



## **Bartłomiej Lach**

Prognozowanie upadłości przedsiębiorstw w Polsce  
z wykorzystaniem metod łączenia i selekcji klasyfikatorów

Predicting bankruptcy of enterprises in Poland  
using the methods of combining and selecting classifiers

### **Praca doktorska**

Promotor:

Dr hab. Barbara Będowska-Sójka,  
prof. UEP

Promotor pomocniczy:

Dr Sergiusz Herman

Pracę przyjęto dnia:

.....

Podpis Promotora

Podpis Promotora pomocniczego

Poznań 2020

## Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	<b>4</b>
<b>Rozdział I Zjawisko upadłości przedsiębiorstw</b> .....	<b>10</b>
1.1. Ekonomiczne i prawne aspekty upadłości przedsiębiorstw .....	11
1.2. Przyczyny upadłości przedsiębiorstw .....	16
1.3. Liczba upadłości przedsiębiorstw w Polsce .....	23
1.4. Źródła informacji wykorzystywane w badaniach nad upadłością przedsiębiorstw.....	31
<b>Rozdział II Klasyfikacja obiektów wielowymiarowych</b> .....	<b>35</b>
2.1. Problem klasyfikacji obiektów wielowymiarowych.....	36
2.2. Charakterystyka wybranych metod klasyfikacyjnych .....	36
2.2.1. Liniowa analiza dyskryminacyjna .....	38
2.2.2. Regresja logistyczna .....	43
2.2.3. Drzewo klasyfikacyjne i las losowy .....	45
2.2.4. Sztuczna sieć neuronowa .....	49
2.3. Ocena jakości klasyfikacyjnej modelu oraz jego zdolność do uogólniania wyników.	56
2.4. Przegląd wybranych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw .....	62
<b>Rozdział III Zespoły klasyfikatorów i sposoby ich konstruowania</b> .....	<b>77</b>
3.1. Idea wykorzystania zespołu klasyfikatorów .....	77
3.2. Wzmacnianie klasyfikatorów tego samego typu .....	80
3.2.1. Metoda bagging .....	80
3.2.2. Metoda boosting .....	83
3.2.3. Metoda losowych podprzestrzeni .....	85
3.3. Metody kombinowane agregacji klasyfikatorów różnego typu .....	86
3.3.1. Metody łączenia klasyfikatorów.....	87
3.3.2. Metody selekcji klasyfikatorów.....	92
3.4. Klasyfikatory zespołowe w badaniach nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw .....	96

<b>Rozdział IV Prognozowanie upadłości przedsiębiorstw w Polsce z wykorzystaniem wybranych klasyfikatorów.....</b>	<b>100</b>
4.1. Cele i procedura przeprowadzonego badania.....	100
4.2. Opis próby badawczej.....	102
4.3. Dobór zmiennych objaśniających do budowy klasyfikatorów.....	105
4.4. Ocena zdolności predykcyjnych wybranych klasyfikatorów.....	108
4.4.1. Ocena zdolności predykcyjnych klasyfikatorów indywidualnych .....	110
4.4.2. Ocena zdolności predykcyjnych klasyfikatorów zespołowych.....	123
4.5. Wpływ doboru próby uczącej i testującej na stabilność wyników klasyfikacji.....	126
4.6. Wpływ stopnia niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych na skuteczność metod łączenia i selekcji .....	130
<b>Rozdział V Wpływ doboru zmiennych na skuteczność metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów .....</b>	<b>134</b>
5.1. Cel i procedura przeprowadzonego badania symulacyjnego .....	135
5.2. Porównanie jakości prognoz klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych z uwzględnieniem różnej liczby zmiennych diagnostycznych .....	139
5.3. Ocena zdolności dyskryminacyjnych wskaźników finansowych na podstawie wyników przeprowadzonego badania symulacyjnego.....	148
5.4. Prezentacja autorskiego programu komputerowego wykorzystanego w badaniach empirycznych .....	151
<b>Zakończenie.....</b>	<b>156</b>
<b>Załącznik 1 .....</b>	<b>162</b>
<b>Wykaz rysunków .....</b>	<b>165</b>
<b>Wykaz tabel.....</b>	<b>167</b>
<b>Wykaz wykresów.....</b>	<b>169</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>170</b>

## Wstęp

Właściwa ocena sytuacji finansowo-majątkowej przedsiębiorstwa oraz identyfikacja zagrożeń dla jego dalszej działalności stanowią kluczowe wyzwania stojące przed zarządzającymi współczesnymi przedsiębiorstwami. W dynamicznie zmieniającym się otoczeniu gospodarczym i prawnym podejmowanie optymalnych decyzji biznesowych oraz utrzymywanie zdolności do szybkiego i właściwego reagowania na zagrożenia dla kontynuacji działalności gospodarczej staje się coraz trudniejsze. Z tego powodu, wśród zarządzających wzrasta potrzeba wykorzystywania narzędzi monitorujących kondycję finansową przedsiębiorstw, a także sygnalizujących z pewnym wyprzedzeniem występowanie ryzyka upadłości.

Upadłość przedsiębiorstw jest zjawiskiem powszechnym w gospodarce, którego nie sposób wyeliminować. Wczesne wykrycie ryzyka upadłości przedsiębiorstwa ma na celu ochronę zainteresowane podmioty przed jej negatywnymi skutkami. Skuteczne przewidywanie ryzyka upadłości przedsiębiorstwa daje jego zarządzającym czas na reakcję i podjęcie właściwych decyzji pozwalających uniknąć lub zminimalizować negatywne konsekwencje tej formy zakończenia działalności gospodarczej. Przewidywanie upadłości nie musi dotyczyć wyłącznie monitorowania kondycji finansowej własnej działalności. W dzisiejszej rzeczywistości gospodarczej, bezpieczeństwo prowadzonego biznesu zależy nie tylko od własnej sytuacji finansowo-majątkowej, ale także od stabilności i wiarygodności partnerów biznesowych. Z tego powodu wykrywanie i monitorowanie ryzyka upadłości przedsiębiorstw stanowi bardzo ważny obszar zainteresowania wśród praktyków biznesu.

Prognozowanie upadłości przedsiębiorstwa stanowi także przedmiot wielu badań naukowych. Często przedstawia się je jako problem klasyfikacyjny, który polega na określeniu przynależności obiektu jakim jest przedsiębiorstwo do jednej z dwóch możliwych populacji: *podmiotów w dobrej kondycji finansowej* lub *podmiotów zagrożonych ryzykiem upadłości*.

W literaturze znane są próby budowania narzędzi prognozowania upadłości przedsiębiorstw z wykorzystaniem różnych metod klasyfikacyjnych. Jednym z pierwszych, najbardziej znanych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw, był model „Z-score”

zaproponowany przez Altmana [1968]. Model ten powstał w oparciu o dane z rynku amerykańskiego, a w jego konstrukcji wykorzystano liniową analizę dyskryminacyjną. Jeden z pierwszych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce zaproponowała Mączyńska [1994]. W późniejszych pracach wykorzystywano zróżnicowane metody klasyfikacji obiektów wielowymiarowych, starając się wyjaśnić przyczyny upadłości przedsiębiorstw oraz uzyskać możliwie skuteczne narzędzia prognozowania tego zjawiska.

Przegląd badań naukowych poświęconych prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce pokazuje, że do najpopularniejszych metod klasyfikacji wykorzystywanych w tychże badaniach należą: liniowa analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, drzewo klasyfikacyjne oraz sztuczna sieć neuronowa [Hadasik 1998, Hołda 2000, 2006, Gruszczyński 2003, Hamrol i inni 2004, Wędzki 2005, Korol i Prusak 2005, Hołda i Pociecha 2009, Korol 2010, Pociecha i inni 2014, Paliński 2018]. Wymienione metody są często wykorzystywane do prognozowania upadłości przedsiębiorstw również w badaniach prowadzonych na innych rynkach. Wskazują na to autorzy przeglądów badań naukowych z tego obszaru [Bellovary i inni 2007, Prusak 2019].

Trudno jest określić, która z metod klasyfikacyjnych, stosowanych w literaturze przedmiotu jest jednoznacznie lepsza od pozostałych. Jednym ze sposobów poprawy jakości klasyfikacji obiektów jest wykorzystanie do prognozowania podejścia zespołowego. Stosowanie klasyfikatorów zespołowych polega na podejmowaniu ostatecznej decyzji klasyfikacyjnej o przynależności obiektu do populacji w oparciu o wskazania wielu klasyfikatorów indywidualnych (bazowych).

Podstawowy podział klasyfikatorów zespołowych związany jest z liczbą metod klasyfikacyjnych wykorzystanych do ich budowy. W sytuacji, gdy zespół klasyfikatorów budowany jest w oparciu o jedną metodę klasyfikacyjną (np. drzewo klasyfikacyjne), nazywamy go zespołem homogenicznym. Klasyfikator bazujący na wykorzystaniu jednej metody klasyfikacyjnej jest więc wzmocniany przez budowę wielu klasyfikatorów tego samego typu [Krzyśko i inni, 2008].

W alternatywnym podejściu, zespół klasyfikatorów budowany jest w oparciu o większą liczbę różnych metod klasyfikacyjnych. Wówczas klasyfikator zespołowy nazywany jest heterogenicznym lub określa się go systemem klasyfikatorów (ang. *multiple classifier system*) [Ćwiklińska-Jurkowska, 2013a]. Ta grupa klasyfikatorów zespołowych powstaje na drodze wykorzystania metod łączenia lub selekcji klasyfikatorów indywidualnych, które stanowią główny obszar zainteresowania autora w niniejszej

rozprawie. Metody łączenia i selekcji klasyfikatorów opracowane zostały w ramach prac z obszaru rozpoznawania wzorców (ang. *pattern recognition*), będącego częścią dziedziny uczenia maszynowego (ang. *machine learning*). Próba jednoczesnego wykorzystania klasyfikatorów indywidualnych stanowi pewien naturalny kierunek rozwoju metod klasyfikacji. Kuncheva [2004] zwraca uwagę na wzrastające zainteresowanie podejściem zespołowym w klasyfikowaniu obiektów wielowymiarowych oraz na potrzebę weryfikacji skuteczności tego podejścia poprzez jego praktyczne wykorzystanie w badaniach empirycznych.

Przeprowadzone badania, których przebieg oraz wyniki zostały opisane w rozprawie, stanowią próbę porównania różnych metod klasyfikacyjnych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Badania mają odpowiedzieć na pytania, czy i kiedy warto stosować podejście zespołowe polegające na łączeniu i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. W toku prowadzonych prac dokonano porównania wyników wielu klasyfikatorów zespołowych bazujących na różnych metodach agregacji. Badania empiryczne umożliwiły ocenę i porównanie wyników klasyfikacji zarówno klasyfikatorów indywidualnych, jak i zespołowych, dając szansę na uzyskanie pełniejszego obrazu skuteczności działania poszczególnych metod.

W zagranicznej literaturze przedmiotu, zdecydowana większość badań poświęconych zastosowaniu podejścia zespołowego w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw, prezentuje próby wykorzystania metod wzmacniania klasyfikatorów tego samego typu. Najczęściej wykorzystywanymi metodami są: *bagging*, *boosting* oraz *random subspaces*. W efekcie stosowania tych metod powstają klasyfikatory zespołowe homogeniczne [Fedorova i inni 2013, Kim i Kang 2010, 2012, Li i inni 2011]. Próby wykorzystania zespołów heterogenicznych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw stanowią znacząco niższy odsetek wszystkich badań w tym obszarze [Xiao i inni 2012, Geng i inni 2015].

Przykładów zastosowania podejścia zespołowego do prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce jest bardzo mało. W ostatnich latach opublikowano kilka prac naukowych, w których podjęto próbę wykorzystania do prognozowania upadłości przedsiębiorstw homogenicznego zespołu klasyfikatorów, w którym klasyfikatorem bazowym było drzewo klasyfikacyjne [Pawełek i Grochowina 2017a, 2017b, Gąska 2016]. Próba wykorzystania heterogenicznych zespołów klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce została natomiast opisana w artykule autora niniejszej rozprawy [Lach, 2017]. Tematyka przygotowanej rozprawy doktorskiej oraz przeprowadzone obszerne

badania nad skutecznością metod łączenia i selekcji klasyfikatorów wypełniają lukę w badaniach nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw w Polsce i stanowią wkład do badań w tym obszarze.

**Głównym celem rozprawy** jest zbadanie skuteczności metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce.

Przeprowadzone badania empiryczne pozwolą na weryfikację **hipotezy głównej rozprawy**, która brzmi następująco:

H1. Wykorzystanie metod łączenia i selekcji klasyfikatorów poprawia trafność klasyfikacji obiektów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw.

Poza celem głównym rozprawy, określono także cztery cele szczegółowe:

1. Budowa i porównanie trafności klasyfikacji wybranych klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw.
2. Analiza wpływu doboru próby uczącej i testującej na trafność klasyfikacji.
3. Zbadanie zależności pomiędzy liczbą zmiennych objaśniających uwzględnianą przy budowie klasyfikatorów a skutecznością metod łączenia i selekcji w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw.
4. Ocena zdolności dyskryminacyjnych wskaźników finansowych na podstawie przeprowadzonego badania symulacyjnego.

Poza hipotezą główną, w rozprawie dokonano weryfikacji dwóch hipotez pomocniczych:

H2. Klasyfikatory zespołowe oparte na metodach łączenia charakteryzują się wyższą zdolnością poprawnego przewidywania upadłości przedsiębiorstw niż klasyfikatory zespołowe oparte na metodach selekcji.

H3. Skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów jest zależna od liczby zmiennych objaśniających uwzględnionych przy budowie klasyfikatorów.

W przeprowadzonych badaniach empirycznych wykorzystano informacje o sytuacji finansowo-majątkowej 180 spółek działających w Polsce i notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Spółki te prowadziły swoją działalność w jednej z trzech branż: budownictwo, handel hurtowy i detaliczny oraz przetwórstwo przemysłowe. Informacje o działalności przedsiębiorstw uwzględnionych w analizie pochodziły z rocznych sprawozdań finansowych z okresu od 1999 do 2012 roku.

Większość analiz realizowanych w ramach przeprowadzonego badania empirycznego została wykonana z wykorzystaniem autorskiej aplikacji komputerowej napisanej w środowisku R z graficznym interfejsem użytkownika. Opracowane narzędzie pozwoliło usprawnić prowadzone obliczenia, a prace nad jego stworzeniem trwały sześć miesięcy. Aplikacja może zostać wykorzystana dla dowolnego problemu binarnej klasyfikacji obiektów w przyszłości. Należy zaznaczyć, że dostępne programy i popularne pakiety statystyczne nie dostarczają narzędzi do bezpośredniego wykorzystania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów, co stanowiło ważny powód podjęcia pracy nad autorskim rozwiązaniem informatycznym. Stworzenie dedykowanego oprogramowania wynikało również z chęci nadania praktycznego wymiaru efektom prowadzonych badań.

Przygotowywana rozprawa doktorska składa się z pięciu rozdziałów. Układ pracy i zawartość poszczególnych rozdziałów odpowiada realizacji przyjętych celów i weryfikacji postawionych hipotez badawczych w rozprawie.

Pierwszy rozdział rozprawy poświęcony został zjawisku upadłości przedsiębiorstw w Polsce. W rozdziale przedstawiono definicje upadłości przedsiębiorstw, a także jej ekonomiczne i prawne aspekty. W dalszej części rozdziału zaprezentowane zostały dane statystyczne dotyczące upadłości przedsiębiorstw w Polsce ze szczególnym uwzględnieniem wpływu istotnych zmian w prawie upadłościowym mających miejsce w 2016 roku.

W drugim rozdziale pracy przedstawiono ogólny problem klasyfikacji obiektów wielowymiarowych. Rozdział zawiera charakterystykę wybranych metod klasyfikacyjnych, które są najczęściej stosowane w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw, i które zostały wykorzystane w badaniach empirycznych przedstawionych w rozprawie. Dalsza część rozdziału została poświęcona zagadnieniu oceny jakości klasyfikacyjnej modeli oraz ich zdolności do uogólniania wyników klasyfikacji. W ostatniej części dokonano przeglądu wybranych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw.

W trzecim rozdziale przedstawiono istotę działania metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów. W szczególności omówiono ideę wykorzystania metod wzmacniania klasyfikatorów tego samego typu (zespoły homogeniczne) oraz metod kombinowanej agregacji klasyfikatorów różnego typu (zespoły heterogeniczne). Szczegółowo omówione zostały metody łączenia i selekcji klasyfikatorów różnego typu, stanowiące główny przedmiot zainteresowania autora w badaniach nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw. W ostatniej części rozdziału autor przedstawił przegląd badań polskich i zagranicznych nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw, w których wykorzystano podejście zespołowe.



Dwa kolejne rozdziały zawierają wyniki badań empirycznych. W rozdziale czwartym przedstawiono rezultaty wykorzystania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów do problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Ważną częścią rozdziału jest analiza wpływu doboru próby uczącej na jakość klasyfikacji uzyskanej przez klasyfikatory indywidualne oraz zespołowe. W ostatniej części przedstawiono także wyniki badania wpływu stopnia niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych na skuteczność metod łączenia oraz selekcji.

W rozdziale piątym skupiono się na znaczeniu doboru zmiennych służących do budowy klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych oraz na wpływie liczby zmiennych na skuteczność działania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów. Przeprowadzone badanie symulacyjne obejmujące budowę prawie 550 tys. klasyfikatorów indywidualnych oraz zespołowych umożliwiło ostateczną weryfikację głównej hipotezy badawczej. Pracę kończy podsumowanie, w którym autor przedstawia efekty przeprowadzonych badań empirycznych, stopień realizacji przyjętych celów badawczych, a także swoje ustosunkowanie do weryfikowanych hipotez w pracy.

## **Rozdział I**

### **Zjawisko upadłości przedsiębiorstw**

Wystąpienie niekorzystnych scenariuszy gospodarczych może zaburzyć prawidłowe funkcjonowanie przedsiębiorstw, a w części przypadków doprowadzić nawet do ich likwidacji. Jest to naturalny i powszechnie obecny proces we wszystkich rozwiniętych gospodarkach rynkowych [Argenti, 1976]. Jedną z głównych przyczyn likwidacji podmiotów działających w ramach gospodarki rynkowej jest rywalizacja konkurujących ze sobą firm. Przedsiębiorstwa, które nie są w stanie funkcjonować w określonych warunkach rynkowych, kończą swoją działalność, pozwalają powstawać i wzrastać innym podmiotom. Jedną z form likwidacji przedsiębiorstwa jest bankructwo. Występuje ono w sytuacji niewypłacalności. Bankrutujące przedsiębiorstwa przestają świadczyć usługi i dostarczać produkty dla swoich dotychczasowych partnerów biznesowych, zwalniają pracowników, przestają regulować zobowiązania oraz płacić podatki [Mioduchowska-Jaroszewicz i Szczepkowska, 2016]. Zjawisko to stanowi także zagrożenie dla podmiotów współpracujących z bankrutującą firmą, których należności przestają być regulowane. Problemy jednego przedsiębiorstwa mogą inicjować powstawanie kłopotów finansowych również u innych uczestników rynku, zapoczątkowując negatywny efekt domina [Mączyńska, 2006]. Z tego powodu niezwykle istotną rolę w życiu gospodarczym odgrywają regulacje prawne gwarantujące bezpieczeństwo interesów powiązanych podmiotów w sytuacji wystąpienia niewypłacalności jednego z nich. Jednym z prawnych rozwiązań umożliwiającym „wyjście” z rynku w kontrolowany sposób jest upadłość. W języku potocznym pojęcia „upadłość” i „bankructwo” często używane są zamiennie. Należy jednak podkreślić, że określenie upadłość jest pojęciem prawnym i jako takie nie stanowi synonimu bankructwa. Pojęcie „bankructwo” odnosi się wyłącznie do sytuacji ekonomicznej firmy i oznacza zakończenie prowadzenie działalności gospodarczej z powodu nieefektywności ekonomicznej [Boratyńska, 2009]. W przypadku większości bankrutujących przedsiębiorstw składany jest wniosek o ogłoszenie upadłości i takie przedsiębiorstwa podlegają procedurze upadłościowej, kończąc w ten sposób swoją działalność na rynku [Hołda, 2006].

## 1.1. Ekonomiczne i prawne aspekty upadłości przedsiębiorstw

Upadłość przedsiębiorstw rozważa się w wielu wymiarach. Zarówno przyczyny jak i skutki upadłości przedsiębiorstw obejmują różne aspekty życia gospodarczego i społecznego. Podstawowymi wymiarami analizy tego zjawiska, najczęściej opisywanymi w literaturze są wymiar ekonomiczny oraz prawny [Dec, 2014]. Część ekonomistów podkreśla, że przedsiębiorstwa, wobec których ogłaszana jest upadłość, stanowią nieodzowny element rozwoju gospodarczego w ujęciu makroekonomicznym. Nieefektywne przedsiębiorstwa dają przestrzeń do funkcjonowania na rynku innym podmiotom, które skuteczniej wykorzystują posiadane zasoby, wdrażają innowacje i są lepiej zorganizowane [Schumpeter, 1942]. Missala wskazuje nawet, że tolerowanie działalności przedsiębiorstw nie wykonujących swoich zobowiązań i pociągających w stronę niewypłacalności inne przedsiębiorstwa stoi w sprzeczności z interesem publicznym [Missala, 2005].

Ze względu na duże znaczenie upadłości przedsiębiorstw dla życia gospodarczego i społecznego, wielu naukowców zajmujących się tym zjawiskiem i specjalizujących w badaniach ilościowych prowadzi prace zmierzające do budowy narzędzi służących przewidywaniu upadłości przedsiębiorstw. Budowane modele prognozujące upadłość pozwalają rozpoznać jej przyczyny, a także przewidzieć ryzyko upadłości przedsiębiorstwa zanim ona nastąpi.

Z ekonomicznego punktu widzenia, upadłość przedsiębiorstwa występuje w sytuacji, gdy zachodzi przynajmniej jedna z poniższych okoliczności [Brol 2000, Bonsiepe 2000]:

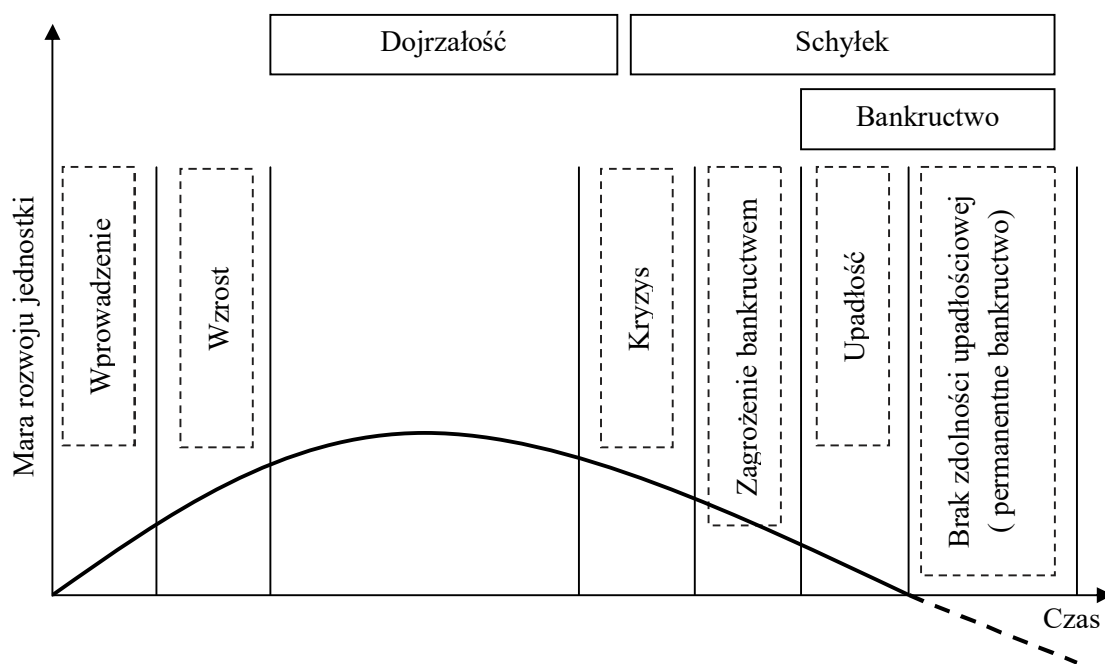
1. Następuje trwała utrata zdolności regulowania przez przedsiębiorstwo swoich zobowiązań wobec wierzycieli.
2. Wartość majątku przedsiębiorstwa jest niższa niż wielkość jego zobowiązań, co powoduje wystąpienie niedoboru majątkowego.

