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy |
| 1                | <i>Deu'03</i> | 21                          | 21                | 1                | <i>Ath'03</i> | 8                           | <b>11</b>         |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 17                          | 17                | 2                | <i>Bra'03</i> | <b>2</b>                    | <b>8</b>          |
| 3                | <i>Ice'03</i> | <b>3</b>                    | <b>3</b>          | 3                | <i>Bud'03</i> | 17                          | 20                |
| 4                | <i>Lon'03</i> | <b>8</b>                    | <b>8</b>          | 4                | <i>Lju'03</i> | <b>1</b>                    | <b>2</b>          |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 18                          | 18                | 5                | <i>Omx'03</i> | 14                          | <b>9</b>          |
| 6                | <i>Spa'03</i> | <b>2</b>                    | <b>2</b>          | 6                | <i>Pra'03</i> | 24                          | 23                |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 12                          | 12                | 7                | <i>War'03</i> | 23                          | 24                |
| 8                | <i>Deu'04</i> | 20                          | 20                | 8                | <i>Wie'03</i> | 18                          | 16                |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 16                          | 16                | 9                | <i>Ath'04</i> | 10                          | 13                |
| 10               | <i>Ice'04</i> | <b>7</b>                    | <b>7</b>          | 10               | <i>Bra'04</i> | 3                           | 15                |
| 11               | <i>Lon'04</i> | 10                          | 10                | 11               | <i>Bud'04</i> | 19                          | 19                |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 15                          | 15                | 12               | <i>Lju'04</i> | 6                           | <b>10</b>         |
| 13               | <i>Spa'04</i> | <b>4</b>                    | <b>4</b>          | 13               | <i>Omx'04</i> | 13                          | <b>6</b>          |
| 14               | <i>Swx'04</i> | <b>9</b>                    | <b>9</b>          | 14               | <i>Pra'04</i> | 15                          | 17                |
| 15               | <i>Deu'05</i> | 19                          | 19                | 15               | <i>War'04</i> | 22                          | 22                |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 14                          | 14                | 16               | <i>Wie'04</i> | 11                          | 14                |
| 17               | <i>Ice'05</i> | <b>1</b>                    | <b>1</b>          | 17               | <i>Ath'05</i> | 9                           | <b>4</b>          |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>5</b>                    | <b>5</b>          | 18               | <i>Bra'05</i> | 4                           | 18                |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 13                          | 13                | 19               | <i>Bud'05</i> | 20                          | <b>7</b>          |
| 20               | <i>Spa'05</i> | 11                          | 11                | 20               | <i>Lju'05</i> | 7                           | 12                |
| 21               | <i>Swx'05</i> | <b>6</b>                    | <b>6</b>          | 21               | <i>Omx'05</i> | 12                          | <b>5</b>          |
|                  |               |                             |                   | 22               | <i>Pra'05</i> | 16                          | <b>3</b>          |
|                  |               |                             |                   | 23               | <i>War'05</i> | 21                          | 21                |
|                  |               |                             |                   | 24               | <i>Wie'05</i> | 5                           | <b>1</b>          |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Podobnie jak wartości wskaźników efektywności, również rankingi skonstruowane w oparciu o analizę brzegową i warunkową były bardzo do siebie zbliżone w przypadku giełd zachodnich. W grupie wschodniej obie wersje analizy dały różne uporządkowania obiektów. Potwierdzają to współczynniki korelacji rang Spearmana:

| Region                                | Europa Zachodnia | Europa Wschodnia |
|---------------------------------------|------------------|------------------|
| Współczynnik korelacji rang Spearmana | 1,0              | 0,58             |

Rankingi dla grupy zachodniej są identyczne, a więc obie wersje analizy tak samo uporządkowały rezultaty. Uporządkowanie giełd wschodnich różni się – współczynnik korelacji rang nie przekroczył poziomu 0,6.

Obliczony dodatkowo miernik zgodności rankingów wskazuje, że w grupie giełd wschodnich aż 16 giełd zmieniło pozycję w rankingu w sposób istotny<sup>305</sup>, przy przejściu z analizy brzegowej do warunkowej.

➤ Przyczyną tak silnego zróżnicowania rankingów dla grupy wschodniej jest oczywiście wspomniana lista wzorców. Jak już pokazano w ramach analizy brzegowej, wzorcami dla giełd wschodnich były głównie giełdy zachodnie. W analizie warunkowej dla Europy Wschodniej wyłączono z rozważań giełdy zachodnie, a więc wzorce szukane były wśród giełd wschodnich. Skutkiem tego były różne rezultaty (i związane z nimi rankingi) dla obu wersji badania.

Należy więc bardzo ostrożnie porównywać wersje brzegową i warunkową analizy przestrzennej, gdyż każda z nich inaczej mierzy efektywność. Wersja brzegowa pokazuje, jak giełdy danej podgrupy radzą sobie średnio na tle wszystkich obiektów. W wersji warunkowej tłem jest tylko owa podgrupa.

Jeżeli więc, jak to ma tutaj miejsce, wersja brzegowa wskazuje, iż giełdy zachodnie działają znacznie lepiej od wschodnich, a wzorce wskazane dla giełd wschodnich należą do grupy zachodniej, to naturalnym jest fakt, iż po usunięciu z analizy giełd zachodnich (a to dzieje się w ramach analizy warunkowej), efektywność giełd wschodnich gwałtownie wzrasta. Badana metodą DEA efektywność jest przecież efektywnością względną, a więc ustalaną na tle badanej grupy obiektów. Jeżeli usuwa się wzorce, wytypowane zostają nowe – nawet spośród obiektów, które przed usunięciem owych wzorców były nieefektywne.

➤ Można zatem uznać, iż praktycznie doskonała zbieżność rezultatów analiz brzegowej i warunkowej w grupie zachodniej jest wyraźnym sygnałem, że efektywne giełdy zachodnie są wzorcami bezwzględnymi, czyli wzorcami bez względu na zastosowaną wersję analizy.

## **7.6. Efektywność GPW w Warszawie S.A.**

Podobnie, jak w przypadku układu I, szczególną uwagę poświęcono результатам Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. W trzech osobnych paragrafach omówiono wskaźniki efektywności oraz rankingi opracowane dla polskiej giełdy w ramach różnych wersji analizy, na także dokonano dekompozycji globalnego wskaźnika efektywności w celu odnalezienia źródeł nieefektywności.

### **7.6.1. Wskaźniki efektywności GPW w Warszawie**

W tabeli 7.15. zebrano dotyczące GPW rezultaty wszystkich przeprowadzonych wcześniej wariantów badania efektywności dla polskiej giełdy:

---

<sup>305</sup> Przypomnijmy, iż zmianę miejsca w rankingu uznaje się za istotną, gdy dotyczy ona więcej, niż dwóch pozycji.



**Tab. 7.15. Analiza globalna – GPW S.A.**

**Analiza globalna**

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 45) | Wzorce                        |
|----|--------|--------|-----------------------------|-------------------------------|
| 14 | War'03 | 0,136  | 44                          | <i>Ice'03, Spa'03</i>         |
| 29 | War'04 | 0,145  | 43                          | <i>Ice'03, Spa'03, Ice'05</i> |
| 44 | War'05 | 0,151  | 42                          | <i>Spa'03, Ice'05</i>         |

**Analiza czasowa - brzegowa**

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 15) | Wzorce                        |
|----|--------|--------|-----------------------------|-------------------------------|
| 14 | War'03 | 0,136  | 14                          | <i>Ice'03, Spa'03</i>         |
| 14 | War'04 | 0,145  | 15                          | <i>Ice'03, Spa'03, Ice'05</i> |
| 14 | War'05 | 0,151  | 15                          | <i>Spa'03, Ice'05</i>         |

**Analiza czasowa - warunkowa**

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 15) | Wzorce                |
|----|--------|--------|-----------------------------|-----------------------|
| 14 | War'03 | 0,136  | 15                          | <i>Ice'03, Spa'03</i> |
| 14 | War'04 | 0,212  | 15                          | <i>Ice'04, Spa'04</i> |
| 14 | War'05 | 0,222  | 13                          | <i>Ice'05</i>         |

**Analiza przestrzenna - brzegowa**

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 24) | Wzorce                        |
|----|--------|--------|-----------------------------|-------------------------------|
| 7  | War'03 | 0,136  | 23                          | <i>Ice'03, Spa'03</i>         |
| 15 | War'04 | 0,145  | 22                          | <i>Ice'03, Spa'03, Ice'05</i> |
| 23 | War'05 | 0,151  | 21                          | <i>Spa'03, Ice'05</i>         |

**Analiza przestrzenna - warunkowa**

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 24) | Wzorce                        |
|----|--------|--------|-----------------------------|-------------------------------|
| 7  | War'03 | 0,378  | 24                          | <i>Lju'03, Wie'05</i>         |
| 15 | War'04 | 0,464  | 22                          | <i>Lju'03, Wie'06</i>         |
| 23 | War'05 | 0,500  | 21                          | <i>Lju'03, Ath'05, Wie'07</i> |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Jak widać, z punktu widzenia umiejętności gromadzenia kapitału, rynek warszawski był w badanym okresie jednym z najgorzej działających w Europie. Pozytywnie można jedynie ocenić fakt, iż jego efektywność z roku na rok nieznacznie, ale jednak rosła.

➤ Analiza globalna wskazała, iż w celu poprawy efektywności warszawska giełda w każdym z badanych lat powinna wzorować się głównie na giełdzie islandzkiej (z roku 2003 i 2005) oraz hiszpańskiej z roku 2003.

➤ Globalna efektywność GPW mimo niewielkich corocznych wzrostów, stale jednak znajdowała się na bardzo niskim poziomie – w żadnym z badanych okresów nie przekroczyła poziomu 0,2.

Przyczyn tak niskiej efektywności polskiej giełdy szukać należy przede wszystkim w wysokich wartościach nakładów w porównaniu z pozostałymi giełdami. Okazuje się bowiem, iż wśród analizowanych giełd było wiele takich, które ten sam poziom wyników potrafiły uzyskać przy niższych rezultatach – aż 41 giełd charakteryzowało się wyższym wskaźnikiem efektywności.

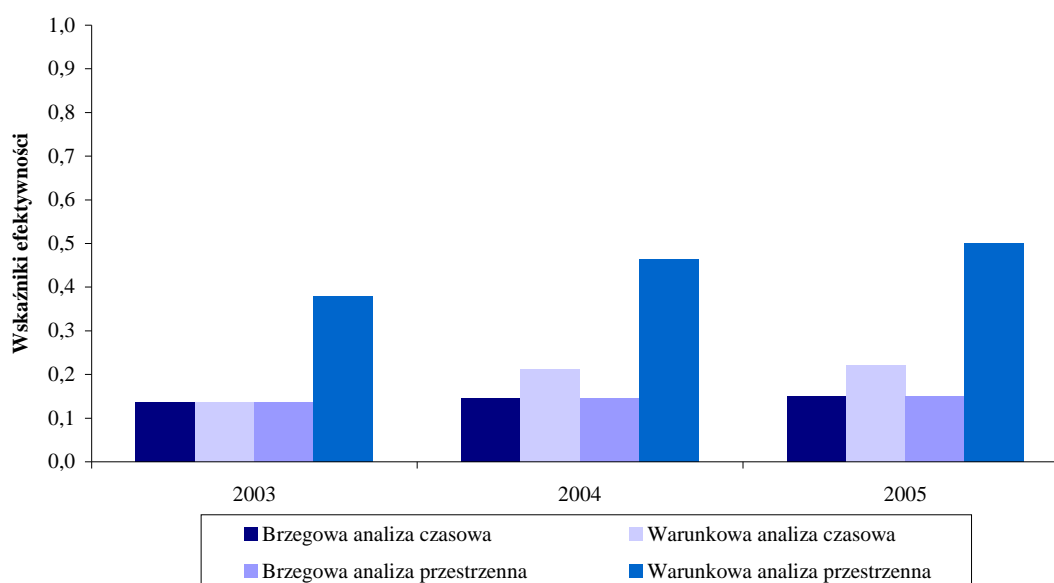
Polską giełdę cechowała przede wszystkim bardzo niska przejrzystość gospodarcza (zmienna  $x_3$ ), co znacząco obniżało jej relatywną efektywność. Dodatkowo, jak na uzyskiwane wyniki, charakteryzowała się ona zbyt wysokim poziomem zmiennej  $x_2$  – majątku trwałego netto. Jeśli przyjrzeć się danym empirycznym, podobne wartości

zmiennej  $x_2$  zanotowano dla giełdy szwajcarskiej, hiszpańskiej i greckiej. Są to giełdy dużo większe od giełdy polskiej, a ich wyniki w badanym okresie były dużo wyższe. Przykładem może być kapitalizacja, która dla tych giełd była wtedy kilku- lub nawet kilkudziesięciokrotnie wyższa od kapitalizacji GPW.

Przyczyną wysokiego poziomu zmiennej  $x_2$  mogą być relatywnie duże inwestycje – w budynki, sprzęt czy oprogramowanie – dokonane w tym okresie. Efekty inwestycji nie są bowiem widoczne od razu, dochodzi do tego często wręcz po kilku latach. W celu zweryfikowania, czy taka sytuacja miała miejsce w przypadku GPW, należałoby rozszerzyć czasowy zakres badania i przyrzeć się efektywności tej giełdy w następnych latach<sup>306</sup>.

➤ Warto zauważyć, iż słabe rezultaty polskiej giełdy nie odbiegały wyraźnie od rezultatów większości giełd nieefektywnych. Giełd, które nie przekroczyły poziomu 0,3 było aż 19 (co stanowi ponad 42% badanej grupy).

➤ Wnioski z analizy globalnej, a więc bardzo niską, choć nieznacznie poprawiającą się z roku na rok efektywność GPW, potwierdzają przeprowadzone podanalizy efektywności, których rezultaty zaprezentowano również w tabeli 7.15. Okazuje się, iż każdy z zastosowanych wariantów analizy DEA ocenił polską giełdę, jako jedną z najgorzej działających pod względem skutecznej mobilizacji kapitału. Stabilność rezultatów w ramach tych wariantów analizy pokazano na rysunku 7.13.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.13. GPW S.A. – efektywność w zależności od typu analizy:**

<sup>306</sup> Można by przeprowadzić analogiczne badanie efektywności i zamiast majątku trwałego wykorzystać np. nakłady na zakup majątku trwałego. Tutaj nie przeprowadzono jednak takiej symulacji, gdyż nie udało się zebrać danych o tej zmiennej dla wszystkich giełd – niektóre giełdy nie opublikowały takich informacji.

Rezultaty analizy, poza warunkową analizą przestrzenną, są dość stabilne. We wszystkich badanych latach GPW słabo radziła sobie z przyciąganiem kapitału. Nieco lepiej wypadła ona lokalnie, a więc tylko na tle giełd Europy Wschodniej (warunkowa analiza przestrzenna)<sup>307</sup>.

➤ Jak wspomniano, efektywność działania polskiej giełdy z roku na rok nieznacznie rosła. Nie były to zmiany duże, ale o tyle znaczące, iż każdy z przeprowadzonych typów analizy wskazał podobną tendencję wzrostową. Oznacza to, że zaobserwowany wzrost efektywności nie był związany z badaną akurat daną grupą obiektów, ale potwierdził się w każdym badanym zbiorze.

### 7.6.2. Pozycje rankingowe GPW w Warszawie

Miejsca warszawskiej giełdy w latach 2003 – 2005 w rankingach opartych na poszczególnych podanalizach pokazano na rysunku 7.14. Podobnie, jak w rozdziale poprzednim, zastosowano tutaj relatywny wskaźnik rankingowy, który pozwala na porównywanie pozycji GPW w różnych rankingach (o różnej maksymalnej liczbie miejsc)<sup>308</sup>.

Wskaźnik ten jest odjętym od 1 ilorazem numeru miejsca giełdy w danym rankingu<sup>309</sup> i liczby obiektów analizowanych w danym wariantcie analizy. Iloraz ten przyjmuje wartości z przedziału  $(0;1)$ , gdzie 0 oznacza najgorszą, czyli ostatnią pozycję w rankingu.

Warszawska giełda oceniona została w tym badaniu bardzo słabo. Zajmowała ostatnie lub prawie ostatnie miejsca w rankingu. Z tego powodu, relatywny wskaźnik rankingowy przyjął bardzo niskie wartości, a często nawet zerowe – za każdym razem, gdy GPW znajdowała się na ostatniej pozycji w rankingu. Z uwagi na powyższe, na rysunku 7.14. przesunięto oś X z poziomu „0” do „-1”, aby zwiększyć przejrzystość wykresu. Nadal jednak poziom „0” symbolizuje najgorsze miejsce w rankingu, a poziom „1” – najlepsze.

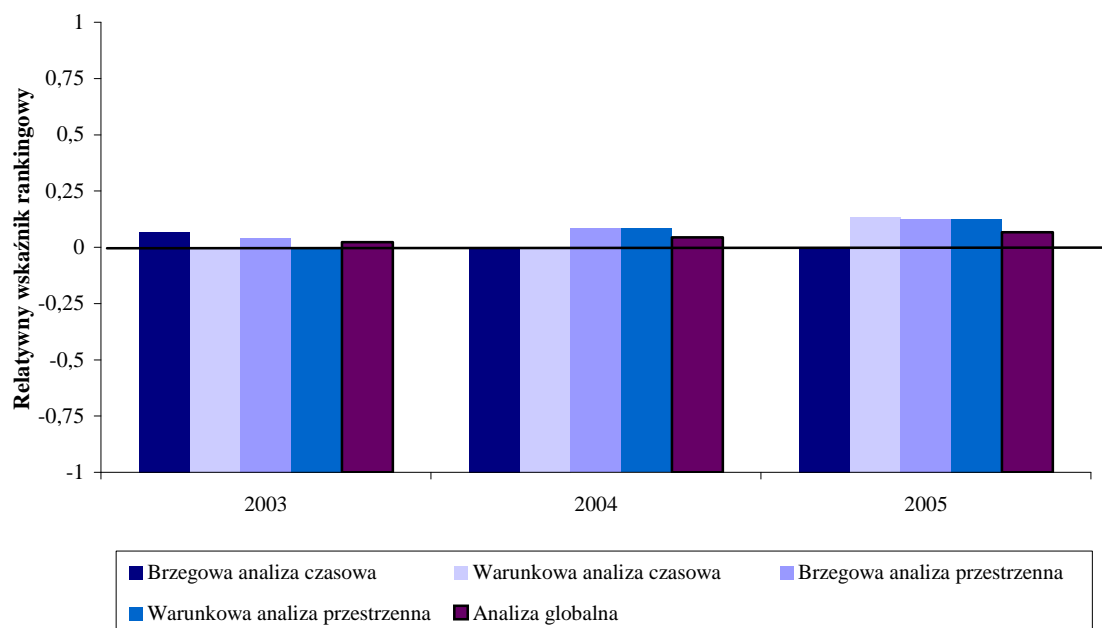
Podobnie, jak poprzednio, im niższa wartość słupka, tym gorsza pozycja polskiej giełdy w danym rankingu.

---

<sup>307</sup> Przyczynę gwałtownego wzrostu wskaźników efektywności w grupie wschodniej wyjaśniono jednak już wcześniej. Wynika ona z tego, iż w grupie tej nie ma obiektów zachodnich, które są wzorcami dla większości giełd wschodnich.

<sup>308</sup> Relatywny wskaźnik rankingowy został zdefiniowany w paragrafie 6.4.2. rozdziału VI.

<sup>309</sup> Pozycje GPW we wszystkich rankingach zawarto w tabeli 7.15.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 7.14. GPW S.A. – miejsca w rankingach ze względu na typ analizy**

➤ Relatywne miejsca w rankingach opartych o brzegową i warunkową analizę czasową są do siebie zbliżone lub nawet takie same. To samo dotyczy analizy przestrzennej. Również w świetle analizy globalnej, GPW uzyskała bardzo podobną, niską pozycję w rankingu.

Analiza DEA prowadzona w różnych przekrojach, niezmiennie wskazuje na słabą efektywność giełdy w Warszawie, jako instytucji przyciągającej kapitał.

Można zatem stwierdzić, iż w świetle przeprowadzonych rozważań, polska giełda niezbyt dobrze radzi sobie z gromadzeniem kapitału – nie tylko na tle wszystkich badanych giełd w latach 2003 – 2005, ale także na tle tych giełd w konkretnym roku lub też w porównaniu tylko z giełdami położonymi w tej samej części Europy.

### 7.6.3. Źródła nieefektywności GPW w Warszawie

Dekompozycja zaobserwowanej niskiej efektywności polskiej giełdy pozwoliła na rozróżnienie składowych tej nieefektywności i sprawdzenie, która z nich ma najsilniejszy udział w wartości wskaźnika z modelu SBM-I. Dekompozycję przeprowadzono tylko dla wskaźników z omówionej powyżej analizy globalnej<sup>310</sup>, a jej rezultaty zawarto w tabeli 7.16.:

<sup>310</sup> Dekompozycję wskaźników dla warunkowych wersji analizy można przeprowadzić analogicznie.

**Tab. 7.16. Dekompozycja globalnego wskaźnika efektywności dla GPW w Warszawie:**

| Nr | Obiekt | CCR-I | BCC-I | Scale | Slack | SBM-I |
|----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 14 | War'03 | 0,179 | 0,279 | 0,641 | 0,763 | 0,136 |
| 29 | War'04 | 0,189 | 0,418 | 0,452 | 0,767 | 0,145 |
| 44 | War'05 | 0,209 | 0,326 | 0,642 | 0,723 | 0,151 |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Niskie wskaźniki uzyskane z rozwiązania modeli CCR-I oraz BCC-I wskazują, iż polska giełda charakteryzowała się w badanym okresie silną nieefektywność techniczną. Potwierdza to, zaobserwowaną wcześniej zbyt dużą nakładochłonność polskiej giełdy. Sposób działania giełd efektywnych wskazuje, iż możliwe jest uzyskanie tych samych wyników przy dużo niższych nakładach.

Podobnie, jak w przypadku układu I (w którym badano efektywność giełd, jako instytucji wspierających rozwój gospodarczy), również tutaj nie można w sposób tradycyjny dla DEA stwierdzić, iż giełda warszawska powinna zredukować wszystkie swoje nakłady do poziomu 20% obecnych, aby mogła być oceniona jako efektywna. Można jedynie powiedzieć, iż GPW byłaby efektywna, gdyby ten sam poziom wyników mógł być uzyskany przy niższych nakładach. Istnieje zatem niewykorzystany potencjał, a świadomość jego istnienia może pomóc w poprawie efektywności polskiej giełdy w przyszłości.

➤ Różnica między wartościami wskaźnika  $\theta_{CCR-I}$  oraz  $\theta_{BCC-I}$  wskazują na istnienie nieefektywności skali – co potwierdza wartość *Scale* na poziomie nie przekraczającym 0,7. Oznacza to, iż poza marnotrawieniem nakładów, polska giełda nie działa w optymalnym obszarze korzyści skali.

Przeprowadzone dodatkowe badanie wykazało, iż polska giełda działała w obszarze malejących korzyści skali. Oznacza to, iż przyrost wykorzystywanych nakładów wywołuje mniej, niż proporcjonalny przyrost uzyskiwanych wyników.

➤ Stosunkowo wysokie wartości w kolumnie *Slack* w tabeli 7.16. (wszystkie powyżej 0,7) informują, iż rozwiązania modelu CCR-I są wprawdzie obarczone niezerowymi luzami, ale ich wartości nie są wysokie. Na nieefektywność szacowaną przez model SBM-I nieefektywność nieradialna miała niewielki wpływ, a warszawska giełda – jak już wspomniano – charakteryzowała się zbyt dużym zużyciem wszystkich nakładów.

Niższe od 1,0 wartości wskaźnika *Slack*, skłaniają jednak do szczegółowej analizy rozwiązań modelu CCR-I dla GPW w badanych latach, a dokładniej do przyjrzenia się niezerowym luzom, które pojawiają się w tych rozwiązaniach. Jak się okazuje, nie wszystkie

nakłady obarczone są luzami. Luzy dla zmiennej  $x_3$  – indeks przejrzystości gospodarczej oraz  $x_4$  – oszczędności brutto są zerowe. Wartość większą od zera uzyskała tylko zmienna swobodna dla nakładu  $x_2$  – majątek trwały netto. Oznacza to, iż GPW byłaby efektywna, gdyby potrafiła uzyskać te same wyniki przy proporcjonalnie niższych nakładach<sup>311</sup> oraz przy dodatkowo zmniejszonym nakładzie  $x_2$  – o wartość niezerowego luzu.