Powyższe scenariusze prowadzą do sytuacji, w której właściciele przedsiębiorstwa tracą zdolność samodzielnego prowadzenia swojej działalności gospodarczej w taki sposób, aby została przywrócona możliwość konkurencyjności na rynku, płynność finansowa, rentowność i wypłacalność [Tokarski, 2012]. Płynnościowy wymiar niewypłacalności jest związany z nieefektywnymi przepływami pieniężnymi [Luecke 2003, Nahotko 2003]. Tracąc płynność przedsiębiorstwo traci zdolność do płacenia aktualnych zobowiązań. Na ocenę poziomu płynności finansowej przedsiębiorstwa wpływa zarówno ilość posiadanej przez nie gotówki, jak i wartość aktywów dających się zamienić na gotówkę w krótkim okresie [Wędzki, 2003].

Cechą charakterystyczną tej formy likwidacji działalności gospodarczej jest brak dobrowolności. Przedsiębiorstwo, które w sposób trwały traci zdolność do regulowania swoich zobowiązań, jest zobowiązane do ogłoszenia upadłości. W celu zapewnienia w gospodarce płynnej alokacji nieefektywnie zarządzanych środków produkcji, wobec niewypłacalnych podmiotów gospodarczych nakładany jest obowiązek ogłoszenia upadłości. Z życia gospodarczego eliminowane są podmioty, których dalsze funkcjonowanie nie było możliwe [Appenzeller, 1998].

Upadłość przedsiębiorstwa z natury rzeczy nie jest zjawiskiem nagłym. Poprzedzają ją etapy cyklu życia przedsiębiorstwa, w trakcie których następuje stopniowe pogorszenie sytuacji finansowej podmiotu, prowadzące ostatecznie do przymusowego wyjścia z rynku na drodze ogłoszenia upadłości. Poniżej na rysunku 1 przedstawiono wszystkie etapy cyklu życia przedsiębiorstwa ze szczególnym uwzględnieniem fazy schyłkowej prowadzącej do zaprzestania działalności gospodarczej poprzez ogłoszenia jego upadłości [Hołda, 2006].

**Rysunek 1. Etapy cyklu życia przedsiębiorstwa z uwzględnieniem fazy schyłkowej**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie [Hołda, 2006, s.57].

Cykl życia przedsiębiorstwa, podobnie jak w przypadku cykli gospodarczych czy cykli życia produktów, posiada etapy, w których następuje wzrost i rozkwit działalności, oraz etapy zmierzające do zaprzestania działalności. Jest to pewien naturalny ciąg kolejnych

faz od chwili rozpoczęcia działalności na rynku, aż do jej zakończenia. Pierwszymi etapami rozwoju podmiotu gospodarczego jest wprowadzenie przedsiębiorstwa na rynek oraz jego wzrost. W trakcie ich trwania przedsiębiorstwo rozwija swoją działalność oraz buduje swoją pozycję na rynku przechodząc w fazę dojrzałości. W tej fazie cyklu jednostka gospodarcza dobrze prosperuje i posiada stabilną pozycję w branży, w której działa. Ewentualne pogarszanie warunków funkcjonowania przedsiębiorstwa może przebiegać gwałtownie lub stopniowo. Są to cechy specyficzne zależne od konkretnego przypadku.

Chociaż faza schyłkowa przebiega w każdym przypadku nieco inaczej, w literaturze wyróżnia się cztery zasadnicze etapy: kryzys, zagrożenie bankructwem, upadłość oraz fakultatywny etap braku zdolności upadłościowej, tzw. permanentne bankructwo [Hołda, 2006]. W sytuacji wystąpienia kryzysu następuje zahamowanie bądź obniżenie stopnia rozwoju przedsiębiorstwa, co obrazuje ujemne nachylenie krzywej miary rozwoju na wykresie.

W takiej sytuacji wskazane jest podjęcie natychmiastowych działań naprawczych przez zarządzających mające na celu odwrócenie niekorzystnego trendu. Odpowiednio wcześnie podjęte działania mogą zapobiec dalszemu rozwojowi fazy schyłkowej przedsiębiorstwa. W przypadku bagatelizowania oznak kryzysu następuje jego pogłębienie, co w konsekwencji prowadzi do trwałego, nieprawidłowego funkcjonowania podmiotu gospodarczego. Pojawiający się permanentny wzrost stopnia zadłużenia i kłopoty z regulowaniem bieżących zobowiązań stanowią symptomy realnej groźby bankructwa przedsiębiorstwa, która stanowi drugi etap fazy schyłkowej. Brak działań restrukturyzacyjnych pomimo wyraźnych symptomów, prowadzi w kolejnym etapie do **bankructwa** i zaprzestania prowadzenia działalności. Bankructwo nie musi jednak oznaczać upadłości przedsiębiorstwa. Możliwe są sytuacje, w których przedsiębiorstwa nie posiadają zdolności upadłościowej np. ze względu na brak środków na pokrycie kosztów postępowania upadłościowego. W innym przypadku, właściciele przedsiębiorstwa mogą spłacić zobowiązania ze środków nie pochodzących bezpośrednio z działalności podmiotu gospodarczego. Uregulowanie zobowiązań wierzycieli pozwala w takiej sytuacji zakończyć działalność na skutek bankructwa, ale bez konieczności ogłaszania upadłości [Mączyńska, 2012].

Z punktu widzenia zarządzania przedsiębiorstwem niezwykle ważne jest wczesne rozpoznanie sytuacji zagrożenia niewypłacalnością. O jej występowaniu mogą świadczyć

pewne symptomy, które można podzielić na finansowe oraz pozafinansowe [Bednarski, 1998, s. 34-35]. Do symptomów finansowych zaliczy się:

- pogorszenie płynności finansowej przedsiębiorstwa,
- powstawanie strat netto lub znaczące pogorszenie wyniku finansowego prowadzące do spadku rentowności prowadzonej działalności,
- wystąpienie zwiększonej potrzeby finansowania działalności kredytami i pożyczkami, z których pozyskaniem i regulowaniem przedsiębiorstwo ma kłopoty,
- ogólny wzrost zobowiązań wobec wszystkich partnerów biznesowych, zarówno innych podmiotów gospodarczych, jak i instytucji państwowych,
- wyprzedawanie majątku firmy w celu regulowania bieżących zobowiązań,
- występowanie przeterminowanych zapasów materiałów oraz wzrost produkcji niezakończonych,
- wzrost wystąpień inwestycji niezakończonych.

Najważniejszymi niefinansowymi symptomami upadłości przedsiębiorstwa są:

- brak kontroli wewnętrznych procesów firmy – zgodnie z zasadą „nie mierzysz, nie zarządzasz”,
- częste zmiany osób na stanowiskach menedżerskich w firmie oraz brak wykwalifikowanej kadry kierowniczej,
- wzrost znaczenia konkurencji w biznesie,
- brak strategii długofalowej przedsiębiorstwa oraz mała liczba patentów,
- rozwinięta działalność związków zawodowych,
- utrata kluczowych klientów, dostawców lub innych partnerów biznesowych mających istotny wpływ na działalność całego przedsiębiorstwa,
- braki kadrowe.

Upadłość przedsiębiorstw może być także **rozważana w wymiarze prawnym**. Jest ona efektem postanowienia sądu gospodarczego, który decyduje o jej ogłoszeniu. Postępowanie upadłościowe prowadzone jest na wniosek dłużnika lub któregośkolwiek z jego wierzycieli. Wniosek taki może zostać złożony w sytuacji wystąpienia niewypłacalności, a zatem braku zdolności do regulowania bieżących zobowiązań finansowych. Wniosek o ogłoszenie upadłości może być również złożony w sytuacji, kiedy suma zobowiązań dłużnika przekracza wartość majątku, którą posiada. W sytuacji niewypłacalności dłużnika, upadłość przedsiębiorstwa jako instytucja prawna uniemożliwia dłużnikowi zarządzanie bądź

korzystanie ze swojego majątku. Odebrane lub ograniczone prawo gospodarowania majątkiem dłużnika ma na celu możliwie maksymalne zabezpieczenie interesu wierzycieli i spłatę ich zobowiązań [Flaga-Gieruszyńska, 2012].

Z dniem 1 stycznia 2016 roku nastąpiły istotne zmiany w prawie upadłościowym i naprawczym. Zmiany te wynikały z wejścia w życie przepisów ustawy z dnia 15 maja 2015 roku „Prawo restrukturyzacyjne” [Prawo restrukturyzacyjne, Ustawa z 15 maja 2015], która zmieniała obowiązującą ustawę „Prawo upadłościowe i naprawcze”. Zmiany doprowadziły do technicznego wydzielenia z wcześniej obowiązującej ustawy zagadnień związanych z restrukturyzacją i działaniami naprawczymi przedsiębiorstw zmierzającymi do zawarcia układu z dłużnikami. Okrojona w ten sposób ustawa od dnia 1 stycznia 2016 roku nosi nazwę „Prawo upadłościowe” i wprowadza szereg zmian w obowiązujących przepisach.

Zmiany w prawie mają z założenia uprościć procedury upadłościowe i przyspieszyć realizację całego procesu. W ustawie wskazano upadłość jako ostateczne rozwiązanie stosowane wobec podmiotów w złej sytuacji finansowo-majątkowej. Wobec takich podmiotów w pierwszej kolejności rozpatrywane są działania naprawcze zgodne z przewidzianym prawem restrukturyzacyjnym, a dopiero w drugiej kolejności procedury prawa upadłościowego. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że procedury przewidziane w Ustawie Prawo upadłościowe adresowane są do przedsiębiorstw niewypłacalnych. Przepisy prawa restrukturyzacyjnego są natomiast przeznaczone do podmiotów zagrożonych niewypłacalnością lub niewypłacalnych, i dla Ustawodawcy są nadrzędne wobec przepisów prawa upadłościowego. Oznacza to, że w sytuacji złożenia wniosków o upadłość przedsiębiorstwa oraz o jego restrukturyzację, odpowiedni sąd gospodarczy w pierwszej kolejności będzie rozpatrywał wniosek o wszczęcie działań naprawczych wobec podmiotu gospodarczego. Wniosek o ogłoszenie upadłości przedsiębiorstwa w takiej sytuacji będzie procedowany jedynie w przypadku braku podstaw do wszczęcia działań restrukturyzacyjnych.

Ustawa zawiera również zmiany w przepisach bezpośrednio wpływające na procedury upadłościowe. Jedną z nich jest zmiana definicji *niewypłacalności dłużnika*. Do tej pory określenie to oznaczało stan „niewykonywania przez dłużnika wymagalnych zobowiązań pieniężnych”. Po wprowadzonych zmianach niewypłacalność dłużnika definiowana jest jako stan „utruty zdolności do wykonywania swoich wymagalnych zobowiązań pieniężnych” [art. 11 ustawy Prawo Upadłościowe]. Utrata zdolności jest wyjaśniona w nowym ust. 1a, który stanowi, że „dłużnik utracił zdolność do wykonywania swoich wymagalnych zobowiązań pieniężnych, jeżeli opóźnienie w wykonywaniu zobowiązań pieniężnych

przekracza trzy miesiące”. Przedsiębiorstwem niewypłacalnym jest również to, którego „zobowiązania pieniężne przekraczają wartość jego majątku, a stan ten utrzymuje się przez okres przekraczający 24 miesiące”. W znowelizowanej ustawie wystąpienie sytuacji przekroczenia wartości majątku przez sumę zobowiązań nie oznacza jeszcze stanu niewypłacalności, tak jak było to zapisane we wcześniejszych przepisach. Aby uznać stan ten za niewypłacalność, sytuacja ta musi utrzymywać się obecnie przez co najmniej 24 miesiące.

W celu uniknięcia sytuacji, w której wierzyciele traktują wniosek upadłościowy jako formę presji na dłużniku wprowadzono przepisy, zgodnie z którymi sąd oddali złożony wniosek o ogłoszenie upadłości, jeżeli dłużnik wykaże, że zgłaszana wierzytelność przez stronę wnioskującą ma w całości charakter sporny, a spór powstał przed złożeniem wniosku do sądu. Inną ważną zmianą przepisów jest wydłużenie maksymalnego okresu przewidzianego na złożenie wniosku o ogłoszenie upadłości z 14 do 30 dni od chwili, w której wystąpiła niewypłacalność. Wydłużenie terminu wynikało z przyczyn natury praktycznej. W przypadku dużych przedsiębiorstw posiadających rozbudowany system księgowy wskazanie dokładnej daty wystąpienia niewypłacalności bywało trudne, przez co przedsiębiorstwa przekraczały ustawowy 14-dniowy okres. Ustawa wprowadza także zmiany mające na celu przyspieszenie postępowania również po ogłoszeniu upadłości przedsiębiorstwa i związane są one przede wszystkim z usprawnieniem działań syndyka dysponującego majątkiem upadłego podmiotu gospodarczego [Prawo Upadłościowe, Ustawa z 15 maja 2015].

## **1.2. Przyczyny upadłości przedsiębiorstw**

Pomimo, że upadłość przedsiębiorstw jest zjawiskiem powszechnym i występującym we wszystkich gospodarkach wolnorynkowych, każdy przypadek upadłości jest unikalny ze względu na specyfikę działalności firmy, sposób jej zarządzania oraz zbiór przyczyn, które do upadłości doprowadziły. Z punktu widzenia zarządzających przedsiębiorstwem bardzo ważna jest świadomość występowania czynników ryzyka biznesowego oraz identyfikacja czynników, które mogą prowadzić do występowania sytuacji kryzysowych prowadzonej działalności gospodarczej.

W literaturze przedmiotu przyczyny upadłości przedsiębiorstw najczęściej przedstawiane są w dwóch grupach: przyczyny zewnętrzne i wewnętrzne [Hołda, 2006]. Przyczyny zewnętrzne (egzogoniczne) nie zależą bezpośrednio od zarządzających przedsiębiorstwem. Każdy podmiot gospodarczy swoją działalność prowadzi w pewnym



otoczeniu gospodarczym, które podlega nieustannym zmianom wpływającym w różny sposób na funkcjonowanie firmy. W literaturze wyróżnia się trzy grupy zewnętrznych przyczyn upadłości [Hołda, 2006]. Pierwszą z nich stanowią zmiany związane z sektorem gospodarki, w którym przedsiębiorstwo działa. W tej grupie wyróżnia się wzrost konkurencyjności na rynku, wzrost cen surowców, produktów bądź usług wpływających na spadek rentowności prowadzonej działalności, czy też ogólny spadek popytu na produkty lub usługi w danej branży.

Drugą grupą przyczyn egzogenicznych są niekorzystne zmiany makroekonomiczne wpływające na całą gospodarkę krajową. Do grupy tej można zaliczyć wystąpienie recesji gospodarczej, skutkującej zahamowaniem tempa wzrostu gospodarczego, wzrost poziomu inflacji, czy też niekorzystne zmiany w prawie gospodarczym, systemie politycznym oraz systemie podatkowym. Ostatnią grupą przyczyn zewnętrznych upadłości przedsiębiorstw są zmiany o charakterze globalnym, które wynikają ze zdarzeń i procesów mających miejsce poza granicami kraju. Przykładem takich sytuacji mogą być niekorzystne dla krajowych podmiotów zmiany regulacji prawnych w krajach, z którymi przedsiębiorstwa kooperują. W ramach czynników o charakterze globalnym można wskazać również zmiany wynikające z procesów globalizacyjnych jak np. przenoszenie produkcji przez światowe koncerny do krajów charakteryzujących się niskimi kosztami pracy.

Poza przyczynami zewnętrznymi, do upadłości przedsiębiorstwa doprowadzić może również szereg przyczyn mających swój początek wewnątrz podmiotu gospodarczego – w związku z czym określa się je mianem przyczyn endogenicznych. Podstawową przyczyną wewnętrzną kryzysu w przedsiębiorstwie i jego upadłości jest złe zarządzanie. Pojęcie to jest dość ogólne i obejmuje wiele obszarów prowadzenia działalności gospodarczej. Do kluczowych elementów wpływających na powodzenie lub niepowodzenie w działalności każdej organizacji zalicza się sposób kierowania firmą oraz kwalifikacje zarządzających.

Przyczyny zewnętrzne i wewnętrzne upadłości przedsiębiorstw można dodatkowo zróżnicować ze względu na długotrwałość oddziaływania poszczególnych czynników na przedsiębiorstwo [Nahotko, 2003]. W ten sposób możemy wyróżnić czynniki krótkookresowe oraz długookresowe. Do czynników krótkookresowych zalicza się przykładowo rezygnację kluczowego klienta z dalszej współpracy (przyczyna zewnętrzna) albo zbyt wysoki poziom zapasów w magazynach (przyczyna wewnętrzna). Wśród czynników długoterminowych wymienia się niekorzystne zmiany w przepisach podatkowych (przyczyna zewnętrzna) lub brak spójnej strategii przedsiębiorstwa (przyczyna wewnętrzna).

Przyczyny upadłości przedsiębiorstw stanowią przedmiot wielu badań naukowych. Jednym z przykładów jest badanie przeprowadzone w Kanadzie w 1996 roku [Baldwin i inni, 1997]. Na pytania ankietowe odpowiadali nadzorcy sądowi zajmujący się upadłością przedsiębiorstw. Badania dotyczyły ponad 1085 przedsiębiorstw, wobec których prowadzono postępowanie upadłościowe. Dokładne informacje uzyskano o 550 z nich. Najczęściej wskazywane czynniki upadłości przedsiębiorstw zostały podzielone na dwie grupy – zewnętrzne i wewnętrzne. Respondenci wskazali następujące przyczyny zewnętrzne:

- recesja w gospodarce (68,4%),
- konkurencja (45,2%),
- problemy występujące u klientów (42,8%),
- zmiany na rynku (23,4%),
- regulacje prawne (22,2%),
- nieoczekiwane zdarzenia (15,5%),
- problemy występujące u dostawców (10,9%),
- zmiany technologiczne (10,3%),
- oszustwa dokonywane przez pracowników (9,6%).

Najczęściej wymienianymi przyczynami wewnętrznymi były:

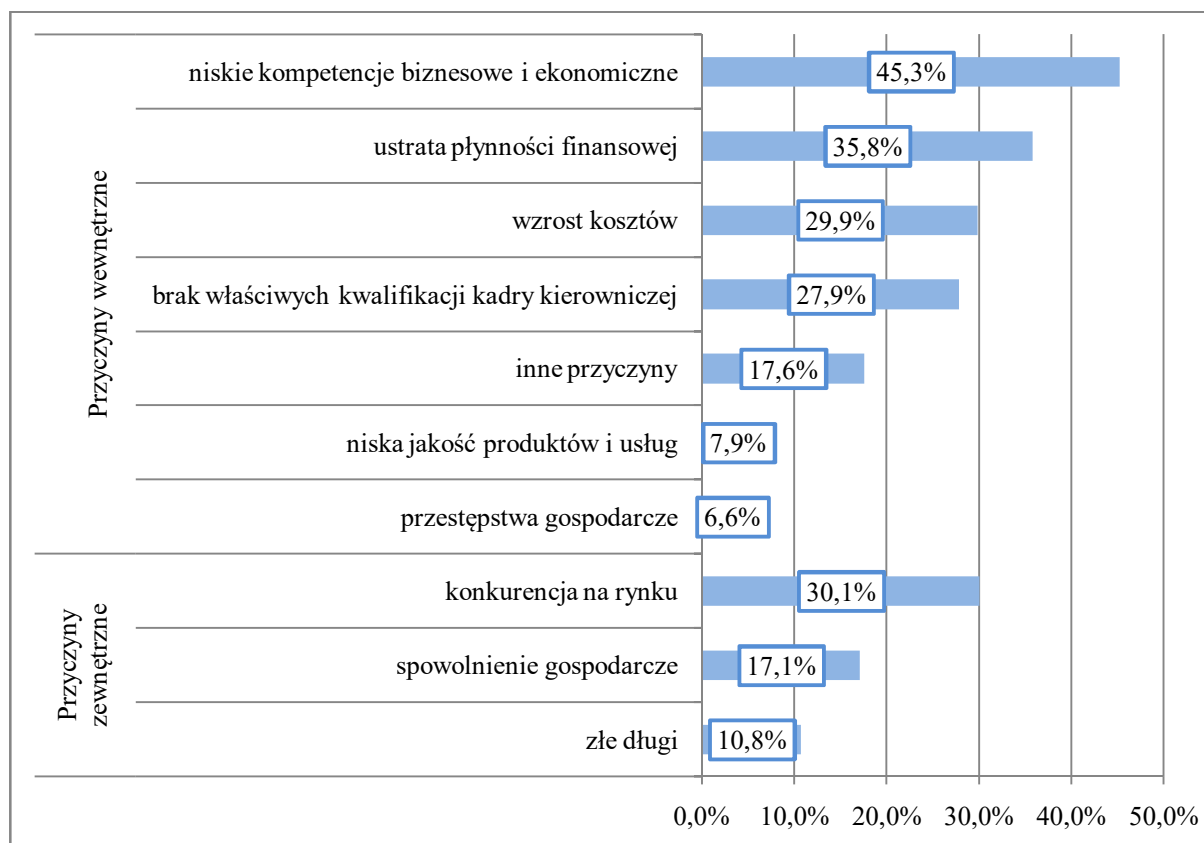
- brak odpowiednich umiejętności zarządzania (71,6%),
- błędy w zarządzaniu finansami przedsiębiorstwa (70,8%)
- brak odpowiednich umiejętności w zakresie marketingu (47,4%),
- problemy z produkcją (29,4%),
- mała innowacyjność (26,4%).

W podsumowaniu przeprowadzonego badania autorzy stwierdzają, że kluczowym czynnikiem wpływającym na występowanie upadłości przedsiębiorstw w Kanadzie były błędy popełniane w obszarze zarządzania. Błędy te są związane z brakiem odpowiedniej wiedzy i umiejętności wśród menedżerów, nieodpowiednimi postawami kadry kierowniczej w zakresie zarządzania zasobami ludzkimi oraz procesami produkcyjnymi.

Podobne badanie zostało przeprowadzone w obrębie małych i średnich przedsiębiorstw działających w Austrii [Kücher i inni, 2018]. Dodatkowym obszarem zainteresowania autorów była relacja pomiędzy przyczynami upadłości firm a liczbą lat funkcjonowania na rynku. Badanie objęło 455 przedsiębiorstw, wobec których prowadzone było postępowanie upadłościowe w 2012 roku. Również w tym przypadku autorzy wyróżnili

dwie grupy przyczyn upadłości – wewnętrzne i zewnętrzne. Każda z grup zawierała kilka czynników, na które mogli wskazywać respondenci w badaniu. Uzyskane wyniki przedstawiono na wykresie 1. Najczęściej wymienianym powodem upadłości przedsiębiorstw były niskie kompetencje biznesowe i ekonomiczne zarządzających (45,3% respondentów). Autorzy tłumaczą, że przyczyna ta związana jest z brakiem lub niską jakością prowadzonej księgowości finansowej i zarządczej, brakiem kalkulacji i planów finansowych, niewystarczającą wiedzą z zakresu marketingu, brakiem monitorowania i zarządzania wierzytelnościami oraz innymi problemami związanymi z działalnością operacyjną i administracyjną w firmie. Pośród przyczyn wewnętrznych respondenci najczęściej wskazywali na konkurencję rynkową (30,1%). Przyczyna ta związana jest zarówno z pojawianiem się nowych przedsiębiorstw w branży, jak i z rywalizacją cenową firm już istniejących, dążących do wzrostu swojego udziału w rynku.

**Wykres 1. Przyczyny upadłości małych i średnich przedsiębiorstw w Austrii**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie [Kücher i inni, 2018]

Podobnie jak w przypadku badań przeprowadzonych w Kanadzie, autorzy podkreślają znaczenie czynników wewnętrznych jako kluczowych dla występowania upadłości

przedsiębiorstw. Spośród wszystkich przyczyn wskazywanych przez respondentów 74,7% z nich należało do grupy przyczyn wewnętrznych, a tylko 25,3% miało charakter zewnętrzny.

Inne badanie dotyczące przyczyn upadłości przedsiębiorstw przedstawili Lukason i Hoffman [2015]. Autorzy przeprowadzili swoje badanie na próbie 1281 przedsiębiorstw działających w Estonii, wobec których ogłoszono upadłość w latach 2002-2009. Dane pochodziły z baz danych sądowych i zawierały szczegółowe informacje o powodach wystąpienia upadłości każdej firmy. W pierwszej części badania autorzy dokonali klasyfikacji wszystkich przypadków ze względu na przyczynę wystąpienia upadłości. Obserwacje sklasyfikowano do trzech możliwych grup:

- przyczyny wewnętrzne (31%)
- przyczyny zewnętrzne (26%)
- przyczyny wewnętrzne i zewnętrzne (43%)

W nawiasach podano odsetek przedsiębiorstw zaklasyfikowanych do każdej z grup. Największa liczba przypadków upadłości dotyczyła przedsiębiorstw, u których stwierdzono zarówno przyczyny wewnętrzne, jak i zewnętrzne. Pośród podmiotów, u których stwierdzono tylko jeden typ przyczyn upadłości, dominowały przyczyny zaklasyfikowane jako wewnętrzne. Autorzy w swojej analizie wykorzystali także informacje o wielkości firmy mierzonej liczbą zatrudnionych pracowników oraz o wieku firmy liczonym w latach funkcjonowania na rynku. Liczba pracowników wyliczana była na podstawie okresu trzyletniego przed rokiem ogłoszenia upadłości. Na podstawie badania stwierdzono, że w przypadku firm krótko działających na rynku przyczyny upadłości najczęściej mają charakter wewnętrzny. Firmy te powinny ze szczególną starannością monitorować podejmowane działania i decyzje na szczeblu kierowniczym, ograniczając tym samym wystąpienie ryzyka niepowodzenia biznesu i upadłości przedsiębiorstwa. Najczęstszymi przyczynami upadłości firm długo działających na rynku są czynniki zewnętrzne mające charakter nagły. Także w przypadku przedsiębiorstw zatrudniających dużą liczbę pracowników przyczyny upadłości najczęściej mają charakter zewnętrzny. Dzieje się tak pomimo faktu, iż firmy te mają z reguły dobrze zorganizowane procesy i dużą kontrolę wewnętrzną. Upadłość przedsiębiorstw w tych przypadkach zależy często od umiejętności właściwego reagowania zarządzających na istotne zmiany otoczenia gospodarczego [Lukason i Hoffman, 2015].

Analogiczne badania do tych przeprowadzonych w Kanadzie, Austrii i Estonii prowadzono również w Polsce. W tabeli 1 przedstawiono zestawienie najważniejszych przyczyn upadłości przedsiębiorstw wskazywanych w badaniach prezentowanych przez polskich badaczy. Zestawienie zostało utworzone na bazie trzech badań ankietowych dotyczących zjawiska upadłości przedsiębiorstw prowadzonych w latach 1990 - 2004.

**Tabela 1. Przyczyny upadłości przedsiębiorstw w Polsce – porównanie wyników badań**

Sudoł i Matuszak, badanie dla województwa kujawsko-pomorskiego, 1990-2000	Szczerbak, badanie dla województwa mazowieckiego, 2000-2004	Czeszejko-Sochacki, badanie dla województwa warmińsko-mazurskiego, 1999-2004
1. Spadek popytu na wyroby przedsiębiorstwa	1. Słabości zarządzania	1. Nadmierne zadłużenie
2. Nieumiejętne zarządzanie przedsiębiorstwem przez dyrektora	2. Ujemny wynik finansowy	2. Brak nowych odbiorców produktów
3. Niedokonanie zmian w technologii wytwarzania w celu obniżki kosztów produkcji	3. Wysokie zadłużenie przedsiębiorstwa	3. Nieumiejętne zarządzanie przedsiębiorstwem
4. Nadmierna baza produkcyjna	4. Wzrost zobowiązań, w tym przeterminowanych	4. Utrata płynności finansowej
5. Niedokonanie redukcji zatrudnienia	5. Błędna strategia	5. Nieodpowiednia struktura finansowania majątku firmy
6. Brak niezbędnych zmian struktury produkcji dla rynku krajowego	6. Słabości i błędy w zarządzaniu należnościami, środkami pieniężnymi	6. Trudności w ściąganiu należności lub brak zapłaty
7. Niska wydajność pracy	7. Wysoki wskaźnik dźwigni finansowej (zadłużenie/kapitał własny)	7. Błędna strategia firmy
8. Wysokie zadłużenie przedsiębiorstwa	8. Wzrost zapotrzebowania na kredyty i pożyczki oraz opóźnienia w ich spłacie	8. Brak redukcji zatrudnienia w odpowiednim czasie
9. Silna konkurencja zagraniczna	9. Brak odpowiedniej kontroli finansowej i audytu wewnętrznego	9. Nadmierna baza produkcyjna w stosunku do poziomu sprzedaży
10. Nieskuteczność działań mających na celu przyciągnięcie obcego kapitału	10. Agresywna (kreatywna) rachunkowość	10. Gwałtowny spadek cen zbytu na produkty firmy
	11. Postępujące procesy globalizacyjne i nasilanie się konkurencji	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [Sudoł i Matuszak 2002 s. 91-109, Szczerbak 2005 s. 36-45, Czeszejko-Sochacki 2007 s. 29-37]

W pierwszej kolumnie tabeli 1 zaprezentowano zestawienie przyczyn upadłości przedsiębiorstw na podstawie badania przeprowadzonego przez Sudoła i Matuszaka [2002].

Autorzy przeprowadzili ankietę dotyczącą przedsiębiorstw produkcyjnych w województwie kujawsko-pomorskim, wobec których w latach 1990-2000 złożono wnioski o ogłoszenie upadłości. Ankiety były wypełniane przez syndyków i nadzorców sądowych. W drugiej kolumnie tabeli przedstawiono wyniki badania Szczerbaka, przeprowadzonego w obrębie przedsiębiorstw z sektora budowlanego oraz handlowego działających w latach 2000-2004 [Szczerbak, 2005]. Również w tym przypadku, o wypełnienie ankiet poproszono 82 syndyków oraz nadzorców sądowych. W ostatniej kolumnie przedstawiono analogicznie badanie dotyczące przyczyn upadłości przedsiębiorstw, przeprowadzone w województwie warmińsko-mazurskim w latach 1999-2004. Na pytania ankietowe w tym przypadku odpowiadało 19 syndyków Sądu Rejonowego w Olszynie [Czeszejko-Sochacki, 2007].

Przeprowadzone badania wskazują na występowanie zbliżonych przyczyn upadłości przedsiębiorstw w różnych województwach Polski. Częstość wskazywania poszczególnych przyczyn różni się jednak w zależności od badanych województw. Wysoko w rankingu znalazły się czynniki związane z brakiem popytu oraz zamówień produktów, a także problemy ze zbyt wysokim poziomem zadłużenia oraz generowaniem strat. W przypadku badania w województwach kujawsko-pomorskim oraz warmińsko-mazurskim bardzo często za przyczynę upadłości wskazywano również błędy w zarządzaniu przedsiębiorstwem. Najniżej w zestawieniach przyczyn znalazły się natomiast takie czynniki jak postępujące procesy globalizacyjne, nasilenie konkurencji zagranicznej, nieskuteczność w przyciąganiu obcego kapitału oraz gwałtowny spadek cen zbytu na produkty.

Na prowadzoną działalność gospodarczą wpływ ma wiele czynników wewnętrznych oraz zewnętrznych o charakterze ekonomicznym, prawnym i społecznym. Zadaniem zarządzających jest przewidywanie i zapobieganie wystąpieniu ryzyka zaprzestania działalności przedsiębiorstwa poprzez ciągłe monitorowanie i reagowanie na niekorzystne sygnały, mogące prowadzić do pogorszenia sytuacji firmy. Duża liczba wymienianych w badaniach przyczyn upadłości przedsiębiorstwa związana jest z obserwowanymi wielkościami ekonomicznymi takimi jak: zysk, strata, suma zobowiązań, wartość aktywów itp. Wielkości te mogą być wykorzystane do opisu sytuacji finansowo-majątkowej przedsiębiorstw w celu oceny ich kondycji finansowej, a także ryzyka upadłości.

Na podstawie przedstawionych badań można stwierdzić, że przyczyny upadłości przedsiębiorstw mogą dotyczyć wszystkich obszarów działalności przedsiębiorstw. Z tego powodu, w badaniach przeprowadzonych w ramach przygotowywanej rozprawy doktorskiej, do prognozowania ryzyka upadłości przedsiębiorstw wykorzystywane zostaną cechy

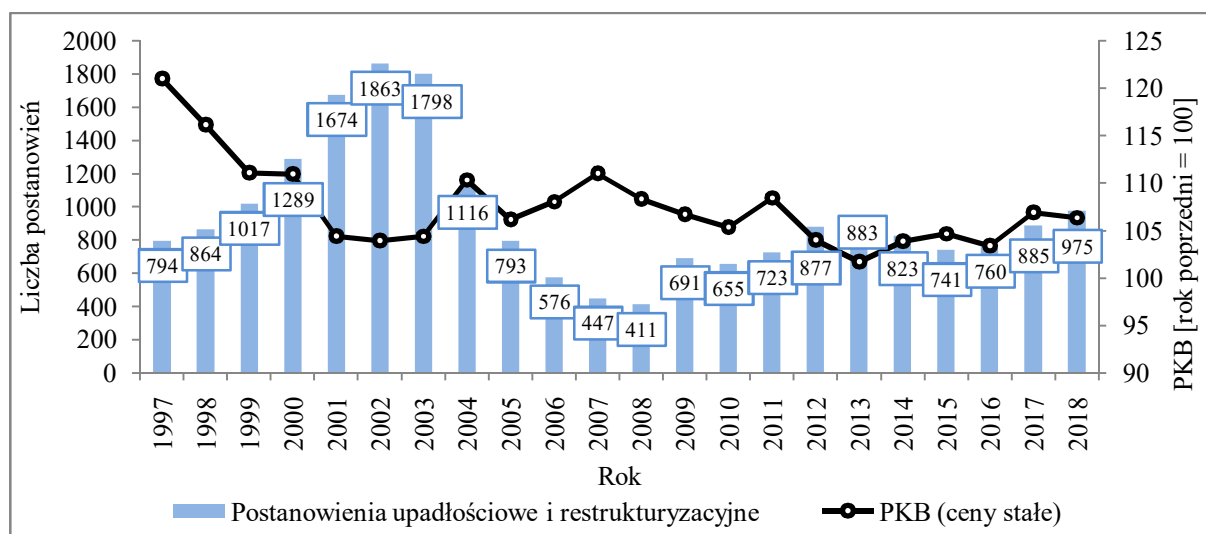
diagnostyczne opisujące wszystkie najważniejsze aspekty funkcjonowania przedsiębiorstw: rentowność, płynność finansowa, zadłużenie oraz sprawność działania.

### 1.3. Liczba upadłości przedsiębiorstw w Polsce

Liczba przedsiębiorstw, wobec których ogłoszono upadłość może stanowić miernik kondycji gospodarki danego kraju. Należy pamiętać, że ze względu na różnice w definicjach i regulacjach upadłościowych, powinno się zachować szczególną ostrożność porównując dane liczbowe dotyczące upadłości, pochodzące z różnych państw. Porównywalne w większym stopniu są natomiast dane dotyczące kształtowania się liczby upadłości przedsiębiorstw w czasie dla danego państwa, regionu czy województwa. Dane przedstawiane za pomocą szeregów czasowych pozwalają również obserwować wpływ wprowadzanych zmian w prawie upadłościowym, widoczny np. w zmieniającej się liczbie prowadzonych postępowań upadłościowych. Taka istotna zmiana w prawie upadłościowym w Polsce miała miejsce w 2016 roku, kiedy to dokonano oddzielenia „Prawa restrukturyzacyjnego” od „Prawa upadłościowego”. Nowe warunki prawne mogą spowodować zmianę w obserwowanej liczbie oraz strukturze składanych wniosków o ogłoszenie upadłości lub o podjęcie działań naprawczych wobec przedsiębiorstw w trudnej sytuacji finansowej.

Na wykresie 2 zaprezentowano kształtowanie się łącznej liczby postanowień sądów gospodarczych w sprawach upadłościowych oraz restrukturyzacyjnych w latach 1997-2018. Dodatkowo na wykresie przedstawiono również indeks dla wartości Produktu Krajowego Brutto wyrażonego w cenach stałych (rok poprzedni = 100).

**Wykres 2. Postanowienia upadłościowe i restrukturyzacyjne w Polsce w latach 1997-2018**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z raportów [Coface 2019, GUS 2019].

Na podstawie przedstawionych na wykresie danych należy stwierdzić, że skala zjawiska upadłości przedsiębiorstw w Polsce nie jest stała w czasie. Liczba upadłości zależy od sytuacji gospodarczej kraju i w tym sensie może być traktowana jako miernik kondycji całej gospodarki. Zależność pomiędzy wielkością zjawiska upadłości przedsiębiorstw a ogólną koniunkturą gospodarczą wyraża ujemna korelacja pomiędzy liczbą postanowień sądowych a PKB wyrażonym w cenach stałych, które przedstawiono na wykresie 2. Wysokość współczynnika korelacji Pearsona w tym przypadku wyniosła  $-0,22^1$ . Odwrotna zależność pomiędzy zmiennymi została zaburzona w kilku ostatnich latach. Wpływ na to mogło mieć wprowadzenie nowych przepisów Prawa upadłościowego, które doprowadziły do wzrostu liczby postępowań upadłościowych i restrukturyzacyjnych przy jednoczesnym obserwowanym wzroście dynamiki PKB.

Liczba przedsiębiorstw, wobec których ogłoszono upadłość nie zależy wyłącznie od wewnętrznych czynników ekonomicznych, ale także od czynników związanych z koniunkturą na świecie oraz uwarunkowań prawnych. Na wykresie widoczne są okresy wzrostu liczby postanowień upadłościowych i restrukturyzacyjnych w Polsce. Pierwszy z nich miał miejsce w latach 2001-2003, kiedy to sytuacja gospodarcza w kraju była niekorzystna dla przedsiębiorstw, następował spadek inwestycji w gospodarce, a władze centralne walczyły z olbrzymim deficytem budżetu państwa. Zła sytuacja w kraju przełożyła się na wyraźny wzrost liczby przedsiębiorstw. Drugi okres pogorszenia sytuacji przedsiębiorstw w Polsce przypada na lata 2012-2013, a więc okres kryzysu finansowego mającego swój początek poza granicami Polski. Problemy sektora finansowego przekładały się w tym czasie na utrudniony dostęp do zewnętrznych źródeł finansowania przez przedsiębiorstwa mające trudności z wypłacalnością oraz finansowaniem bieżącej działalności gospodarczej. W konsekwencji sytuacja ta przyczyniła się do wzrostu liczby postanowień upadłościowych orzekanych przez sądy w tym okresie. Warto także zauważyć, że w roku 2018 liczba postanowień sądowych była najwyższa od 13 lat.

Zestawienie dotyczące liczby postanowień upadłościowych i restrukturyzacyjnych w Polsce w latach 2010-2018 przedstawia tabela 2. Zawarte w niej dane pozwalają ocenić wielkość zjawiska upadłości przedsiębiorstw z uwzględnieniem ich klasyfikacji prawnej.

---

<sup>1</sup> Na podstawie przeprowadzonego testu stwierdzono brak istotności statystycznej współczynnika korelacji Pearsona dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$ .



**Tabela 2. Postanowienia upadłościowe i restrukturyzacyjne w Polsce według rodzaju postępowania**

Rodzaj postępowania upadłościowego	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Upadłości	538	616	711	703	701	650	530	537	558
Upadłości z możliwością zawarcia układu*	117	107	166	180	122	91	26	0	0
Postępowania o zatwierdzenie układu**							4	11	5
Przyspieszone postępowania układowe**							117	209	259
Postępowania układowe**							30	40	39
Postępowania sanacyjne**							53	88	114
Ogółem	655	723	877	883	823	741	760	885	975

\* Procedura obecna w starym prawie upadłościowym. Postanowienia w 2016 r. są wynikiem wniosków złożonych w 2015r.

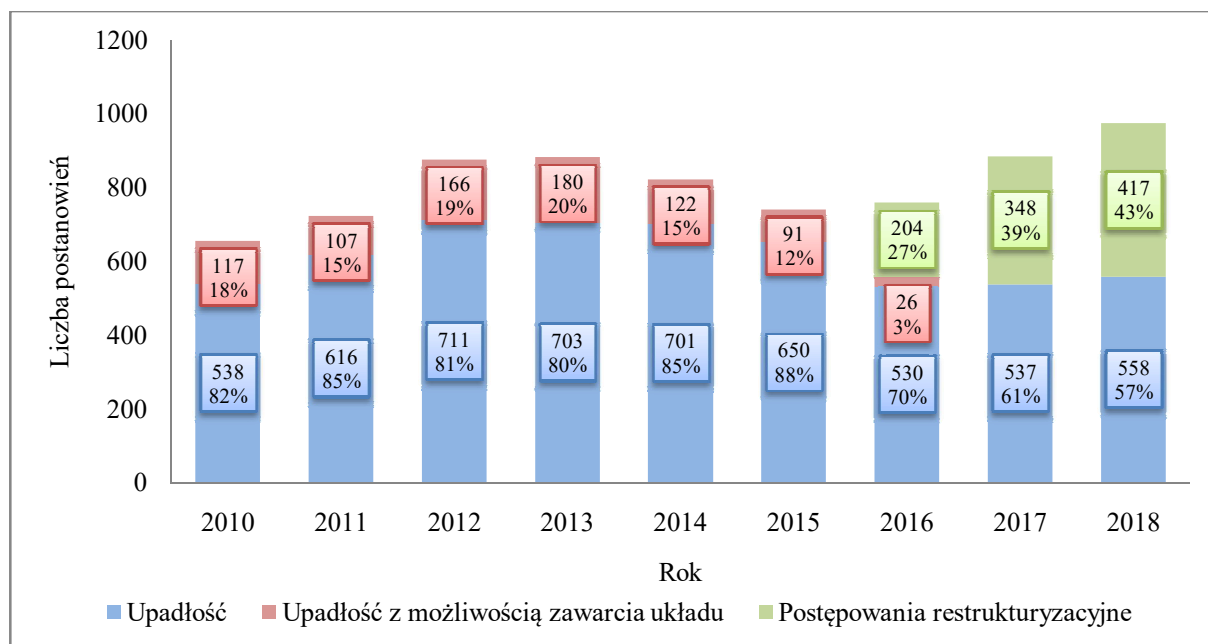
\*\* Procedury restrukturyzacyjne, które pojawiły się od 1 stycznia 2016r.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z raportu [Coface, 2019].

Na podstawie danych zawartych w tabeli 2 można stwierdzić, że łączna liczba postanowień sądów w sprawach upadłościowych bądź restrukturyzacyjnych wahała się od 655 w 2010 roku do 975 w 2018 roku. Z punktu widzenia analizy dynamiki liczby postępowań prowadzonych przez sądy gospodarcze, interesującym okresem jest czas wejścia w życie nowych przepisów upadłościowych - 1 stycznia 2016 roku. W pierwszym roku funkcjonowania nowych przepisów zaobserwowano jedynie nieznacznie wyższą liczbę wszystkich postanowień sądowych w stosunku do roku 2015 (w 2015 – 741; w 2016 – 760). W roku 2018 wzrost łącznej liczby składanych wniosków był już istotny, pomimo że znacząco nie przybyło samych postępowań upadłościowych (2016 – 530; 2018 – 558). Sytuacja ta związana była ze wzrostem zainteresowania formami restrukturyzacji długów i pomocy przedsiębiorstw zagrożonym upadłością. Jest to pozytywny sygnał świadczący o tym, że instytucje polskiego prawa w coraz większym stopniu są wykorzystywane do podejmowania działań naprawczych wobec zadłużonych przedsiębiorstw. Celem podejmowanych działań jest umożliwienie wyjścia z trudnej sytuacji finansowej przedsiębiorstwu zagrożonemu upadłością oraz ochrona interesów jego partnerów biznesowych. Warto zauważyć, że w 2016 roku część postępowań sądowych, których wszczęcie miało miejsce w roku 2015, odbywała się zgodnie z przepisami starej ustawy.

Wnioski o ogłoszenie upadłości, które składane były już w 2016 dotyczyły postępowań prowadzonych zgodnie z nowymi regułami Prawa upadłościowego oraz Prawa restrukturyzacyjnego i klasyfikowane były na podstawie nowej struktury. Częstość występowania zjawiska upadłości przedsiębiorstw przedstawiono także na wykresie 3, który dodatkowo przedstawia procentowy udział poszczególnych kategorii postanowień w stosunku do wszystkich zarejestrowanych.

**Wykres 3. Liczba postanowień upadłościowych i restrukturyzacyjnych w Polsce**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z raportów [Coface, 2019].

Na wykresie 3 wyraźnie widać, że do końca roku 2015 odsetek postanowień upadłościowych z możliwością zawarcia układu nie przekraczał 20%. Od roku 2016, w którym to w życie weszły zmienione przepisy Prawa upadłościowego i Prawa restrukturyzacyjnego, łączny odsetek postanowień o zawarcie układu (do końca 2016 roku) oraz postępowań restrukturyzacyjnych (od 2016 roku) z roku na rok wzrastał, a w 2018 wyniósł aż 43%. Wzrastająca liczba postanowień restrukturyzacyjnych wskazuje na wzrost popularności tej formy prawnej wśród przedsiębiorstw zagrożonych upadłością.

Upadłość przedsiębiorstw jest zróżnicowana nie tylko w czasie, ale również w przestrzeni. Dane dotyczące liczby postanowień upadłościowych i restrukturyzacyjnych w poszczególnych województwach w Polsce prezentuje tabela 3.

**Tabela 3. Upadłości i restrukturyzacje przedsiębiorstw według województw**

Województwo	Upadłości i restrukturyzacje przedsiębiorstw					
	2017			2018		
	Liczba	Udział procentowy	W przeliczeniu na liczbę przedsiębiorstw <sup>2</sup>	Liczba	Udział procentowy	W przeliczeniu na liczbę przedsiębiorstw
mazowieckie	184	21%	0,023%	175	18%	0,021%
śląskie	112	13%	0,024%	114	12%	0,024%
wielkopolskie	78	9%	0,018%	94	10%	0,022%
dolnośląskie	98	11%	0,027%	87	9%	0,023%
podkarpackie	35	4%	0,020%	61	6%	0,035%
małopolskie	52	6%	0,014%	58	6%	0,015%
kujawsko-pomorskie	38	4%	0,019%	55	6%	0,028%
lubelskie	43	5%	0,024%	52	5%	0,029%
podlaskie	29	3%	0,029%	51	5%	0,049%
zachodniopomorskie	52	6%	0,023%	49	5%	0,022%
pomorskie	42	5%	0,014%	48	5%	0,016%
warmińsko-mazurskie	41	5%	0,033%	34	3%	0,027%
łódzkie	30	3%	0,012%	34	3%	0,014%
opolskie	19	2%	0,019%	26	3%	0,026%
świętokrzyskie	14	2%	0,012%	24	2%	0,021%
lubuskie	18	2%	0,016%	13	1%	0,011%
Ogółem	885	100%	0,021%	975	100%	0,022%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z raportów [Coface 2019, GUS 2019].

Najwyższą liczbę upadłości i restrukturyzacji w latach 2017 i 2018 zarejestrowano w województwach mazowieckim oraz śląskim. W tych województwach zarejestrowana jest również największa liczba przedsiębiorstw w całym kraju. Bezwzględna liczba ogłaszanych upadłości i postępowań restrukturyzacyjnych wobec przedsiębiorstw w tych województwach jest więc również wysoka. Warto zauważyć, że analizując udział liczby upadłości i restrukturyzacji w całkowitej liczbie zarejestrowanych podmiotów gospodarczych

---

<sup>2</sup> Procentowy udział liczby upadłości przedsiębiorstw w stosunku do całkowitej liczby podmiotów gospodarczych zarejestrowanych w danym województwie, wpisanych do rejestru REGON na koniec roku. Dane pochodzą z bazy danych Głównego Urzędu Statystycznego.

najwyższy odsetek w 2017 roku odpowiada województwu warmińsko-mazurskiemu, a w 2018 – podkarpackiemu. Najmniejszą liczbę postanowień w badanych latach zarejestrowano natomiast w województwach świętokrzyskim, opolskim i lubuskim. W jedenastu z szesnastu województw w roku 2018 miało miejsce więcej postępowań sądowych niż w roku 2017. Szczególnie wysoki wzrost liczby postępowań upadłościowych i restrukturyzacyjnych widoczny jest w przypadku województwa podlaskiego i podkarpackiego. W tych przypadkach z roku na rok liczba postępowań zwiększyła się o odpowiednio 76% i 74%.

Najwyższy odsetek przedsiębiorstw, wobec których prowadzono postępowania upadłościowe to przedsiębiorstwa średniej wielkości, których roczne obroty znajdowały się przedziale od 5 do 50 mln zł. Najmniejsza liczba upadłości występuje natomiast w obrębie przedsiębiorstw o obrotach przekraczających 50 mln zł. Przedstawiona w tabeli 4 struktura upadłości ze względu na skalę działalności jest w naturalny sposób silnie związana z całkowitą liczbą przedsiębiorstw uzyskujących obroty w zdefiniowanych przedziałach. Przedstawiona struktura nie ulegała znaczącym zmianom w latach 2011-2018.

**Tabela 4. Skala działalności a procentowy udział w łącznej liczbie upadłości przedsiębiorstw**

Roczne obroty	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
do 5 mln zł	42%	35%	29%	31%	32%	30%	33%	31%
5-50 mln zł	52%	53%	59%	56%	60%	56%	53%	55%
Powyżej 50 mln zł	6%	12%	12%	13%	7%	14%	14%	14%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z raportu [Coface, 2019].

Należy zaznaczyć, że przedstawione dane w tabeli 4 nie zawierają informacji o postępowaniach upadłościowych wobec najmniejszych podmiotów gospodarczych, które z reguły nie publikują informacji o swojej sytuacji finansowo-majątkowej.