Potwierdza to wcześniejsze spostrzeżenia, iż giełda warszawska dysponuje przesadnie dużym majątkiem trwałym – jak na uzyskiwane wyniki (czyli wielkość kapitalizacji, poziom monopolizacji czy liczbę notowanych spółek).

## Podsumowanie

Ogólnie z przeprowadzonej analizy w układzie II można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Giełdy europejskie w różny sposób radziły sobie z pełnieniem funkcji mobilizacji kapitału. Pojawiły się zarówno giełdy działające bardzo dobrze, jak i bardzo słabo. Ogólnie, przeważająca większość giełd charakteryzowała się raczej niską efektywnością, a więc w porównaniu z obiektami wzorcowymi niezbyt skutecznie przyciągały kapitał.

2. Dekompozycja globalnego wskaźnika z modelu SBM-I pokazała, iż nieefektywność większości obiektów wynikała przede wszystkim ze zbyt dużej nakładochłonności. Informuje o tym niska radialna efektywność techniczna (średnio na poziomie 0,43), którą dodatkowo można jeszcze zdekomponować na czystą efektywność techniczną (średnio 0,55) oraz efektywność skali (0,82), co oznacza, iż nieefektywność radialna obiektów wynika głównie z nieefektywności technicznej, a w mniejszym stopniu z działania obiektów w nieoptymalnym obszarze korzyści skali.

Również wpływ składnika nieradialnego na wskaźnik efektywności z modelu SBM-I nie okazał się znaczący. Wskaźnik *Slack*, informujący o tym, jak silny jest wpływ niezerowych luzów w rozwiązaniach modeli CCR-I na ogólną efektywność, wyniósł średnio 0,73<sup>312</sup>.

3. Analizy szczegółowe, przeprowadzone w różnych wariantach, pozwoliły na dokładniejsze zbadanie efektywności giełd europejskich. Czasowa analiza efektywności w ujęciu brzegowym wskazała, iż efektywność giełd w zakresie mobilizacji kapitału była niska, ale z roku na rok nieznacznie rosła. Potwierdziły to także rezultaty czasowej analizy warunkowej.

---

<sup>311</sup> O tyle, ile wskazuje wskaźnik efektywności z modelu CCR-I.

<sup>312</sup> Wskaźnik *Slack* = 1,0 oznaczałby, że w żadnym rozwiązaniu nie pojawiły się niezerowe luzy.

4. Badanie w ujęciu przestrzennym sugeruje, iż giełdy działające w krajach Europy Zachodniej lepiej radziły sobie z pełnieniem funkcji mobilizacji kapitału i wykazywały się średnio wyższą efektywnością działania, niż giełdy krajów Europy Wschodniej. Co więcej, dla nieefektywnych giełd wschodnich wzorcami były głównie giełdy zachodnie – co potwierdza przypuszczenia, iż niższa efektywność giełd wschodnich wynika z tego, iż są to giełdy młode, wciąż rozwijające się, które wzorują się na ukształtowanych giełdach zachodnich.

5. Porównanie rankingów w ramach analizy czasowej pokazało, że metoda DEA charakteryzowała się dużą stabilnością uporządkowania rezultatów w czasie. Zbieżność rankingu brzegowego i warunkowego dla wszystkich trzech lat była bardzo duża – współczynniki korelacji rang Spearmana przekraczały 0,9. Można zatem potwierdzić, iż w ujęciu czasowym metoda DEA w dobry sposób potrafiła ocenić poziom relatywnej efektywności badanych obiektów, a rola poszczególnych giełd, jako instytucji przyciągających kapitał, praktycznie się nie zmieniała w tym okresie na scenie europejskiej.

6. Nieco inna sytuacja miała miejsce w przypadku analizy przestrzennej, która w ujęciu brzegowym dała nieco inne wyniki, niż w ujęciu warunkowym. Rezultaty analizy brzegowej i warunkowej dla grupy zachodniej były praktycznie identyczne (korelacja bliska 1,0). Z kolei dla grupy wschodniej zanotowano duże rozbieżności (korelacja poniżej 0,6). Przyczyną takiego zróżnicowania był fakt, iż w ramach analizy brzegowej wzorcami dla nieefektywnych giełd wschodnich były głównie giełdy zachodnie. W sytuacji, gdy ich zabrakło – w analizie warunkowej – metoda DEA wyznaczyła nowe, lokalne wzorce. To oczywiście spowodowało zmianę oszacowań efektywności giełd wschodnich.

# Rozdział VIII

## Giełda jako przedsiębiorstwo

### Wstęp

Spojrzenie na giełdę przez pryzmat układu III – jak na przedsiębiorstwo – nie jest typowe. Działalność giełd, mimo że nie są one jednostkami typu „non-profit”, nie jest jednak podporządkowana kwestii maksymalizacji zysku. Ocena działalności giełdy jako przedsiębiorstwa może więc budzić pewne wątpliwości.

Z drugiej jednak strony, giełda z reguły nie jest obiektem wspomaganym (czy subsydiowanym) przez państwo albo jakąkolwiek inną organizację i można powiedzieć, że jest niejako „zdana na siebie”. Oznacza to, że realizacja statutowych celów i funkcji giełdy jest zależna od jej możliwości finansowych. Giełda bardziej rentowna lepiej funkcjonuje, gdyż generuje środki na rozwój i doskonalenie swojej działalności.

W niniejszym rozdziale postanowiono sprawdzić, które giełdy są, a które nie są efektywne w generowaniu zysku. Efektywność ta będzie nazywana w skrócie „efektywnością biznesową”.

### 8.1. Charakterystyka zastosowanego modelu DEA

Jako nakłady wybrano takie zmienne, o których przypuszcza się, iż mają wpływ na możliwość generowania zysku, rozumianego jako nadwyżka przychodu nad kosztami.

Listę zmiennych zamieszczono poniżej:

#### Nakłady:

- $x_1$ : wielkość zatrudnienia (liczba osób),
- $x_2$ : majątek trwały netto (mln euro),
- $x_3$ : koszty operacyjne (mln euro).

#### Wyniki:

- $y_1$ : zysk brutto (mln euro).



**Zmienna  $x_1$ :** *Zatrudnienie*. Zmienna ta była już wykorzystywana w badaniu układu II. Giełda ma całkowity wpływ na poziom tej zmiennej, gdyż w pełni decyduje o poziomie zatrudnienia.

**Zmienna  $x_2$ :** *Majątek trwały netto*. Również ta zmienna została już opisana wcześniej. Podobnie, jak na zatrudnienie, giełda ma pełen wpływ na poziom tej zmiennej.

**Zmienna  $x_3$ :** *Koszty operacyjne*. Obejmuje ona wszystkie nakłady poniesione na bieżącą działalność operacyjną. Giełda ma oczywiście bezpośredni wpływ na poziom tej zmiennej. Źródłem danych były również sprawozdania finansowe giełd. Dla wszystkich krajów przyjęto wspólną jednostkę – milion euro.

**Zmienna  $y_1$ :** *Zysk brutto*. Wybrano właśnie tę pozycję rachunku zysków i strat, gdyż nie jest ona zaburzona wielkością podatku dochodowego, którego stawki są różne w różnych krajach. Dane uzyskano ze sprawozdań finansowych.

Zastosowana procedura kombinowanego doboru wprzód sugeruje, iż zmienna  $x_2$  jest nieistotna. Dlatego też w dalszych analizach wykorzystuje się bardzo prosty, niemalże tradycyjny dla badań dotyczących rentowności, układ zmiennych:

#### Nakłady:

- $x_1$ : zatrudnienie (liczba osób),
- $x_3$ : koszty operacyjne (mln euro)<sup>313</sup>.

#### Wyniki:

- $y_1$ : zysk brutto (mln euro).

Podobnie jak w poprzednich rozdziałach, zastosowano zorientowany na nakłady nieradialny model z nadefektywnością (model SE-SBM-I).

Z uwagi na to, że rozpatrywany obecnie układ jest bardzo zbliżony do tradycyjnych sformułowań metody DEA, w których badany obiekt ma pełen wpływ na nakłady i wyniki<sup>314</sup>, możliwa stała się również analiza benchmarkingowa – a zatem nie tylko porównanie efektywności badanych giełd, ale także wskazanie giełdom nieefektywnym kierunków poprawy efektywności.

---

<sup>313</sup> Ciekawym jest, iż mimo silnej korelacji zmiennej  $x_1$  oraz  $x_3$ , obie mają istotny wpływ na wartość wskaźnika efektywności i żadnej nie powinno się usuwać z modelu. Takie przypadki zaobserwowano już wcześniej i wskazuje się, iż korelacja między zmiennymi nie powinna stanowić jedynego kryterium ich doboru – patrz: Wagner i Shimshak (2007), s. 59

<sup>314</sup> Warto przypomnieć, że odzwierciedlenie tego założenia można znaleźć nawet w terminologii DEA, gdzie badane obiekty nazywa się jednostkami decyzyjnymi (ang. *decision-making units*), a więc jednostkami, które mogą swobodnie decydować o poziomie wykorzystywanych przez siebie nakładów i wyników.

Analogicznie, jak w poprzednich układach, badanie przeprowadzono w ujęciu globalnym (czasowo-przestrzennym) oraz osobno jako analizę czasową i przestrzenną, przy czym każda z nich w wersji brzegowej i warunkowej. Dla zachowania porównywalności rezultatów, w każdym wariantcie zastosowano ten sam model SE-SBM-I. Zastosowano również podobny sposób prezentacji i omawiania wyników

W obliczeniach nie brano pod uwagę giełdy OMX w roku 2003, gdyż według opublikowanego sprawozdania finansowego nie osiągnęła ona wtedy dodatniego zysku, a wykorzystane w badaniu modele DEA zakładają dodatnie wartości zmiennych<sup>315</sup>.

## 8.2. Analiza globalna

Wyniki analizy SE-SBM-I wraz z rankingiem giełd przedstawiono w tabeli 8.1.

### Syntetyczne rezultaty badania

➤ Analiza globalna w układzie III wskazała tylko 5 obiektów wzorcowych Są to, w kolejności rankingowej<sup>316</sup>, giełdy:

- hiszpańska (*Spa'05*) – wskaźnik efektywności na poziomie: 1,174;
- grecka (*Ath'03*) – 1,037;
- brytyjska (*Lon'05*) – 1,020;
- węgierska (*Bud'05*) – 1,012;
- niemiecka (*Deu'05*) – 1,003.

Różnice efektywności pomiędzy nimi są, jak widać, znikome.

➤ Giełda hiszpańska z roku 2005 działała w badanym okresie w sposób najlepszy – potrafiła wygenerować taki sam zysk, jak inne obiekty, ale wykorzystywała do tego najmniej nakładów. Jest ona wzorcem aż dla 38 obiektów nieefektywnych.

---

<sup>315</sup> Giełda ta nawet po przyjęciu pewnego umownego bardzo małego dodatniego „zysku” była nieefektywna. Dlatego jej wyłączenie z analizy nie zmienia rezultatów obliczeń. Jeżeli w rozwiązywanym modelu DEA obiekt jest nieefektywny, to pozostaje on nieefektywny przy niższym poziomie wyniku (zakładając, że pozostałe obiekty się nie zmieniają), gdyż efektywność obiektów w metodzie DEA wyznaczana jest tylko w oparciu o jednostki efektywne.

<sup>316</sup> Najsilniejszy wzorzec przedstawiony został jako pierwszy.

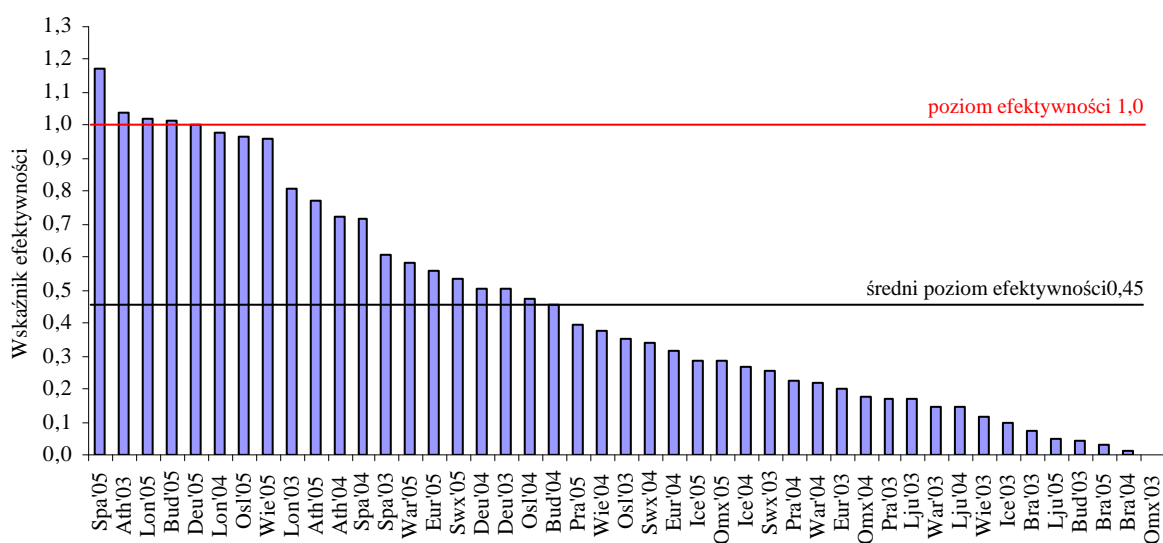
**Tab. 8.1. Układ III – giełda jako przedsiębiorstwo. Rezultaty analizy globalnej**

| Nr | Giełda        | SE-SBM       | Miejsce w rankingu | Wzorce               |
|----|---------------|--------------|--------------------|----------------------|
| 1  | <b>Ath'03</b> | <b>1,037</b> | <b>2</b>           | [0]                  |
| 2  | Bra'03        | 0,072        | 40                 | 42 (0,002)           |
| 3  | Bud'03        | 0,044        | 42                 | 42 (0,003)           |
| 4  | Deu'03        | 0,502        | 18                 | 42 (3,16)            |
| 5  | Eur'03        | 0,203        | 32                 | 42 (1,03)            |
| 6  | Ice'03        | 0,095        | 39                 | 42 (0,004)           |
| 7  | Lju'03        | 0,168        | 35                 | 42 (0,01)            |
| 8  | Lon'03        | 0,810        | 9                  | 34 (0,10), 42 (0,32) |
| 9  | Omx'03        | 0,0          | 45                 | brak                 |
| 10 | Osl'03        | 0,355        | 23                 | 42 (0,06)            |
| 11 | Pra'03        | 0,171        | 34                 | 42 (0,01)            |
| 12 | Spa'03        | 0,608        | 13                 | 42 (0,63)            |
| 13 | Swx'03        | 0,257        | 29                 | 42 (0,26)            |
| 14 | War'03        | 0,146        | 36                 | 42 (0,03)            |
| 15 | Wie'03        | 0,114        | 38                 | 42 (0,02)            |
| 16 | Ath'04        | 0,720        | 11                 | 42 (0,33)            |
| 17 | Bra'04        | 0,010        | 44                 | 42 (0,0002)          |
| 18 | Bud'04        | 0,453        | 20                 | 42 (0,03)            |
| 19 | Deu'04        | 0,504        | 17                 | 42 (3,19)            |
| 20 | Eur'04        | 0,316        | 25                 | 42 (1,52)            |
| 21 | Ice'04        | 0,267        | 28                 | 42 (0,01)            |
| 22 | Lju'04        | 0,145        | 37                 | 42 (0,005)           |
| 23 | Lon'04        | 0,978        | 6                  | 34 (0,09), 38 (0,46) |

| Nr | Giełda        | SE-SBM       | Miejsce w rankingu | Wzorce               |
|----|---------------|--------------|--------------------|----------------------|
| 24 | Omx'04        | 0,174        | 33                 | 42 (0,44)            |
| 25 | Osl'04        | 0,475        | 19                 | 42 (0,09)            |
| 26 | Pra'04        | 0,227        | 30                 | 42 (0,01)            |
| 27 | Spa'04        | 0,720        | 12                 | 42 (0,74)            |
| 28 | Swx'04        | 0,337        | 24                 | 42 (0,33)            |
| 29 | War'04        | 0,218        | 31                 | 42 (0,05)            |
| 30 | Wie'04        | 0,375        | 22                 | 42 (0,06)            |
| 31 | Ath'05        | 0,771        | 10                 | 42 (0,31)            |
| 32 | Bra'05        | 0,032        | 43                 | 42 (0,001)           |
| 33 | <b>Bud'05</b> | <b>1,012</b> | <b>4</b>           | [0]                  |
| 34 | <b>Deu'05</b> | <b>1,003</b> | <b>5</b>           | [4]                  |
| 35 | Eur'05        | 0,560        | 15                 | 42 (2,53)            |
| 36 | Ice'05        | 0,285        | 26                 | 42 (0,02)            |
| 37 | Lju'05        | 0,048        | 41                 | 42 (0,002)           |
| 38 | <b>Lon'05</b> | <b>1,020</b> | <b>3</b>           | [1]                  |
| 39 | Omx'05        | 0,283        | 27                 | 42 (0,64)            |
| 40 | Osl'05        | 0,965        | 7                  | 34 (0,01), 42 (0,14) |
| 41 | Pra'05        | 0,396        | 21                 | 42 (0,04)            |
| 42 | <b>Spa'05</b> | <b>1,174</b> | <b>1</b>           | [38]                 |
| 43 | Swx'05        | 0,535        | 16                 | 42 (0,52)            |
| 44 | War'05        | 0,583        | 14                 | 42 (0,14)            |
| 45 | Wie'05        | 0,958        | 8                  | 34 (0,02), 42 (0,04) |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Pełny ranking wszystkich badanych giełd, z punktu widzenia efektywności biznesowej, przedstawiono na rysunku 8.1.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.1. Układ III: Ranking efektywności giełd w latach 2003 – 2005**

Tabela 8.2. zawiera średnie statystyki dla grupy wszystkich 45 obiektów, a także osobno dla podgrup obiektów nieefektywnych i efektywnych:

**Tab.8.2. Charakterystyki syntetyczne analizy globalnej**

| Charakterystyki                     | Giełdy         |                   |               |
|-------------------------------------|----------------|-------------------|---------------|
|                                     | wszystkie (45) | nieefektywne (40) | efektywne (5) |
| <b>Średni wskaźnik efektywności</b> | 0,4473         | 0,3721            | 1,0492        |
| <b>Odchylenie standardowe</b>       | 0,3367         | 0,2758            | 0,0688        |
| <b>Współczynnik zmienności</b>      | 75,26%         | 74,13%            | 6,56%         |

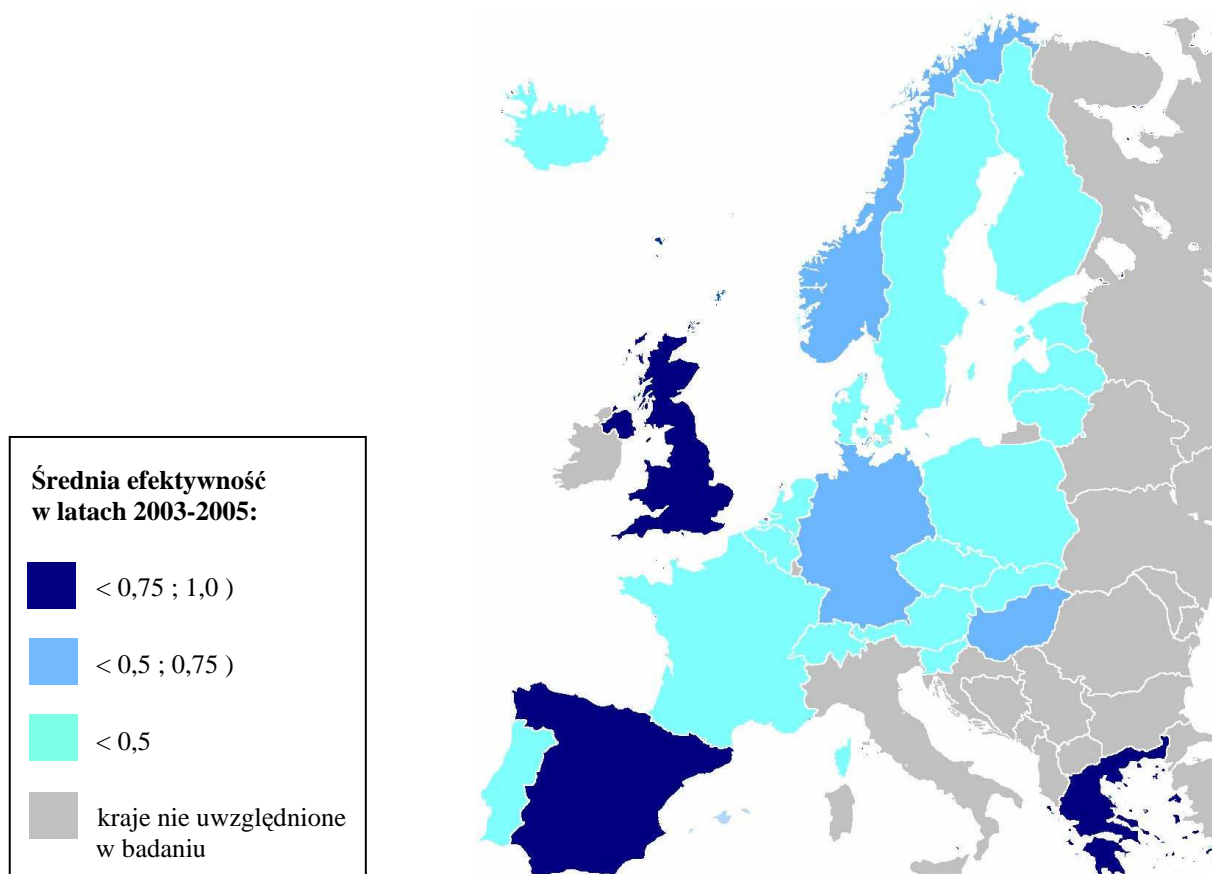
Źródło: Opracowanie własne

- Średni wskaźnik efektywności dla wszystkich badanych obiektów wynosił 0,45.
- Średnia efektywność obiektów wzorcowych i nieefektywnych to odpowiednio 1,05 oraz 0,37.
- Wyniki są dość silnie zróżnicowane, o czym informuje wysoki współczynnik zmienności (ponad 70%).

Tak zróżnicowane wskaźniki efektywności mogłyby budzić wątpliwości, gdyby nie szczególny charakter tego badania. Jedynym wynikiem w tym układzie jest zysk brutto, a zyskowność jest zjawiskiem charakteryzującym się niestabilnością. Dany obiekt w jednym roku może wygenerować wysoki zysk, a w roku następnym może osiągnąć stratę. Niestabilność ta przekłada się oczywiście na rezultaty badania efektywności.

### **Wnioski na temat zyskowności giełd**

- Przeciętna efektywność biznesowa giełd była raczej niska w badanym okresie. Co więcej, ponad połowa giełd (25 obiektów) cechuje się efektywnością niższą niż średnia w grupie. Oznacza to, iż większość giełd działała nieefektywnie i ponosiła zbyt duże nakłady w celu osiągnięcia danego poziomu zysku.
- Poziom średniej efektywności poszczególnych giełd w okresie 2003 - 2005 pokazano na zamieszczonej poniżej mapce:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.2. Efektywność giełd w poszczególnych krajach Europy – układ III**

Aż dziewięć na piętnaście giełd w latach 2003 – 2005 charakteryzowało się bardzo słabą średnią efektywnością – poniżej 0,5. Wśród pozostałych sześciu nie było ani jednej giełdy, która byłaby efektywna w okresie wszystkich badanych lat.

➤ Giełdy działające w Zachodniej Europie ocenione zostały nieco lepiej, niż giełdy wschodnie – za wyjątkiem giełdy w Atenach, która okazała się działać znacznie lepiej, niż pozostałe giełdy zaliczone do regionu wschodniego.

➤ Duże giełdy cechowała wyższa zyskowność. Poza grupami OMX i Euronext, pozostałe duże giełdy, a więc giełda brytyjska, niemiecka, hiszpańska oraz grecka, charakteryzowały się efektywnością przekraczającą poziom 0,65.