Analizując strukturę upadłości ze względu na formę prawną prowadzonej działalności gospodarczej (tabela 5) należy stwierdzić, że w ostatnich latach najwięcej przypadków firm, wobec których wszczęto procedury upadłościowe lub restrukturyzacyjne posiadało formę spółki z o.o. Ponad połowa podmiotów wobec których ogłoszono upadłość bądź działania restrukturyzacyjnej w latach 2014-2018 miała tą formę prawną swojej działalności.

**Tabela 5. Forma prawna przedsiębiorstw a liczba postanowień upadłościowych i restrukturyzacyjnych w Polsce**

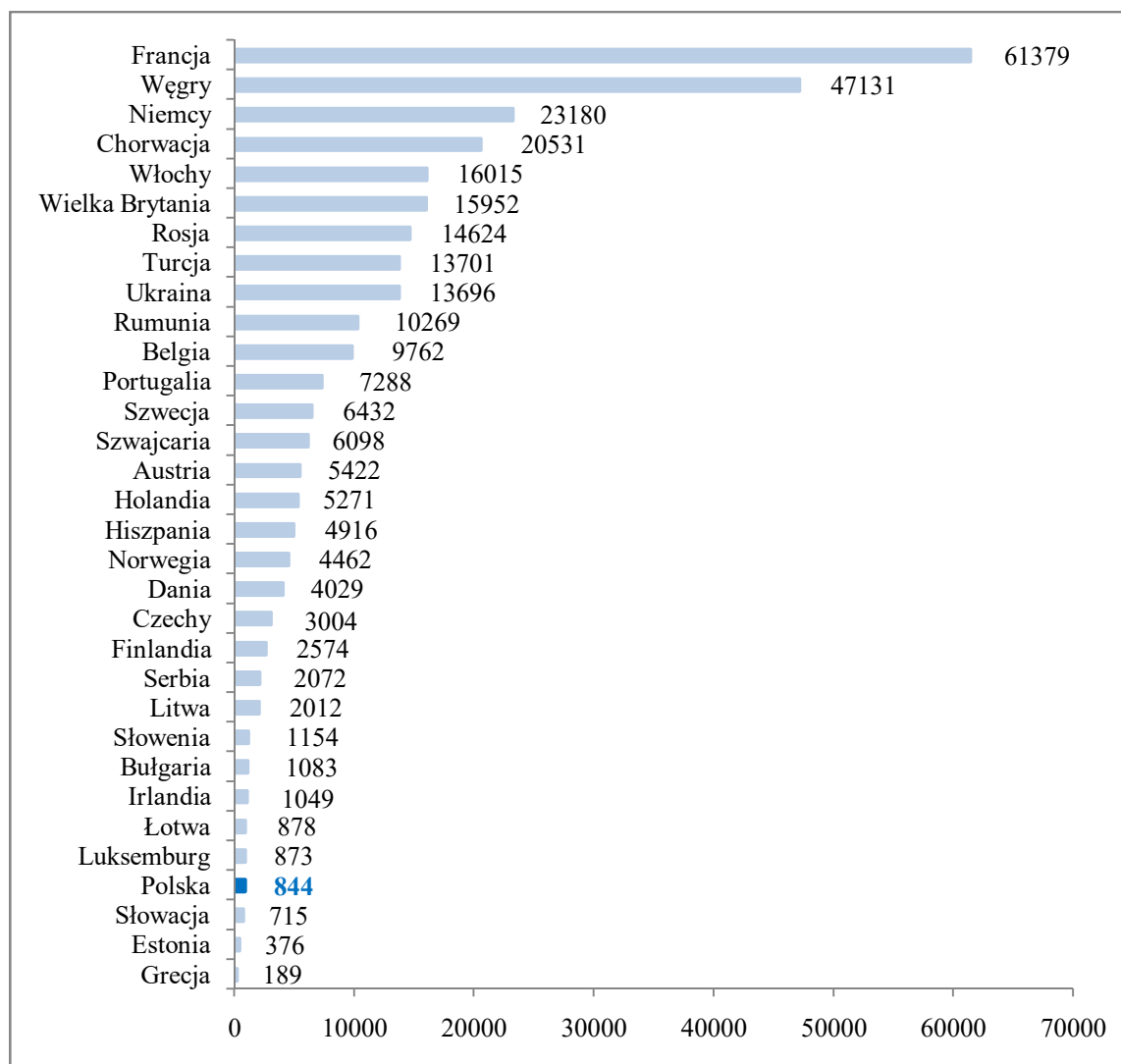
Forma prawna	2014	2015	2016	2017	2018	Zmiana 2018/2017
Spółka z o.o.	455	427	402	472	471	-
Przedsiębiorca	208	183	221	250	308	+23%
Spółka akcyjna	66	54	58	73	92	+26%
Spółka komandytowa	24	19	24	30	41	+37%
Spółka jawna	41	37	29	29	38	+31%
Spółdzielnia	19	10	17	14	12	-14%
Pozostałe formy	10	11	9	17	13	-24%
Razem	823	741	760	885	975	+10%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z raportu [Coface, 2019].

W roku 2018 wyraźnie wzrosła liczba postanowień sądowych w grupie spółek akcyjnych (z 73 do 92), spółek komandytowych (z 30 do 41) oraz jawnych (z 29 do 38). Spadła natomiast liczba postępowań wobec spółdzielni (z 14 do 12) i innych form działalności (z 17 do 13). W roku 2018 nie zmieniła się istotnie w porównaniu z rokiem 2017 liczba postępowań upadłościowych i restrukturyzacyjnych w obrębie spółek z o.o.

Firma Creditreform przedstawiła porównanie danych dotyczących upadłości przedsiębiorstw w krajach Europy w 2015 roku, które uwzględnia różnice w prawie upadłościowym. Wyniki przeprowadzonego badania zostały zaprezentowane na wykresie 4. Przedstawione zestawienie wskazuje na bardzo duże zróżnicowanie skali upadłości przedsiębiorstw w różnych państwach Europy. Największą liczbę upadłości przedsiębiorstw zarejestrowano we Francji (61,4 tys.). Wysoko w rankingu znalazły się również takie państwa jak Włochy, Niemcy czy Wielka Brytania, których bardzo duże gospodarki w naturalny sposób wpływają na wyższą liczbę podmiotów gospodarczych, wobec których ogłoszono upadłość. Warto zwrócić również uwagę na dużą liczbę upadłości na Węgrzech (47,1 tys.), gdzie przedsiębiorstwa w dużym stopniu wykorzystują korzystne przepisy prawa upadłościowego w życiu gospodarczym.

**Wykres 4. Upadłość przedsiębiorstw w wybranych krajach Europy w 2015 r.**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie raportu [Creditreform, 2016].

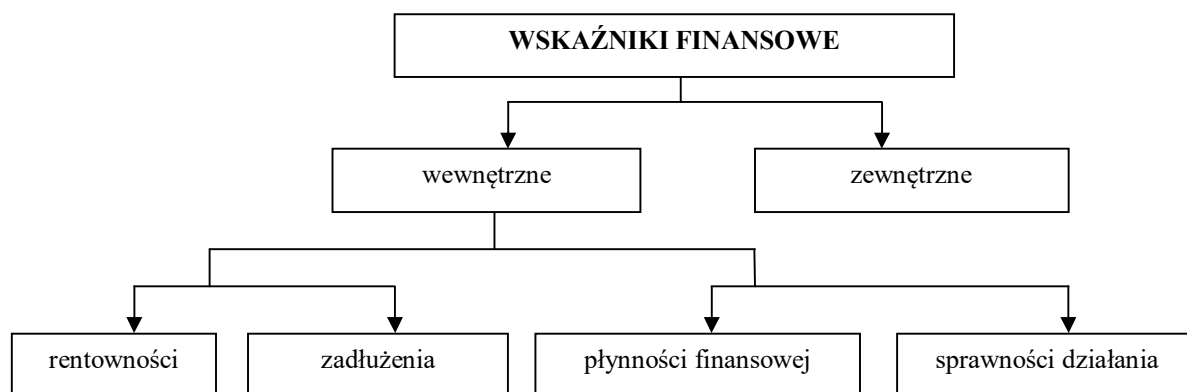
W przedstawionym zestawieniu Polska znalazła się na bardzo odległym miejscu. Jedyne trzy państwa odnotowały niższą liczbę upadłości przedsiębiorstw w 2015 niż było to obserwowane w naszym kraju. Niska liczba upadłości w tak dużej gospodarce jak Polska może być interpretowana jako sygnał dobrej koniunktury gospodarczej. Może ona jednak wskazywać również na niski stopień dopasowania przepisów upadłościowych w Polsce w 2015 do potrzeb i oczekiwań przedsiębiorstw.

#### 1.4. Źródła informacji wykorzystywane w badaniach nad upadłością przedsiębiorstw

Ocena sytuacji finansowo-majątkowej przedsiębiorstw powinna być przeprowadzona wyłącznie na podstawie wiarygodnych i rzetelnych danych dotyczących funkcjonowania przedsiębiorstwa. Źródłem takich danych w przypadku części podmiotów działających na rynku mogą być okresowe sprawozdania finansowe, zawierające istotne informacje i dane liczbowe opisujące bieżącą kondycję finansową i stan majątkowy przedsiębiorstwa. Obowiązek składania rocznych sprawozdań finansowych reguluje Ustawa o rachunkowości z dnia 29.04.1994 roku wraz z późniejszymi nowelizacjami [Dz. U. z 1994 r., Nr 152, poz. 1223], która zawiera informacje jakie kategorie podmiotów gospodarczych i w jakim zakresie są zobligowane do cyklicznego raportowania sprawozdań finansowych.

Na podstawie danych zawartych w sprawozdaniach finansowych możliwe jest przedstawienie różnych obszarów funkcjonowania przedsiębiorstwa za pomocą specjalnie skonstruowanych w tym celu wskaźników. Przeprowadzenie analizy wskaźnikowej pozwala także porównać uzyskane poziomy wskaźników finansowych z wielkościami uzyskanymi dla innych podmiotów funkcjonujących na tym samym rynku oraz badanie zmian poziomu wskaźników wyznaczonych dla danego przedsiębiorstwa w czasie [Nowicka i Stankiewicz, 2009]. Aby jak najlepiej ocenić sytuację finansowo-majątkową przedsiębiorstwa konstruuje się wskaźniki finansowe dla różnych obszarów jego funkcjonowania. Różne grupy wskaźników finansowych przedstawiono na rysunku 2.

Rysunek 2. Grupy wskaźników finansowych



Źródło: Opracowanie własne na podstawie [Jerzemowska, 1996, s. 321]

Podstawowy podział wskaźników finansowych związany jest ze źródłem pochodzenia danych wykorzystanych do konstrukcji wskaźnika. Rozróżnia się **wskaźniki wewnętrzne**, wyznaczone na podstawie danych o funkcjonowaniu przedsiębiorstwa (np. roczne sprawozdanie finansowe) oraz **wskaźniki zewnętrzne**, które w swojej konstrukcji wykorzystują dane, na które firma nie ma bezpośredniego wpływu np. ceny akcji na giełdzie [Nowicka i Stankiewicz, 2009].

W przypadku wyboru zestawu cech diagnostycznych służących ocenie ryzyka upadłości przedsiębiorstw, podstawową grupą wykorzystywanych wskaźników finansowych są wskaźniki wewnętrzne. Wskaźniki te przedstawiają faktyczną sytuację przedsiębiorstwa bazując na informacjach zawartych w sprawozdaniach finansowych przedsiębiorstwa. W badaniach nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw wykorzystywany jest cały szereg wskaźników finansowych bazujących w swojej budowie na pozycjach z bilansu firmy, rachunku zysków i strat oraz rachunku przepływów pieniężnych. Szeroki przegląd wskaźników finansowych wykorzystywanych w analizie finansowej przedsiębiorstw przedstawiła Sierpińska i Jachna [1997] oraz Wędzki [2009]. W tabeli 6 przedstawiono listę wskaźników finansowych, które zgodnie z przeprowadzonymi badaniami przez innych autorów [Bellovary i inni, 2007] były najczęściej wykorzystywane do konstrukcji modeli upadłości przedsiębiorstw. Warto zaznaczyć, że część autorów wskazuje na słabość konstruowanych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw, jaką jest brak możliwości uwzględnienia w modelach wielkości niewymiernych finansowo. Mogą do nich należeć takie czynniki jak: ogólna koniunktura gospodarcza, szanse rozwoju firmy, nastroje w branży, uwarunkowania prawne i polityczne, pozycja przedsiębiorstwa na rynku czy też jakość zarządzania [Hamrol i Chodakowski, 2008].



**Tabela 6. Wskaźniki finansowe wykorzystywane w modelach prognozowania upadłości przedsiębiorstw w literaturze światowej**

Okres	Liczba wystąpień wskaźnika w modelach predykcyjnych
Dochód netto/majątek ogółem (rotacja majątku)	54
Wskaźnik bieżącej płynności finansowej	51
Kapitał obrotowy/majątek ogółem (wskaźnik pokrycia majątku)	45
Zysk zatrzymany/majątek ogółem (wskaźnik rentowności)	42
Zysk przed opodatkowaniem/majątek ogółem (wskaźnik rentowności)	35
Sprzedaż/majątek ogółem (globalny wskaźnik obrotu aktywami)	32
Wskaźnik płynności przyspieszonej	30
Zadłużenie ogółem/majątek ogółem (wskaźnik ogólnego zadłużenia)	27
Majątek obrotowy/majątek ogółem (wskaźnik struktury aktywów)	26
Dochody netto/majątek netto (wskaźnik rotacji netto)	23
Zobowiązania ogółem/majątek ogółem (wskaźnik zadłużenia)	19
Środki pieniężne/majątek ogółem (struktura majątku)	18
Wartość rynkowa kapitału własnego/wartość księgowa zadłużenia (wskaźnik zadłużenia)	16
Przepływy pieniężne operacyjne/majątek ogółem (wskaźnik rentowności)	15
Przepływy pieniężne operacyjne/zobowiązania ogółem (wskaźnik zadłużenia)	14
Zobowiązania bieżące/majątek ogółem (wskaźnik zadłużenia)	13
Przepływy pieniężne operacyjne/dług całkowity (wskaźnik zadłużenia)	12
Aktywa płynne/majątek ogółem (wskaźnik struktury aktywów)	11
Środki obrotowe/sprzedaż (wskaźnik sprawności działania)	10
Zysk przed opodatkowaniem (EBIT)/odsetki (wskaźnik zadłużenia)	10
Zapasy/sprzedaż (wskaźnik efektywności działania)	10
Dochody operacyjne/majątek ogółem (wskaźnik rentowności)	10

Źródło: Opracowanie na podstawie [Bellovary i inni, 2007, s.6]

Dane w powyższej tabeli pochodzą z badania, w którym analizowano 165 publikacji dotyczących prognozowania upadłości przedsiębiorstw (przeważnie dla rynku amerykańskiego). Zgodnie z zaprezentowanymi wynikami, w konstruowanych modelach wykorzystano łącznie 752 różne wskaźniki finansowe, z których 674 wystąpiły w co najwyżej

dwóch pracach. W tabeli przedstawiono wybrane wskaźniki finansowe, które znalazły się w co najmniej 10 pracach analizowanych w ramach przytoczonego badania [Bellovary i inni, 2007].

Pośród 22 wskaźników finansowych, które najczęściej uwzględniane były w publikacjach dotyczących prognozowania upadłości przedsiębiorstw (tabela 6) znalazły się wewnętrzne wskaźniki finansowe opisujące wszystkie obszary funkcjonowania przedsiębiorstw: rentowność, poziom zadłużenia, płynność finansową oraz sprawność działania. Wynik z działalności przedsiębiorstw zależy także od czynników związanych bezpośrednio z jakością zarządzania przedsiębiorstwem oraz monitorowaniem jego kluczowych działań na poziomie całej organizacji i poszczególnych pracowników [Batóg i inni, 2015]. Symptomów upadłości przedsiębiorstw należy zatem upatrywać nie tylko w wymiarze płynnościowym, czy stopniu zadłużenia, ale także we wszystkich innych aspektach funkcjonowania przedsiębiorstwa.

Liczba upadłości przedsiębiorstw w Polsce w porównaniu z innymi państwami w Europie jest bardzo niska. Wprowadzone w 2016 roku nowe regulacje w zakresie upadłości i restrukturyzacji przedsiębiorstw mogą zmienić tę sytuację, zwiększając liczbę upadłości przedsiębiorstw jako formy „wyjście” z rynku w kontrolowany sposób. W takim przypadku, prognozowanie upadłości przedsiębiorstw i konstruowanie systemów wczesnego ostrzeżenia przed ryzykiem upadłości stanowią istotny i potrzebny obszar prowadzonych badań naukowych. Omówione w rozdziale grupy wskaźników finansowych stanowią ważne źródło informacji opisujących sytuację finansowo-majątkową przedsiębiorstw, na podstawie których podejmowane są w literaturze próby prognozowania upadłości przedsiębiorstw.

## Rozdział II

### Klasyfikacja obiektów wielowymiarowych

Potrzeba określania przynależności obiektów do skończonej liczby klas (populacji) występuje powszechnie i może dotyczyć zjawisk, zachowań, przedmiotów czy ludzi. Zdolność poprawnego wskazania klasy, do której przynależy obiekt w wielu dziedzinach życia, jest kluczowa. Z tego powodu, wspieranie człowieka w podejmowaniu decyzji o klasyfikowaniu obiektów poprzez opracowywanie skutecznych metod klasyfikacyjnych jest wyzwaniem podejmowanym w badaniach naukowych.

Potrzeba klasyfikacji pojawia się również w zagadnieniach związanych z ekonomią. Przykładem może być proces podejmowania decyzji o przyznaniu kredytu konsumpcyjnego osobie, o której analityk bankowy posiada zbiór informacji dotyczący jego sytuacji finansowo-majątkowej. Poprawne wskazanie klientów wykazujących zdolność do terminowej spłaty zobowiązań spośród wszystkich wnioskujących o przyznanie kredytu, umożliwia bankowi prowadzenie dochodowej działalności kredytowej. System wspierający klasyfikację klientów banku może również stanowić narzędzie służące optymalizacji skali działalności kredytowej. Określając reguły przyznania kredytu klientom, zarządzający bankiem starają się zarówno zwiększać sprzedaż kredytów, jak i ograniczać ryzyko ich niespłacalności. W takim przypadku zasadne jest wykorzystanie systemu klasyfikacyjnego, na przykład w celu ustalenia optymalnego zestawu reguł klasyfikujących klientów banku w taki sposób, aby maksymalizować przychody z działalności kredytowej banku przy akceptowalnym poziomie ryzyka.

Podobnym zjawiskiem wskazującym na potrzebę klasyfikowania obiektów w rzeczywistości gospodarczej jest upadłość przedsiębiorstw. Możliwie wczesne rozpoznanie (sklasyfikowanie) podmiotu gospodarczego jako „zagrożonego upadłością” może uchronić zainteresowane podmioty przed negatywnymi konsekwencjami tego zjawiska. Przewidywanie

upadłości przedsiębiorstw z technicznego punktu widzenia stanowi problem klasyfikacyjny, który może zostać rozwiązany z wykorzystaniem znanych metod klasyfikacyjnych.

## 2.1. Problem klasyfikacji obiektów wielowymiarowych

Rozważane w niniejszej pracy metody klasyfikacyjne wykorzystują  $K$ -wymiarowe wektory  $x$  zmiennych niezależnych opisujące klasyfikowane obiekty. Obserwacje mogą więc być opisywane za pomocą dowolnej liczby cech diagnostycznych [Kolenda, 2006]. Każdy obiekt pochodzi z jednej z  $P$  różnych populacji (klas)  $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{P-1}$ . Obiekty uwzględnione w badaniu stanowią  $N$  elementową próbę  $Z$ , którą można zapisać  $Z = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$ , gdzie  $y_i = 0, 1, \dots, P - 1$  oznacza klasę (populację), z której pochodzi  $i$ -ta obserwacja, a  $x_i$  reprezentuje wektor wartości zmiennych niezależnych opisujących  $i$ -tą obserwację. Próba  $Z$  najczęściej podlega podziałowi w sposób losowy na próbę uczącą (treningową) oraz próbę testującą z uwzględnieniem określonej proporcji. W oparciu o wybraną metodę klasyfikacyjną oraz przygotowaną próbę uczącą, konstruowany jest model klasyfikacyjny, który umożliwia przewidywanie populacji (klasy), z której pochodzą obserwacje. Próba testująca jest natomiast stosowana do oceny jakości prognoz skonstruowanego modelu klasyfikacyjnego z wykorzystaniem obserwacji, które nie brały udziału w procesie uczenia modelu [Hastie i inni, 2009].

Głównym zadaniem wszystkich metod klasyfikacyjnych jest podzielenie zbioru obserwacji w taki sposób, aby wskazania przynależności obiektów do populacji były możliwie zgodne z ich faktycznym pochodzeniem. Populacje, do których przynależą obserwacje oznaczone są na skali nominalnej. W przypadku zjawisk, dla których występują tylko dwie możliwe populacje, skalę nazywa się dychotomiczną [Walesiak, 1996]. Przypadkiem klasyfikacji, w której zmienna określająca przynależność obiektu do populacji (zmienna zależna) opisana jest na skali dychotomicznej jest prognozowanie upadłości przedsiębiorstw. Klasyfikowane obiekty w tym przypadku należą do jednej z dwóch populacji: przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej lub do przedsiębiorstw zagrożonych upadłością.

## 2.2. Charakterystyka wybranych metod klasyfikacyjnych

Obszar badań nad sposobami poprawnego „wskazywania” przynależności obiektu do poszczególnych klas jest nieustannie rozwijany i wzbogacany poprzez poszukiwanie nowych metod klasyfikacyjnych oraz stosowanie istniejących już metod w problemach, w których

dotąd ich nie wykorzystywano. Dynamiczny rozwój tego obszaru wiedzy związany jest ze wzrostem możliwości obliczeniowych komputerów i dostępnością oprogramowania wspierającego stosowanie nowoczesnych technik przetwarzania i analizy danych.

Różne metody klasyfikacyjne będą w większym lub mniejszym stopniu odpowiadać potrzebom i wymaganiom stawianym przez osobę prowadzącą badania. Metody klasyfikacyjne są porównywane w kilku wymiarach. Badacz podejmuje decyzję o wyborze najodpowiedniejszej z nich ze względu na problem klasyfikacyjny, który chciałby rozwiązać. Porównywanie i ocena metod klasyfikacyjnych odbywa się najczęściej przy uwzględnieniu takich kryteriów jak: jakość prognoz, interpretowalność, skalowalność oraz szybkość działania metody [Grzyb, 2017]. W przypadku badań, których celem jest uzyskanie wyłącznie skutecznego narzędzia prognozowania przynależności obiektów do populacji (kryterium jakości prognoz), wybór metody klasyfikacyjnej może być inny niż w przypadku badań, których celem jest wyjaśnienie przyczyn, dla których obiekty klasyfikowane są w określony sposób (kryterium interpretowalności).

Dla badacza kierującego się tylko kryterium jakości prognoz, preferowaną metodą klasyfikacji może być np. sztuczna sieć neuronowa, która pozwala na budowę skutecznego narzędzia prognozowania, ale nie dostarcza żadnych informacji na temat znaczenia poszczególnych zmiennych dla wyniku klasyfikacji. Z tego powodu, sztuczna sieć neuronowa nazywana jest metodą „czarnej skrzynki” (ang. *black box*) [Skorbiłowicz, 2009]. Z drugiej strony, w przypadku badacza, dla którego przy wyborze metody ważne jest kryterium interpretowalności, preferowanym wyborem może być liniowa analiza dyskryminacyjna. Metoda ta dostarcza oszacowań parametrów funkcji dyskryminacyjnej, które pozwalają na ocenę wpływu poszczególnych zmiennych diagnostycznych na przynależność obiektów do populacji. Dokładne opisy działania wymienionych metod przedstawiono w dalszej części rozdziału.

Ważnymi czynnikami wpływającymi na wybór metody klasyfikacyjnej są także czas potrzebny do zbudowania modelu klasyfikacyjnego oraz szybkość wyznaczania przez niego prognoz. Kryteria te nabierają szczególnego znaczenia w przypadku modeli klasyfikacyjnych budowanych dla dużych zbiorów danych oraz takich, od których wymaga się zdolności wyznaczania prognoz w bardzo krótkim czasie.

Metody klasyfikacyjne można podzielić ze względu na to, czy występują w nich założenia dotyczące rozkładu cech obiektów w populacjach, z których losowana jest próba obiektów [Wasserman, 2007]. Dla tak określonego kryterium występują dwie grupy metod:

parametryczne i nieparametryczne. W ramach metod parametrycznych zakłada się występowanie w danej populacji określonego rozkładu zmiennych. Metody te powinny być stosowane wyłącznie w przypadku spełnienia założenia o zgodności rozkładu zmiennych w próbie z rozkładem teoretycznym. Weryfikacji takiej dokonuje się stosując odpowiednie testy statystyczne. Drugą grupą metod klasyfikacyjnych są metody nieparametryczne, które nie zakładają występowania z góry przyjętego rozkładu teoretycznego w populacjach, z których pochodzą obserwacje. W praktyce oznacza to, że metody nieparametryczne nie wymagają spełnienia dodatkowych warunków dotyczących rozkładu zmiennych, które mogłyby uniemożliwić ich praktyczne zastosowanie w badaniach. Większa swoboda badacza w przypadku metod nieparametrycznych nie oznacza, że ta grupa metod jest lepsza od metod parametrycznych. W przypadku gdy rzeczywisty rozkład cech obiektów w próbie jest zbliżony do rozkładu teoretycznego (najczęściej zakładanym rozkładem jest rozkład normalny), metody parametryczne dają szansę na lepsze rezultaty niż metody nieparametryczne i zasadne jest ich stosowanie [Gibbons, 2003].

Poniżej przedstawione zostaną metody klasyfikacyjne, które są wykorzystywane do rozwiązania problemów klasyfikacyjnych w badaniach z różnych obszarów nauki, i – co istotne – są często implementowane w badaniach nad upadłością spółek. Metodami tymi są: liniowa analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, drzewa klasyfikacyjne, las losowy oraz sztuczna sieć neuronowa. Dwie pierwsze spośród nich należą do grupy metod parametrycznych, pozostałe są metodami nieparametrycznymi. W badaniach przeprowadzonych przez Aziza i Dara [2006], autorzy wskazują, że wymienione metody są najczęściej stosowanymi narzędziami w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. W ostatnich latach coraz większego znaczenia w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw nabierają metody nieparametryczne. Zwrócono na to uwagę w pracy Kirkosa [2015], w której dokonano przeglądu 118 artykułów publikowanych w latach 2009-2011. Okazało się, że metoda sztucznej sieci neuronowej znacząco zyskała na popularności w badaniach z tego obszaru.

### **2.2.1. Liniowa analiza dyskryminacyjna**

Liniowa analiza dyskryminacyjna została opracowana została przez R. A. Fishera [1936]. Służy ona do klasyfikacji wielowymiarowych obiektów opisanych zestawem cech diagnostycznych za pomocą funkcji dyskryminacyjnej. Na podstawie wszystkich informacji o obserwacjach z próby uczącej wyznaczana jest postać liniowej funkcji dyskryminacyjnej,

która może być następnie wykorzystana do wskazania populacji, z których pochodzą obiekty nie biorące udziału w szacowaniu parametrów. Poza możliwością wykorzystania zbudowanej funkcji dyskryminacyjnej do przewidywania przynależności obiektów nieznanego pochodzenia, badacz uzyskuje również wiedzę na temat siły i kierunku wpływu poszczególnych zmiennych niezależnych na przynależność do każdej z populacji. Informacje te są zawarte w oszacowaniach parametrów funkcji dyskryminacyjnej. Analiza zdolności dyskryminacyjnych zmiennych niezależnych może stanowić ważny cel prowadzonych badań [Walesiak, 1996]. Z formalnego punktu widzenia, funkcja dyskryminacyjna  $\varphi$  odwzorowuje  $K$ -wymiarową przestrzeń zmiennych niezależnych opisujących obserwacje  $R^K$ , w przestrzeń jednowymiarową liczb rzeczywistych  $R$ , co można zapisać:

$$\varphi: R^K \rightarrow R \quad (2.1)$$

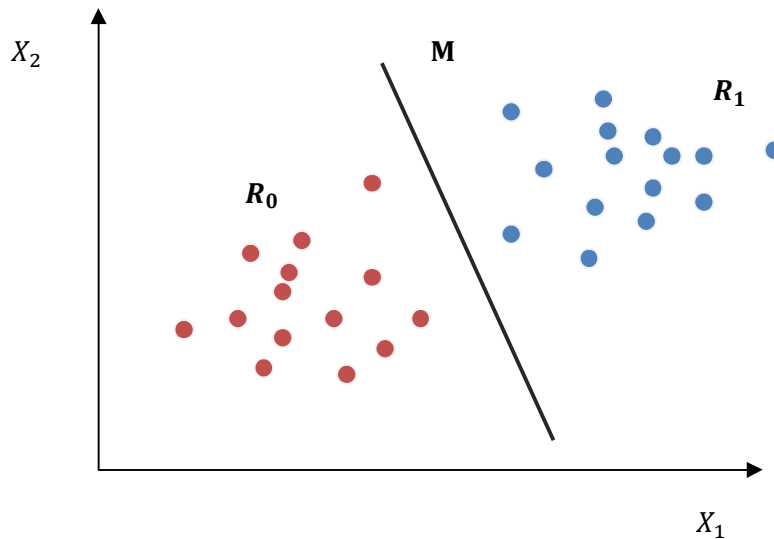
W sytuacji wystąpienia dwóch populacji, do których klasyfikuje się obiekty, o ich przynależności decyduje uzyskana wartość funkcji dyskryminacyjnej. Wartość ta porównywana jest z wartością graniczną rozdzielającą badane obiekty. W przypadku modelu dyskryminacyjnego, dla którego wartość graniczna równa jest 0, obserwacje dla których funkcja dyskryminacyjna wskaże wartości poniżej zera klasyfikowane będą do populacji  $\pi_0$ , natomiast obserwacje, dla których wartości przekroczą wartość 0 klasyfikowane będą do populacji  $\pi_1$  [Hadasik, 1998]:

$$R_0 = \{x \in R^K: \varphi(x) < 0\} \quad (2.2)$$

$$R_1 = \{x \in R^K: \varphi(x) > 0\} \quad (2.3)$$

Obszary klasyfikacyjne  $R_0$  i  $R_1$  składają się na całą przestrzeń  $R^K$ , w której znajdują się wszystkie  $K$ -wymiarowe wektory opisujące obiekty. Na rysunku 3 przedstawiono przykładowy problem klasyfikacji obiektów pochodzących z dwóch różnych populacji  $\pi_0$  i  $\pi_1$ , którym odpowiadają obszary klasyfikacyjne  $R_0$  i  $R_1$ . Obiekty opisane są za pomocą dwóch zmiennych niezależnych  $X_1$  oraz  $X_2$ .

Rysunek 3. Klasyfikacja obiektów do dwóch różnych populacji



Źródło: Opracowanie własne na podstawie [Jajuga i Walesiak, 2005]

Dwuwymiarowe obszary klasyfikacyjne przedstawione na rysunku 3 rozdzielone są za pomocą prostej  $M$ , która wskazuje granicę przynależności obiektów obu populacji. W ogólnym przypadku  $K$ -wymiarowego obszaru klasyfikacyjnego, prosta  $M$  zastąpiona jest powierzchnią, którą można zapisać następująco:

$$M = \{x \in R^K: \varphi(x) = 0\} \quad (2.4)$$

W przykładzie przedstawionym na rysunku, funkcję dyskryminacyjną stanowi liniowa kombinacja dwóch zmiennych dyskryminujących  $X_1$  oraz  $X_2$ . Konstruowanie funkcji dyskryminacyjnej można porównać do szukania w przestrzeni klasyfikacyjnej takiego kierunku, który pozwala w najlepszy możliwy sposób odseparować obiekty pochodzące z różnych populacji [Aczel i Sounderpandian, 2009]. Funkcja ta zbudowana jest z wykorzystaniem bayesowskiej reguły klasyfikacyjnej, umożliwiającej wyznaczenie prawdopodobieństwa *a posteriori* zajścia określonego zdarzenia losowego. W tym celu wykorzystuje się prawdopodobieństwo *a priori* oraz funkcję gęstości  $f_i(x)$  dla wektora losowego  $X$  w populacjach  $\pi_i$  ( $i = 0$  lub  $i = 1$ ).

Prawdopodobieństwo *a priori* należy rozumieć jako informację o częstotliwości występowania obserwacji z poszczególnych populacji. Oznacza to, że wyznaczenie prawdopodobieństw *a priori* nie wymaga znajomości wartości wszystkich cech



diagnostycznych obiektów danej populacji, a jedynie informacji o częstotliwości ich występowania w relacji do wszystkich obiektów bez względu na populację, z których pochodzą.

Inaczej jest z prawdopodobieństwem *a posteriori*, które stanowi podstawę konstrukcji funkcji dyskryminacyjnej. Wartość prawdopodobieństwa *a posteriori* wynika bezpośrednio z wartości poszczególnych zmiennych charakteryzujących obiekty analizy. Można utożsamiać je z prawdopodobieństwem warunkowym przynależności obserwacji do danej populacji przy uwzględnieniu znanego prawdopodobieństwa *a priori* oraz funkcji gęstości  $f_i(x)$  każdej z populacji  $\pi_i$  ( $i = 0$  lub  $i = 1$ ) [Panek, 2008].

Korzystając z reguły bayesowskiej, prawdopodobieństwo *a posteriori* stanowiące kluczowy element konstrukcji funkcji dyskryminacyjnej można sformułować w następujący sposób:

$$\gamma_i(x) = \frac{p_i f_i(x)}{p_0 f_0(x) + p_1 f_1(x)}, \quad i = 0, 1, \quad (2.5)$$

gdzie:

$p_i$  – prawdopodobieństwo *a priori* przynależności obiektu do populacji  $\pi_i$  ( $i = 0$  lub  $i = 1$ ),

$f_i(x)$  – funkcja gęstości wektora losowego  $X$  w populacji  $\pi_i$  ( $i = 0$  lub  $i = 1$ ).

W przypadku problemu dyskryminacji obiektów pochodzących z dwóch różnych populacji, dla każdej obserwacji reprezentowanej przez wektor wartości zmiennych niezależnych wyznacza się dwa prawdopodobieństwa *a posteriori* odpowiadające populacjom  $\pi_0$  oraz  $\pi_1$ . Uzyskane wartości zapisuje się za pomocą zmiennej  $Z(x)$  w postaci ilorazu prawdopodobieństw przynależności obiektu do obu populacji.

$$Z(x) = \frac{\gamma_0(x)}{\gamma_1(x)} = \frac{\frac{p_0 f_0(x)}{p_0 f_0(x) + p_1 f_1(x)}}{\frac{p_1 f_1(x)}{p_0 f_0(x) + p_1 f_1(x)}} = \frac{p_0 f_0(x)}{p_1 f_1(x)}. \quad (2.6)$$

Obiekt, dla którego wartość prawdopodobieństwa  $\gamma_0(x)$  jest wyższa od prawdopodobieństwa  $\gamma_1(x)$  pochodzi z populacji  $\pi_0$ . W takim przypadku zmienna  $Z(x)$  przyjmuje wartość większą od 1. Dla wartości zmiennej  $Z(x)$  mniejszej od jedności, uznaje się, że obiekt pochodzi z populacji  $\pi_1$  [McLachlan, 2004].

Konstrukcja funkcji dyskryminacyjnej opiera się na założeniu o normalności rozkładów wszystkich zmiennych niezależnych oraz występowaniu funkcji gęstości dla

rozważanych populacji obiektów o  $K$ -wymiarowych rozkładach normalnych. Warto zwrócić uwagę na to, że zdolności dyskryminacyjne konstruowanej funkcji istotnie zależą od występowania różnic w wektorach wartości oczekiwanych zmiennych opisujących obiekty badania w obu populacjach. W przypadku, gdy obiekty w obu populacjach nie różnią się w istotny sposób od siebie, trudno jest oczekiwać, aby funkcja dyskryminacyjna wykazywała zdolność do poprawnej klasyfikacji. W analizie dyskryminacyjnej zakłada się ponadto równość macierzy wariancji-kowariancji dla obu populacji. Zakładając równość prawdopodobieństw *a priori* dla obu populacji, wzór (2.6) można przedstawić w postaci ilorazu dwóch funkcji:

$$Z(x) = \frac{f_0(x)}{f_1(x)} = \frac{N(\mu_0, \Sigma)}{N(\mu_1, \Sigma)} = \frac{(2\pi)^{-0.5K} |\Sigma|^{-0.5} \exp[-0.5(x-\mu_0)^T \Sigma^{-1} (x-\mu_0)]}{(2\pi)^{-0.5K} |\Sigma|^{-0.5} \exp[-0.5(x-\mu_1)^T \Sigma^{-1} (x-\mu_1)]} \quad (2.7)$$

Upraszczając formułę (2.7), można ją zapisać w postaci następującej funkcji wykładniczej:

$$Z(x) = \exp [(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2} (\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} (\mu_0 - \mu_1)]. \quad (2.8)$$

W powyższym wzorze, wartość zmiennej  $Z(x)$  zależna jest wyłącznie od zmiennych zapisanych w wykładniku funkcji. Po dalszym uproszczeniu funkcji dyskryminacyjnej, jej ostateczną postać uwzględniającą jedynie wykładnik potęgi przedstawionej w formule (2.8) przedstawia się następująco:

$$D(x) = (\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2} (\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} (\mu_0 - \mu_1). \quad (2.9)$$

Odpowiadający formule (2.9) zapis macierzowy ma postać:

$$D(x) = \mathbf{a}^T x + \mathbf{a}_0, \quad (2.10)$$

gdzie:

$$\mathbf{a} = \Sigma^{-1} (\mu_0 - \mu_1),$$

$$\mathbf{a}_0 = -\frac{1}{2} (\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} (\mu_0 - \mu_1).$$

Zgodnie z powyższym zapisem funkcja dyskryminacyjna wyznaczana jest na bazie liniowej kombinacji zmiennych niezależnych opisujących obiekty poddane analizie. Ze względu na potrzebę odwrócenia we wzorze macierzy wariancji-kowariancji wymagane

jest by była ona macierzą nieosobliwą. W praktyce oznacza to, że zmienne wykorzystane do opisu obiektów nie powinny być ze sobą silnie skorelowane. Ponadto zmienne te powinny mieć rozkład normalny. Takie restrykcje wymuszają dobór odpowiednich zmiennych opisujących klasyfikowane obiekty. W przypadku danych empirycznych, często zdarza się, że wymogi formalne wynikające z konstrukcji funkcji dyskryminacyjnej są trudne do spełnienia.

Równanie funkcji dyskryminacyjnej obejmuje zestaw współczynników stojących przy każdej ze zmiennych niezależnych. Współczynniki te określają siłę i kierunek wpływu zmiennych na przynależność obiektu do danej populacji. Zbudowana funkcja poza wyjaśnieniem wpływu poszczególnych zmiennych, może być także wykorzystana do przewidywania przynależności obiektów do populacji, w obrębie obserwacji, które nie brały udziału w wyznaczeniu funkcji dyskryminacyjnej. Przed wykorzystaniem funkcji do prognozowania należy ocenić zdolności dyskryminacyjne modelu oraz upewnić się, że jakość stawianych przez nią prognoz jest dla badacza wystarczająco wysoka, również w obrębie obserwacji spoza próby uczącej.

### 2.2.2. Regresja logistyczna

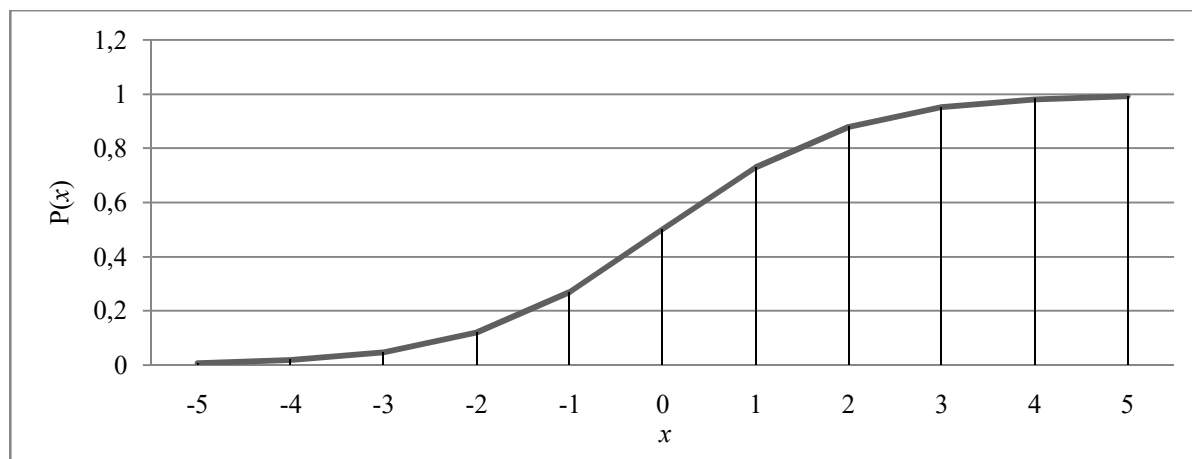
Drugą z omówionych metod klasyfikacji obiektów wielowymiarowych jest regresja logistyczna (model logitowy), zaproponowana przez Berksona [1944]. Regresja logistyczna w swojej podstawowej postaci jest wykorzystywana do klasyfikacji binarnej obiektów (model dwumianowy). Oznacza to, że obiekty poddane analizie mogą pochodzić tylko z dwóch możliwych populacji, a zmienna zależna jest dychotomiczna. Zmienna zależna, podobnie jak w przypadku analizy dyskryminacyjnej wskazuje na występowanie lub braku zajścia pewnego zdarzenia ( $y$  przyjmuje wartość 0 lub 1). Zadaniem modelu regresji logistycznej jest przewidzenie prawdopodobieństwa wystąpienia tego zdarzenia na podstawie informacji zapisanych w zmiennych niezależnych. Na przynależność obiektów do populacji wpływ mają wartości opisujących je zmiennych. W przypadku regresji logistycznej zmienne niezależne mogą mieć charakter zarówno ilościowy, jak i jakościowy.

W modelu regresji logistycznej przyjmuje się ponadto, że dystrybuenta prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia losowego jest dystrybuantą rozkładu logistycznego. Prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia (sukces) jest zapisane z wykorzystaniem standardowej funkcji logistycznej:

$$P(x) = \frac{e^x}{1+e^x}, \quad (2.11)$$

Funkcja ta przyjmuje wartości z przedziału (0, 1), co umożliwia wykorzystanie jej do modelowania prawdopodobieństwa wystąpienia określonego zdarzenia. Przykładowy wykres funkcji opisanej formułą (2.11) przedstawiono poniżej.

**Wykres 5. Prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia na podstawie funkcji logistycznej**



Źródło: Opracowanie własne.

Uwzględniając wielowymiarowy charakter klasyfikowanych obiektów opisanych za pomocą  $K$  zmiennych niezależnych, prawdopodobieństwo sukcesu zapisuje się w postaci prawdopodobieństwa warunkowego [Maddala, 1992]:

$$P(Y = 1 | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_K = x_K) = \frac{e^{\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i}}. \quad (2.12)$$

gdzie:

$P(Y = 1 | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_K = x_K)$  – prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia pod warunkiem wystąpienia określonych wartości zmiennych niezależnych,

$\beta_i$  – współczynnik regresji stojący przy  $i$ -tej zmiennej niezależnej,

$x_i$  – wartość zmiennej objaśniającej  $X_i$ .

Model logitowy jest uogólnionym modelem liniowym GLM (ang. *Generalized Linear Model*), w którym jako funkcję wiążącą wykorzystuje się *logit*, a więc funkcję zamieniającą prawdopodobieństwo na iloraz szans wystąpienia i niewystąpienia danego zdarzenia. Po odpowiednim przekształceniu, uzyskuje się postać modelu logistycznego, w którym występuje liniowa zależność pomiędzy logarytmem ilorazu szans zajścia zdarzenia (logit) a zmiennymi niezależnymi opisującymi obiekty badania. Ostatecznie model regresji logistycznej można zapisać w postaci:

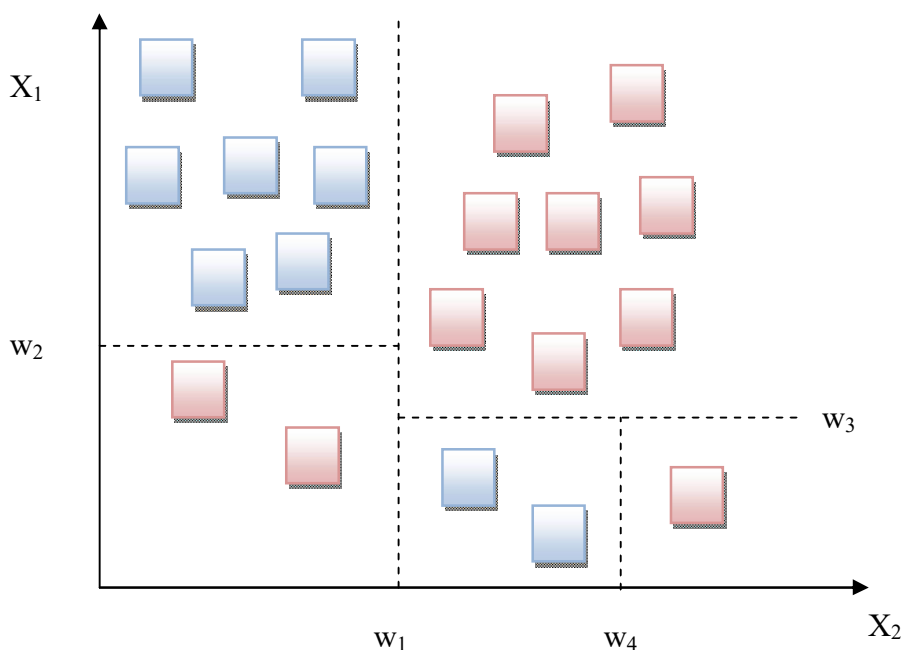
$$L = \text{logit}(P) = \ln\left(\frac{P}{1-P}\right) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i \quad (2.13)$$

Parametry modelu regresji logistycznej szacuje się za pomocą metody największej wiarygodności.

### 2.2.3. Drzewo klasyfikacyjne i las losowy

Kolejną metodą klasyfikacji obiektów jest drzewo klasyfikacyjne (decyzyjne). Metoda ta polega na rekurencyjnym podziale wielowymiarowej przestrzeni cech obiektów na rozłączne podzbiory w taki sposób, aby w obrębie każdego podzbioru występowały obiekty jednakowe pod względem danej cechy (zmienna zależna  $y$ ). Algorytmy dokonujące podziału obiektów w kolejnych iteracjach powstawania drzewa mogą się od siebie różnić. Propozycje pierwszych z nich powstały już w latach 60-tych [Morgan i Sonsquist, 1963]. Warto zauważyć, że o drzewach klasyfikacyjnych mówi się w sytuacji, gdy zmienna zależna, ze względu na którą uzyskuje się homogeniczność kolejnych podzbiorów tworzonego drzewa, ma charakter nominalny. W przypadku zmiennych opisanych na skali ciągłej, mówi się o drzewach regresyjnych [Pociecha i inni, 2014]. Przykład działania algorytmów budowy drzew klasyfikacyjnych dla obiektów opisanych za pomocą dwóch cech  $X_1$  oraz  $X_2$  przedstawiono na rysunku 4.

**Rysunek 4. Przykład działania algorytmu konstrukcji drzewa klasyfikacyjnego**

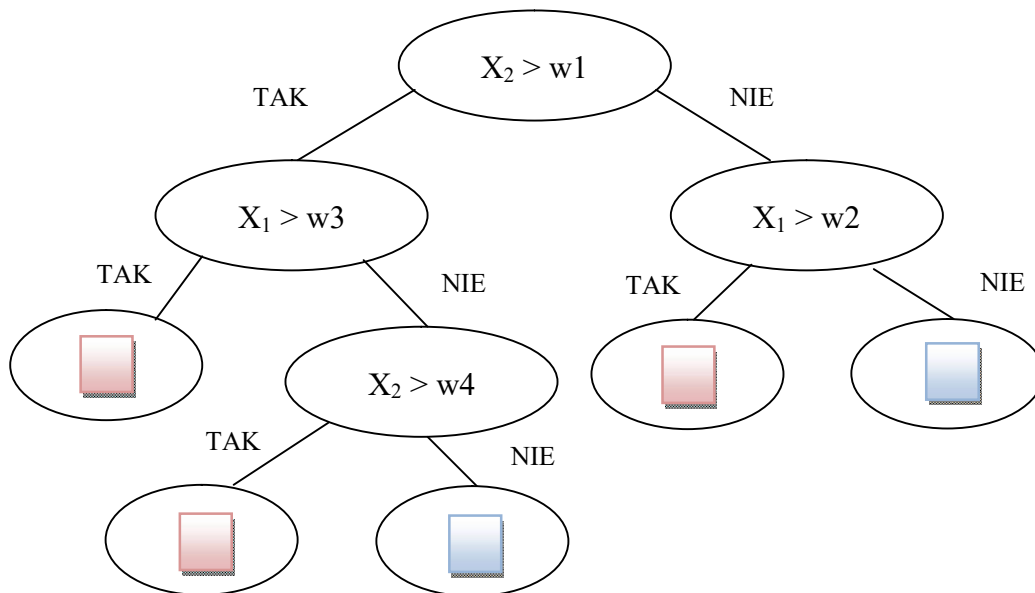


Źródło: Opracowanie własne.