Jeśli chodzi o grupę OMX, można przypuszczać, że przyczyną jej słabych rezultatów jest fakt, iż w skład tej grupy wchodzi raczej słabe giełdy takie, jak litewska czy łotewska. Poza tym, grupa ta choć powstała w 1985 roku, niedawno przyłączyła do siebie giełdy w Tallinie i Rydze (2003 rok), w Wilnie (2004) oraz w Kopenhadze (2005). Prawdopodobnie więc, w badanym okresie ponosiła zwiększone koszty związane z połączeniem.

Również gwałtownym rozwojem można wyjaśnić niską efektywność grupy Euronext w badanym okresie. W roku 2002 do grupy tej przyłączono portugalską giełdę w Lizbonie, a także część giełdy brytyjskiej, dotyczącą instrumentów pochodnych.

Łączenie się jakichkolwiek jednostek gospodarczych zazwyczaj wiąże się z przejściowym wzrostem ponoszonych kosztów i spadkiem generowanych zysków. Można się więc spodziewać, iż przeprowadzenie analogicznej analizy efektywności obejmującej późniejsze lata wykaże znaczącą poprawę rezultatów powyższych giełd.

### **Analiza benchmarkingowa**

Jednym z głównych zastosowań analiz typu DEA są analizy benchmarkingowe. Polegają one na wyodrębnieniu spośród badanych jednostek obiektów efektywnych (wzorców, czyli tzw. benchmarków) oraz na poszukiwaniu dróg poprawy efektywności obiektów nieefektywnych poprzez wskazanie im odpowiednich wzorców, na których powinny się one wzorować w celu podniesienia swojej efektywności.

Warunkiem praktycznego zastosowania analizy benchmarkingowej jest pełen wpływ badanych obiektów na poziom nakładów (lub rezultatów) branych pod uwagę w badaniu<sup>317</sup>. Nie zawsze tak jest – przykładem są poprzednie dwa badane układy zmiennych, gdzie pełne zastosowanie analizy benchmarkingowej było niemożliwe i można było tylko wskazać pewne sugestie odnośnie poprawy efektywności.

W przypadku obecnie badanego układu III, o czym już wspomniano, giełdy mają pełen wpływ na poziom obu wykorzystywanych nakładów. Można więc wskazać obiektom nieefektywnym, o ile powinny zredukować swoje nakłady, aby znaleźć się na granicy efektywności.

Analizę benchmarkingową zaprezentowano na podstawie rezultatów analizy globalnej<sup>318</sup>, które zamieszczono w przedstawionej wcześniej tabeli 8.1. W kolumnie „Wzorce” tej tabeli, dla obiektów efektywnych, w nawiasach kwadratowych, podano liczbę obiektów, dla których jednostka ta została wskazana jako wzorzec.

➤ Wyróżniono pięć obiektów efektywnych, z czego trzy uznane zostały za wzorce dla obiektów nieefektywnych.

---

<sup>317</sup> Nakładów, jeżeli wykorzystuje się model zorientowany na nakłady; na poziom rezultatów – gdy wykorzystywany jest model zorientowany na wyniki.

<sup>318</sup> Oczywiście analizę benchmarkingową można analogicznie przeprowadzić wykorzystując rezultaty warunkowej analizy czasowej czy przestrzennej.

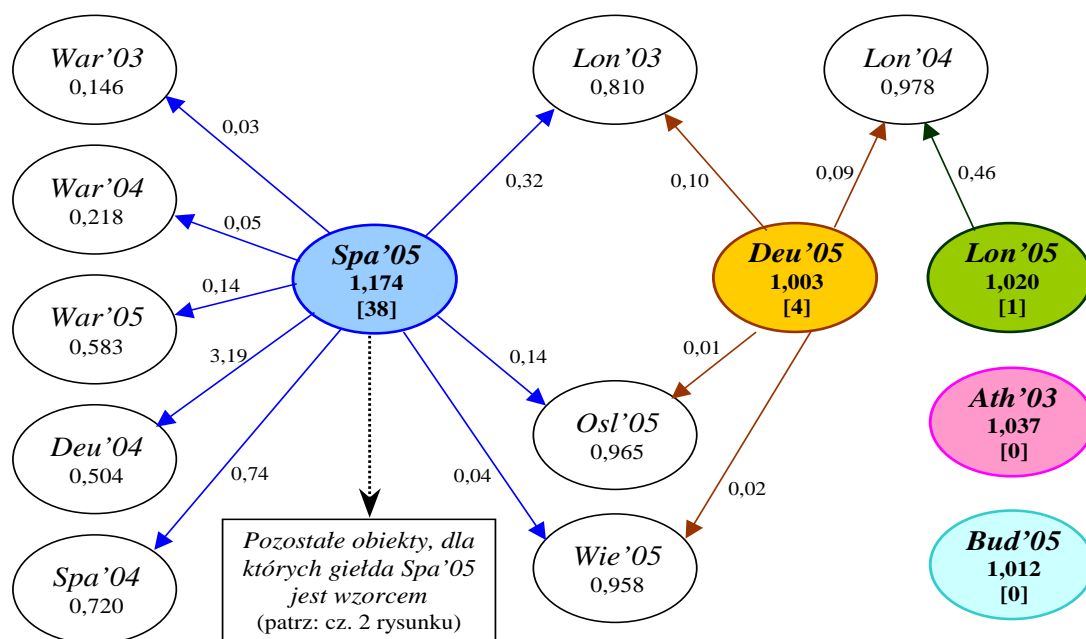
➤ Najsilniejszym wzorcem (aż dla 38 giełd) była giełda hiszpańska w roku 2005 (*Spa'05*). Drugim wzorcem była giełda niemiecka w tym samym roku (*Deu'05*), na której powinny się wzorować już tylko cztery giełdy. Trzeci wzorzec (tylko dla jednego obiektu) to giełda brytyjska (*Lon'05*).

➤ Giełda grecka w roku 2003 (*Ath'03*) oraz węgierska w 2005 roku (*Bud'05*) były efektywne, ale nie stały się wzorcem dla żadnego obiektu nieefektywnego.

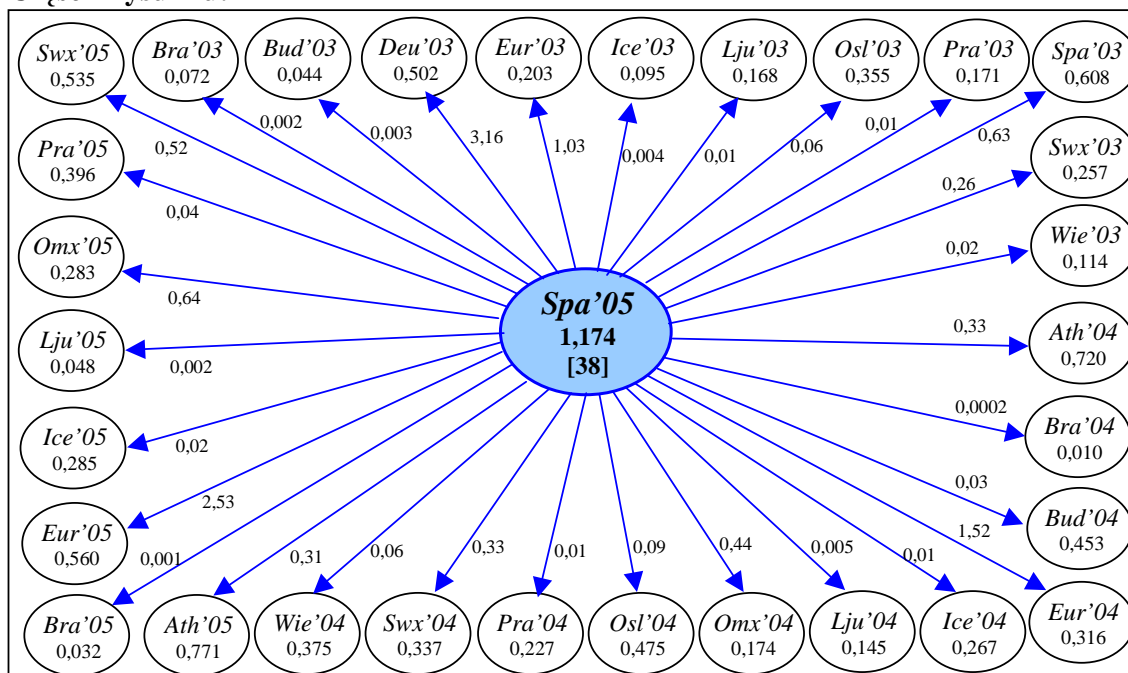
Benchmarki dla jednostek nieefektywnych również podane są w kolumnie „Wzorce” tabeli 8.1., Wskazano tam numery giełd efektywnych, na których powinny się wzorować obiekty nieefektywne oraz wagi intensywności  $\lambda$  (w nawiasach).

Na rysunku 8.3. zaprezentowano graf benchmarkingu, który pokazuje powiązania między giełdami. Składa się on z dwóch części – przy czym część druga jest rozwinięciem „gałęzi” giełdy hiszpańskiej (*Spa'05*).

Na rysunku elipsy symbolizują poszczególne obiekty. Wewnątrz każdej podano nazwę giełdy oraz uzyskany przez nią wskaźnik efektywności z modelu SE-SBM-I, a dla obiektu efektywnego w nawiasach kwadratowych podano liczbę obiektów dla których jest on wzorcem. Krawędzie grafu wychodzące z węzła danej giełdy efektywnej wskazują, dla których obiektów nieefektywnych jest ona wzorcem. Krawędzie są obciążone wagami intensywności  $\lambda$ . Informują one o tym, w jakich proporcjach obiekt nieefektywny powinien wykorzystać nakłady wskazanych dla niego wzorców, aby znaleźć się na granicy efektywności.



**Część 2 rysunku:**



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.3. Graf benchmarkingu (analiza globalna)**

➤ Przykładowo, giełda w Londynie w roku 2003 (*Lon'03*) charakteryzuje się wskaźnikiem efektywności równym 0,81. Oznacza to, iż aby uzyskać status giełdy efektywnej, powinna wygenerowany w roku 2003 zysk otrzymać przy nakładach niższych średnio o 19%.

Brytyjska giełda powinna wzorować się na giełdzie hiszpańskiej z roku 2005 (*Spa'05*), ze współczynnikiem intensywności  $\lambda_{Lon'03;Spa'05} = 0,32$  oraz na giełdzie niemieckiej (*Deu'05*), z wagą  $\lambda_{Lonr'03;Deu'05} = 0,1$ .

Zatem dla giełdy londyńskiej w roku 2005 projekcją wymaganych nakładów (dla uzyskania optymalnego poziomu efektywności) jest ważona suma nakładów giełd wzorcowych. Takie zalecane nakłady będą średnio o 19% niższe, niż nakłady faktycznie poniesione przez giełdę brytyjską w 2005 roku. Zalecana redukcja o 19% to wielkość uśredniona wskaźników indywidualnych  $\phi_i^{319}$ . Zalecaną redukcję poszczególnych nakładów dla giełdy *Lon'05*, wynikającą z rozwiązania modelu SE-SBM-I podano poniżej:

<sup>319</sup> Odróżnia to modele SBM od standardowych modeli CCR, które wskazują proporcjonalną redukcję wszystkich nakładów.



**Tab. 8.3. Optymalna projekcja poziomu nakładów dla Lon'05**

| Zmienna                   | Wartość początkowa | Wartość optymalna (projekcja) | Zmiana bezwzględna | Zmiana względna |
|---------------------------|--------------------|-------------------------------|--------------------|-----------------|
| $x_1$ : Zatrudnienie      | 513                | 513                           | -98,33             | 0,0%            |
| $x_2$ : Koszty operacyjne | 206,14             | 127,91                        | -78,23             | -37,95%         |

Źródło: Opracowanie własne

Średnia względna zmiana wynosi zatem w przybliżeniu  $-19\%$  i jest zalecaną redukcją wynikającą z zawartego w tabeli 8.1. wskaźnika  $\delta_{Lon'03} = 0,81$ , gdyż:  $1,0 - 0,81 = 0,19 = 19\%$ .

Powyższe rozważania wskazują zatem, iż giełda brytyjska byłaby efektywna (w świetle metody DEA), gdyby zredukowała poziom kosztów operacyjnych o  $38\%$ . Jak się okazuje, poziom zatrudnienia jest optymalny i nie należy go zmieniać.

### 8.3. Źródła nieefektywności giełd

Rezultaty obliczeń zamieszczono w tabeli 8.4. Dolna część tabeli zawiera średnie charakterystyki dla poszczególnych wskaźników, przy czym zostały one obliczone tylko dla obiektów nieefektywnych. Jak zaznaczono w rozdziałach poprzednich, wskaźników obiektów efektywnych nie dekomponuje się – w tabeli oznaczono je jako „efektywne”.

#### Wnioski wynikające z dekompozycji

➤ Giełdy nieefektywne pod względem zyskowności charakteryzują się niską średnią globalną efektywnością techniczną (0,44) i dość niską czystą efektywnością techniczną (0,69).

➤ W analizowanym układzie wskaźnik „biznesowej” efektywności skali jest stosunkowo niski i wynosi niecałe  $0,7$ <sup>320</sup>.

<sup>320</sup> Przypomnijmy, iż w radialnym wskaźniku efektywności z modelu CCR-I można wyróżnić dwie składowe – czystą efektywność techniczną oraz efektywność skali. Im większa różnica między wskaźnikami globalnej i czystej efektywności technicznej, tym udział nieefektywności skali we wskaźniku  $\theta_{CCR-I}$  jest większy, a wskaźnik *Scale* przyjmuje niższą wartość.

**Tab. 8.4. Dekompozycja wskaźników efektywności SBM-I**

| Nr | Obiekty       | CCR       | BCC    | Scale  | Slack  | SBM    |
|----|---------------|-----------|--------|--------|--------|--------|
| 1  | <i>Ath'03</i> | efektywna |        |        |        |        |
| 2  | <i>Bra'03</i> | 0,0983    | 0,8562 | 0,1149 | 0,7322 | 0,0720 |
| 3  | <i>Bud'03</i> | 0,0485    | 0,4194 | 0,1157 | 0,9129 | 0,0443 |
| 4  | <i>Deu'03</i> | 0,6323    | 0,6324 | 0,9999 | 0,7931 | 0,5015 |
| 5  | <i>Eur'03</i> | 0,2515    | 0,2518 | 0,9990 | 0,8088 | 0,2034 |
| 6  | <i>Ice'03</i> | 0,1099    | 0,9630 | 0,1141 | 0,8679 | 0,0954 |
| 7  | <i>Lju'03</i> | 0,1855    | 1,0    | 0,1855 | 0,9032 | 0,1676 |
| 8  | <i>Lon'03</i> | 0,9165    | 0,9179 | 0,9985 | 0,8840 | 0,8103 |
| 9  | <i>Omx'03</i> | x         | x      | x      | x      | x      |
| 10 | <i>Osl'03</i> | 0,3941    | 0,5213 | 0,7560 | 0,9016 | 0,3553 |
| 11 | <i>Pra'03</i> | 0,2066    | 0,6171 | 0,3348 | 0,8294 | 0,1713 |
| 12 | <i>Spa'03</i> | 0,6181    | 0,6188 | 0,9989 | 0,9836 | 0,6080 |
| 13 | <i>Swx'03</i> | 0,3300    | 0,3415 | 0,9663 | 0,7800 | 0,2574 |
| 14 | <i>War'03</i> | 0,1745    | 0,2238 | 0,7794 | 0,8365 | 0,1459 |
| 15 | <i>Wie'03</i> | 0,1357    | 0,3771 | 0,3600 | 0,8405 | 0,1141 |
| 16 | <i>Ath'04</i> | 0,8428    | 0,8583 | 0,9819 | 0,8544 | 0,7201 |
| 17 | <i>Bra'04</i> | 0,0140    | 0,9867 | 0,0142 | 0,7182 | 0,0101 |
| 18 | <i>Bud'04</i> | 0,5441    | 0,7243 | 0,7513 | 0,8328 | 0,4531 |
| 19 | <i>Deu'04</i> | 0,6342    | 0,6343 | 0,9999 | 0,7949 | 0,5041 |
| 20 | <i>Eur'04</i> | 0,3858    | 0,3859 | 0,9997 | 0,8199 | 0,3163 |
| 21 | <i>Ice'04</i> | 0,3102    | 0,9995 | 0,3103 | 0,8604 | 0,2669 |
| 22 | <i>Lju'04</i> | 0,1591    | 1,0    | 0,1591 | 0,9127 | 0,1452 |
| 23 | <i>Lon'04</i> | 0,9904    | 0,9913 | 0,9991 | 0,9872 | 0,9778 |
| 24 | <i>Omx'04</i> | 0,1992    | 0,1997 | 0,9974 | 0,8739 | 0,1741 |
| 25 | <i>Osl'04</i> | 0,5363    | 0,6325 | 0,8478 | 0,8867 | 0,4755 |
| 26 | <i>Pra'04</i> | 0,2527    | 0,6280 | 0,4024 | 0,8976 | 0,2268 |
| 27 | <i>Spa'04</i> | 0,7277    | 0,7283 | 0,9991 | 0,9889 | 0,7196 |
| 28 | <i>Swx'04</i> | 0,4272    | 0,4300 | 0,9936 | 0,7895 | 0,3373 |
| 29 | <i>War'04</i> | 0,2433    | 0,2780 | 0,8754 | 0,8953 | 0,2178 |
| 30 | <i>Wie'04</i> | 0,4599    | 0,6151 | 0,7476 | 0,8161 | 0,3753 |
| 31 | <i>Ath'05</i> | 0,9314    | 0,9462 | 0,9844 | 0,8282 | 0,7714 |
| 32 | <i>Bra'05</i> | 0,0445    | 1,0    | 0,0445 | 0,7207 | 0,0321 |
| 33 | <i>Bud'05</i> | efektywna |        |        |        |        |
| 34 | <i>Deu'05</i> | efektywna |        |        |        |        |
| 35 | <i>Eur'05</i> | 0,6923    | 0,7018 | 0,9865 | 0,8090 | 0,5601 |
| 36 | <i>Ice'05</i> | 0,3478    | 1,0    | 0,3478 | 0,8189 | 0,2848 |
| 37 | <i>Lju'05</i> | 0,0532    | 0,9056 | 0,0587 | 0,8955 | 0,0476 |
| 38 | <i>Lon'05</i> | efektywna |        |        |        |        |
| 39 | <i>Omx'05</i> | 0,3126    | 0,3130 | 0,9987 | 0,9037 | 0,2825 |
| 40 | <i>Osl'05</i> | 0,9916    | 1,0    | 0,9916 | 0,9735 | 0,9653 |
| 41 | <i>Pra'05</i> | 0,4835    | 0,8111 | 0,5961 | 0,8198 | 0,3964 |
| 42 | <i>Spa'05</i> | efektywna |        |        |        |        |
| 43 | <i>Swx'05</i> | 0,6778    | 0,6804 | 0,9962 | 0,7890 | 0,5348 |
| 44 | <i>War'05</i> | 0,6419    | 0,6453 | 0,9948 | 0,9088 | 0,5834 |
| 45 | <i>Wie'05</i> | 0,9854    | 1,0    | 0,9854 | 0,9727 | 0,9585 |

Charakterystyki (obiekty nieefektywne):

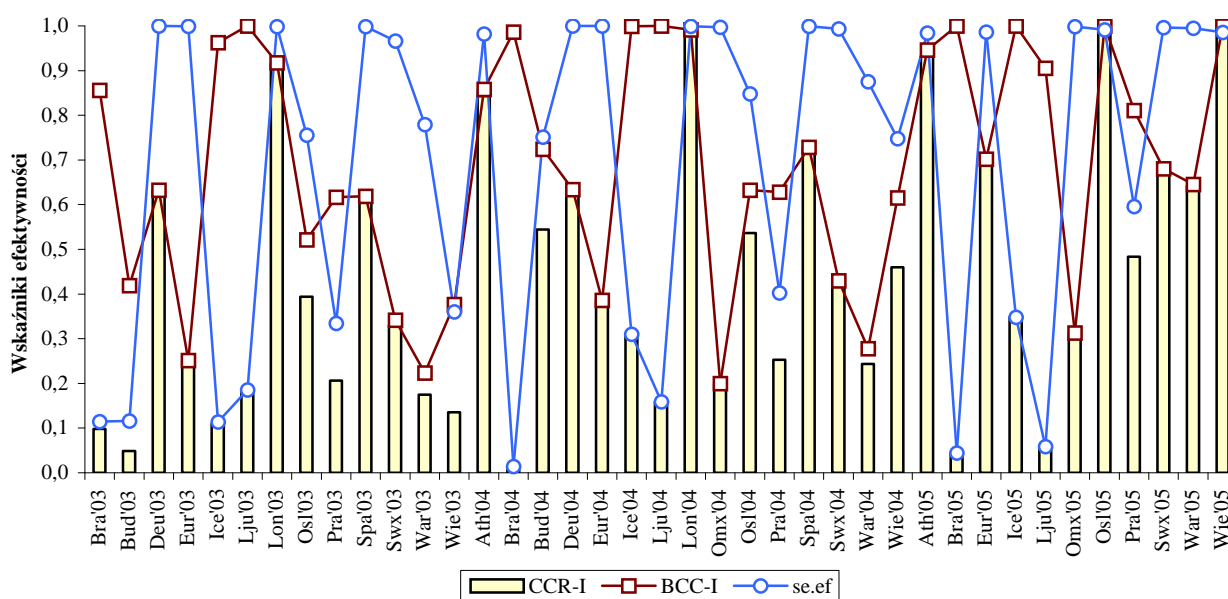
| Wskaźnik efektywności          | CCR-I  | BCC-I  | Scale  | Mix    | SBM-I  |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,4357 | 0,6881 | 0,6868 | 0,8575 | 0,3816 |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,2936 | 0,2601 | 0,3657 | 0,0696 | 0,2727 |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 67,39% | 37,79% | 53,24% | 8,12%  | 71,47% |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Zróżnicowanie efektywności skali jest wysokie. Około 30% obiektów charakteryzuje się silną nieefektywnością skali (średnio na poziomie 0,2). Są to giełdy małe, takie jak islandzka, słoweńska czy słowacka. Pod względem biznesowym, ich globalna efektywność techniczna jest bardzo niska, a czysta efektywność techniczna wysoka. Taka rozbieżność oznacza, iż nieefektywność globalna wynika przede wszystkim z faktu działania w nieoptymalnym obszarze korzyści skali, a nie z marnotrawienia nakładów.

Pozostałe 70% obiektów cechuje bardzo wysoka efektywność skali, średnio ponad 0,9. To z kolei oznacza, iż głównym źródłem niskiej globalnej nieefektywności w zakresie generowania zysku jest zbytnia nakładochłonność, gdyż obiekty te działają w prawie optymalnym obszarze efektów skali. Owa wysoka efektywność skali cechuje raczej giełdy duże, głównie z zachodniej części Europy. Są to przede wszystkim giełdy takie, jak niemiecka, Euronext, hiszpańska, brytyjska, ale też OMX. Spośród mniejszych giełd Europy Wschodniej i Centralnej najwyższą efektywnością skali cechują się przede wszystkim giełdy polska oraz grecka.

Wskazane powyżej zróżnicowanie poziomu efektywności skali widać na rysunku 8.4., obrazującym dekompozycję wskaźnika efektywności z modelu CCR-I:

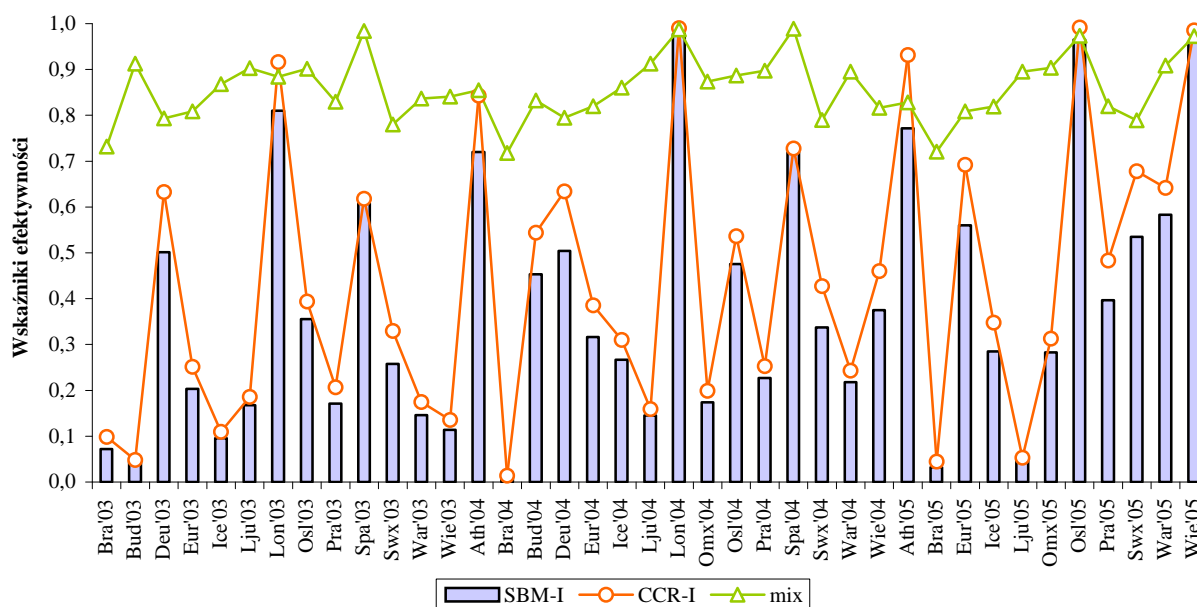


Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.4. Dekompozycja wskaźnika CCR-I (obiekty nieefektywne)**

➤ Rozwiązania modelu CCR-I dla większości badanych giełd nieefektywnych obarczone są niezerowymi luzami, na których występowanie wskazują niższe (w porównaniu z rozwiązaniami modelu CCR-I) wartości w kolumnie „SBM-I” tabeli 8.4. – średnio 0,38.