Rysunek 4 przedstawia 5 podzbiorów (segmentów) przestrzeni dwuwymiarowej, w których znajdują się obiekty należące do tej samej klasy. Zmienną zależną przyjmuje dwie możliwe wartości, którym odpowiadają kolory czerwony i niebieski. W celu wyznaczenia wszystkich homogenicznych podzbiorów obiektów ze względu na ich kolor wykorzystano 4 reguły klasyfikacyjne.

Drzewo klasyfikacyjne zbudowane jest z węzłów oraz krawędzi. Szczególnymi typami węzłów w drzewie są korzeń i liście. Krawędzie stanowią połączenia między węzłami i prowadzą od korzenia, poprzez kolejne węzły aż do liści. W każdym węźle drzewa weryfikowany jest warunek związany ze zmienną niezależną (reguła decyzyjna) opisująca obiekty biorące udział przy budowie drzewa klasyfikacyjnego. Na podstawie wartości zmiennej rozpatrywanej w danym węźle, dla danej obserwacji wybierana jest gałąź prowadząca do kolejnego węzła. Obiekty są klasyfikowane przez drzewo od korzenia do liści. W każdym węźle drzewa dokonywana jest klasyfikacja zgodnie z określoną regułą decyzyjną w taki sposób, aby maksymalizować stopień homogeniczności obiektów w węzłach. Liście drzewa stanowią węzły, do których ostatecznie trafiły obiekty tej samej klasy. Przebieg klasyfikacji dla zaprezentowanego powyżej przykładu przedstawiono za pomocą grafu na rysunku 5.

**Rysunek 5. Reprezentacja graficzna drzewa klasyfikacyjnego**



Źródło: Opracowanie własne.

Algorytm budowy drzewa klasyfikacyjnego działa w sposób rekurencyjny w kierunku od korzenia do liści. Zakładając, że obserwacje klasyfikowane są do jednej z dwóch klas, na

którą wskazuje wartość zmiennej klasyfikującej  $y$  ( $y = 0$  lub  $y = 1$ ), algorytm można opisać w następujących krokach [Gatnar i Walesiak, 2004, s. 108]:

1. Weryfikacji podlega to, czy obiekty w węźle są jednorodne ze względu na wartość zmiennej zależnej  $y$ . Algorytm kończy swoje działanie w przypadku pozytywnej weryfikacji w tym kroku lub spełnienia warunku stopu związanego ze stopniem jednorodności obiektów w węzłach.
2. Jeżeli pierwszy krok nie został spełniony to dokonuje się wszystkich możliwych podziałów przestrzeni cech na rozłączne segmenty  $R_1, R_2, \dots, R_S$  (z uwzględnieniem wartości kolejno wybieranych zmiennych niezależnych).
3. W kolejnym kroku wszystkie możliwe podziały przestrzeni cech wskazane w kroku drugim zostają ocenione ze względu na przyjęte kryterium homogeniczności obiektów w węźle drzewa. Wybrany zostaje najlepszy z możliwych podziałów minimalizujący stopień różnorodności klas w węźle.
4. Wielowymiarowa przestrzeń cech zostaje podzielona zgodnie z wybranym podziałem.
5. Opisane powyżej kroki 1-4 są wykonywane rekurencyjnie dla wszystkich rozłącznych segmentów  $R_1, R_2, \dots, R_S$ .

Algorytm kończy swoje działanie jeżeli zostało spełnione kryterium stopu, którym jest najczęściej osiągnięcie jednorodności obiektów w segmencie  $R_1, R_2, \dots, R_S$  lub wystąpienie przyjętej minimalnej liczby obiektów w liściu.

W powyższej procedurze, kluczowym etapem konstrukcji drzewa jest wybór optymalnego podziału obiektów w każdym z węzłów w taki sposób, aby minimalizować stopień różnorodności klas. W tym celu konieczne jest wykorzystanie funkcji mierzących stopień różnorodności klas w węźle (ang. *impurity function*). Niech  $p_m$  oznacza prawdopodobieństwo warunkowe, że obserwacja znajdująca się w węźle  $m$  należy do klasy 0 ( $y = 0$ ). Pamiętając, że rozważany jest przypadek klasyfikacji binarnej,  $1 - p_m$  oznacza prawdopodobieństwo warunkowe przynależności obserwacji w węźle  $m$  do klasy 1 ( $y = 1$ ). Dla przykładu, jeżeli w  $m$ -tym węźle znajdują się dwie obserwacje należące do klasy 0 oraz trzy obserwacje należące do klasy 1, to prawdopodobieństwo warunkowe  $p_m$  jest równe  $\frac{2}{5}$  a  $1 - p_m = \frac{3}{5}$ . Najczęściej stosowanymi miarami różnorodności klas w węźle są indeks Giniego i miara entropii. W przypadku dychotomicznej zmiennej klasyfikującej można je zapisać następująco [Gatnar i Walesiak, 2004]:

- Wskaźnik Giniego

$$Q_{gini}(m) = 2p_m(1 - p_m), \quad (2.14)$$

- Entropia

$$Q_{entropia}(m) = -p_m \log p_m - (1 - p_m) \log(1 - p_m), \quad (2.15)$$

gdzie:

$p_m$  – prawdopodobieństwo warunkowe przynależności obserwacji do jednej z dwóch klas w węźle  $m$ .

Inną metodą klasyfikacji wielowymiarowych obiektów wykorzystującą konstrukcję drzewa klasyfikacyjnego jest las losowy (ang. *random forest*) zaproponowany przez Breimana [2001]. W literaturze polskiej metoda ta została opisana w pracy Gatnara [2008]. Idea lasu losowego zakłada konstrukcję wielu drzew klasyfikacyjnych w oparciu o losowo wybierane zmienne wykorzystywane do budowy pojedynczego drzewa oraz losowy zbiór obiektów służący do jego nauki. Każde z utworzonych w ten sposób drzew klasyfikacyjnych służy klasyfikacji obiektów, które nie brały udziału przy jego budowie. W ten sposób każda obserwacja jest klasyfikowana przez wiele drzew, a ostateczna decyzja o klasie, do której należy, ustalana jest z wykorzystaniem konkretnej metody agregacji jaką jest głosowanie większościowe. W praktyce oznacza to, że obiekt klasyfikowany jest do klasy (populacji), na którą wskazała największa liczba drzew w lesie.

Próbie obiektów biorących udział w uczeniu lasu losowego można zapisać w następujący sposób:  $Z = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$ , gdzie  $y_i \in \{0, 1\}$  wskazuje w przypadku klasyfikacji binarnej na dwie klasy, do których przynależą obiekty. Zakładając, że  $D$  oznacza parametr związany z liczbą drzew w lesie,  $K$  – liczbę zmiennych objaśniających w próbie  $Z$ , a  $x_i$   $i$ -tą obserwację podlegającą klasyfikacji, algorytm budowy lasu losowego można przedstawić w następujących krokach:

1. Dla każdego  $d = 1, 2, \dots, D$ :
  - a)  $Z$  próby  $Z$  losowane jest ze zwracaniem  $N$  obserwacji tworząc pseudopróbkę  $Z^d$  (ang. *bootstrapping*).
  - b) Dla wylosowanej pseudopróbki  $Z^d$  budowane jest drzewo klasyfikacyjne  $T^d$ . Dla każdego węzła budowanego drzewa wykonywane są następujące kroki:



- I) Spośród  $K$  zmiennych objaśniających losowane jest  $m \ll K$  zmiennych bez zwracania. Parametr  $m$  jest ustalany przed rozpoczęciem działania algorytmu, a jego sugerowana wielkość to  $\sqrt{K}$ .
- II) Dla  $m$  zmiennych ustalany jest najlepszy możliwy podział obserwacji w węźle. Procedura przebiega w taki sam sposób, jak opisana wcześniej procedura tworzenia pojedynczego drzewa klasyfikacyjnego.
- III) Węzeł zostaje podzielony zgodnie z najlepszym znalezionym podziałem w kroku II.

Kroki I-III są wykonywane dopóki liczba obserwacji w węźle nie będzie równa 1 lub wszystkie obserwacje w węźle nie będą należały do tej samej klasy.

2. Dla  $x_i$  dokonywana jest predykcja klasy z wykorzystaniem wszystkich drzew  $T^d(x_i)$ ,  $d = 1, 2, \dots, D$ , przy których budowie obserwacja  $x_i$  nie brała udziału.
3. Obserwacja  $x_i$  klasyfikowana jest ostatecznie do klasy, na którą wskazała największa liczba drzew w drugim kroku algorytmu.

Krok 1a opisanego algorytmu związany jest z wykorzystaniem w budowie lasu elementów metody *bagging* (ang. *bootstrap aggregation*) [Breiman, 1996]. Krok 1b odpowiada natomiast zastosowaniu elementów metody losowych podprzestrzeni (ang. *random subspace method*) w doborze zmiennych, na bazie których budowane są kolejne drzewa klasyfikacyjne w lesie [Ho, 1998]. Obie metody służą wzmacnianiu klasyfikatorów tego samego typu i opisano je dokładniej w trzecim rozdziale niniejszej pracy.

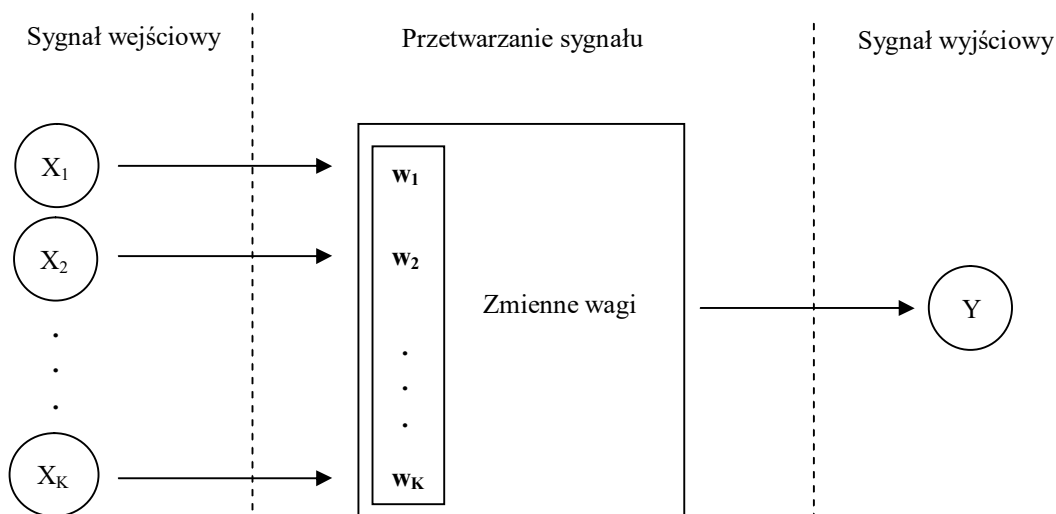
Reguła działania lasu losowego polegająca na klasyfikacji obiektów jedynie przez drzewa klasyfikacyjne, w których budowie dana obserwacja nie uczestniczyła powoduje, że metoda ta jest bardziej stabilna z punktu widzenia jakości prognoz dla obiektów próby uczącej i testującej. Ze względu na możliwość sterowania parametrami budowy lasu losowego (liczba drzew, liczba losowanych zmiennych w budowie pojedynczego drzewa) metoda ta jest szczególnie zalecana w sytuacji klasyfikacji obiektów opisanych za pomocą dużej liczby zmiennych [Gąska, 2016].

#### **2.2.4. Sztuczna sieć neuronowa**

Kolejną z metod wykorzystywanych do klasyfikacji wielowymiarowych obiektów jest sztuczna sieć neuronowa. Zasada działania sztucznej sieci neuronowej wzorowana jest na procesach biologicznych związanych z przetwarzaniem sygnałów nerwowych w ludzkim

mózgu. Sieć neuronową zwykle dzieli się na trzy warstwy: wejściową, ukrytą i wyjściową. Sygnały odbierane przez sieci neuronowe w poszczególnych neuronach (warstwa wejściowa sieci) są za jej pośrednictwem przetwarzane w określony sposób (warstwy ukryte sieci), który pozwala na wygenerowanie określonego sygnału wyjściowego (warstwa wyjściowa sieci). Struktura sztucznej sieci neuronowej jest dobierana do problemu, który dana sieć ma za zadanie rozwiązać. Twórcami metody sztucznych sieci neuronowych byli McCulloch i Pitts, którzy już w 1943 roku przedstawili założenia i strukturę budowy prostych sieci [McCulloch i Pitts, 1943]. Podstawowe elementy sztucznej sieci neuronowej zaprezentowano na rysunku 6.

**Rysunek 6. Struktura i podstawowe elementy modelu sztucznej sieci neuronowej**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie [McCulloch i Pitts, 1943]

W przypadku sztucznych sieci neuronowych konstruowanych w celu klasyfikacji obiektów, warstwa wyjściowa sieci odpowiedzialna jest za podjęcie ostatecznej decyzji o przynależności obiektu opisanego za pomocą wektora cech  $X_1, X_2, \dots, X_K$  do jednej z możliwych klas (populacji). W przypadku klasyfikacji binarnej, w której zmienna zależna  $Y$  ma charakter dychotomiczny, warstwa wyjściowa sieci może zawierać tylko jeden neuron, który przyjmuje wartości 0 lub 1, wskazujący na przynależność do pierwszej lub drugiej klasy (populacji).

Sposób działania sieci oraz zdolność do poprawnego klasyfikowania obiektów, którą sieć wypracowała w procesie uczenia, zapisana jest w wagach odpowiadających za sposób przetwarzania informacji wejściowych. Dla każdego neuronu wyliczana jest wartość całkowitego pobudzenia neuronu  $e$  [Witkowska, 2002].

$$e = \sum_{i=1}^K w_i x_i, \quad (2.16)$$

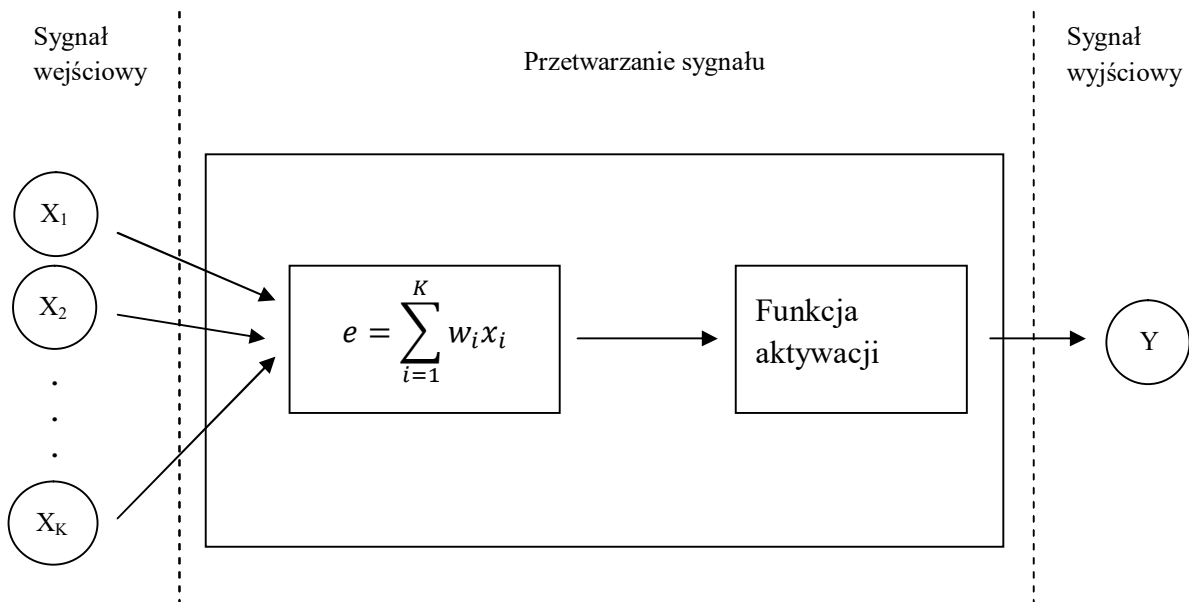
gdzie:

$x_i$  - sygnały wejściowe ( $i = 1, 2, \dots, K$ )

$w_i$  – wagi ustalane w procesie uczenia sieci neuronowej.

Sieć neuronowa stanowi zbiór powiązanych ze sobą neuronów. Wartości pobudzenia neuronu można zatem wyznaczyć dla wszystkich neuronów sieci na podstawie łączących je powiązań. Wyznaczając wartość neuronu w warstwie wyjściowej możliwe jest wykorzystanie funkcji aktywacji, która dokonuje transformacji sygnału uzyskanego wewnątrz sieci w sposób umożliwiający jego wykorzystanie dla rozważanego problemu [Specht, 1990]. Zastosowanie funkcji aktywacji jest niezbędne na przykład wówczas, gdy oczekuje się, aby wartość końcowa zwracana przez sieć neuronową znajdowała się w określonym przedziale. W przypadku klasyfikacji obiektów do dwóch populacji takim przedziałem może być przedział  $\langle 0; 1 \rangle$ , który odpowiada prawdopodobieństwu przynależności obiektu do jednej z nich. Schemat budowy sztucznego neuronu na rysunku 7.

**Rysunek 7. Schemat budowy modelu sztucznego neuronu**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie [McCulloch i Pitts, 1943]

W przypadku wielowarstwowych sieci neuronowych często stosowane są nieliniowe funkcje aktywacji. Wówczas istotne jest, aby pochodna tych funkcji była możliwie prosta do wyznaczenia. Ma to duże znaczenie dla szybkości uczenia sztucznej sieci neuronowej.

Poniżej przedstawiono wybrane funkcje aktywacji wykorzystywane przy konstrukcji sztucznych sieci neuronowych [Witkowska, 2002].

- Funkcja liniowa

$$y(x) = ax, \quad (2.17)$$

gdzie  $a$  jest parametrem funkcji.

- Funkcja progowa (unipolarna)

$$y(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x \leq 0 \end{cases}. \quad (2.18)$$

- Funkcja signum (bipolarna)

$$y(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x > 0 \\ -1 & \text{dla } x \leq 0 \end{cases}. \quad (2.19)$$

- Funkcja sigmoidalna

$$y(x) = \frac{1}{1+e^{-\beta x}}, \quad (2.20)$$

gdzie  $\beta$  jest parametrem funkcji.

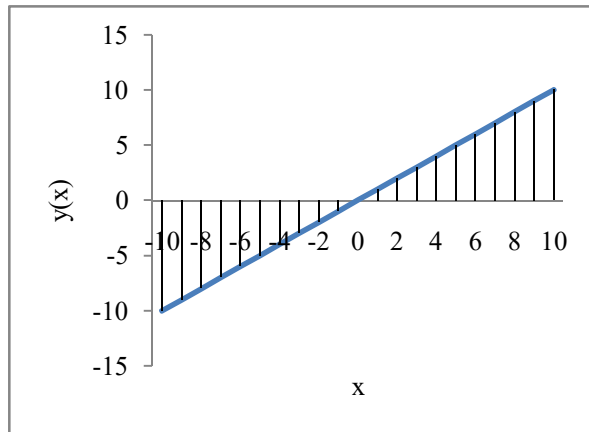
- Funkcja tangensoidalna

$$y(x) = \frac{1-e^{-\beta x}}{1+e^{-\beta x}}, \quad (2.21)$$

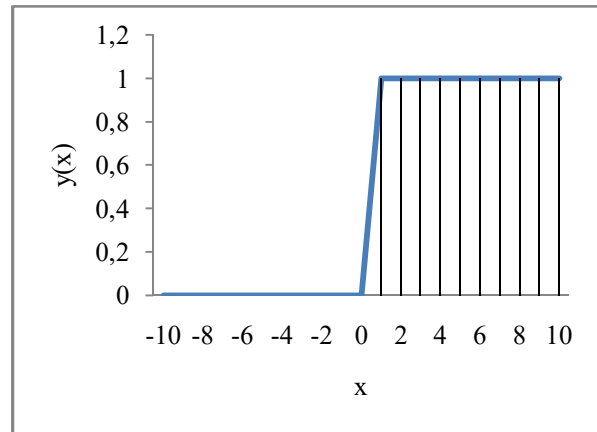
gdzie  $\beta$  jest parametrem funkcji.

Na rysunku 8 przedstawiono graficzne interpretacje zaprezentowanych funkcji aktywacji.

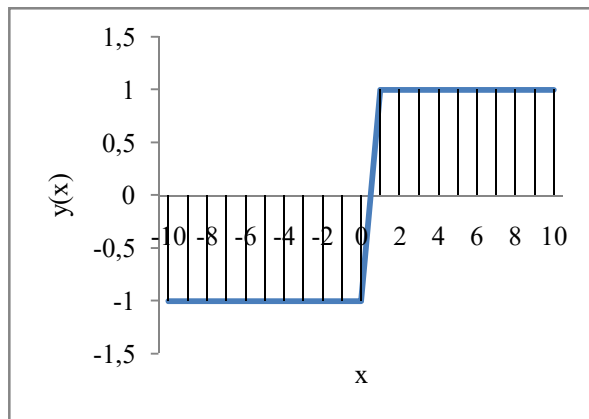
**Rysunek 8. Graficzna reprezentacja wybranych funkcji aktywacji**



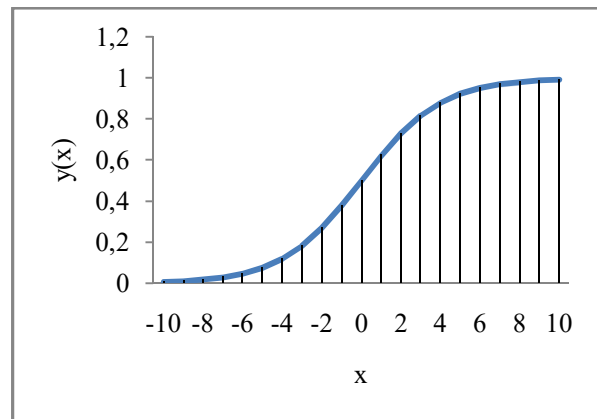
Funkcja liniowa ( $a=1$ )



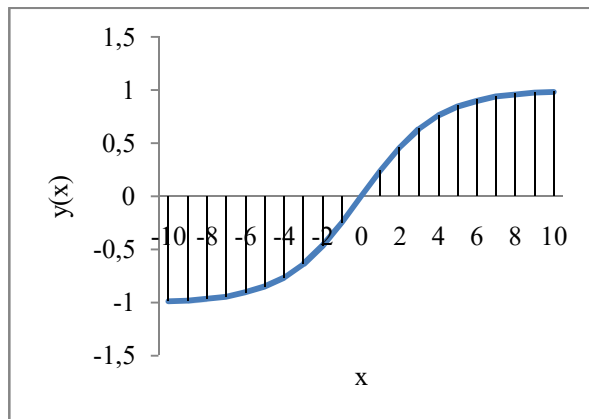
Funkcja progowa (unipolarna)



Funkcja sygnum (bipolarna)



Funkcja sigmoidalna ( $\beta = 0,5$ )

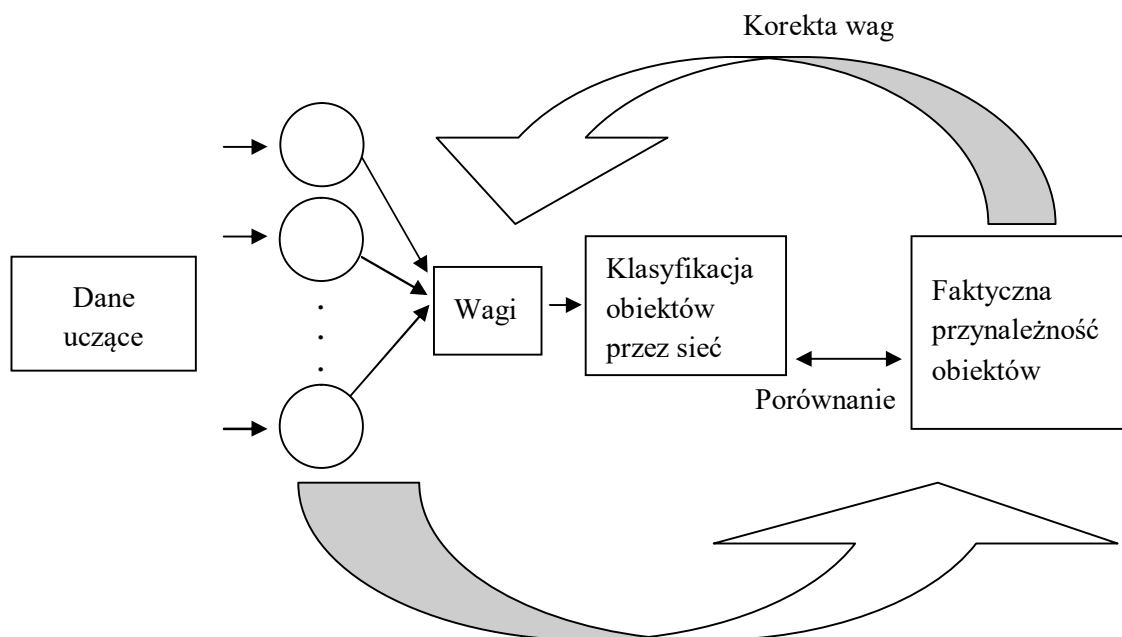


Funkcja tangensoidalna ( $\beta = 0,5$ )

Źródło: Opracowanie własne.