Jednak, jak wskazuje wysoka wartość nieradialnej składowej efektywności, luzy te nie są w większości przypadków wysokie (średnia wartość wskaźnika *Slack* wynosi 0,86)<sup>321</sup>. Pokazano to na rysunku 8.5., gdzie zaprezentowano dekompozycję wskaźnika SBM-I na część radialną (CCR-I) oraz nieradialną (*Slack*):



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.5. Dekompozycja wskaźnika SBM-I (obiekty nieefektywne)**

Podsumowując wnioski wynikające z dekompozycji, stwierdzić można, iż na tle obiektów wzorcowych badane giełdy nieefektywne charakteryzują się raczej niską globalną efektywnością w generowaniu zysku<sup>322</sup>.

Na tę nieefektywność składa się głównie niska czysta efektywność techniczna (oznaczająca zbyt dużą nakładochłonność). Efektywność radialna dla giełd małych, głównie z centralnej i wschodniej części Europy, jest dodatkowo obniżana przez silną nieefektywność skali, co sugeruje, iż nie działają one w optymalnym obszarze korzyści skali.

Składowa nieradialna również wpływa negatywnie na wartość globalnego wskaźnika efektywności z modelu SBM-I. Tutaj jednak wpływ ten jest dość nieznaczny, na co wskazuje wysoka wartość wskaźnika *Slack*.

<sup>321</sup> Wskaźniki efektywności z modelu CCR-I są nieco tylko wyższe, niż wartości wskaźników z modelu SBM-I. To powoduje, że wartości w kolumnie „Slack” tabeli 8.4. są wysokie.

<sup>322</sup> Należy pamiętać, iż jest to analiza efektywności względnej, zatem wskaźniki obiektów nieefektywnych ustalane są w odniesieniu do rezultatów obiektów efektywnych.

## 8.4. Analiza czasowa

### 8.4.1. Brzegowa analiza czasowa

W tabeli 8.5. zaprezentowano wyodrębnione ze względu na czas rezultaty analizy globalnej<sup>323</sup>.

#### Wnioski wynikające z brzegowej analizy czasowej

➤ Efektywność giełd z roku na rok poprawiała się, o czym informują wartości średnich rang zewnętrznych – dla giełd z roku 2003 średnia pozycja w rankingu wszystkich 45 giełd wynosiła 29. Dla roku 2004 było to już miejsce 24, a dla 2005 roku – 16.

**Tab. 8.5. Brzegowa analiza czasowa**

| Nr                                | Giełda     | 2003         |               |               | 2004   |               |               | 2005         |               |               |
|-----------------------------------|------------|--------------|---------------|---------------|--------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|
|                                   |            | SE-SBM       | Ranking wewn. | Ranking zewn. | SE-SBM | Ranking wewn. | Ranking zewn. | SE-SBM       | Ranking wewn. | Ranking zewn. |
| 1                                 | <i>Ath</i> | <b>1,037</b> | 1             | 2             | 0,720  | 2             | 11            | 0,771        | 7             | 10            |
| 2                                 | <i>Bra</i> | 0,072        | 13            | 40            | 0,010  | 15            | 44            | 0,032        | 15            | 43            |
| 3                                 | <i>Bud</i> | 0,044        | 14            | 42            | 0,453  | 6             | 20            | <b>1,012</b> | 3             | 4             |
| 4                                 | <i>Deu</i> | 0,502        | 4             | 18            | 0,504  | 4             | 17            | <b>1,003</b> | 4             | 5             |
| 5                                 | <i>Eur</i> | 0,203        | 7             | 32            | 0,316  | 9             | 25            | 0,560        | 9             | 15            |
| 6                                 | <i>Ice</i> | 0,095        | 12            | 39            | 0,267  | 10            | 28            | 0,285        | 12            | 26            |
| 7                                 | <i>Lju</i> | 0,168        | 9             | 35            | 0,145  | 14            | 37            | 0,048        | 14            | 41            |
| 8                                 | <i>Lon</i> | 0,810        | 2             | 9             | 0,978  | 1             | 6             | <b>1,020</b> | 2             | 3             |
| 9                                 | <i>Omx</i> | 0,0          | 15            | 45            | 0,174  | 13            | 33            | 0,283        | 13            | 27            |
| 10                                | <i>Osl</i> | 0,355        | 5             | 23            | 0,475  | 5             | 19            | 0,965        | 5             | 7             |
| 11                                | <i>Pra</i> | 0,171        | 8             | 34            | 0,227  | 11            | 30            | 0,396        | 11            | 21            |
| 12                                | <i>Spa</i> | 0,608        | 3             | 13            | 0,720  | 3             | 12            | <b>1,174</b> | 1             | 1             |
| 13                                | <i>Swx</i> | 0,257        | 6             | 29            | 0,337  | 8             | 24            | 0,535        | 10            | 16            |
| 14                                | <i>War</i> | 0,146        | 10            | 36            | 0,218  | 12            | 31            | 0,583        | 8             | 14            |
| 15                                | <i>Wie</i> | 0,114        | 11            | 38            | 0,375  | 7             | 22            | 0,958        | 6             | 8             |
| <b>Średnie rang zewnętrznych:</b> |            | ----         |               | <b>29</b>     | ----   | ----          | <b>24</b>     | ----         | ----          | <b>16</b>     |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Średnia efektywność giełd w zakresie zyskowności była niska, choć zwiększała się z roku na rok – od 0,31 w roku 2003 przez 0,40 w 2004 do 0,64 w 2005 roku. Wysoka efektywność w ostatnim roku zbieżna jest z tym, iż najwięcej giełd uzyskało wtedy status wzorca.

Coroczny wzrost efektywności potwierdzają także wskaźniki tylko giełd nieefektywnych (tabela 8.6.).

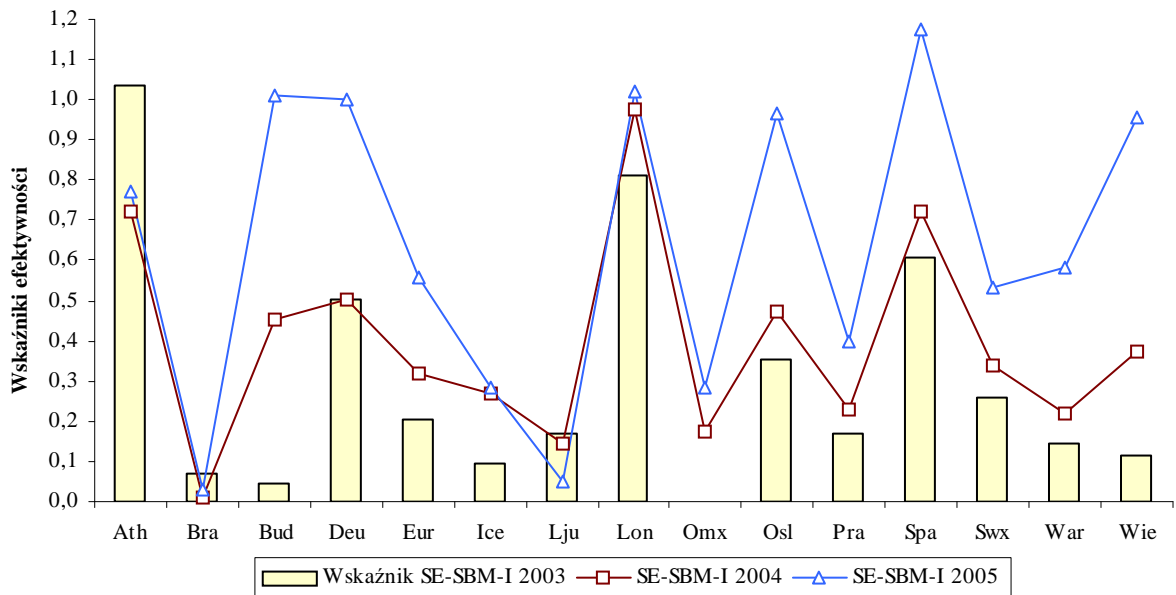
<sup>323</sup> Z uwagi na ujemny zysk grupy OMX w roku 2003, przyjęto, że efektywność tej giełdy wynosi zero.

**Tab. 8.6. Charakterystyki syntetyczne brzegowej analizy czasowej**

| Charakterystyki                | Giełdy 2003 |                   | Giełdy 2004 |                   | Giełdy 2005 |                   |
|--------------------------------|-------------|-------------------|-------------|-------------------|-------------|-------------------|
|                                | wszystkie   | nieefektywne (14) | wszystkie   | nieefektywne (15) | wszystkie   | nieefektywne (11) |
| <b>Średnia</b>                 | 0,306       | 0,253             | 0,395       | 0,395             | 0,642       | 0,492             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,294       | 0,227             | 0,247       | 0,247             | 0,363       | 0,307             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 96,1%       | 89,6%             | 62,7%       | 62,7%             | 56,6%       | 62,4%             |

Źródło: Opracowanie własne

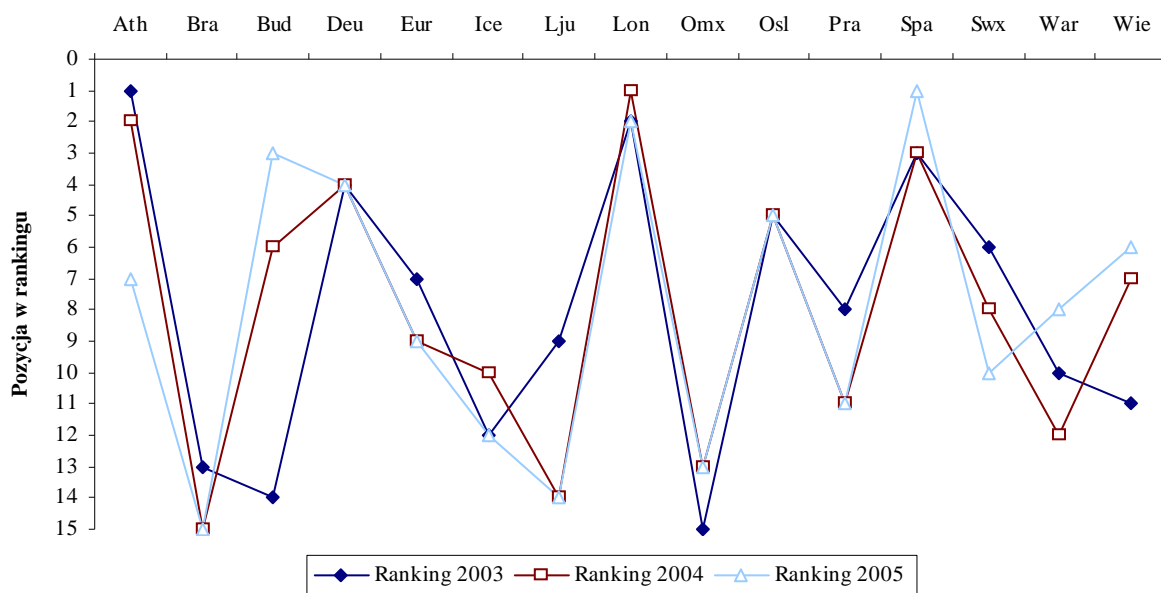
➤ Wysokie, ale malejące z roku na rok, współczynniki zmienności wskazują na duże zróżnicowanie sytuacji giełd. W danym roku działały zarówno giełdy o wysokiej zyskowności, jak i takie, które w porównaniu z innymi były słabe. Zmienność poziomu efektywności giełd pokazano także na rysunku 8.6.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.6. Zmiany poziomu efektywności w latach 2003 – 2005 (analiza brzegowa)**

➤ Mimo corocznego wzrostu efektywności, uporządkowanie giełd było raczej stabilne. Obrazuje to rysunek 8.7., na którym oś Y oznacza pozycję rankingową, której wyższa wartość oznacza niższe (czyli gorsze) miejsce w rankingu:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.7. Zmiany miejsc w rankingu giełd w poszczególnych latach (analiza brzegowa)**

Wyjątek stanowi giełda węgierska, która zanotowała bardzo wysokie wzrosty efektywności we wszystkich latach (w roku 2003 jej efektywność nie przekraczała 0,10, a w roku 2005 oceniona została ona jako efektywna).

➤ Stosunkowo dużą stabilność uporządkowań pokazują także wartości wykorzystanego w poprzednich rozdziałach miernika zgodności rankingów:

**Tab. 8.7. Miernik zgodności rankingów (brzegowa analiza czasowa)**

| Giełda                       | Skala zmiany miejsca 2003/2004 | Wartość miernika 2003/2004 | Skala zmiany miejsca 2004/2005 | Wartość miernika 2004/2005 | Skala zmiany miejsca 2003/2005 | Wartość miernika 2003/2005 |
|------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| <i>Ath</i>                   | -1                             | 0                          | -5                             | 1                          | -6                             | 1                          |
| <i>Bra</i>                   | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          | -2                             | 0                          |
| <i>Bud</i>                   | 8                              | 1                          | 3                              | 1                          | 11                             | 1                          |
| <i>Deu</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Eur</i>                   | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          | -2                             | 0                          |
| <i>Ice</i>                   | 2                              | 0                          | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Lju</i>                   | -5                             | 1                          | 0                              | 0                          | -5                             | 1                          |
| <i>Lon</i>                   | 1                              | 0                          | -1                             | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Omx</i>                   | 2                              | 0                          | 0                              | 0                          | 2                              | 0                          |
| <i>Osl</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Pra</i>                   | -3                             | 1                          | 0                              | 0                          | -3                             | 1                          |
| <i>Spa</i>                   | 0                              | 0                          | 2                              | 0                          | 2                              | 0                          |
| <i>Swx</i>                   | -2                             | 0                          | -2                             | 0                          | -4                             | 1                          |
| <i>War</i>                   | -2                             | 0                          | 4                              | 1                          | 2                              | 0                          |
| <i>Wie</i>                   | 4                              | 1                          | 1                              | 0                          | 5                              | 1                          |
| <b>Suma istotnych zmian:</b> |                                | <b>4</b>                   |                                | <b>3</b>                   |                                | <b>6</b>                   |

Źródło: Opracowanie własne

Porównując ranking z 2003 i 2004 roku, okazuje się, że tylko cztery giełd zmieniły miejsce w rankingu w sposób istotny. Z kolei porównanie lat 2004 i 2005 wskazuje na trzy istotne zmiany miejsca w rankingu, a lat 2003 i 2005 sześć zmian.

#### 8.4.2. Warunkowa analiza czasowa

Tym razem badaniu zostało poddanych piętnaście giełd w każdym roku osobno. Każda giełda opisana była – oczywiście – tym samym zestawem dwóch nakładów i jednego wyniku. Rezultaty zestawiono w tabeli 8.8., której dolna część zawiera średnie charakterystyki obliczone również dla wskaźników efektywności giełd nieefektywnych.

Tab. 8.8. Warunkowa analiza czasowa

| Nr | Giełda     | 2003         |         | 2004         |         | 2005         |         |
|----|------------|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|
|    |            | SE-SBM       | Ranking | SE-SBM       | Ranking | SE-SBM       | Ranking |
| 1  | <i>Ath</i> | <b>1,410</b> | 1       | <b>1,129</b> | 2       | 0,771        | 7       |
| 2  | <i>Bra</i> | 0,095        | 13      | 0,013        | 15      | 0,032        | 15      |
| 3  | <i>Bud</i> | 0,073        | 14      | 0,623        | 6       | <b>1,026</b> | 3       |
| 4  | <i>Deu</i> | 0,737        | 4       | 0,697        | 4       | <b>1,003</b> | 4       |
| 5  | <i>Eur</i> | 0,312        | 7       | 0,438        | 9       | 0,560        | 9       |
| 6  | <i>Ice</i> | 0,158        | 12      | 0,370        | 10      | 0,285        | 12      |
| 7  | <i>Lju</i> | 0,275        | 8       | 0,202        | 14      | 0,048        | 14      |
| 8  | <i>Lon</i> | <b>1,307</b> | 2       | <b>1,308</b> | 1       | <b>1,039</b> | 2       |
| 9  | <i>Omx</i> | 0,0          | 15      | 0,241        | 13      | 0,283        | 13      |
| 10 | <i>Osl</i> | 0,586        | 5       | 0,659        | 5       | 0,965        | 5       |
| 11 | <i>Pra</i> | 0,269        | 9       | 0,316        | 11      | 0,396        | 11      |
| 12 | <i>Spa</i> | <b>1,125</b> | 3       | <b>1,101</b> | 3       | <b>1,174</b> | 1       |
| 13 | <i>Swx</i> | 0,350        | 6       | 0,461        | 8       | 0,535        | 10      |
| 14 | <i>War</i> | 0,231        | 10      | 0,303        | 12      | 0,583        | 8       |
| 15 | <i>Wie</i> | 0,185        | 11      | 0,519        | 7       | 0,958        | 6       |

| Charakterystyki                | 2003      |                   | 2004      |                   | 2005      |                   |
|--------------------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|
|                                | wszystkie | nieefektywne (12) | wszystkie | nieefektywne (12) | wszystkie | nieefektywne (11) |
| <b>Średnia</b>                 | 0,474     | 0,273             | 0,559     | 0,404             | 0,644     | 0,492             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,445     | 0,202             | 0,358     | 0,195             | 0,365     | 0,307             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 93,9%     | 74,1%             | 64,1%     | 48,3%             | 56,8%     | 62,4%             |

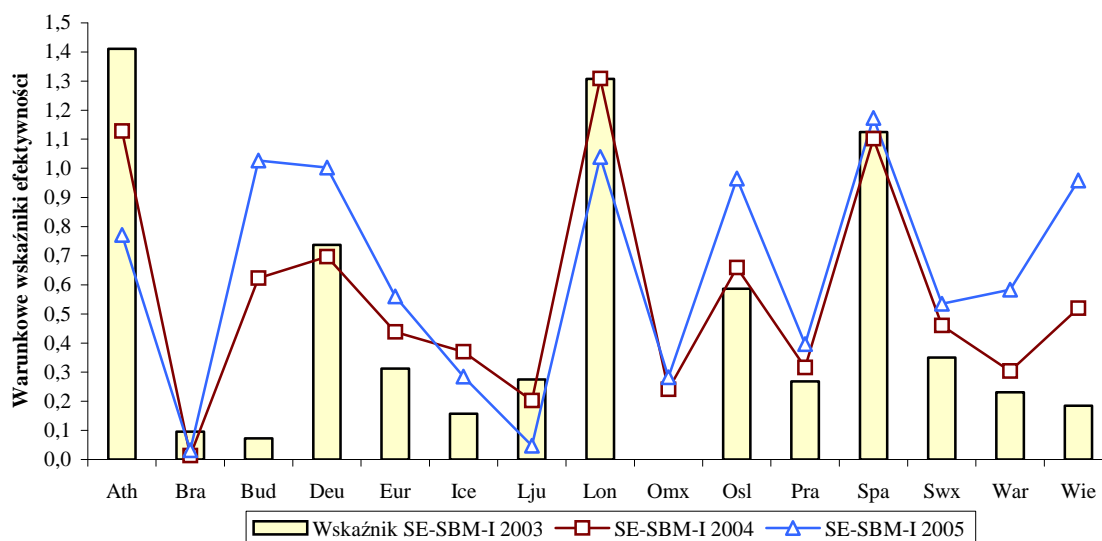
Źródło: Opracowanie własne

#### Wnioski wynikające z warunkowej analizy czasowej

➤ Średnia efektywność w świetle analizy warunkowej z roku na rok rosła. Nie jest to skutek zwiększającej się liczby obiektów efektywnych lub wzrostu tylko ich efektywności, gdyż średnie rezultaty obiektów nieefektywnych również wskazują na coroczną poprawę zyskowności giełd.



➤ Poziom efektywności biznesowej był zmienny, co widać na rysunku 8.8., który pokazuje poziom efektywności biznesowej badanych giełd w poszczególnych latach:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.8. Zmiany poziomu efektywności w latach 2003 – 2005 (analiza warunkowa)**

➤ Pomimo jednak dość znacznych różnic w poziomie efektywności – zarówno między badanymi giełdami, jak i w badanym okresie czasu – rankingi jednostek oparte o wskaźniki efektywności pozostały dość stabilne. Wzrostowa tendencja zmian efektywności dotyczyła więc wszystkich giełd, a ich porządek został zachowany. Odzwierciedla to miernik zgodności rankingów, który zamieszczono w tabeli 8.9.:

**Tab. 8.9. Miernik zgodności rankingów (warunkowa analiza czasowa)**

| Giełda                       | Skala zmiany miejsca 2003/2004 | Wartość miernika 2003/2004 | Skala zmiany miejsca 2004/2005 | Wartość miernika 2004/2005 | Skala zmiany miejsca 2003/2005 | Wartość miernika 2003/2005 |
|------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| <i>Ath</i>                   | -1                             | 0                          | -5                             | 1                          | -6                             | 1                          |
| <i>Bra</i>                   | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          | -2                             | 0                          |
| <i>Bud</i>                   | 8                              | 1                          | 3                              | 1                          | 11                             | 1                          |
| <i>Deu</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Eur</i>                   | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          | -2                             | 0                          |
| <i>Ice</i>                   | 2                              | 0                          | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Lju</i>                   | -6                             | 1                          | 0                              | 0                          | -6                             | 1                          |
| <i>Lon</i>                   | 1                              | 0                          | -1                             | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Omx</i>                   | 2                              | 0                          | 0                              | 0                          | 2                              | 0                          |
| <i>Osl</i>                   | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          | 0                              | 0                          |
| <i>Pra</i>                   | -2                             | 0                          | 0                              | 0                          | -2                             | 0                          |
| <i>Spa</i>                   | 0                              | 0                          | 2                              | 0                          | 2                              | 0                          |
| <i>Swx</i>                   | -2                             | 0                          | -2                             | 0                          | -4                             | 1                          |
| <i>War</i>                   | -2                             | 0                          | 4                              | 1                          | 2                              | 0                          |
| <i>Wie</i>                   | 4                              | 1                          | 1                              | 0                          | 5                              | 1                          |
| <b>Suma istotnych zmian:</b> |                                | <b>3</b>                   |                                | <b>3</b>                   |                                | <b>5</b>                   |

Źródło: Opracowanie własne

Istotną zmianę pozycji w następujących po sobie rankingach zaobserwowano każdorazowo dla trzech obiektów. Z kolei porównując rok 2003 z 2005, widać skumulowaną liczbę zmian w całym badanym okresie. Wskazuje ona, że istotnych zmian w rankingu było pięć.

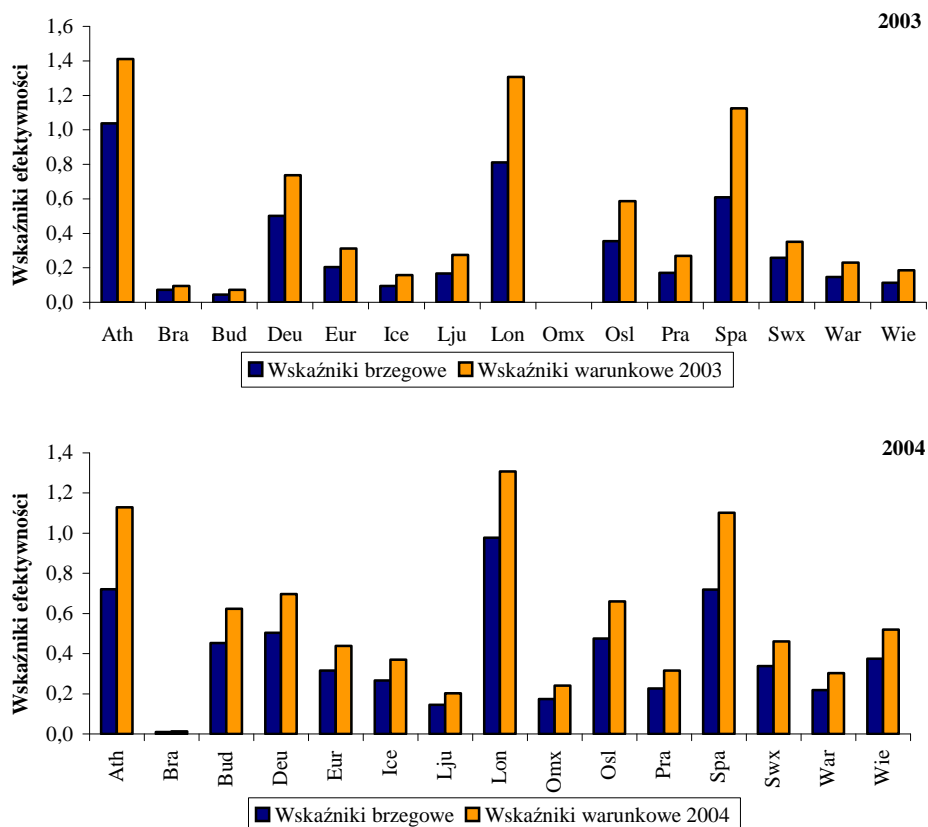
### 8.4.3. Porównanie rezultatów czasowej analizy brzegowej i warunkowej

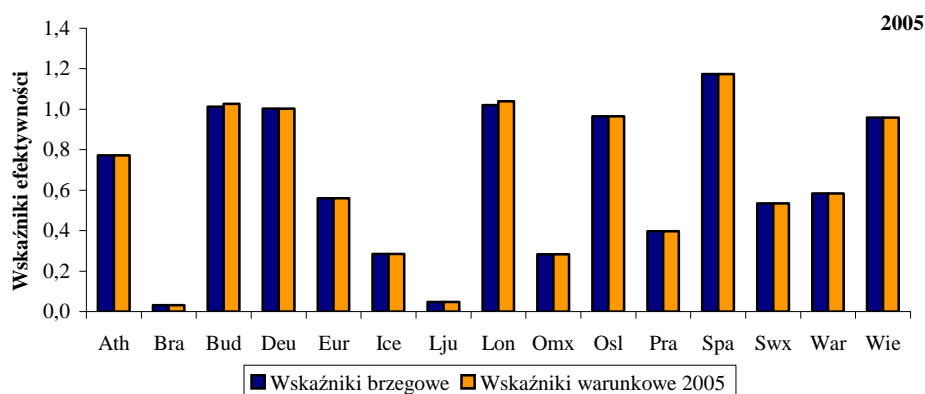
Zestawianie ze sobą rezultatów obu wariantów analizy czasowej pozwalało do tej pory sprawdzać, na ile analiza DEA prawidłowo ocenia efektywność giełd bez względu na liczebność badanej grupy. Umożliwiało to również zbadanie, czy efektywność biznesowa globalna danej giełdy – szacowana na tle wszystkich obiektów we wszystkich latach – jest podobna do jej efektywności lokalnej, szacowanej tylko na tle jednostek w danym roku.

Poniżej porównano wskaźniki efektywności w obu wersjach badania, a następnie dokonano zestawienia rankingów wynikających z obu wariantów.

### Wnioski wynikające z porównania wskaźników efektywności obu typów analiz

➤ Rezultaty obu analiz są niezwykle zbliżone, co pokazano na rysunku 8.9., na którym zamieszczono wykresy efektywności brzegowej i warunkowej w poszczególnych latach.





Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.9. Porównanie wartości wskaźników efektywności w kolejnych latach**

➤ Podobieństwo efektów obu wersji analizy czasowej wskazują także wartości współczynnika korelacji liniowej Pearsona:

| Rok   | 2003  | 2004  | 2005 |
|---|-------|-------|------|
| <b>Współczynnik korelacji liniowej Pearsona</b> | 0,987 | 0,993 | ≈1,0 |

Wskaźniki warunkowe były wyższe, niż brzegowe dla wszystkich giełd. Zwiększająca się liczba wzorców oraz wyższa efektywność wynika z tego, iż analiza warunkowa przeprowadzana jest dla dużo mniejszej liczby obiektów, co zazwyczaj powoduje przeszacowanie efektywności. Warto zwrócić uwagę, iż dla niektórych obiektów jest to dość znaczna różnica (widać to dobrze na rys. 8.9.). Nie zaburza ona jednak „proporcji” między obiektami w danym roku. Stąd tak wysokie współczynniki korelacji. Świadczy to dobrze o wartościach poznawczych warunkowego wariantu czasowej analizy DEA.

Mimo różnych wartości wskaźników efektywności, obie wersje analizy podobnie rozpoznają względną efektywność obiektów.

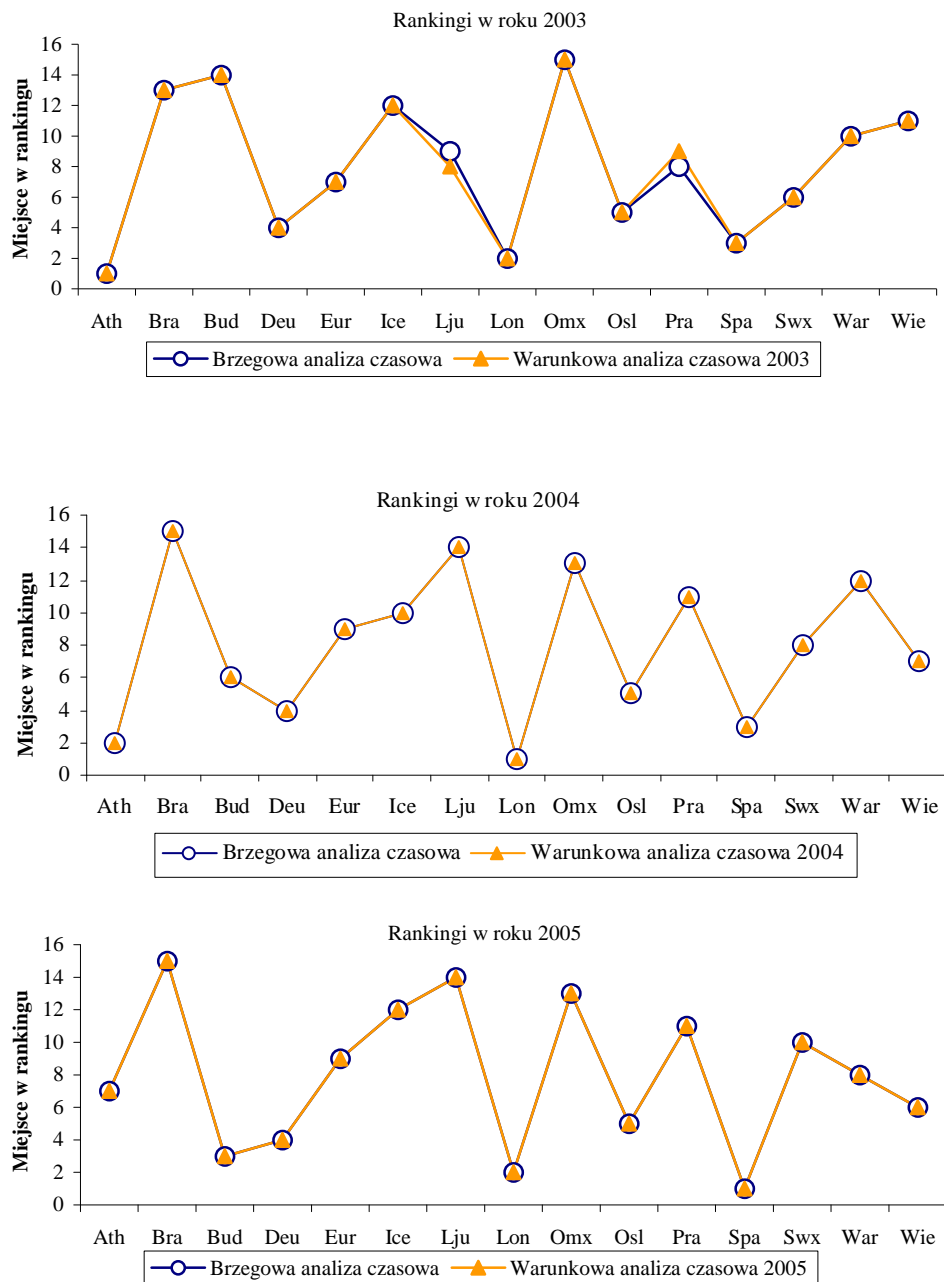
### Wnioski wynikające z porównania rankingów opartych na obu typach analiz

➤ Powyższe obserwacje wyraźnie potwierdzają też rankingi wynikające z analizy brzegowej i warunkowej. Uporządkowanie giełd ze względu na wartości wskaźnika efektywności jest praktycznie identyczne w obu wariantach analizy. Sugeruje to również współczynnik korelacji rang Spearmana:

| Rok  | 2003  | 2004 | 2005 |
|--|-------|------|------|
| <b>Współczynnik korelacji rang Spearmana</b> | 0,996 | 1,0  | 1,0  |

➤ Tak silną zbieżność uporządkowań potwierdza też miernik zgodności rankingów brzegowego i warunkowego w poszczególnych latach, który nie wykazał ani jednej istotnej

zmiany miejsca w rankingu dla żadnej giełdy. Miejsca giełd w obu rankingach w poszczególnych latach pokazano na rysunku 8.10.:



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.10. Porównanie rankingu obiektów w czasie (analiza brzegowa i warunkowa)**

➤ Podobnie, jak w przypadku poprzednio omawianych badań (w układach I oraz II), rezultaty te dobrze świadczą o metodzie DEA, która po raz kolejny, bez względu na zastosowany wariant, jednolicie oceniła relatywną efektywność biznesową giełd. Ponownie, zbliżona jest nawet lista wzorców wskazanych w analizie brzegowej i warunkowej. Wzorce wyodrębnione przez oba rodzaje analizy przedstawiono poniżej:

| Typ analizy       | Lista wzorców        |                      |                           |
|-------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|
|                   | 2003                 | 2004                 | 2005                      |
| Analiza brzegowa  | <i>Ath</i>           | ----                 | <i>Bud, Deu, Lon, Spa</i> |
| Analiza warunkowa | <i>Ath, Lon, Spa</i> | <i>Ath, Lon, Spa</i> | <i>Bud, Deu, Lon, Spa</i> |

## 8.5. Analiza przestrzenna

W tej części zaprezentowano rezultaty analizy przestrzennej, czyli badania efektywności ze względu na położenie geograficzne badanych obiektów. Wykorzystano podział geograficzny zastosowany w poprzednich rozdziałach.

### 8.5.1. Brzegowa analiza przestrzenna

Tabela 8.10. obejmuje wyodrębnione ze względu na położenie geograficzne rezultaty analizy globalnej.

**Tab. 8.10. Brzegowa analiza przestrzenna**

| Europa Zachodnia |               |              |                 |               | Europa Wschodnia |               |              |                 |               |
|------------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|------------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|
| Nr               | Giełda        | SE-SBM       | Ranking wewn.   | Ranking zewn. | Nr               | Giełda        | SE-SBM       | Ranking wewn.   | Ranking zewn. |
| 1                | <i>Deu'03</i> | 0,502        | 12              | 18            | 1                | <i>Ath'03</i> | <b>1,037</b> | <b>1</b>        | <b>2</b>      |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 0,203        | 20              | 32            | 2                | <i>Bra'03</i> | 0,072        | 19              | 40            |
| 3                | <i>Ice'03</i> | 0,095        | 21              | 39            | 3                | <i>Bud'03</i> | 0,044        | 21              | 42            |
| 4                | <i>Lon'03</i> | 0,810        | 6               | 9             | 4                | <i>Lju'03</i> | 0,168        | 15              | 35            |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 0,355        | 14              | 23            | 5                | <i>Omx'03</i> | 0,0          | 24              | 45            |
| 6                | <i>Spa'03</i> | 0,608        | 8               | 13            | 6                | <i>Pra'03</i> | 0,171        | 14              | 34            |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 0,257        | 19              | 29            | 7                | <i>War'03</i> | 0,146        | 16              | 36            |
| 8                | <i>Deu'04</i> | 0,504        | 11              | 17            | 8                | <i>Wie'03</i> | 0,114        | 18              | 38            |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 0,316        | 16              | 25            | 9                | <i>Ath'04</i> | 0,720        | 5               | 11            |
| 10               | <i>Ice'04</i> | 0,267        | 18              | 28            | 10               | <i>Bra'04</i> | 0,010        | 23              | 44            |
| 11               | <i>Lon'04</i> | 0,978        | 4               | 6             | 11               | <i>Bud'04</i> | 0,453        | 7               | 20            |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 0,475        | 13              | 19            | 12               | <i>Lju'04</i> | 0,145        | 17              | 37            |
| 13               | <i>Spa'04</i> | 0,720        | <b>7</b>        | 12            | 13               | <i>Omx'04</i> | 0,174        | 13              | 33            |
| 14               | <i>Swx'04</i> | 0,337        | 15              | 24            | 14               | <i>Pra'04</i> | 0,227        | 11              | 30            |
| 15               | <i>Deu'05</i> | <b>1,003</b> | <b>3</b>        | <b>5</b>      | 15               | <i>War'04</i> | 0,218        | 12              | 31            |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 0,560        | 9               | 15            | 16               | <i>Wie'04</i> | 0,375        | 9               | 22            |
| 17               | <i>Ice'05</i> | 0,285        | 17              | 26            | 17               | <i>Ath'05</i> | 0,771        | 4               | 10            |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>1,020</b> | <b>2</b>        | <b>3</b>      | 18               | <i>Bra'05</i> | 0,032        | 22              | 43            |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 0,965        | 5               | 7             | 19               | <i>Bud'05</i> | <b>1,012</b> | <b>2</b>        | <b>4</b>      |
| 20               | <i>Spa'05</i> | <b>1,174</b> | <b>1</b>        | <b>1</b>      | 20               | <i>Lju'05</i> | 0,048        | 20              | 41            |
| 21               | <i>Swx'05</i> | 0,535        | 10              | 16            | 21               | <i>Omx'05</i> | 0,283        | 10              | 27            |
| -----            |               |              | <b>Średnia:</b> | <b>17</b>     | -----            |               |              | <b>Średnia:</b> | <b>28</b>     |

Źródło: Opracowanie własne

## Wnioski wynikające z brzegowej analizy przestrzennej

➤ Generując zysk, giełdy zachodnie średnio efektywniej wykorzystywały swoje nakłady. Wskazują na to pozycje giełd w rankingu zewnętrznym, opartym na wartościach wskaźnika efektywności. Średnia pozycja rankingowa dla tej grupy giełd jest wyższa.

➤ Przewagę giełd zachodnich potwierdzają także zamieszczone w tabeli 8.11. syntetyczne charakterystyki rezultatów tego wariantu analizy efektywności:

**Tab. 8.11. Syntetyczne charakterystyki brzegowej analizy przestrzennej**

| Charakterystyki         | Europa Zachodnia |                   | Europa Wschodnia |                   |
|-------------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
|                         | wszystkie        | nieefektywne (18) | wszystkie        | nieefektywne (22) |
| Średnia                 | 0,570            | 0,487             | 0,340            | 0,278             |
| Odchylenie standardowe  | 0,307            | 0,247             | 0,325            | 0,262             |
| Współczynnik zmienności | 53,8%            | 50,6%             | 95,6%            | 94,4%             |

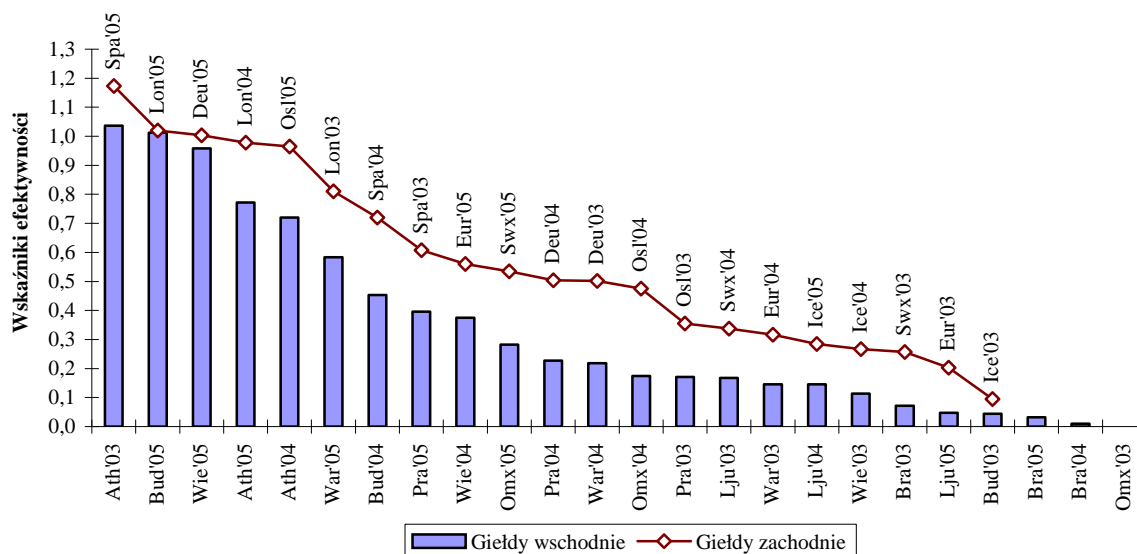
Źródło: Opracowanie własne

Średnia efektywność giełd grupy zachodniej to 0,57. Jest to dużo lepszy rezultat od tego, jaki uzyskały giełdy wschodnie (0,34). Współczynnik zmienności wskazuje dodatkowo, że wskaźniki efektywności biznesowej giełd Europy Wschodniej charakteryzują się dużo większym zróżnicowaniem, co sygnalizuje istnienie w tej grupie obiektów zarówno o silnej, jak i bardzo słabej efektywności.

➤ Aby uniknąć zawyżenia średniej efektywności przez często znacznie nadefektywne obiekty wzorcowe, należy przyjrzeć się tylko результатам obiektów nieefektywnych. W tym przypadku potwierdzają one, iż giełdy w grupie zachodniej działają relatywnie lepiej pod względem zyskowności (średnia efektywność to 0,49), niż giełdy wschodnie (średnio 0,28).

Oznacza to, iż w porównaniu z giełdami wschodnimi, giełdy krajów Europy Zachodniej dużo lepiej sprawdzały się w roli przedsiębiorstwa, które dąży do minimalizacji kosztów ponoszonych w celu wygenerowania danego poziomu zysku<sup>324</sup>. Przewagę giełd zachodnich ilustruje dobrze rysunek 8.11.

<sup>324</sup> Jest to całkowicie zgodne z oczekiwaniami, gdyż taka „postawa” obiektu gospodarczego cechuje jednostki działające w gospodarkach wolnorynkowych. Można przypuszczać, iż giełdy zachodnie działają lepiej dzięki wieloletniemu doświadczeniu w funkcjonowaniu na zasadach wolnego rynku. Giełdy wschodnie, które mają siedziby w byłych krajach socjalistycznych, nie mają takich „nawyków” wolnorynkowych. Po upadku Związku Radzieckiego powoływane były na wzór giełd działających w krajach zachodnich, można więc sądzić, iż dopiero uczą się efektywności biznesowej.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.11. Efektywność w grupie zachodniej i wschodniej giełd (analiza brzegowa)**

Potwierdzeniem powyższych spostrzeżeń jest fakt, iż obiektami wskazanymi jako wzorce dla największej liczby obiektów nieefektywnych w tej wersji analizy były właśnie giełdy zachodnie – hiszpańska, niemiecka i brytyjska. Pozostałe dwie giełdy efektywne – grecka i węgierska (należące do grupy wschodniej) są wprawdzie efektywne, ale nie są wzorcami dla żadnego obiektu nieefektywnego.

### 8.5.2. Warunkowa analiza przestrzenna

Rezultaty tego wariantu analizy zamieszczono w tabeli 8.12.:

#### Wnioski wynikające z warunkowej analizy przestrzennej

➤ Przeciętna „warunkowa” efektywność w grupie zachodniej (0,57) była wyższa niż w grupie wschodniej (niecałe 0,40). Potwierdzają to także rezultaty tylko obiektów nieefektywnych – grupa zachodnia oceniona została na poziomie 0,49 i była prawie dwukrotnie lepsza pod względem zyskowności, niż nieefektywna część grupy wschodniej (0,29).

**Tab. 8.12. Warunkowa analiza przestrzenna**

| Europa Zachodnia |               |              |          |
|------------------|---------------|--------------|----------|
| Nr               | Obiekty       | SE-SBM       | Ranking  |
| 1                | <i>Deu'03</i> | 0,502        | 12       |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 0,203        | 20       |
| 3                | <i>Ice'03</i> | 0,095        | 21       |
| 4                | <i>Lon'03</i> | 0,810        | 6        |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 0,355        | 14       |
| 6                | <i>Spa'03</i> | 0,608        | 8        |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 0,257        | 19       |
| 8                | <i>Deu'04</i> | 0,504        | 11       |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 0,316        | 16       |
| 10               | <i>Ice'04</i> | 0,267        | 18       |
| 11               | <i>Lon'04</i> | 0,978        | 4        |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 0,475        | 13       |
| 13               | <i>Spa'04</i> | 0,720        | 7        |
| 14               | <i>Swx'04</i> | 0,337        | 15       |
| 15               | <i>Deu'05</i> | <b>1,003</b> | <b>3</b> |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 0,560        | 9        |
| 17               | <i>Ice'05</i> | 0,285        | 17       |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>1,020</b> | <b>2</b> |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 0,965        | 5        |
| 20               | <i>Spa'05</i> | <b>1,186</b> | <b>1</b> |
| 21               | <i>Swx'05</i> | 0,535        | 10       |

| Europa Wschodnia |               |              |          |
|------------------|---------------|--------------|----------|
| Nr               | Obiekty       | SE-SBM       | Ranking  |
| 1                | <i>Ath'03</i> | <b>1,037</b> | <b>3</b> |
| 2                | <i>Bra'03</i> | 0,076        | 19       |
| 3                | <i>Bud'03</i> | 0,051        | 21       |
| 4                | <i>Lju'03</i> | 0,193        | 14       |
| 5                | <i>Omx'03</i> | 0,0          | 24       |
| 6                | <i>Pra'03</i> | 0,192        | 15       |
| 7                | <i>War'03</i> | 0,164        | 17       |
| 8                | <i>Wie'03</i> | 0,143        | 18       |
| 9                | <i>Ath'04</i> | 0,815        | 5        |
| 10               | <i>Bra'04</i> | 0,011        | 23       |
| 11               | <i>Bud'04</i> | 0,508        | 7        |
| 12               | <i>Lju'04</i> | 0,168        | 16       |
| 13               | <i>Omx'04</i> | 0,215        | 13       |
| 14               | <i>Pra'04</i> | 0,261        | 11       |
| 15               | <i>War'04</i> | 0,250        | 12       |
| 16               | <i>Wie'04</i> | 0,476        | 9        |
| 17               | <i>Ath'05</i> | 0,864        | 4        |
| 18               | <i>Bra'05</i> | 0,034        | 22       |
| 19               | <i>Bud'05</i> | <b>1,168</b> | <b>2</b> |
| 20               | <i>Lju'05</i> | 0,055        | 20       |
| 21               | <i>Omx'05</i> | 0,345        | 10       |
| 22               | <i>Pra'05</i> | 0,502        | 8        |
| 23               | <i>War'05</i> | 0,674        | 6        |
| 24               | <i>Wie'05</i> | <b>1,277</b> | <b>1</b> |

| Charakterystyki                | Wszystkie | Nieefektywne (18) |
|--------------------------------|-----------|-------------------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,571     | 0,487             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,308     | 0,247             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 53,9%     | 50,6%             |

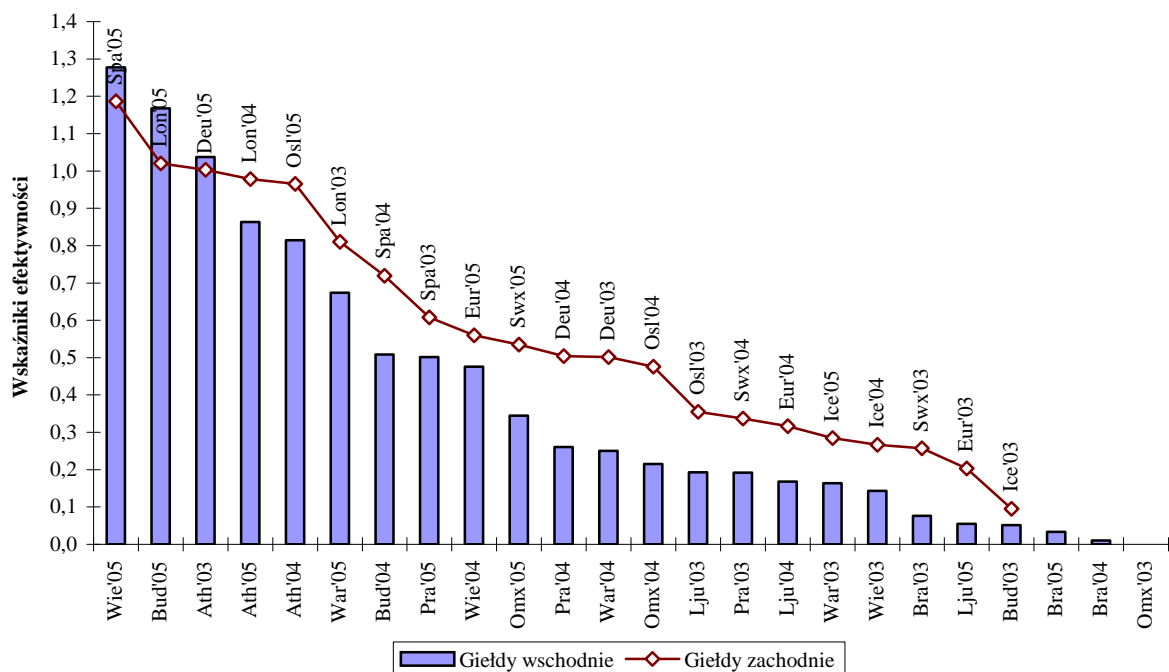
| Charakterystyki                | Wszystkie | Nieefektywne (21) |
|--------------------------------|-----------|-------------------|
| <b>Średnia</b>                 | 0,395     | 0,286             |
| <b>Odchylenie standardowe</b>  | 0,376     | 0,253             |
| <b>Współczynnik zmienności</b> | 95,1%     | 88,7%             |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Giełdy wschodnie były znacznie bardziej zróżnicowane pod względem wartości wskaźnika efektywności biznesowej, niż giełdy zachodnie.