Jednym z kluczowych etapów konstruowania sieci neuronowej jest proces jej uczenia. Uczenie sieci polega na gromadzeniu przez sieć informacji potrzebnych do rozwiązania zadanego problemu na podstawie danych o obiektach należących do próby uczącej. W przypadku problemu klasyfikacji, uczenie sieci polega na wprowadzeniu za pośrednictwem neuronów warstwy wejściowej danych (zmiennie niezależne) o klasyfikowanych obiektach oraz informacji o ich rzeczywistej przynależności do populacji (zmienna zależna). Znając oczekiwane wartości wyjściowe dla każdej obserwacji, sieć dostosowuje wagi dla poszczególnych neuronów tak, aby ostateczne decyzje o klasyfikacji obiektów były możliwie poprawne, a łączny błąd klasyfikacji możliwie niski. Proces uczenia sieci odbywa się w sposób iteracyjny i polega na korygowaniu wag dla poszczególnych neuronów na podstawie różnic między wskazaniem sieci o przynależności obiektów do populacji a ich rzeczywistym pochodzeniem [Osowski, 2000]. Każdy pełen cykl uczenia sztucznej sieci neuronowej polega na przedstawieniu jej wszystkich obserwacji należących do próby uczącej. Cykl ten nazywany jest epoką. Uczenie sieci odbywa się do momentu uzyskania możliwie najniższego błędu predykcji (klasyfikacji). Proces uczenia może zostać również zakończony po zrealizowaniu maksymalnej zadanej liczby epok, przewidzianej na naukę sieci. Uproszczony schemat procesu uczenia przedstawiono na rysunku 9.

**Rysunek 9. Schemat uczenia sztucznej sieci neuronowej**



Źródło: Opracowanie własne.

Zmiany wag w każdej iteracji procesu uczenia dokonywane są na skutek działania algorytmu, którego celem jest minimalizacja funkcji błędu dla całej sieci. W ogólnym przypadku, rozróżnia się dwie grupy metod uczenia sztucznej sieci neuronowej [Hołda, 2006]:

1. Metoda nadzorowana – metoda ta zakłada, że w trakcie procesu uczenia, sieć neuronowa zna rzeczywiste wartości sygnałów wejściowych, jak i wyjściowych (rozwiązania dla problemu modelowanego przez sieć). Zadaniem metody jest poszukanie takiego zestawu wag dla wszystkich neuronów sieci, który pozwala dokonać transformacji sygnałów wejściowych w sygnały wyjściowe z możliwie niskim błędem w stosunku do rzeczywistych wartości wyjściowych. Zestaw przykładowych danych zawierających informacje stanowiące zarówno sygnały wejściowe, jak i wyjściowe, nazywany jest zbiorem uczącym. Metody „uczenia z nauczycielem” wykorzystywane są m.in. do rozwiązywania problemów klasyfikacji wzorcowej, dla których struktura klas (populacji), do których przynależą klasyfikowane obiekty jest znana.
2. Metoda nienadzorowana („uczenia bez nauczyciela”) – proces uczenia sztucznej sieci neuronowej zakłada wprowadzanie do uczonej sieci wyłącznie danych stanowiących sygnały wejściowe dla sieci. Metoda nie zakłada znajomości oczekiwanych wartości wyjściowych, tak jak ma to miejsce w przypadku metod nadzorowanych. Ten sposób uczenia sieci jest wykorzystywany do problemów klasyfikacji bezwzorcowej, która polega na rozpoznawaniu obiektów do siebie podobnych pod względem określonych cech diagnostycznych. Struktura klas, do których przynależą obiekty nie jest początkowo znana i należy ją odkryć.

Podobnie jak w przypadku innych metod klasyfikacji, bardzo ważnym etapem budowy sieci neuronowej jest proces jej testowania z wykorzystaniem danych, na podstawie których sieć nie była uczona (zbiór testujący). Jest to szczególnie istotne w przypadku chęci wykorzystania zbudowanej sieci do prognozowania przynależności obiektów do zdefiniowanych klas w przyszłości.

### 2.3. Ocena jakości klasyfikacyjnej modelu oraz jego zdolność do uogólniania wyników

Weryfikacja jakości prognozy może być przeprowadzana wyłącznie z wykorzystaniem obserwacji, których faktyczna przynależność do populacji jest znana. Na podstawie porównania faktycznej przynależności obiektów ze wskazaniami modelu klasyfikacyjnego, możliwa jest ocena skuteczności jego działania. W sytuacji występowania tylko dwóch populacji, dla których prawdopodobieństwa *a priori* są równe, oczekuje się, że trafność prognoz powinna przekraczać poziom 50%. Jest to minimalny i teoretyczny odsetek poprawnej klasyfikacji obiektów, dla której wykorzystanie modelu klasyfikacyjnego ma sens. Jeżeli odsetek ten byłby niższy to oznaczałoby to, że skuteczniejsze od wykorzystania metody klasyfikacji jest losowe wskazanie populacji, z których pochodzą obiekty (np. poprzez rzut monetą). Oczywiście jest, że celem badacza konstruującego model klasyfikacyjny oparty na wybranej metodzie, jest uzyskanie możliwie wysokiej skuteczności poprawnej klasyfikacji obiektów, a zatem minimalny akceptowalny próg ustala się znacznie powyżej 50% (w przypadku obiektów pochodzących z dwóch populacji).

Ocenę jakości klasyfikacji przeprowadza się poprzez zbudowanie macierzy klasyfikacji, zwanej także macierzą pomyłek (ang. *confusion matrix*) lub tablicą wyników klasyfikacji [Gatnar, 2001]. Macierz ta zawiera informacje o rzeczywistej oraz modelowej przynależności obiektów do populacji. Liczebności obiektów zawarte w tabeli pozwalają na wskazanie liczby poprawnie i niepoprawnie klasyfikowanych obiektów. Konstrukcja przykładowej macierzy klasyfikacji dla przypadku obiektów pochodzących z dwóch populacji przedstawiona została w tabeli 7.

**Tabela 7. Macierz klasyfikacji obiektów**

			Przewidywana przynależność obiektu		Ogółem
			$\pi_0$	$\pi_1$	
Faktyczna przynależność obiekta	Liczebność	$\pi_0$	$n_{00}$	$n_{01}$	$N_0$
		$\pi_1$	$n_{10}$	$n_{11}$	$N_1$
	%	$\pi_0$	$n_{00}/N_0$	$n_{01}/N_0$	100
		$\pi_1$	$n_{10}/N_1$	$n_{11}/N_1$	100

Źródło: Opracowanie własne



Górna część macierzy klasyfikacji informuje o liczebności obiektów, które zostały poprawnie lub błędnie sklasyfikowane przez model. Dla przykładu, wartość  $n_{00}$  informuje o liczbie obserwacji pochodzących z populacji  $\pi_0$ , które zostały poprawnie sklasyfikowane. Wartość  $n_{01}$  informuje natomiast o liczbie obserwacji, dla której model klasyfikacyjny wskazał przynależność do populacji  $\pi_1$  w sytuacji, gdy obserwacje te w rzeczywistości pochodziły z populacji  $\pi_0$ . Są to zatem obiekty błędnie sklasyfikowane (analogicznie dla liczebności  $n_{10}$ ). W dolnej części macierzy dodatkowo wyznaczony jest odsetek poprawnych i błędnych klasyfikacji w obrębie każdej z populacji. Wartości procentowe w każdym wierszu sumują się do 100% [Kisielińska, 2008].

Liczby stanowiące zawartość macierzy klasyfikacji wykorzystywane są do wyznaczenia współczynników trafności klasyfikacyjnej. Mierniki te są unormowane i pozwalają na ocenę jakości klasyfikacji modelu. Podstawowym współczynnikiem trafności jest globalny współczynnik trafności klasyfikacji  $W^T$  [Hadasik, 1998]. Dla przypadku obiektów pochodzących z dwóch populacji, wyrażony jest on wzorem:

$$W^T = \frac{n_{00} + n_{11}}{N}, \quad (2.22)$$

gdzie:

$N$  – suma obiektów populacji pierwszej i drugiej.

Współczynnik ten określa ogólną jakość stawianych prognoz przez model klasyfikacyjny. Miernik ten zwykle rozumiany jest jako trafność predykcji modelu (ang. *forecast accuracy*) [Fielding 2007, Misztal 2014]. Analogicznie do globalnego współczynnika trafności wyznacza się również globalny współczynnik błędnych klasyfikacji,  $W^B$ :

$$W^B = \frac{n_{10} + n_{01}}{N}. \quad (2.23)$$

Miernik ten najczęściej rozumiany jest jako błąd klasyfikacji lub błąd predykcji modelu (ang. *classification error rate*). Suma globalnego współczynnika trafności oraz błędu predykcji jest równa 1.

Poza globalnym współczynnikiem trafności klasyfikacji istnieją również bardziej szczegółowe mierniki jakości pozwalające ocenić zdolności predykcyjne modeli, poprzez

rozdzielanie populacji, z których pochodzą obiekty podlegające badaniu. Indywidualne współczynniki trafności wskazują na udział obiektów pochodzących z danej populacji ( $\pi_0$  lub  $\pi_1$ ), które zostały poprawnie sklasyfikowane przez model. Współczynnik indywidualnej trafności  $W_i^T$  można zapisać wzorem:

$$W_i^T = \frac{n_{ii}}{n_{i0} + n_{i1}}, \quad (2.24)$$

gdzie:

$i$  – oznacza populację, z której w rzeczywistości pochodzą obiekty (0 lub 1).

Dopełnieniem indywidualnego współczynnika trafności jest indywidualny współczynnik błędnych klasyfikacji  $W_{l/i}^B$  opisany wzorem:

$$W_{l/i}^B = \frac{n_{il}}{n_{i0} + n_{i1}}, \quad (2.25)$$

gdzie:

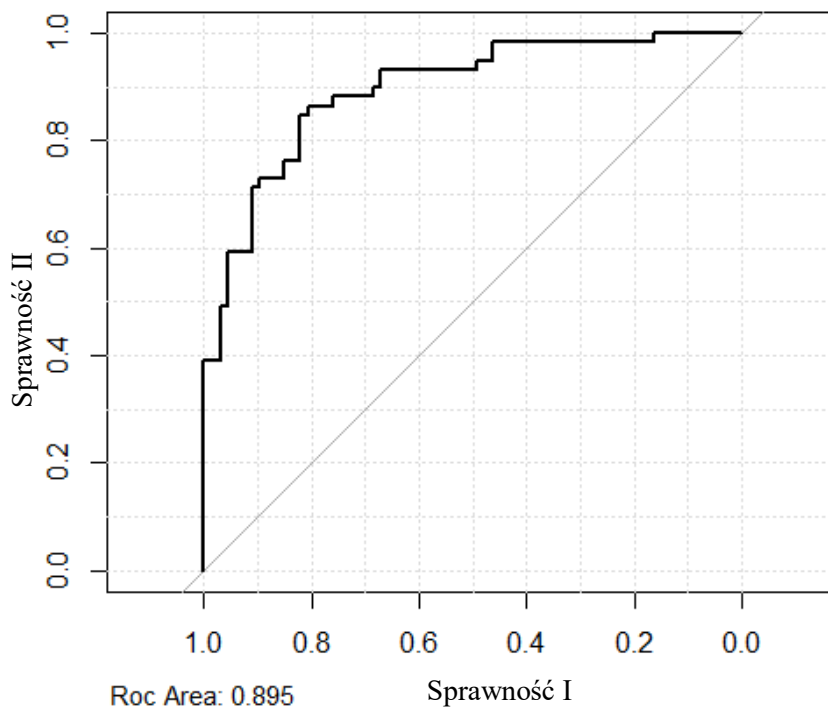
$l$  – oznacza populację, z której w rzeczywistości nie pochodzą obiekty (0 lub 1).

Indywidualne współczynniki trafności oraz błędu predykcji mają szczególne znaczenie w przypadku uwzględniania w analizie kosztów błędnej klasyfikacji. Warto podkreślić, że błędne przewidywania modelu mogą mieć odmienne znaczenie i konsekwencje dla analizowanego zjawiska [Gatnar, 2001]. W przypadku badań nad upadłością przedsiębiorstw, model klasyfikacyjny określa przynależność obiektów (przedsiębiorstw opisanych zestawem cech diagnostycznych) do jednej z dwóch populacji: podmioty w dobrej kondycji finansowej albo podmioty zagrożone upadłością. W takiej sytuacji błąd klasyfikacyjny polega na wskazaniu przedsiębiorstwa w dobrej kondycji finansowej jako podmiotu, u którego prognozuje się upadłość, lub na prognozowaniu dobrej kondycji finansowej przedsiębiorstwa, w sytuacji, gdy jest ono w rzeczywistości zagrożone upadłością. W celu zidentyfikowania liczby wystąpień błędnych klasyfikacji dla każdego z możliwych rodzajów błędu klasyfikacyjnego, warto stosować współczynniki indywidualne pozwalające uzyskać pełniejszy obraz jakości stawianych prognoz.

Dodatkowym narzędziem ogólnej oceny zdolności dyskryminacyjnej oszacowanego modelu jest krzywa ROC (ang. *Receiver Operating Characteristic*), która prezentuje kształtowanie się współczynników trafności w dwóch populacjach, w zależności od różnych punktów odcięcia [Fawcett, 2006]. Punkt odcięcia oznacza graniczną wartość

prawdopodobieństwa *a posteriori*, poniżej której obserwacje klasyfikowane są do populacji  $\pi_0$ , a powyżej – do  $\pi_1$ . Na osi poziomej znajdują się wartości współczynników sprawności I, reprezentujące odsetek poprawnie sklasyfikowanych spółek pochodzących z populacji  $\pi_0$ . Na osi pionowej znajdują się natomiast wartości współczynników sprawności II, reprezentujące odsetek poprawnie sklasyfikowanych spółek przynależących do populacji  $\pi_1$  [Harańczyk, 2010]. Przykład krzywej ROC przedstawiono na rysunku 10.

**Rysunek 10. Przykładowa krzywa ROC dla modelu klasyfikacyjnego**



Źródło: Opracowanie własne.

Z krzywą ROC związana jest miara ogólnej oceny zdolności klasyfikacyjnej modelu – ROC Area. Współczynnik ten jest równy polu powierzchni pod wykresem krzywej ROC [Fawcett, 2006]. Wartość wskaźnika wynosząca 0,5 wskazuje na skuteczność klasyfikacyjną odpowiadającą losowemu przyporządkowaniu obiektów do dwóch możliwych populacji. Maksymalna wartość współczynnika wynosi jeden i odpowiada doskonałej zdolności klasyfikacyjnej modelu [Kempa, 2009]. Krzywą ROC można wyznaczyć dla każdego modelu klasyfikacyjnego, który pozwala na obliczenie prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności obiektów do populacji.

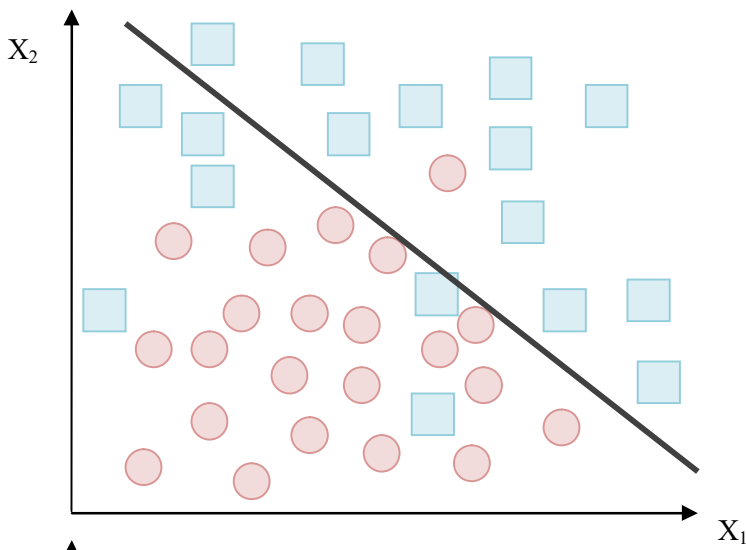
Do zbudowania modelu klasyfikacyjnego wykorzystuje się obserwacje stanowiące próbę uczącą. Celem podstawowym w procesie uczenia modelu, bez względu na wybraną

metodę, jest minimalizacja błędu klasyfikacji. Oznacza to, że jakość stawianych prognoz przez model klasyfikacyjny dla obiektów próby uczącej wskazuje na stopień dopasowania modelu do obserwacji biorących udział podczas jego budowy. Jakość prognoz w tym przypadku może się jednak różnić od jakości predykcji uzyskanej dla obserwacji, które nie brały udziału w procesie uczenia modelu. W praktyce, współczynniki trafności klasyfikacyjnej dla obiektów spoza próby uczącej zwykle mają niższe wartości od tych samych współczynników, wyznaczonych dla obiektów próby uczącej.

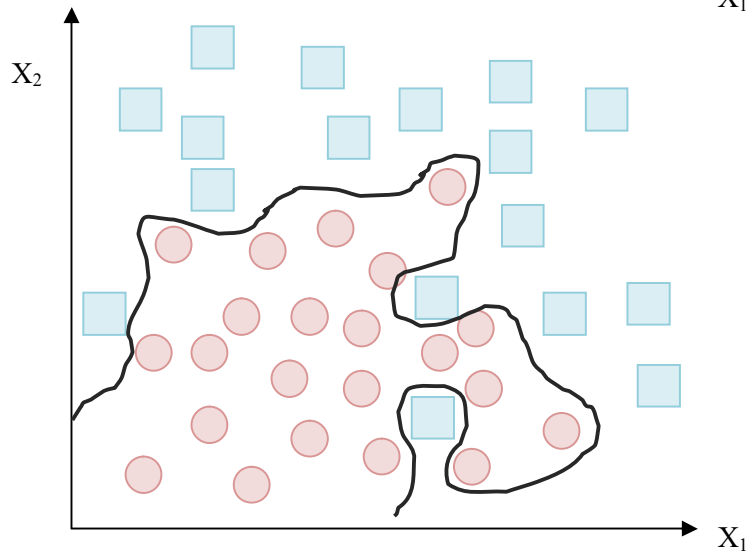
Jednym z oczekiwań stawianych modelom klasyfikacyjnym jest „utrzymanie” jakości predykcji uzyskanej w trakcie uczenia modelu, podczas jego stosowania z wykorzystaniem obiektów spoza próby uczącej. Spełnienie tego postulatu świadczy o zdolności modelu do uogólniania wyników. Zdolność ta jest również związana z pojęciami „niedouczenia” (ang. *underfitting*) i „przeuczenia” (ang. *overfitting*) [Cunningham, 2000]. Przypadki niedouczenia oraz przeuczenia modelu klasyfikacyjnego przedstawiono na rysunku 11.

O modelu klasyfikacyjnym mówimy, że jest niedouczony w sytuacji, gdy na podstawie obserwacji z próby uczącej nie jest w stanie odnaleźć kluczowych wzorców decydujących o przynależności obiektów do populacji. Zdolność do generalizacji wyników przez taki model może być wysoka, jednak sama jakość klasyfikacji jest konsekwentnie niska, zarówno dla obiektów z próby uczącej jak i testującej. Przeuczenie modelu klasyfikacyjnego ma natomiast miejsce w sytuacji, gdy dokonuje on klasyfikacji obiektów próby uczącej na podstawie zbyt skomplikowanych wzorców. W efekcie, jakość stawianych prognoz jest bardzo wysoka dla obiektów próby uczącej, jednak znacząco obniża się ona w przypadku obiektów próby testującej, które nie brały udziału w procesie budowy modelu [Cunningham, 2000]. Zdolność do uogólniania wyników takiego modelu jest zatem niska. Przeuczenie może nastąpić na skutek np. zbyt skomplikowanej struktury modelu, źle dobranych parametrów (szczególnie w przypadku metod nieparametrycznych) lub zbyt dużej liczby zmiennych niezależnych wykorzystanej do budowy modelu klasyfikacyjnego.

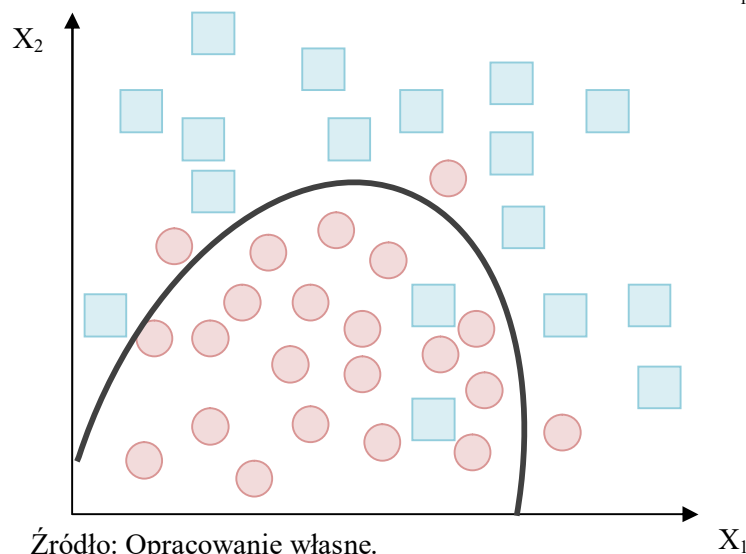
Rysunek 11. Przykłady niedouczenia, przeuczenia oraz dobrego nauczenia modelu



Klasyfikacja na podstawie niedouczonego modelu



Klasyfikacja na podstawie przeuczonego modelu



Klasyfikacja na podstawie dobrze nauczonego modelu

Źródło: Opracowanie własne.

Właściwie nauczone modele klasyfikacyjne to takie, dla których wskazania przynależności obiektów do populacji bazują na kluczowych wzorcach rozpoznanych na podstawie obserwacji próby uczącej. Występowania tych wzorców oczekuje się również w danych spoza próby uczącej. W takim przypadku możliwie wysoka jakość predykcji uzyskana dla obiektów próby uczącej nie powinna ulec znaczącemu pogorszeniu w przypadku prognoz wyznaczanych dla obserwacji próby testującej.

#### **2.4. Przegląd wybranych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw**

Problem przewidywania upadłości przedsiębiorstwa z technicznego punktu widzenia jest problemem klasyfikacji binarnej wielowymiarowego obiektu. Cechami diagnostycznymi są w tym przypadku najczęściej wskaźniki finansowe opisujące sytuację finansowo-majątkową przedsiębiorstw. Celem klasyfikacji jest poprawne wskazanie przynależności obiektów należących do jednej z dwóch możliwych populacji: podmioty w dobrej kondycji finansowej oraz podmioty, które są zagrożone upadłością. Tak określony problem pozwala na wykorzystanie grupy metod klasyfikacyjnych, które umożliwiają poprawne wskazywanie klas, do których przynależą analizowane obiekty.

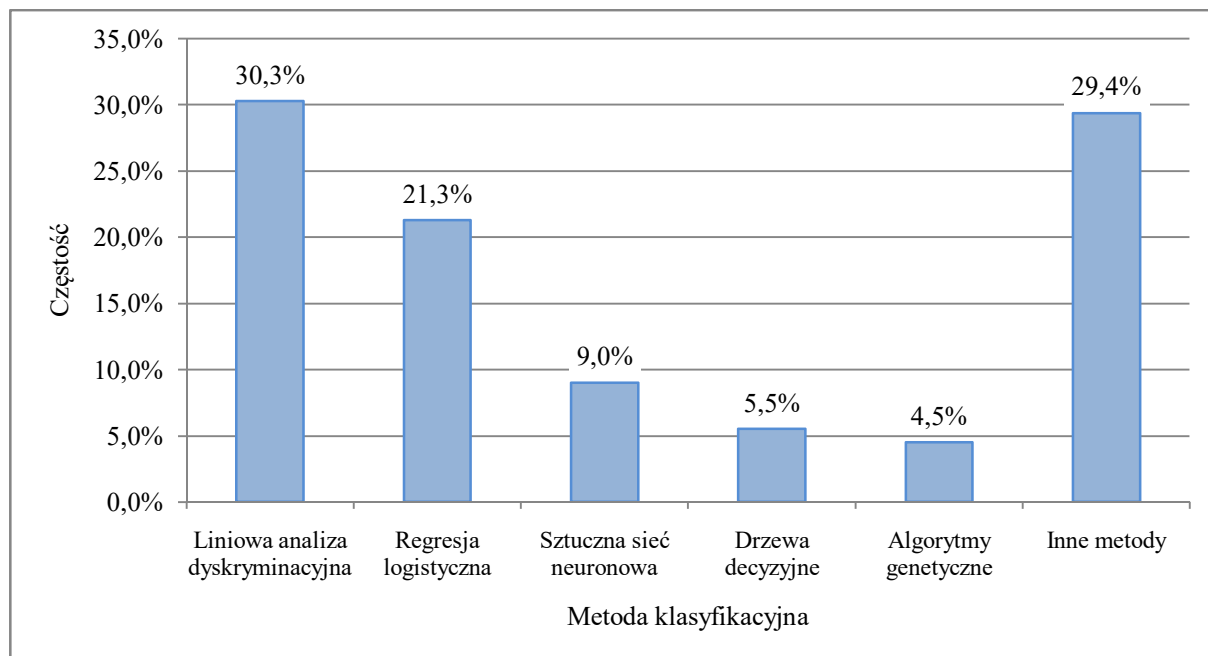
Zarówno w badaniach w Polsce jak i na świecie można wskazać grupę metod klasyfikacyjnych, które są najczęściej wykorzystywane do prognozowania upadłości przedsiębiorstw. Zestawienie metod stosowanych w tym obszarze przygotował McKee [2000]. Wśród opisanych przez autora podejść do prognozowania upadłości przedsiębiorstw można wyróżnić:

1. Jednowymiarowe modele wskaźnikowe
2. Liniową analizę dyskryminacyjną
3. Modele prawdopodobieństwa liniowego
4. Modele logitowe i probitowe
5. Drzewa klasyfikacyjne
6. Systemy eksperckie
7. Programowanie matematyczne
8. Sztuczne sieci neuronowe

Podobnego przeglądu metod dokonali także Aziz i Dar [2006]. Autorzy przeanalizowali 89 publikacji z obszaru prognozowania upadłości przedsiębiorstw i zbadali częstość stosowania

poszczególnych metod klasyfikacyjnych w badaniach empirycznych. Wyniki analizy dokonanej przez autorów zaprezentowano na wykresie 6.