Przewagę giełd grupy zachodniej nad giełdami wschodnimi oraz duże zróżnicowanie rezultatów warunkowych ilustruje rysunek 8.12.:





Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.12. Efektywność w grupie zachodniej i wschodniej (analiza warunkowa)**

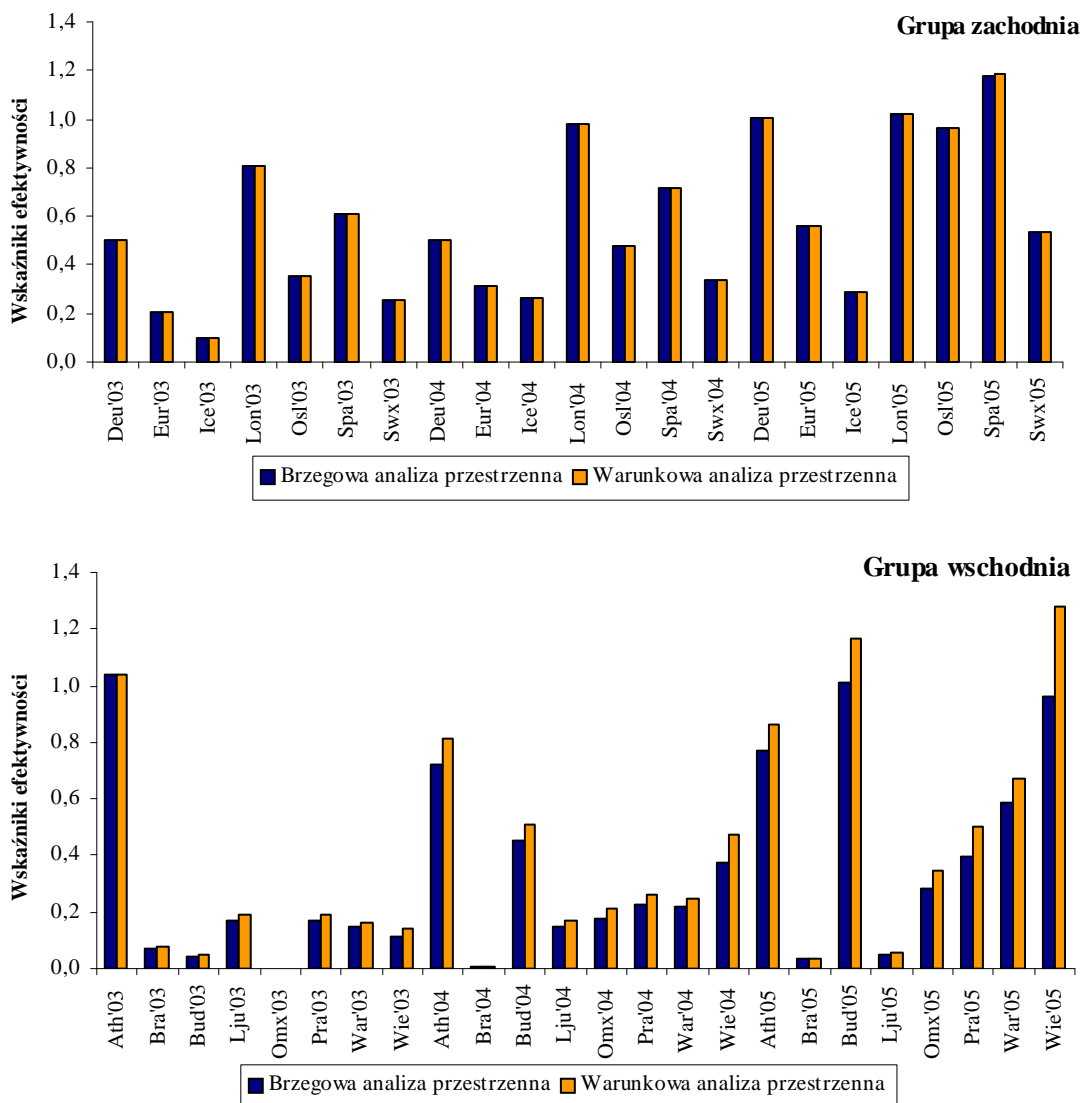
### 8.5.3. Porównanie rezultatów przestrzennej analizy brzegowej i warunkowej

Wariant brzegowy analizy w obu grupach pokazał efektywność globalną poszczególnych giełd, którą szacuje się na tle obiektów z obu grup. W wariantcie warunkowym zbadano efektywność lokalną – a więc szacowaną tylko dla danej podgrupy obiektów. Poniżej porównano najpierw wskaźniki efektywności w obu wersjach badania, a potem rankingi wynikające z obu wariantów.

#### Wnioski wynikające z porównania wskaźników efektywności obu typów analiz

Na rysunku 8.13. zamieszczono dwa wykresy. Na pierwszym zestawiono ze sobą wskaźniki efektywności „brzegowej” i „warunkowej” dla giełd zachodnich. Drugi zawiera analogiczne porównanie, ale dla grupy wschodniej.

➤ Rezultaty wariantu brzegowego i warunkowego dla obu badanych grup były bardzo do siebie podobne. W grupie wschodniej widać nieznaczne przeszacowanie wartości wskaźników efektywności w przypadku analizy warunkowej, które może być efektem mniejszej liczby obiektów badanym w wariantcie warunkowym.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.13. Porównanie wartości wskaźników efektywności w grupach zachodniej i wschodniej**

➤ Warto zwrócić uwagę, iż efektywność „globalna” (a więc brzegowa) danej giełdy jest w większości przypadków bardzo podobna do jej efektywności „lokalnej”, a więc oszacowanej tylko na tle danej podgrupy giełd. Wskazuje to na silną zbieżność rezultatów obu wersji analiz.

Podobnie, jak w poprzednich obszarach badań, silna (prawie idealna) zbieżność efektywności obu typów w grupie zachodniej jest konsekwencją tego, iż wzorcami globalnymi dla giełd zachodnich są tylko giełdy zachodnie (hiszpańska, niemiecka i brytyjska). Oznacza to, iż po podziale giełd na grupę zachodnią i wschodnią (wariant warunkowy), efektywność nieefektywnych obiektów z grupy zachodniej była nadal szacowana w oparciu o te same wzorce.

Jednak w grupie wschodniej usunięcie z analizy giełd zachodnich spowodowało wyznaczenie nowych wzorców (głównym wzorcem globalnym była giełda hiszpańska w roku 2005), a dokładniej – jednego wzorca, którym okazała się giełda węgierska w roku 2005 (*Bud'05*). Zmiana wzorca nie wpłynęła jednak znacząco na rezultaty większości giełd.

W największym stopniu zmieniła się efektywność giełdy austriacka w roku 2005 z 0,96 w wersji brzegowej do 1,28 w wersji warunkowej. Oznacza to, iż dla nieefektywnych giełd wschodnich giełda hiszpańska i węgierska w roku 2005 są porównywalne w roli wzorców.

Tak mała zmiana wartości wskaźników efektywności brzegowej i warunkowej wynika stąd, iż nowy, „lokalny” wzorzec, jakim jest giełda w Budapeszcie, jest także globalnym wzorcem (czyli w ramach analizy globalnej, a co za tym idzie – także brzegowej), a więc nie odbiega znacząco pod względem badanej zyskowności od pozostałych (zachodnich) wzorców globalnych

### Wnioski wynikające z porównania rankingów opartych na obu typach analiz

W zamieszczonej poniżej tabeli 8.13. zestawiono rankingi wynikające z brzegowej i warunkowej przestrzennej analizy efektywności biznesowej.

**Tab. 8.13. Analiza brzegowa i warunkowa – porównanie rankingów**

| Europa Zachodnia |               |                             |                   | Europa Wschodnia |               |                             |                   |
|------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|
| Nr               | Giełda        | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy | Nr               | Giełda        | Ranking brzegowy wewnętrzny | Ranking warunkowy |
| 1                | <i>Deu'03</i> | 12                          | 12                | 1                | <i>Ath'03</i> | <b>1</b>                    | <b>3</b>          |
| 2                | <i>Eur'03</i> | 20                          | 20                | 2                | <i>Bra'03</i> | 19                          | 19                |
| 3                | <i>Ice'03</i> | 21                          | 21                | 3                | <i>Bud'03</i> | 21                          | 21                |
| 4                | <i>Lon'03</i> | 6                           | 6                 | 4                | <i>Lju'03</i> | 15                          | 14                |
| 5                | <i>Osl'03</i> | 14                          | 14                | 5                | <i>Omx'03</i> | 24                          | 24                |
| 6                | <i>Spa'03</i> | 8                           | 8                 | 6                | <i>Pra'03</i> | 14                          | 15                |
| 7                | <i>Swx'03</i> | 19                          | 19                | 7                | <i>War'03</i> | 16                          | 17                |
| 8                | <i>Deu'04</i> | 11                          | 11                | 8                | <i>Wie'03</i> | 18                          | 18                |
| 9                | <i>Eur'04</i> | 16                          | 16                | 9                | <i>Ath'04</i> | 5                           | 5                 |
| 10               | <i>Ice'04</i> | 18                          | 18                | 10               | <i>Bra'04</i> | 23                          | 23                |
| 11               | <i>Lon'04</i> | 4                           | 4                 | 11               | <i>Bud'04</i> | 7                           | 7                 |
| 12               | <i>Osl'04</i> | 13                          | 13                | 12               | <i>Lju'04</i> | 17                          | 16                |
| 13               | <i>Spa'04</i> | <b>7</b>                    | <b>7</b>          | 13               | <i>Omx'04</i> | 13                          | 13                |
| 14               | <i>Swx'04</i> | 15                          | 15                | 14               | <i>Pra'04</i> | 11                          | 11                |
| 15               | <i>Deu'05</i> | <b>3</b>                    | <b>3</b>          | 15               | <i>War'04</i> | 12                          | 12                |
| 16               | <i>Eur'05</i> | 9                           | 9                 | 16               | <i>Wie'04</i> | 9                           | 9                 |
| 17               | <i>Ice'05</i> | 17                          | 17                | 17               | <i>Ath'05</i> | 4                           | 4                 |
| 18               | <i>Lon'05</i> | <b>2</b>                    | <b>2</b>          | 18               | <i>Bra'05</i> | 22                          | 22                |
| 19               | <i>Osl'05</i> | 5                           | 5                 | 19               | <i>Bud'05</i> | <b>2</b>                    | <b>2</b>          |
| 20               | <i>Spa'05</i> | <b>1</b>                    | <b>1</b>          | 20               | <i>Lju'05</i> | 20                          | 20                |
| 21               | <i>Swx'05</i> | 10                          | 10                | 21               | <i>Omx'05</i> | 10                          | 10                |
|                  |               |                             |                   | 22               | <i>Pra'05</i> | 8                           | 8                 |
|                  |               |                             |                   | 23               | <i>War'05</i> | 6                           | 6                 |
|                  |               |                             |                   | 24               | <i>Wie'05</i> | 3                           | <b>1</b>          |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Rankingi skonstruowane na podstawie obu wersji badania są bardzo do siebie zbliżone. Szczególnie widać to w grupie giełd zachodnich, dla której zanotowano idealną zbieżność obu rankingów. Pokazuje to również współczynnik korelacji rang Spearmana:

| Region                                | Europa Zachodnia | Europa Wschodnia |
|---------------------------------------|------------------|------------------|
| Współczynnik korelacji rang Spearmana | 1,0              | 0,995            |

➤ Również miernik zgodności rankingów potwierdza wskazania powyższego współczynnika korelacji. Żadna z giełd nie zmieniła miejsca w rankingu w sposób istotny<sup>325</sup>. Oznacza to, iż w obu grupach wewnętrzny ranking brzegowy oraz ranking warunkowy tak samo porządkują obiekty według wartości wskaźników efektywności.

Powyższe spostrzeżenia, wynikające z porównania zarówno samych wartości wskaźników efektywności brzegowej i warunkowej, jak i rankingów obu wersji analiz, wskazują iż badane giełdy pod względem zyskowności postrzegane są podobnie na tle całej badanej grupy i na tle wybranej podgrupy.

Jednakże, biorąc pod uwagę wnioski z analogicznych badań w poprzednich rozdziałach, należy potraktować to raczej jako wyjątek, niż prawidłowość. Zaobserwowana zbieżność rezultatów wersji brzegowej i warunkowej analizy przestrzennej dla grupy zachodniej wynika z tego, że wzorcami globalnymi były giełdy zachodnie<sup>326</sup>, a zatem po wyłączeniu z analizy giełd wschodnich (czyli w ramach analizy warunkowej dla grupy zachodniej), wskaźniki efektywności nie zmieniły się, gdyż wzorce pozostały te same.

Z kolei zbieżność rezultatów obu wariantów analizy w grupie giełd wschodnich należałoby raczej uznać za przypadek. W ramach wersji warunkowej, nie bierze się pod uwagę giełd zachodnich i tym samym usuwa się z badania jedyny wzorzec globalny dla giełd wschodnich, jakim jest giełda hiszpańska w roku 2005<sup>327</sup>. To oczywiście prowadzi do wyznaczenia nowych wzorców – już tylko w obrębie giełd wschodnich. Ponieważ najsilniejszą giełdą okazała się giełda węgierska (*Bud'05*), której efektywność jest porównywalna z efektywnością giełdy hiszpańskiej, więc „warunkowe” wartości wskaźników efektywności nieefektywnych giełd wschodnich są podobne do ich wskaźników „globalnych”.

Stąd też należy pamiętać, że warunkowa analiza przestrzenna może dawać – i zazwyczaj daje – odmienne rezultaty, niż jej brzegowa wersja.

<sup>325</sup> Czyli o więcej, niż 2 miejsca.

<sup>326</sup> Giełda grecka z roku 2003 i węgierska z roku 2005 również są efektywne, ale nie są wzorcami globalnymi dla żadnej giełdy efektywnej – zob. tabela 8.1.

<sup>327</sup> Patrz: graf benchmarkingowy na rys. 8.3.

## 8.6. Efektywność GPW w Warszawie S.A.

Rezultaty badania efektywności biznesowej Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie S.A., przedstawiono bliżej w poniższych trzech paragrafach. Zaprezentowano uzyskane przez GPW wskaźniki efektywności, rankingi opracowane dla niej w ramach różnych wersji analizy oraz dekompozycję globalnego wskaźnika efektywności.

### 8.6.1. Wskaźniki efektywności GPW w Warszawie

W tabeli 8.14. zebrano rezultaty wszystkich przeprowadzonych wcześniej wariantów badania efektywności dla polskiej giełdy.

**Tab. 8.14. Analiza globalna – GPW S.A.**

#### Analiza globalna

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 45) | Wzorce |
|----|--------|--------|-----------------------------|--------|
| 14 | War'03 | 0,146  | 36                          | Spa'05 |
| 29 | War'04 | 0,218  | 31                          | Spa'05 |
| 44 | War'05 | 0,583  | 14                          | Spa'05 |

#### Analiza czasowa - brzegowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 15) | Wzorce |
|----|--------|--------|-----------------------------|--------|
| 14 | War'03 | 0,146  | 10                          | Spa'05 |
| 14 | War'04 | 0,218  | 12                          | Spa'05 |
| 14 | War'05 | 0,583  | 8                           | Spa'05 |

#### Analiza czasowa - warunkowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 15) | Wzorce |
|----|--------|--------|-----------------------------|--------|
| 14 | War'03 | 0,231  | 10                          | Ath'03 |
| 14 | War'04 | 0,303  | 12                          | Spa'04 |
| 14 | War'05 | 0,583  | 8                           | Spa'05 |

#### Analiza przestrzenna - brzegowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 24) | Wzorce |
|----|--------|--------|-----------------------------|--------|
| 7  | War'03 | 0,146  | 16                          | Spa'05 |
| 15 | War'04 | 0,218  | 12                          | Spa'05 |
| 23 | War'05 | 0,583  | 6                           | Spa'05 |

#### Analiza przestrzenna - warunkowa

| Nr | Giełda | SE-SBM | Miejsce w rankingu (max 24) | Wzorce |
|----|--------|--------|-----------------------------|--------|
| 7  | War'03 | 0,164  | 17                          | Bud'05 |
| 15 | War'04 | 0,250  | 12                          | Bud'05 |
| 23 | War'05 | 0,674  | 6                           | Bud'05 |

Źródło: Opracowanie własne

➤ Pod względem rentowności, rynek warszawski nie był w latach 2003 – 2005 efektywny, ale znacząco poprawiał efektywność w tym zakresie. Może to sugerować, iż polska giełda z roku na rok coraz sprawniej wykorzystuje swoje nakłady w celu generowania zysku.

➤ Patrząc na wszystkie warianty analizy widać, iż warszawska giełda w każdym z badanych lat powinna wzorować się na głównie na giełdzie hiszpańskiej z roku 2005. Jeżeli ta giełda jest wyłączona z badanej podgrupy, wtedy pojawiają się wzorce lokalne – giełda grecka (*Ath'03*), hiszpańska z roku 2004 oraz węgierska (*Bud'05*).

➤ Poszczególne wersje warunkowe analizy efektywności potwierdzają wniosek z analizy globalnej, że giełda z roku na rok poprawiała swoją efektywność. Szczególny wzrost zanotowano z roku 2004 na 2005.

Przyczyną takiej poprawy efektywności polskiej giełdy był głównie wyraźnie rosnący z roku na rok zysk brutto, który z roku 2004 na 2005 zwiększył się aż o 168%. Jest to największy przyrost zysku w porównaniu z innymi giełdami w tym okresie.

Dodatkowo, w roku 2005 (w porównaniu z rokiem 2004) zanotowano również niższy poziom zatrudnienia oraz taką samą wartość kosztów operacyjnych.

➤ Rezultaty polskiej giełdy były bardzo podobne do rezultatów niektórych rozwiniętych giełd zachodnich. Z zestawienia 8.15. widać, iż pod względem efektywności biznesowej polska giełda najbardziej przypominała giełdę szwajcarską oraz grupę Euronext.

**Tab. 8.15. Zestawienie rezultatów globalnych oraz warunkowych (czasowych i przestrzennych)**

| Nr | Giełda     | Analiza globalna |                |                | Czasowa analiza warunkowa |                |                | Przestrzenna analiza warunkowa |                |                |
|----|------------|------------------|----------------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|--------------------------------|----------------|----------------|
|    |            | SE-SBM<br>2003   | SE-SBM<br>2004 | SE-SBM<br>2005 | SE-SBM<br>2003            | SE-SBM<br>2004 | SE-SBM<br>2005 | SE-SBM<br>2003                 | SE-SBM<br>2004 | SE-SBM<br>2005 |
| 1  | <i>Ath</i> | 1,037            | 0,720          | 0,771          | 1,410                     | 1,129          | 0,771          | 1,037                          | 0,815          | 0,864          |
| 2  | <i>Bra</i> | 0,072            | 0,010          | 0,032          | 0,095                     | 0,013          | 0,032          | 0,076                          | 0,011          | 0,034          |
| 3  | <i>Bud</i> | 0,044            | 0,453          | 1,012          | 0,073                     | 0,623          | 1,026          | 0,051                          | 0,508          | 1,168          |
| 4  | <i>Deu</i> | 0,502            | 0,504          | 1,003          | 0,737                     | 0,697          | 1,003          | 0,502                          | 0,504          | 1,003          |
| 5  | <i>Eur</i> | 0,203            | 0,316          | 0,560          | 0,312                     | 0,438          | 0,560          | 0,203                          | 0,316          | 0,560          |
| 6  | <i>Ice</i> | 0,095            | 0,267          | 0,285          | 0,158                     | 0,370          | 0,285          | 0,095                          | 0,267          | 0,285          |
| 7  | <i>Lju</i> | 0,168            | 0,145          | 0,048          | 0,275                     | 0,202          | 0,048          | 0,193                          | 0,168          | 0,055          |
| 8  | <i>Lon</i> | 0,810            | 0,978          | 1,020          | 1,307                     | 1,308          | 1,039          | 0,810                          | 0,978          | 1,020          |
| 9  | <i>Omx</i> | brak             | 0,174          | 0,283          | brak                      | 0,241          | 0,283          | brak                           | 0,215          | 0,345          |
| 10 | <i>Osl</i> | 0,355            | 0,475          | 0,965          | 0,586                     | 0,659          | 0,965          | 0,355                          | 0,475          | 0,965          |
| 11 | <i>Pra</i> | 0,171            | 0,227          | 0,396          | 0,269                     | 0,316          | 0,396          | 0,192                          | 0,261          | 0,502          |
| 12 | <i>Spa</i> | 0,608            | 0,720          | 1,174          | 1,125                     | 1,101          | 1,174          | 0,608                          | 0,720          | 1,186          |
| 13 | <i>Swx</i> | 0,257            | 0,337          | 0,535          | 0,350                     | 0,461          | 0,535          | 0,257                          | 0,337          | 0,535          |
| 14 | <b>War</b> | <b>0,146</b>     | <b>0,218</b>   | <b>0,583</b>   | <b>0,231</b>              | <b>0,303</b>   | <b>0,583</b>   | <b>0,164</b>                   | <b>0,250</b>   | <b>0,674</b>   |
| 15 | <i>Wie</i> | 0,114            | 0,375          | 0,958          | 0,185                     | 0,519          | 0,958          | 0,143                          | 0,476          | 1,277          |

Źródło: Opracowanie własne

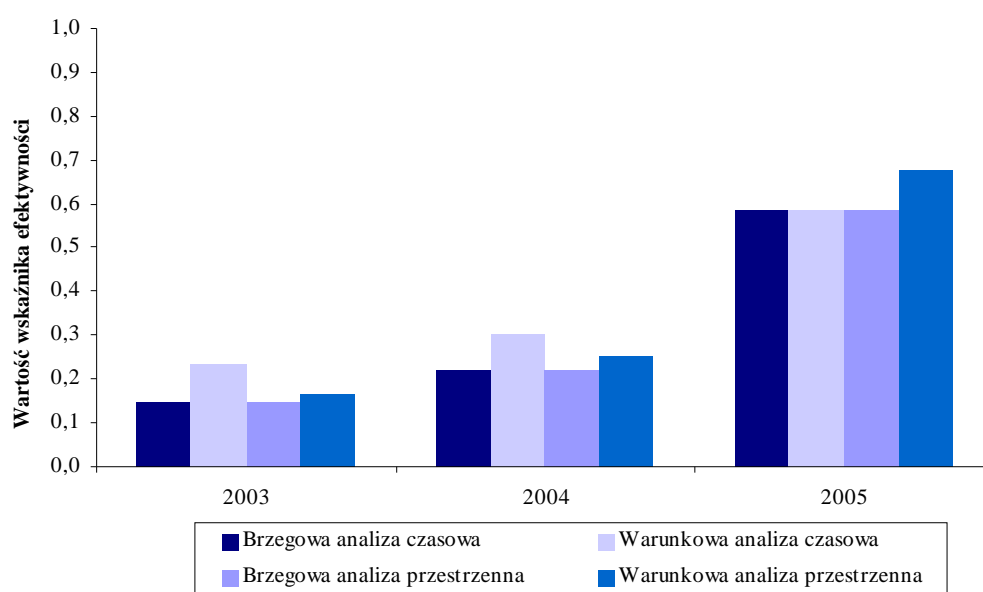
➤ Lokalnie natomiast GPW, z biznesowego punktu widzenia, jest bardzo podobna do giełdy w Pradze.

Może to wynikać z faktu, iż Polska i Czechy są do siebie zbliżone z uwagi na fakt graniczenia ze sobą – funkcjonują w tym samym obszarze<sup>328</sup>, są „w tym samym wieku” – giełda w Warszawie zaczęła działać ponownie 16 kwietnia 1991 roku, a giełda w Pradze 6 kwietnia 1993 roku.

<sup>328</sup> Zazwyczaj rynki finansowe tej części Europy postrzegane są przez inwestorów zagranicznych jako „wspólne”.

Rezultaty giełdy warszawskiej w ramach wszystkich wariantów analizy pokazano na rysunku 8.14., na którym widać wyraźnie zaobserwowaną wcześniej rosnącą z roku na rok efektywność GPW w generowaniu zysku. Szczególnie widoczny jest wspomniany już wcześniej przyrost zyskowności w roku 2005.

➤ Ponieważ każdy z przeprowadzonych wariantów analizy wskazuje podobną tendencję wzrostową efektywności biznesowej, można przyjąć, iż trend ten nie jest związany z postrzeganiem GPW na tle badanej w danym momencie podgrupy obiektów, ale potwierdza się w każdym zbiorze jednostek.



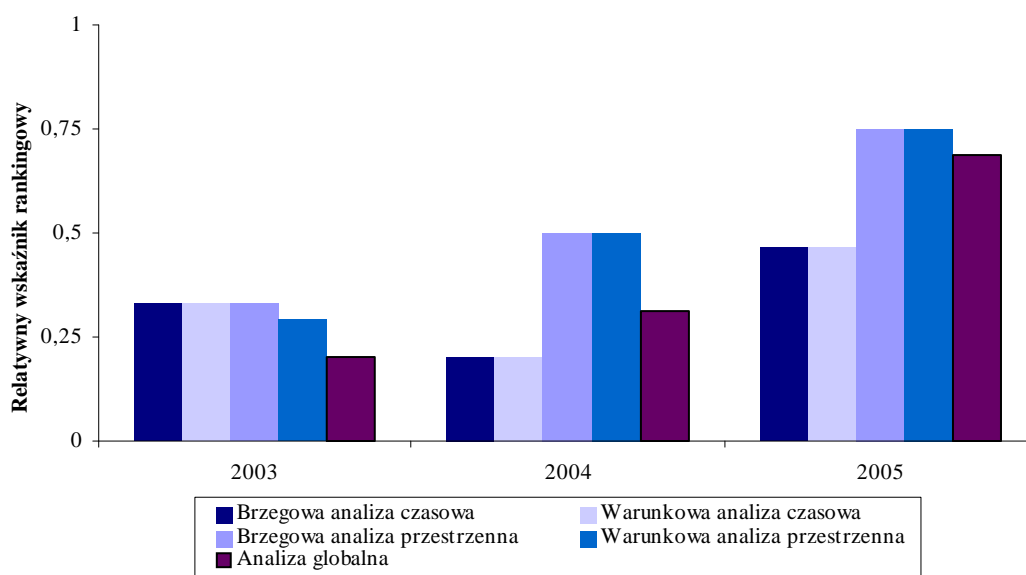
Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.14. GPW S.A. – efektywność w zależności od typu analizy**

### 8.6.2. Pozycje rankingowe GPW w Warszawie

Miejsca warszawskiej giełdy w latach 2003 – 2005 w rankingach opartych na poszczególnych wersjach analizy pokazano na rysunku 8.15. Wykorzystano, stosowany w poprzednich rozdziałach, relatywny wskaźnik rankingowy. Jest to odjęty od 1 iloraz miejsca GPW w danym rankingu i liczby obiektów ujętych w tym rankingu<sup>329</sup>. Zawiera się on w przedziale  $\langle 0;1 \rangle$ , gdzie 0 oznacza najgorszą (ostatnią) pozycję w rankingu. Im wyższy słupek na wykresie, tym lepiej – gdyż wyższe jest wtedy miejsce giełdy w danym rankingu.

<sup>329</sup> Patrz: paragraf 6.4.2. w rozdziale VI.



Źródło: Opracowanie własne

**Rys. 8.15. GPW S.A. – miejsca w rankingach ze względu na typ analizy**

- Relatywne miejsca w rankingach opartych o brzegową i warunkową analizę czasową są do siebie zbliżone lub nawet takie same. To samo dotyczy analizy przestrzennej.
- W roku 2004 i 2005 można natomiast zaobserwować różnice w uporządkowaniu w ramach analizy czasowej i przestrzennej. Lokalnie, a więc na tle giełd grupy wschodniej (brzegowa i warunkowa analiza przestrzenna) polska giełda postrzegana jest jako bardziej efektywna, niż na tle wszystkich giełd zarówno w danym roku (brzegowa oraz warunkowa analiza czasowa), jak i we wszystkich latach (analiza globalna).

### 8.6.3. Źródła nieefektywności GPW w Warszawie

W celu rozpoznania składowych nieefektywności cechującej polską giełdę, przeprowadzono dekompozycję wskaźnika efektywności globalnej z modelu SBM-I. Jej rezultaty zawarto w tabeli 8.16.:

**Tab. 8.16. Dekompozycja globalnego wskaźnika efektywności dla GPW w Warszawie:**

| Nr | Giełda | CCR-I | BCC-I | Scale | Slack | SBM-I |
|----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 14 | War'03 | 0,174 | 0,224 | 0,779 | 0,836 | 0,146 |
| 29 | War'04 | 0,243 | 0,278 | 0,875 | 0,895 | 0,218 |
| 44 | War'05 | 0,642 | 0,645 | 0,995 | 0,909 | 0,583 |

Źródło: Opracowanie własne

- Niskie (szczególnie w latach 2003 i 2004) wskaźniki CCR-I oraz BCC-I wskazują na nieefektywność techniczną. Oznacza to, zbyt dużą nakładochłonność polskiej giełdy.



➤ Różnice między wartościami wskaźnika  $\theta_{CCR-I}$  oraz  $\theta_{BCC-I}$  wskazują na istnienie nieefektywności skali. Nie jest to jednak poważna nieefektywność, gdyż wartość wskaźnika efektywności skali (*Scale*) przekracza 0,75. Oznacza to, iż polska giełda działa w prawie optymalnym obszarze korzyści skali. Warto w tym miejscu przypomnieć, iż wysoka efektywność skali w badanym tutaj układzie cechowała giełdy duże i raczej rozwinięte. Tym bardziej pozytywnie należy więc postrzegać wysoką efektywność skali giełdy w Warszawie.

➤ Stosunkowo wysokie (choć niższe od 1,0) wartości wskaźnika *Slack* informują, iż rozwiązania modeli radialnych są wprawdzie obciążone niezerowymi luzami, ale ich wartości nie są wysokie. Na nieefektywność szacowaną przez model SBM-I ma zatem wpływ zarówno nieefektywność radialna, jak i nieradialna, przy czym ta druga w dużo mniejszym stopniu.

## Podsumowanie

Celem analizy efektywności w układzie III było sprawdzenie, czy giełdy papierów wartościowych działają w sposób typowy dla przedsiębiorstw zorientowanych na zysk.

Ogólnie z przeprowadzonej analizy w układzie III można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Giełdy są bardzo zróżnicowane pod względem zyskowności. Istnieją zarówno giełdy generujące wysokie zyski, jak i bardzo niskie (w stosunku do posiadanych nakładów).

2. W badanym okresie giełdy europejskie cechowała niska średnia efektywność globalna (na poziomie 0,45). Poza nielicznymi obiektami efektywnymi (na 45 badanych obiektów analiza globalna wyróżniła tylko 5 wzorców), reszta jednostek charakteryzowała się bardzo niską efektywnością biznesową – średnio na poziomie 0,37. Można uznać to za potwierdzenie ogólnie przyjętego założenia, iż giełdy papierów wartościowych nie są obiektami, dla których zasada maksymalizacji zysku jest priorytetowa.

3. Głównym źródłem globalnej nieefektywności badanych giełd była nieefektywność radialna (czyli zbyt duża nakładochłonność), przy czym w przypadku małych giełd, stanowiących około 30% grupy, duży udział miała też nieefektywność skali. Duże giełdy cechowała natomiast bardzo wysoka efektywność skali – powyżej 0,9 – co oznacza, iż działały one w prawie optymalnym obszarze korzyści skali.

4. Analiza efektywności w ujęciu czasowym pokazała, iż zyskowność giełd z roku na rok rosła. Według wersji brzegowej analizy, średnia efektywność biznesowa wszystkich giełd w roku 2003 wyniosła 0,31, a w roku 2005 aż 0,64. Wzrostową tendencję potwierdzają rezultaty wersji warunkowej – 0,47 w roku 2003, 0,56 w roku 2004 oraz 0,64 w 2005 roku.

Oznacza to, iż w badanym okresie giełdy coraz skuteczniej wykorzystywały swoje nakłady w celu wytworzenia zysku.

5. Przeprowadzone z kolei badanie w ujęciu przestrzennym pokazuje, iż giełdy działające w krajach o silnie rozwiniętej gospodarce wykorzystywały swoje nakłady sprawniej. Cechowały się one wyraźnie wyższą średnią efektywnością biznesową (0,57), niż giełdy krajów Europy Wschodniej (0,40).

6. Wynika to przypuszczalnie z tego, że w większości młode giełdy wschodnie działają w krajach, w których rentowność jest pojęciem stosowanym w praktyce od niedawna. Poza tym można sądzić, iż giełdy te skupiają się nadal na rozwijaniu zadań i funkcji, jakie powszechnie przypisuje się rynkom kapitałowym, przez co kwestia zyskowności schodzi na drugi plan.

Jednakże rezultaty analizy czasowej, rozpatrywane w podziale na grupę wschodnią i zachodnią, pokazały, iż giełdy wschodnie szybko się uczą racjonalnego działania, gdyż coroczne przyrosty efektywności biznesowej były wysokie. Efektywność giełd wschodnich wzrosła z roku 2003 na 2004 średnio o 32,1%. W tym samym czasie giełdy zachodnie zanotowały wzrost efektywności średnio o 16,5%. Z kolei porównując lata 2004 i 2005, giełdy wschodnie poprawiły swoją efektywność średnio o 44,3%, a giełdy zachodnie – o 28,6%<sup>330</sup>.

Dodatkowo, giełdy wschodnie cechowały się wyraźnie większym zróżnicowaniem rezultatów. Współczynniki zmienności dla tej grupy w obu wersjach analizy przekraczały 90%, w porównaniu z giełdami zachodnimi, dla których współczynniki zmienności kształtowały się poniżej 55%<sup>331</sup>.

7. Zarówno dla analizy czasowej, jak i przestrzennej, rankingi wynikające z dwóch odrębnych analiz (brzegowej i warunkowej) okazały się prawie idealnie zbieżne. Pokazano tym samym, że z biznesowego punktu widzenia uporządkowanie giełd, charakteryzowało się dużą stabilnością.

---

<sup>330</sup> Na podobne przyrosty (i przewagę giełd wschodnich) wskazują także rezultaty obu wersji analizy przestrzennej, rozpatrywane w podziale na poszczególne lata. W tym przypadku, średnia efektywność giełd wschodnich wzrosła w okresie 2003 – 2004 o 39% (dla giełd zachodnich było to 27%), a w okresie 2004 – 2005 o 79% (giełdy zachodnie – 54%).

<sup>331</sup> Przyczyną tego może być fakt, iż giełdy wschodnie dopiero od niedawna wypracowują najlepszy dla siebie sposób działania. Giełdy zachodnie w większości działają już od wielu lat, a postępujący proces globalizacji sprzyja temu, iż „upodabniają się” do siebie i korzystają wzajemnie ze swojego „know-how”.

## Zakończenie

Celem rozprawy było ustalenie za pomocą nieparametrycznej metody *Data Envelopment Analysis* (DEA) efektywności działania europejskich giełd papierów wartościowych. W ramach badań zrealizowano następujące cele szczegółowe:

- a) ustalono, która z opracowanych modyfikacji klasycznego dla DEA modelu CCR, najlepiej nadaje się do analizy efektywności giełd papierów wartościowych;
- b) mając na uwadze wielopłaszczyznowość działania giełd, zaproponowano trzyszczeblowy schemat badania efektywności, z różnymi zestawami zmiennych charakteryzujących nakłady oraz wyniki;
- c) ustalono efektywność piętnastu europejskich giełd papierów wartościowych w latach 2003 – 2005;
- d) przeprowadzono rankingi giełd papierów wartościowych ze względu na ich efektywność w sensie DEA;
- e) sprawdzono stabilność wskaźników efektywności oraz rankingów ze względu na różne wersje zbioru danych;
- f) w wypadku giełd nieefektywnych określono przyczyny ich nieefektywności;
- g) opisano miejsce giełdy warszawskiej na tle giełd europejskich.

### *Model DEA*

W oparciu o spostrzeżenia i wnioski płynące z rozważań w pierwszych trzech rozdziałach rozprawy uznano, iż najlepiej dostosowanym do planowanych badań jest model nadefektywności SBM. Jego główną zaletą jest to, iż wskaźnik efektywności uwzględnia zarówno radialną część nieefektywności, prowadzącą do proporcjonalnego zmniejszenia nakładów w przypadku obiektów nieefektywnych, jak i część nieradialną, wynikającą z luzu nakładów lub luzu rezultatów. W ten sposób model SBM łączy tradycyjne podejście do efektywności radialnej z propozycjami „kar” za luzy. Silną stroną modelu SBM jest ponadto jego „odporność” na przeskalowanie zmiennych, wykorzystywanych w badaniu.

### *Wieloszczeblowy podział cech*

Rozważając funkcjonowanie giełd papierów wartościowych uznano, iż badanie ich efektywności za pomocą jednego zestawu zmiennych nie uwzględni specyfiki działalności takich jednostek. Wiarygodna analiza – z uwagi na szeroki zakres funkcji giełd – wymaga bardziej kompleksowego ujęcia. Zaproponowano więc spojrzenie na giełdę papierów wartościowych z trzech różnych punktów widzenia, którym odpowiadają trzy różne układy zmiennych.

W układzie I giełda potraktowana została jako instytucja sprzyjająca rozwojowi gospodarczemu. Zbadano zatem, które giełdy bardziej, a które mniej efektywnie wspierają gospodarkę swoich krajów. W układzie II sprawdzono, jak analizowane giełdy radzą sobie z pełnieniem jednej z głównych funkcji przypisywanych rynkom kapitałowym – funkcji mobilizacji kapitału. Układ III z kolei pokazuje giełdę, jako „zwykłe” przedsiębiorstwo zorientowane na zysk.

Naturalnie można się zastanowić nad budową jednego modelu DEA, uwzględniającego kilka funkcji giełdy naraz, ale wydaje się to niewykonalne. Przede wszystkim dlatego, że zmienne w jednych układach pełnią rolę nakładów, a w innych – rolę wyników. W modelach DEA natomiast nie można tej samej zmiennej równocześnie postawić po stronie nakładów i po stronie wyników, gdyż prowadzi to do degeneracji rozwiązania (wszystkie wskaźniki efektywności będą równe 1).

### *Efektywność giełd*

Rezultaty analizy efektywności dla każdego układu zmiennych przedstawiono w poszczególnych rozdziałach empirycznych. Wynikające z niej wnioski można podsumować następująco:

1. Europejskie giełdy papierów wartościowych na ogół charakteryzują się wysoką efektywnością wspierania rozwoju gospodarczego krajów, w których mają siedziby (średnia globalna efektywność wyniosła 0,88). Liderem rankingu według skuteczności wspierania wzrostu gospodarczego była giełda islandzka w roku 2003.

Ze szczegółowej analizy czasowej w ujęciu brzegowym i warunkowym wynika, iż poziom efektywności oraz rankingi giełd nie zmieniają się znacząco w czasie, co wskazuje, że giełdy odznaczają się stabilnym wpływem na rozwój gospodarczy. Analiza przestrzenna (także w wersji brzegowej i warunkowej) sugeruje, iż nieco skuteczniej wspierają gospodarkę giełdy krajów Europy Wschodniej. Można przypuszczać, iż wpływa to z „naturalnej” dynamiki młodych giełd. Wpływ na gospodarkę giełd zachodnich, działających w krajach

wysoko rozwiniętych, jest w jakimś stopniu spetryfikowany, gdyż giełdy od dawna „wbudowane” są w gospodarki tych krajów.

2. Funkcję mobilizacji kapitału badane giełdy pełniły niezbyt dobrze (średnia efektywność to 0,57). Jednakże z roku na rok efektywność w zakresie mobilizacji kapitału, średnio biorąc, poprawiała się. Najskuteczniejszą aktywizacją kapitału cechowała się w badanym okresie giełda islandzka w roku 2005.

Rankingi brzegowe i warunkowe skonstruowane w oparciu o analizę czasową również i tu są dość stabilne, co potwierdza, iż giełdy utrzymują swoje pozycje również w odniesieniu do skuteczności mobilizacji kapitału. Wnioski analizy przestrzennej sugerują, iż giełdy krajów Europy Zachodniej średnio skuteczniej przyciągają kapitał, niż giełdy wschodnie. Jest to zgodne z intuicją, bowiem giełdy zaliczone do Europy Zachodniej, to giełdy starsze i bardziej „doświadczone”.

3. Analiza w III. układzie zmiennych pozwoliła stwierdzić, iż maksymalizacja zysku nie jest nadrzędnym celem europejskich giełd papierów wartościowych. Średnia efektywność „biznesowa” wszystkich przebadanych giełd wyniosła zaledwie 0,44. Głównym celem działalności giełd są więc raczej ich cele statutowe, a zysk jest kwestią drugorzędną. Warto jednak zauważyć, iż badania w ujęciu czasowym sugerują, że giełdy nie zapominają o rachunku kosztów, bowiem ich efektywność biznesowa wyraźnie rosła z roku na rok. Liderem pod względem efektywności biznesowej była giełda hiszpańska w roku 2005.

Rankingi giełd ze względu na rentowność, skonstruowane w oparciu o czasową wersję analizy efektywności biznesowej, charakteryzowały się dużym podobieństwem, a pozycje rankingowe giełd były raczej stabilne. Badania w wersji przestrzennej pokazały, iż giełdy zachodnie cechują się znacznie wyższą efektywnością biznesową, niż giełdy wschodnie. Przyczyną niższej efektywności giełd Europy Wschodniej może być fakt, iż pojęcie racjonalności działania i związanej z tym maksymalizacji zysku, funkcjonuje w krajach tej części Europy dopiero od niedawna. Szczegółowe obliczenia sugerują jednak, że giełdy wschodnie szybko „gonią” zachodnich sąsiadów (zanotowane coroczne przyrosty efektywności dla giełd wschodnich były znacznie wyższe niż dla giełd zachodnich).

#### *Stabilność wyników*

Bardzo wysokie podobieństwo rezultatów badania efektywności w wersji brzegowej oraz warunkowej analizy czasowej sugeruje, że pozycja poszczególnych giełd w zakresie

spełniania rozpatrywanych funkcji (wspierania wzrostu gospodarczego, mobilizacji kapitału oraz generowania zysków) jest dość stabilna i utrwalona.

Z formalnego punktu widzenia stanowi to zaś sugestię, że efektywność giełd może być prawidłowo oszacowana albo za jednym razem na przestrzeni kilku lat (czyli globalnie), albo osobno w każdym roku (czyli warunkowo). Wynika to z tego, iż podzbiór odpowiadający danemu momentowi czasu jest podobny do zbioru globalnego i nie ma dużego ryzyka, że w zbiorze globalnym znajdą się wzorce, które mogłyby zostać wyłączone w analizie warunkowej.

Takich podobieństw na ogół jednak nie ma w warunkowej i brzegowej analizie przestrzennej. Giełdy zachodnioeuropejskie są bowiem wyraźnie lepsze od giełd wschodnioeuropejskich, przez co prawie wszystkie wzorce dotyczące analizy globalnej pochodzą z Europy Zachodniej. Z formalnego punktu widzenia oznacza to, że nie należy zastępować globalnej analizy giełd wschodnich analizą warunkową (opartą tylko na giełdach wschodnioeuropejskich), gdyż są to dwie oddzielne analizy, wyraźnie różniące się ujawnianymi wzorcami.

Powyższe spostrzeżenia sugerują, iż metodę DEA należy oceniać pozytywnie, jeżeli występuje zbieżność rezultatów czasowej analizy brzegowej i warunkowej, natomiast nie powinno się jej przekreślać, jeśli takiej zbieżności nie widać w przypadku wersji brzegowej i warunkowej analizy przestrzennej, gdyż warianty te nie są „zamienne” i stanowią dwa odrębne badania.

#### *Przyczyny nieefektywności*

Zastosowanie modelu SBM pozwoliło na dekompozycję wskaźnika efektywności obiektów nieefektywnych na część radialną i nieradialną. Część radialna wyrażona jest przez składową, którą stanowi wskaźnik efektywności technicznej z modelu CCR, w którym dodatkowo można wyodrębnić wskaźnik czystej efektywności technicznej i wskaźnik efektywności skali. Radialna składowa efektywności wskazuje zalecaną, w celu poprawy efektywności, proporcjonalną redukcję wszystkich nakładów. Część nieradialna, wyrażona przez składową *Slack*, informuje z kolei o konieczności dodatkowego (poza proporcjonalnym) zmniejszenia wybranych nakładów, dla których taki luz się pojawił.

Badania przeprowadzone dla wszystkich trzech układów zmiennych przesądzają, iż giełdy nieefektywne cechowała nieefektywność związana ze zbyt dużym zużyciem nakładów.

Natomiast nieefektywność skali zazwyczaj była niewielka, co sugeruje, iż większość giełd nieefektywnych działała w prawie optymalnym obszarze korzyści skali.

### *Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie*

Rezultatom uzyskanym dla Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. poświęcano w każdym rozdziale osobny paragraf. Wnioski na temat warszawskiej giełdy ogólnie można podsumować następująco:

- warszawska giełda efektywnie wspierała polską gospodarkę (średnia efektywność globalna w układzie I to 1,01) i miała w odniesieniu do tej funkcji jedną z wyższych efektywności w gronie giełd wschodnioeuropejskich. Niepokojące jest tylko to, że efektywność wspierania wzrostu gospodarczego przez GPW malała w latach 2003 – 2005;
- odwrotnie było w odniesieniu do funkcji mobilizacji kapitału – tu polska giełda zajmowała jedno z ostatnich miejsc (jej średnia efektywność globalna w układzie II to zaledwie 0,14), co sugeruje, iż warszawska Giełda Papierów Wartościowych nie wykorzystywała w pełni posiadanych nakładów dla mobilizowania kapitału. Nieco optymistyczne jest to, że z roku na rok GPW nieznacznie poprawiała swoją efektywność;
- uzyskane przez polską giełdę wskaźniki efektywności biznesowej (średnia globalna efektywność w układzie III wyniosła 0,32), plasują ją mniej więcej w środku rankingów obejmujących analizowane giełdy (przy czym zajmuje ona środkowe miejsca zarówno w rankingu analizy globalnej, a więc na tle wszystkich giełd europejskich, jak i tylko na tle giełd Europy Wschodniej). Efektywność biznesowa polskiej giełdy z roku na rok wyraźnie rosła w każdym z przeprowadzonych wariantów badania.

\* \* \*

Przeprowadzone w ramach niniejszej rozprawy badanie empiryczne uzasadnia pogląd, iż metoda DEA może być skutecznym narzędziem badania efektywności działania giełd papierów wartościowych.

W dalszych badaniach można by rozszerzyć zakres analizy, a więc zająć się na przykład efektywnością giełd europejskich oraz światowych, w okresie dłuższym niż trzy lata. Szczególnie ciekawą w obecnych czasach byłaby analiza efektywności giełd światowych

w procesie wspierania rozwoju gospodarczego w czasie obejmującym lata kryzysu finansowego zapoczątkowanego pod koniec 2008 roku.

Badania mogłyby pójść też w kierunku rozpoznania możliwości zastosowań innych modeli typu DEA, a także rozszerzenia zakresu analizy o inne układy zmiennych. Interesującym mogłoby być na przykład przeprowadzenie kompleksowego badania, obejmującego wszystkie przypisywane giełdom funkcje.

W odniesieniu do układów zmiennych można byłoby rozszerzyć listę nakładów i wyników, choć trzeba pamiętać, że musi to być uwarunkowane równoczesnym zwiększeniem liczby badanych giełd, aby zachować odpowiednią liczbę stopni swobody.



## **Bibliografia**

- [1] Afriat S., *Efficiency Estimation of Production Functions*, International Economic Review 13 (3), 1972, s. 568 – 598
- [2] Aigner D. J., Chu S. F., *On Estimating the Industry Production Function*, American Economic Review 58, 1968, s. 226 – 239
- [3] Aigner D. J., Lovell C. A. K., Schmidt P., *Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models*, Journal of Econometrics 6 (1), 1977, s. 21 – 37
- [4] Alene A. D., Manyong V. M., Gockowski J., *The production efficiency of intercropping annual and perennial crops in southern Ethiopia: A comparison of distance functions and production frontiers*, Agricultural Systems Vol. 91 (1-2), 2006, s. 51 – 70
- [5] Andersen P., Petersen N. C., *A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis*, Management Science 39 (10), 1993, s. 1261 – 1264
- [6] Baier S., Dwyer G. P., Tamura R., *Does Opening a Stock Exchange Increase Economic Growth?*, Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper 2003-36, 2003
- [7] Banaszak-Soroka U., *Instytucje i uczestnicy rynku kapitałowego*, PWN, 2008
- [8] Banker R. D., Charnes A., Cooper W. W., *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis*, Management Science vol. 30, nr 9, 1984
- [9] Banker R. D., *Maximum Likelihood, Consistency nad Data Envelopment Analysis: A Statistical Foundation*, Management Science 39 (10), 1993, s. 1265 – 1273
- [10] Banker R. D., Morey R., *Efficiency Analysis for Exogenously Fixet Inputs and Outputs*, Operations Research 34 (4), 1986a, s. 513 – 521
- [11] Banker R. D., Morey R., *The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis*, Management Science 32 (12), 1986b, s. 1613 – 1627
- [12] Bates J. M., *The Efficiency of Local Education Authorities*, Oxford Review of Education Vol. 19 nr 3, 1993, s. 277 – 289
- [13] Bauer P. W., Berger A. N., Ferrier G. D., Humphrey D. B., *Consistency Conditions for Regulatory Analysis of Financial Institutions: A Comparison of Frontier Efficiency Methods*, Journal of Economics and Business Vol. 50 (2), 1998, s. 85 – 144

- [14] Begg D., Fischer S., Dornbusch R., *Mikroekonomia*, PWE, Warszawa 2007
- [15] Berger A. N., Humphrey D. B., *Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research*, European Journal of Operational Research 98 (2), 1997, s. 175 – 212
- [16] Berger A. N., Humphrey D. B., *Measurement and efficiency issues in commercial banking*, Output Measurement in the Service Sectors, National Bureau of Economic Research Studies in Income and Wealth, Vol. 56 (Z. Griliches, ed.), University of Chicago Press, 1992, s. 245 - 279
- [17] Berger A. N., Humphrey D. B., *The Dominance of Inefficiencies over Scale and Product Mix Economies in Banking*, Journal of Monetary Economics 20, 1991, s. 117 – 148
- [18] Bień W., *Rynek papierów wartościowych*, Difin, Warszawa 2004
- [19] Blaug M., *Teoria ekonomii: ujęcie retrospektywne*, PWN, Warszawa, 2000
- [20] Caporale G. M., Howells P., Soliman A. M., *Endogenous Growth Models and Stock Market Development: Evidence from four Countries*, Review of Development Economics 9(2), 2005, s. 166 – 176
- [21] Carey S., *Bootstrapping & the origin of concepts*, Daedalus Vol. 133, American Academy of Arts and Sciences, 2004, s. 59 – 68
- [22] Chakraborty K., Biswas B., Lewis W. C., *Measurement of Technical Efficiency in Public Education: A Stochastic and Nonstochastic Production Function Approach*, Southern Economic Journal Vol. 67 nr 4, 2001, s. 889 – 905
- [23] Charnes A., Cooper W. W., Golany B., Seiford L. M., Stutz J., *Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopman's Efficient Empirical Production Functions*, Journal of Econometrics 30, 1985, s. 91 – 107
- [24] Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E., *Measuring the Efficiency of Decision Making Units with Some New Production Functions and Estimation Methods*, Research Report CCS 276, Center of Cybernetic Studies, 1977
- [25] Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E., *Measuring the Efficiency of Decision Making Units*, European Journal of Operational Research 2, 1978, s. 429 – 444

- [26] Cook W. D., Kazakov A., Roll Y., *On the Measurement and Monitoring of Relative Efficiency of Highway Maintenance Patrols*, w: *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications* (ed. Charnes A., Cooper W. W., Lewin A. Y., Seiford L. M.), 1994, s. 195 – 210
- [27] Cook W. D., Kazakov A., Roll Y., Seiford L. M., *A Data Envelopment Analysis Approach to Measuring Efficiency: Case Analysis of Highway Maintenance Patrols*, *The Journal of Socio-Economics* 20 (1), 1991, s. 83 – 103
- [28] Cooper W. W., Seiford L. M., Tone K., *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Springer, 2007
- [29] Cooper W. W., Seiford L. M., Zhu J., *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Kluwer Academic Publishers, 2004
- [30] Cummins D., Tennyson S., Weiss M. A., *Consolidation and Efficiency in the U.S. Life Insurance Industry*, Wharton Working Papers, Financial Institutions Center, 1998; artykuł w formacie PDF dostępny na stronie:  
<http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers/98.html>
- [31] Czekaj J. (red.), *Rynki, Instrumenty i instytucje finansowe*, PWN, 2008
- [32] Daniluk M., *Rynek kapitałowy: papiery wartościowe, operacje giełdowe, strategie inwestowania*, Bellona, Warszawa 1998
- [33] Debreu G., *The Coefficient of Resource Utilization*, *ECONOMETRICA*, Journal of the Econometric Society, 19 (3), 1951, s. 273 - 292
- [34] Dębski W., *Rynek finansowy i jego mechanizmy*, PWN, 2005
- [35] Deprins D., Simar L., Tulkens H., *Measuring Labor Efficiency in Post Offices*, w: *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement* (ed. Marchand M., Pestieau P., Tulkens H.), Amsterdam, North Holland, 1984, s. 243 – 267
- [36] Diewart W. E., Wales T. J., *Flexible Functional Forms and Global Curvature Conditions*, *Econometrica* 55, 1987, s. 43 – 68
- [37] Dyson R. G., Thanassoulis E., *Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis*, *Journal of the Operational Research Society* 39, 1988, s. 563 – 576

- [38] Efron B., *Bootstrap methods: another look at the jackknife*, *Annals of Statistics*, Vol. 7 nr 1, 1979, s. 1-26
- [39] Efron B., Tibshirani R. J., *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman&Hall/CRC, 1998
- [40] Färe R., Grosskopf S., Lindgren B., Roos P., *Productivity Developments in Swedish Hospitals: A Malmquist Output Index Approach*, 1989. Praca opublikowana w: Charnes A., Cooper W. W., Lewin A. Y., Seiford L. M. (eds.), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Springer, 1995
- [41] Färe R., Grosskopf S., Lovell C. A. K., *The Structure of Technical Efficiency*, *Scandinavian Journal of Economics* 85 (2), 1983, s. 181 – 190
- [42] Färe R., Grosskopf S., Norris M., Zhang Z., *Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries*, *American Economic Review* 84, 1994, s. 66 – 83
- [43] Färe R., Lovell C. A. K., *Measuring the Technical Efficiency of Production*, *Journal of Economic Theory* 19 (1), 1978, s. 150 – 162
- [44] Farrell M. J., *The Measurement of Productive Efficiency*, *The Journal of the Royal Statistical Society Series A* nr 120 (III), 1957, s. 253 – 281
- [45] Feng Y., J., Lu H., Bi K., *An AHP/DEA method for measurement of the efficiency of R&D management activities in universities*, *International Transactions in Operational Research* Vol. 11 (2), 2004, s. 181 – 191
- [46] Førsund F. R., Lovell C. A. K., Schmidt P., *A Survey of Frontier Production Functions and of their Relationship to Efficiency Measurement*, *Journal of Econometrics* 13, 1980, s. 5 – 25
- [47] Førsund F. R., Sarafoglou N., *On the Origins of Data Envelopment Analysis*, *Journal of Productivity Analysis* 17, Kluwer Academic Publishers 2002
- [48] Fukuyama H., Weber W. L., *Efficiency and Productivity Change of Non-Life Insurance Companies in Japan*, *Pacific Economic Review* 6, 2001, s. 129 – 146
- [49] Galanopoulos K., Aggelopoulos S., Kamenidou I., Mattas K., *Assessing the effects of managerial and production practices on the efficiency of commercial pig farming*, *Agricultural Systems* Vol. 88 (2-3), 2006, s. 125 – 141

- [50] Gattoufi S., Oral M., Reisman A., *Data Envelopment Analysis Literature: A Bibliography Update 1951 – 2001*, Socio-Economic Planning Sciences 38, 2004, s. 159 – 229
- [51] Gianforte G., Gibson M., *Bootstrapping Your Business: Start And Grow a Successful Company With Almost No Money*, Adams Media, 2005
- [52] Giuffrida A., Gravelle H., *Measuring Performance in Primary Care: Econometric Analysis and DEA*, The University of York, Discussion Paper in Economics nr 1999/36, 1999 (artykuł został również opublikowany w czasopiśmie Applied Economics nr 33 (2), 2001, s. 163 – 175)
- [53] Golany B., Storbeck J. E., *A Data Envelopment Analysis of the Operational Efficiency of Bank Branches*, Interfaces 29:3, 1999, s. 14 – 26
- [54] Górecki P., *Co nowego we wzmacniaczach mocy?*, Elektronika dla wszystkich 11/96, Wydawnictwo AVT, 1996
- [55] Gorynia M., *Zachowania przedsiębiorstw w okresie transformacji: mikroekonomia przejścia*, Wydawnictwo AE Poznań, 1998
- [56] Gospodarowicz A. (red.), *Analiza i ocena banków oraz ich oddziałów*, Wydawnictwo AE Wrocław, 2002
- [57] Gospodarowicz M., *Procedury analizy i oceny banków*, NBP Materiały i Studia nr 103, Warszawa 2000
- [58] Greene W. H., *Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions*, Journal of Econometrics 13, 1980, s. 27 – 56
- [59] Hawdon D., *Efficiency, performance and regulation of the international gas industry – a bootstrap DEA approach*, Energy Policy 31 (11), 2003, s. 1167 – 1178
- [60] Hellwig Z., *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, Przegląd Statystyczny nr 4, 1968, s. 307 – 327
- [61] Hellwig Z., *Problem optymalnego wyboru predykant*, Przegląd Statystyczny nr 3 – 4, 1969, s. 221 – 237

- [62] Jacobs R., *Alternative Methods to Examine Hospital Efficiency: Data Envelopment Analysis and Stochastic Frontier Analysis*, Health Care Management Science Vol. 4 nr 2, 2001, s. 103 – 115
- [63] Jacobs R., Smith P. C., Street A., *Measuring Efficiency in Health Care*, Cambridge University Press, 2006
- [64] Jaforullah M, Premachandra E., *Sensitivity of technical efficiency estimates to estimation approaches: An investigation using New Zealand dairy industry data*, Economics Discussion Papers No. 0306, University of Otago, 2003
- [65] Johnes J., *Measuring teaching efficiency in higher education: An application of data envelopment analysis to economics graduates from UK Universities 1993*, European Journal of Operational Research Vol. 174 (1), 2006, s. 443 – 456
- [66] Jajuga K., Kuziak K., Markowski P., *Inwestycje finansowe*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, 1997
- [67] Joo S., Stoeberl P. A., Kwon I. G., *Benchmarking efficiencies and strategies for resale operations of a charity organization*, Benchmarking: An International Journal Vol. 14 (4), 2007, s. 455 – 464
- [68] Jurek A., Winnicki K., *Zastosowanie metody DEA i indeksu produktywności Malmquista do oceny sytuacji ekonomicznej wybranych spółek Agencji Nieruchomości Rolnych*, Metody i zastosowania badań operacyjnych, Akademia Ekonomiczna w Katowicach, 2004, s. 163 – 175
- [69] Kamerschen D. R., McKenzie R. B., Nardinelli C., *Ekonomia*, Fundacja Gospodarcza NSZZ „Solidarność”, Gdańsk 1991
- [70] Koopmans T. C. (ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation*, J. Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, Limited, London, 1951
- [71] Kopczewski T., *Efektywność Technologiczna i Kosztowa Banków Komercyjnych w Polsce w latach 1997 – 2000*, cz. I, NBP Materiały i Studia nr 113, Warszawa 2000
- [72] Kopczewski T., *Efektywność Technologiczna i Kosztowa Banków Komercyjnych w Polsce w latach 1997 – 2000*, cz. II, NBP Materiały i Studia nr 135, Warszawa 2001
- [73] Kotarbiński T., *Traktat o dobrej robocie*, Zakład Narodowy im. Ossolińskich – Wydawnictwo, 1975

- [74] Kumbhakar S. C., Lovell C. A. K., *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press, 2000
- [75] Lang G., Welzel P., *Technology and Cost Efficiency in Universal Banking. A “Thick Frontier” – Analysis of the German Banking Industry*, Journal of Productivity Analysis 10, 1998, s. 63 – 84
- [76] Levine R., Zervos S., *Stock Markets, Banks and Economic Growth*, American Economic Review, vol. 88/3, 1998, s. 537 - 558
- [77] Lothgren M., Tambour M., *Bootstrapping DEA-based efficiency measures and Malmquist productivity indices. A study of Swedish eye-care service provision*, Applied Economics, vol. 31, 1999, s. 417 – 425
- [78] Malmquist S., *Index Numbers and Indifference Surfaces*, Trabajos de Estadística 4, 1953, s. 209 – 242
- [79] Meeusen W, J. van den Broeck, *Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Errors*, International Economic Review 18, 1977, s. 435 – 444
- [80] Milewski R., *Podstawy ekonomii*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998
- [81] Mortimer D., *Competing Methods for Efficiency Measurement. A Systematic Review of Direct DEA vs SFA/DFA Comparisons*, Working Paper 136, Centre for Health Program Evaluation, 2002
- [82] Nawrot W., *Rynek kapitałowy i jego rozwój*, CeDeWu, 2008
- [83] Norman M., Stoker B., *Data Envelopment Analysis: The Assessment of Performance*, John Wiley & Sons Inc., 1991
- [84] O’Neill L., Dexter F., *Methods for Understanding Super-Efficiency Data Envelopment Analysis. Results with an Application to Hospital Inpatient Surgery*, Health Care Management Science 8, 2005, s. 291 – 298
- [85] Ostrowska E., *Rynek kapitałowy: Funkcjonowanie i metody oceny*, PWE, 2007
- [86] Pareto V., *Manuel d’conomie politique*, Paris: V. Giard et E. Briere, 1909
- [87] Pastor J. T., Ruiz J. L., Sirvent I., *An Enhanced DEA Russell Graph Efficiency Measure*, European Journal of Operational Research 115, 1999, s. 596 – 607

- [88] Pastor J. T., Ruiz J. L., Sirvent I., *A Statistical Test for Nested Radial DEA Models*, *Operations Research* 50, 2002, s. 728 – 735
- [89] Pawłowska M., *Konkurencja i efektywność na polskim rynku bankowym na tle zmian strukturalnych i technologicznych*, Materiały i Studia NBP nr 192, Warszawa 2005
- [90] Pawłowska M., *Wpływ fuzji i przejęć na efektywność w sektorze banków komercyjnych w Polsce w latach 1997 – 2001*, *Bank i Kredyt* nr II, 2003, s. 20 – 34
- [91] Prędko A., *Analiza efektywności za pomocą metody DEA: podstawy formalne i ilustracja ekonomiczna*, *Przegląd Statystyczny* nr 50(1), 2003, s. 87 – 100
- [92] Przybylska-Kapuścińska W. (red.), *Rynek papierów wartościowych strefy euro*, Wolters Kluwer Polska, 2007
- [93] Rees L. M. L., Bowden F. D. J., *System Instantiation Comparison Method: A Technique for Comparing Military Headquarters*, Land Operations Division, Defence Science and Technology Organisation, DSTO-RR-0322, 2007; artykuł w formacie PDF dostępny na stronie:  
<http://dspace.dsto.defence.gov.au/dspace/handle/1947/4740>
- [94] Rekowski M., *Mikroekonomia*, WROKOPA, Poznań, 2005
- [95] Retzlaff-Roberts D., Puelz R., *Classification in automobile insurance using a DEA and discriminant analysis hybrid*, *Journal of Productivity Analysis* Vol. 7 nr 4, 1996, s. 417 – 427
- [96] Richmond J., *Estimating the Efficiency of Production*, *International Economic Review* 15, 1974, s. 515 – 521
- [97] Rogowski G., *Metody analizy i oceny działalności banku na potrzeby zarządzania strategicznego*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań 1998
- [98] Russell R. R., *Distance Functions in Consumer and Producer Theory*, w: Fare R., Grosskopf S. and Russell R.R. (eds.), *Index Numbers: Essays in Honour of Sten Malmquist*, Boston/London/Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998, s. 7 – 90
- [99] Samuelson P. A., Nordhaus W. D., *Ekonomia tom I*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004



- [100] Saunders E. S., *Cost efficiency in ARL academic libraries*, The Bottom Line: Managing Library Finances Vol. 16 (1), 2003, s. 5 – 14; (ARL – Association of Research Libraries)
- [101] Schmiedel H., *Total factor productivity growth in European stock exchanges: A non-parametric frontier approach*, Bank of Finland Discussion Papers, 2002
- [102] Seiford L. M., *A Cyber-Bibliography for Data Envelopment Analysis (1978 – 2005)*, dodatek na CD w: Cooper, Seiford i Tone (2007)
- [103] Sengupta J. K., *Dynamic and Stochastic Efficiency Analysis: Economics of Data Envelopment Analysis*, World Scientific Publishing, 2000
- [104] Serifsoy B., *Business Models and Total Factor Productivity of Stock Exchanges – Empirical Evidence*, publikacja pokonferencyjna: “Clearing and settlement of financial markets: Europe and beyond”, Cass Business School w Londynie, 16 – 18 czerwca 2005, wersja elektroniczna dostępna jest na stronie:  
[www.cass.city.ac.uk/conferences/clearingandsettlement](http://www.cass.city.ac.uk/conferences/clearingandsettlement)
- [105] Serrano-Cinca C., Mar-Molinero C., Chaparro-Garcia F., *On Model Selection in Data Envelopment Analysis: A Multivariate Statistical Approach*, Discussion Paper Series, Management, nr M02-7, University of Southampton, 2002 (publikacja dostępna jest na stronie: <http://www.management.soton.ac.uk/research/discussion-paper-series.php>)
- [106] Shephard R. W., *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1953
- [107] Siems T. F., Clark J. A., *Rethinking Bank Efficiency and Regulation: How Off-Balance-Sheet Activities Make a Difference*, Financial Industrial Studies, Federal Reserve Bank of Dallas, Grudzień 1997
- [108] Simar L., *Aspects of Statistical Analysis in DEA-Type Frontier Models*, Journal of Productivity Analysis 7 (2/3), 1996, s. 177 – 185
- [109] Simar L., Wilson P. W., *Sensitivity Analysis of Efficiency Scores: How to Bootstrap in Nonparametric Frontier Models*, Management Science 44 (11), 1998, 49 – 61
- [110] Simar L., Wilson P. W., *Statistical Inference in Nonparametric Frontier Models: The State of the Art*, Journal of Productivity Analysis 13, 2000, s. 49 – 78
- [111] Socha J., *Zrozumieć giełdę*, OLYMPUS Centrum Edukacji i Rozwoju Biznesu, Warszawa, 1994

- [112] Sopoćko A., *Rynkowe instrumenty finansowe*, PWN, Warszawa, 2005
- [113] Subhash C. R., *Data Envelopment Analysis: Theory and Techniques for Economics and Operations Research*, Cambridge University Press, 2004
- [114] Sun S., *Assessing joint maintenance shops in the Taiwanese Army using data envelopment analysis*, Journal of Operations Management Vol 22 (3), 2004, s. 233 – 245
- [115] Szuwarzyński A., *Metoda DEA pomiaru efektywności działalności dydaktycznej szkół wyższych*, Nauka i Szkolnictwo Wyższe (półrocznik wydawany przez Centrum Badań Polityki Naukowej i Szkolnictwa Wyższego Uniwersytetu Warszawskiego), Nr 2/28/2006, 2006, s. 78 – 88
- [116] Tavares G., *A Bibliography of Data Envelopment Analysis (1978 – 2001)*, Rucor Research Report 01-02, 2002
- [117] Thanassoulis E., *Data Envelopment Analysis and Its Use in Banking*, Interfaces 29:3, 1999, s. 1 – 13
- [118] Thompson R. G., Langemeier L. N., Lee C., Lee E., Thrall R. M., *The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming*, Journal of Econometrics 46, 1990, s. 93 – 108
- [119] Thompson R. G., Singleton Jr. F. D., Thrall R. M., Smith B. A., *Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas*, Interfaces 16, 1986, s. 35 – 49
- [120] Tone K., *A Slack-based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis*, Research Reports, Graduate School of Policy Science, Saitama University, 1997; opublikowane w: European Journal of Operational Research 130, 2001, s. 498 – 509
- [121] Tone K., *A Slacks-based Measure of Super-efficiency in Data Envelopment Analysis*, European Journal of Operational Research 143, 2002, s. 32 – 41
- [122] Varian H. R., *Mikroekonomia. Kurs średni – ujęcie nowoczesne*, PWN Warszawa, 2002
- [123] Wagenvoort R., Schure P., *The Recursive Thick Frontier Approach to Estimating Efficiency*, Economic and Financial Report 1999/02, European Investment Bank, Luxembourg, 1999

- [124] Wagner J. M., Shimshak D. G., *Stepwise Selection of Variables in Data Envelopment Analysis: Procedures and Managerial Perspectives*, European Journal of Operational Research 180, 2007, s. 57 – 67
- [125] Yue P., *Data Envelopment Analysis and Commercial Bank Performance: A Primer with Applications to Missouri Banks*, The Federal Reserve Bank of St. Louis Review vol. 74 nr 1, 1992; artykuł w formacie PDF dostępny na stronie: <http://research.stlouisfed.org/publications/review/past/1992>
- [126] Zeliaś A. (red.), *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, PWN, 1989
- [127] Zhu J., *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking – Data Envelopment Analysis with Spreadsheets and DEA Excel Solver*, Springer, 2003
- [128] Ziarko-Siwiek U., *Giełdy kapitałowe w Europie*, CeDeWu, 2007
- [129] Zimniewicz K., *Współczesne koncepcje i metody zarządzania*, PWE, Warszawa 1999
- [130] Raport GUS (2006): *Rachunki Narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych 2000-2004*, publikacja zespołu pracowników Departamentu Rachunków Narodowych i Finansów w „Studia i Analizy Statystyczne”, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa, czerwiec 2006