**Wykres 6. Częstość stosowania metod klasyfikacyjnych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw**



Źródło: Opracowanie na podstawie [Aziz i Dar, 2006, s. 26]

Na podstawie dokonanego przeglądu badań, autorzy zaliczyli do najczęściej stosowanych metod w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw: liniową analizę dyskryminacyjną, regresję logistyczną, sztuczną sieć neuronową oraz algorytmy genetyczne. Badacze wskazują także, iż pomimo dysproporcji w częstości stosowania poszczególnych metod, nie są widoczne wyraźne różnice w jakości prognoz uzyskiwanych przez modele bazujące na różnych metodach klasyfikacyjnych.

Propozycje modeli w literaturze różnią się nie tylko algorytmem wyznaczającym reguły klasyfikacji obiektów, ale także zestawem cech diagnostycznych opisujących sytuację finansowo-majątkową klasyfikowanych przedsiębiorstw. Część proponowanych w literaturze modeli uwzględnia jedynie kilka podstawowych charakterystyk związanych z funkcjonowaniem przedsiębiorstw, gdzie w innych przypadkach, modele zawierają zestawy nawet kilkudziesięciu zmiennych. Statystyki opisowe dotyczące liczby zmiennych znajdujących się w modelach prognozowania upadłości w różnych okresach ich powstawania prezentuje tabela 8.

**Tabela 8. Liczba zmiennych objaśniających w modelach prognozowania upadłości**

Okres	Minimalna liczba zmiennych	Maksymalna liczba zmiennych	Średnia liczba zmiennych
Lata 60-te	5	30	15
Lata 70-te	2	18	8
Lata 80-te	1	47	9
Lata 90-te	2	57	11
Lata dwutysięczne	5	13	8
Razem	1	57	10

Źródło: Opracowanie na podstawie [Bellovary i inni, 2007, s.8]

Na podstawie danych zawartych w tabeli 8 można stwierdzić, że wśród autorów modeli prognozujących upadłość przedsiębiorstw nie panuje powszechne przekonanie o skuteczności modeli z małą, średnią bądź dużą liczbą zmiennych. Bez względu na okres, w którym modele powstawały, podejmowane były próby konstrukcji zarówno z niewielką jak i bardzo dużą liczbą zmiennych diagnostycznych. Trudno jest ocenić, bez przeprowadzenia dodatkowych badań, czy budowanie modeli prognozujących upadłość przedsiębiorstw przynosi lepsze efekty w sytuacji uwzględniania w nich dużej liczby specyficznych wskaźników finansowych, czy też korzystniejsze jest konstruowanie modeli bazujących jedynie na kilku podstawowych miernikach kondycji finansowej. Analiza wpływu liczby zmiennych diagnostycznych uwzględnianych przy budowie modeli klasyfikacyjnych stanowi jeden z celów badań empirycznych w niniejszej rozprawie. Wyniki badań w tym zakresie zaprezentowano w piątym rozdziale pracy.

Dokonując przeglądu prezentowanych w literaturze modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw, z pewnością należy rozpocząć od pierwszego, a jednocześnie najbardziej znanego modelu, którego autorem był Altman [1968]. Amerykański profesor zbudował model nazwany *Z-score* bazujący na liniowej funkcji dyskryminacyjnej Fishera [1936] oraz grupie pięciu wskaźników finansowych opisujących sytuację finansowo-majątkową przedsiębiorstw. Wskaźniki, które znalazły się w modelu zostały wyselekcjonowane spośród grupy 22, które stanowiły początkowy zbiór danych o klasyfikowanych przedsiębiorstwach. Przy wyborze finalnej grupy wskaźników udział brał zespół ekspertów – audytorów i finansistów. W badaniu wykorzystano dane dotyczące 66 przedsiębiorstw, z których połowa to przedsiębiorstwa, które zbankrutowały. Drugą połowę obserwacji stanowiły natomiast



podmioty gospodarczej, które charakteryzowały się dobrą kondycją finansową. Zbudowany przez Altmana model służy do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw na rok po ogłoszeniu rocznego sprawozdania finansowego. Postać modelu *Z-score* można zapisać w postaci równania:

$$Z = 1,2X_1 + 1,4X_2 + 3,3X_3 + 0,6X_4 + 1,0X_5,$$

gdzie:

$X_1$  – kapitał pracujący/majątek ogółem,

$X_2$  – zysk zatrzymany/majątek ogółem,

$X_3$  – zysk przed opodatkowaniem (EBIT)/majątek ogółem,

$X_4$  – wartość rynkowa kapitału akcyjnego/wartość księgową zadłużenia,

$X_5$  – przychód ze sprzedaży/majątek ogółem.

Obiekty klasyfikowane za pomocą oryginalnej funkcji dyskryminacyjnej w modelu Altmana mogły zostać przydzielone do jednej z trzech zdefiniowanych grup:

1. Wysokie prawdopodobieństwo bankructwa, dla:  $Z < 1,8$
2. Niskie prawdopodobieństwo bankructwa, dla:  $Z > 3$
3. Niepewna przyszłość firmy (szara strefa), dla:  $1,8 \leq Z \leq 3$

W roku 1983 Altman przedstawił drugą wersję modelu, nazywanego *Z'-score*, który umożliwiał ocenę kondycji finansowej i ryzyka upadłości również tych przedsiębiorstw, które nie są notowane na giełdzie [Altman, 1983]. Do tej pory nie było to możliwe ze względu na przyjętą w pierwszej wersji modelu konstrukcję wskaźnika  $X_4$ . Zaktualizowana postać modelu zakłada, że wskaźnik ten stanowi iloraz wartości księgowej wszystkich akcji oraz wartości księgowej zadłużenia. Model *Z'-score*, nazywany również *modelem B* ma następującą postać:

$$Z = 0,72X_1 + 0,85X_2 + 3,3X_3 + 0,42X_4 + 1,0X_5,$$

gdzie:

$X_1$  – kapitał pracujący/majątek ogółem,

$X_2$  – zysk zatrzymany/majątek ogółem,

$X_3$  – zysk przed opodatkowaniem (EBIT)/majątek ogółem,

$X_4$  – wartość księgową wszystkich akcji/wartość księgową zadłużenia,

$X_5$  – przychód ze sprzedaży/majątek ogółem.

Poza zmianą oszacowań parametrów stojących przy zmiennych  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_4$  zmianie uległy również graniczne wartości funkcji  $Z$ , wskazujące na przynależność obserwacji do jednej z trzech grup. Zaktualizowane przedziały wartości wyglądają następująco:

1. Wysokie prawdopodobieństwo bankructwa, dla:  $Z < 1,23$
2. Niskie prawdopodobieństwo bankructwa, dla:  $Z > 2,89$
3. Niepewna przyszłość firmy (szara strefa), dla:  $1,23 \leq Z \leq 2,89$

Efektem dalszych prac Altmana nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw z wykorzystaniem liniowej analizy dyskryminacyjnej był model  $Z''$ -score [Altman, 1993]. Poprawiona wersja modelu uwzględniła wpływ specyfiki branżowej. Z tego powodu autor usunął z równania funkcji zmienną  $X_5$  – przychód ze sprzedaży/majątek ogółem (obrotowość aktywów), uznając ją za zbyt mocno powiązaną ze specyfiką branży, w której funkcjonują przedsiębiorstwa. Nowa postać funkcji dyskryminacyjnej modelu miała postać:

$$Z = 6,56X_1 + 3,26X_2 + 6,72X_3 + 1,05X_4,$$

gdzie:

$X_1$  – kapitał pracujący/majątek ogółem,

$X_2$  – zysk zatrzymany/majątek ogółem,

$X_3$  – zysk przed opodatkowaniem (EBIT)/majątek ogółem,

$X_4$  – wartość księgowa wszystkich akcji/wartość księgowa zadłużenia.

Zmianie uległy oszacowania parametrów stojących przy zmiennych w modelach oraz granice klasyfikacji przedsiębiorstw do trzech różnych grup. Nowa klasyfikacja wyglądała następująco:

1. Wysokie prawdopodobieństwo bankructwa, dla:  $Z < 1,1$
2. Niskie prawdopodobieństwo bankructwa, dla:  $Z > 2,6$
3. Niepewna przyszłość firmy (szara strefa), dla:  $1,1 \leq Z \leq 2,6$

Modele Altmana zyskały dużą popularność ze względu na swoją prostą budowę oraz łatwość interpretacyjną. Omówione modele stanowiły bardzo duży wkład w badaniach nad prognozowaniem i upadłością przedsiębiorstw. Altman proponował również inne podejścia w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw, a także dokonywał kolejnych modyfikacji pierwotnej postaci modelu [Altman i inni 1977, Altman i Narayanan 1997, Altman i Roggi 2013].

Analiza dyskryminacyjna wykorzystana do budowy modeli Altmana nie jest jedyną metodą klasyfikacyjną intensywnie wykorzystywaną przez autorów zajmujących się problemem przewidywania ryzyka upadłości przedsiębiorstw. Martin w 1977 roku jako pierwszy wykorzystał w tym celu modele logitowe [Martin, 1997]. Pod koniec lat dziewięćdziesiątych Odom i Sharada zaproponowali natomiast zastosowanie sztucznych sieci neuronowych w celu przewidywania ryzyka upadłości przedsiębiorstw [Odom i Sharada, 1990]. Wykorzystanie metod nieparametrycznych w badaniach nad klasyfikacją wielowymiarowych obiektów stanowi obecnie wiodący kierunek rozwoju w tym obszarze. Poza sztucznymi sieciami neuronowymi, zaczęto także stosować takie metody nieparametryczne jak drzewa klasyfikacyjne [Sprengers 2005, Sun i inni 2010], algorytmy genetyczne [Back i inni 1996, Shin i Lee 2002] oraz metodę wektorów nośnych SVM [Min i Lee, 2005].

Warto zwrócić uwagę w tym miejscu na kwestię uniwersalności powstających modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw. Interesujące może wydać się pytanie, czy istnieje potrzeba tworzenia nowych modeli oceniających ryzyko upadłości przedsiębiorstw w Polsce skoro na świecie powstało ich już tak wiele? Odpowiedź na to pytanie sformułowali Altman i Caouette, wykazując w swoich badaniach [1998], że budowane modele dyskryminacyjne powinny być wykorzystywane wyłącznie w krajach, w których funkcjonowały przedsiębiorstwa stanowiące próbę uczącą dla konstruowanych modeli. Związane jest to z ryzykiem występowania istotnych różnic w poziomach wskaźników finansowych, obliczanych dla przedsiębiorstw działających w różnych warunkach gospodarczych i prawnych. Potwierdzają to uzyskane wyniki badań, w których porównano średnie poziomy wskaźników finansowych wykorzystanych w modelu *Z-score* w obrębie przedsiębiorstw z różnych krajów w dobrej kondycji finansowej oraz takich, wobec których ogłoszono upadłość. W badaniu uwzględniono takie kraje jak: Stany Zjednoczone, Australia, Brazylia, Kanada i Japonia. Jako przyczyny różnic poziomów wskaźników wskazano przede wszystkim uwarunkowania makroekonomiczne, w których funkcjonują przedsiębiorstwa. Znaczenie miały również różnice w systemach rachunkowości oraz prawa, a także tradycja [Altman i Caouette, 1998].

Prognozowanie upadłości przedsiębiorstw w Polsce ma swoją tradycję. Przemiany polityczne i gospodarcze, które zaszły w kraju w latach dziewięćdziesiątych spowodowały przekształcenie się gospodarki centralnie planowanej w gospodarkę wolnorynkową, a co za tym idzie doprowadziły do wzrostu zainteresowania prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw w naszym kraju [Prusak, 2019]. Jeden z pierwszych modeli prognozowania

upadłości przedsiębiorstw w Polsce został zaproponowany przez Mączyńską już w 1994 roku [Mączyńska, 1994]. Do konstrukcji modelu autorka zaadaptowała funkcję Jacobsa. Liniowa postać oszacowanego modelu przedstawiała się następująco:

$$Z_M = 1,50X_1 + 0,08X_2 + 10X_3 + 5X_4 + 0,3X_5 + 0,1X_6,$$

gdzie:

$X_1$  – (zysk brutto + amortyzacja)/zobowiązania krótko- i długoterminowe,

$X_2$  – suma bilansowa/zobowiązania krótko- i długoterminowe,

$X_3$  – wynik finansowy brutto/suma bilansowa,

$X_4$  – wynik finansowy brutto/obroty,

$X_5$  – zapasy/obroty,

$X_6$  – obroty/suma bilansowa.

Wartością graniczną dla oszacowanej funkcji jest 0. Przedsiębiorstwa, dla których  $Z_M < 0$  ocenia się jako zagrożone upadłością. Przedsiębiorstwa, dla których  $0 < Z_M < 1$  charakteryzowały się słabą kondycją finansową, ale nie są one zagrożone ryzykiem upadłości. Wartość  $Z_M$  znajdująca się w przedziale  $1 \leq Z_M \leq 2$  informuje o dobrej kondycji finansowej przedsiębiorstwa, a  $Z_M > 2$  wskazują na podmioty gospodarcze w bardzo dobrej sytuacji finansowej. W roku 2006 zespół badaczy pod kierownictwem Mączyńskiej przedstawił kolejne siedem modeli oceny ryzyka upadłości przedsiębiorstw [Mączyńska i Zawadzki, 2006]. W badaniach wykorzystano dane pochodzące ze sprawozdań finansowych 80 spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w latach 1997-2002. Modele zostały zbudowane na podstawie wyselekcjonowanych zestawów wskaźników finansowych opisujących zadłużenie, rentowność, płynność, dynamikę wzrostu i sprawność operacyjną przedsiębiorstw.

Ważną publikacją w badaniach nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw w Polsce była praca Hadasik [1998]. Autorka zaproponowała 9 modeli bazujących na wykorzystaniu analizy dyskryminacyjnej oraz różnych zestawów wskaźników finansowych. Do szacowania modeli wykorzystano dane finansowe dotyczące 78 podmiotów działających w różnych sektorach gospodarki. Połowa obserwacji w próbie należała do populacji spółek w dobrej kondycji finansowej, a druga połowa to spółki, wobec których ogłoszono upadłość. Jeden z modeli proponowanych przez autorkę, który charakteryzował się wysoką jakością stawianych prognoz przedstawiono poniżej:

$$Z_{HA} = 2,36261 + 0,365425X_1 - 0,765526X_2 - 2,40435X_3 + 1,59079X_4 \\ + 0,00230258X_5 - 0,0127826X_6,$$

gdzie:

$X_1$  – aktywa bieżące/zobowiązania bieżące,

$X_2$  – (aktywa bieżące – zapasy)/ zobowiązania bieżące,

$X_3$  – zobowiązania ogółem/aktywa ogółem,

$X_4$  – należności/przychody ze sprzedaży,

$X_5$  – zapasy/przychody ze sprzedaży.

Wartością progową  $Z_{HA}$  jest 0, które rozdziela wskazania obiektów w dobrej kondycji finansowej ( $Z_{HA} > 0$ ) od wskazań przedsiębiorstw, zagrożonych upadłością ( $Z_{HA} < 0$ ).

Kolejny model bazujący na wykorzystaniu liniowej funkcji dyskryminacyjnej zaproponował zespół badaczy z Poznania, który opracował tzw. „model poznański” [Hamrol i inni, 2004]. Autorzy oszacowali postać funkcji na podstawie danych o działalności 100 spółek prawa handlowego. Model poznański opisany jest następującym równaniem:

$$Z_p = -2,368 + 3,562X_1 + 1,588X_2 + 4,288X_3 + 6,719X_4,$$

gdzie:

$X_1$  – zysk netto/majątek całkowity,

$X_2$  – (majątek obrotowy – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,

$X_3$  – kapitał stały/majątek całkowity,

$X_4$  – wynik finansowy ze sprzedaży/przychody ze sprzedaży.

Wartości oszacowanej funkcji przekraczające 0 wskazują na przedsiębiorstwa w dobrej sytuacji finansowej. Wartości poniżej 0 informują natomiast o występowaniu ryzyka upadłości przedsiębiorstwa. Podejście wykorzystujące liniową analizę dyskryminacyjną jest najczęściej spotykanym w literaturze w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Poza przytoczonymi przykładami badań, również inni autorzy wykorzystują tę metodę w badaniach z tego obszaru [Pogodzińska i Sojak 1995, Gajdka i Stos 1996, Wierzba 2000, Hołda 2002, Sojak i Stawicki 2001, Appenzeller i Szarzec 2004, Prusak 2005, Herman 2016]. Budowane modele różnią się przede wszystkim zestawem wskaźników finansowych biorących udział przy ich konstrukcji, a także liczbą obserwacji, na bazie których modele są uczone i testowane.

Inną grupą modeli stosowanych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce są modele logitowe. Zaletą stosowania podejścia logitowego w stosunku do metody liniowej analizy dyskryminacyjnej jest brak występowania rygorystycznych założeń o normalności rozkładu każdej ze zmiennych diagnostycznych oraz o równości macierzy wariancji-kowariancji w obrębie obiektów obu populacji. W przypadku rzeczywistych danych finansowych, warunki te są często trudne do spełnienia. Hołda zaproponował postać modelu logitowego wykorzystującego 5 wskaźników finansowych [Hołda, 2000]:

$$L_H = -0,52 + 4,50WPI - 7,98SZ^* + 0,93RM + 2,31WOZO^* + 7,32ZOM^*,$$

gdzie:

*WPI* – wskaźnik płynności,

*SZ\** – przeskalowany wskaźnik zadłużenia,

*RM* – wskaźnik przychodów ogółem,

*WOZO\** – przeskalowany wskaźnik obrotowości,

*ZOM\** – przeskalowany wskaźnik zyskowności netto.

Kolejnym autorem stosującym podejście logitowe w prognozowaniu ryzyka upadłości przedsiębiorstw jest Wędzki [2005]. Autor w swojej pracy oszacował modele logitowe na podstawie danych o 80 podmiotach gospodarczych działających w różnych sektorach gospodarki. Połowa obiektów w zebranej próbie reprezentowała populację podmiotów w dobrej sytuacji finansowej, a druga połowa to przedsiębiorstwa, które zbankrutowały. Na podstawie zestawu wskaźników finansowych skonstruowano 8 modeli logitowych. Poniżej przedstawiono jeden z modeli zaproponowanych przez autora:

$$L_W = 1,0 - 5,0WB + 4,721UKON + 3,598WZO - 0,334WUO + 0,048IDF + 0,021CN + 0,061RIR,$$

gdzie:

*WB* – wskaźnik bieżącej płynności,

*UKON* – udział kapitału obrotowego w aktywach,

*WZO* – wskaźnik zadłużenia ogólnego,

*WUO* – wskaźnik udziału odsetek,

*IDF* – indeks dźwigni finansowej,

*CN* – cykl należności,

*RIR* – stopa zysku rezydualnego.

Inne warianty modeli logitowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw zaproponował także Gruszczyński [2003]. Autor przedstawił w swojej pracy zestaw 8 dwumianowych i trójmianowych modeli logitowych, które skonstruowane były na podstawie łącznej próby 71 przedsiębiorstw prowadzących swoją działalność w latach 1995-1996. Badanie przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym, metodą ekspercką wskazano 23 przedsiębiorstwa w złej sytuacji finansowej oraz odpowiadające im (wielkością i rodzajem działalności) firmy w dobrej kondycji finansowej. Na podstawie zebranych danych oszacowano dwumianowe modele logitowe wskazujące przynależność obiektów do jednej z dwóch populacji. W drugim etapie badania, do próby dołączono dane dotyczące kolejnych 25 przedsiębiorstw, których kondycję finansowo-majątkowo trudno było jednoznacznie ocenić. Dla rozszerzonej próby obiektów oszacowano trójmianowe modele logitowe uporządkowane. Zmiennymi objaśniającymi w modelach były wskaźniki finansowe, a jakość klasyfikacji weryfikowano w obrębie obiektów próby uczącej.

Obok wielu zastosowań metod parametrycznych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce, znane są również propozycje wykorzystania metod nieparametrycznych, takich jak drzewa klasyfikacyjne. Pierwszą pracą wykorzystującą algorytm CART do budowy drzewa klasyfikacyjnego był Hołda [2006]. Zbudowane drzewo, które definiowały reguły klasyfikacyjne dla wykorzystanego zestawu wskaźników finansowych, pozwoliło na uzyskanie wysokiej jakości prognoz w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Autor w swoim badaniu porównał także wyniki uzyskane przez drzewo klasyfikacyjne z wynikami sieci neuronowej zbudowanej przy pomocy tego samego zestawu wskaźników finansowych. Drzewo klasyfikacyjne uzyskało współczynnik sprawności ogólnej dla obiektów próby testującej równy 0,839, a sieć neuronowa 0,774. Drzewa klasyfikacyjne w prognozowaniu bankructwa konstruował także Korol [2010]. W swojej pracy autor przedstawił możliwość wykorzystania również lasu losowego, który w swojej budowie wykorzystuje wiele drzew klasyfikacyjnych. Autor nie wskazał jednak, która z metod w jednoznaczny sposób jest skuteczniejsza w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw.

Drzewa klasyfikacyjne wykorzystywane do prognozowania upadłości przedsiębiorstw w obrębie wybranych branż zaproponowali także Hołda i Pocięcha [2009]. Wykorzystali oni dwa różne zestawy wskaźników finansowych do oceny ryzyka upadłości firm z branż budowlanej i handlowo-usługowej. W przypadku obu konstruowanych drzew uzyskano bardzo wysoki odsetek poprawnej klasyfikacji obiektów próby uczącej – w branży budowlanej osiągnął on 93,75% (współczynnik globalnej trafności), a w branży handlowo-

usługowej 91,76%. Jednocześnie jednak dużo niższą jakość klasyfikacji zaobserwowano w przypadku obiektów próby testującej – odpowiednio w branży budowlanej było to 65%, a w branży handlowo-usługowej 67,86%. Autorzy badania zwracają uwagę na potrzebę przeprowadzenia walidacji oraz testów oszacowanych modeli predykcyjnych. Walidacja modeli zbudowanych z wykorzystaniem metod uczenia jest szczególnie ważna ze względu na ryzyko wystąpienia, opisanego wcześniej, problemu przeuczenia modeli. Problem ten wystąpił w przytoczonym badaniu autorów [Hołda i Pocięcha, 2009].

Próbę wykorzystania metody sztucznych sieci neuronowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce przedstawili Korol i Prusak [2005]. Badacze wykorzystali w swojej pracy dane dotyczące działalności przedsiębiorstw w latach 1998-2001. Dostępną próbę badawczą podzielono na uczącą i testującą. W każdej z nich połowę obserwacji stanowiły obiekty w dobrej kondycji finansowej, a połowę podmioty, wobec których ogłoszono upadłość. W pierwszej kolejności utworzona została baza danych o podmiotach, wobec których ogłoszono upadłość. Przedsiębiorstwa w dobrej kondycji finansowej dobierane były do próby badawczej metodą parowania w taki sposób, aby były one podobne pod względem skali i rodzaju działalności do przedsiębiorstw upadłych. W badaniu wykorzystano łącznie informacje o 176 przedsiębiorstwach. Uwzględniono także różne zestawy wskaźników finansowych oraz odmienne postaci architektury sieci neuronowej. Sieci konstruowano dla obserwacji opisywanych zbiorem informacji na rok oraz na dwa lata przed ogłoszeniem upadłości. Praca autorów była pierwszą tak szeroką analizą wykorzystania sztucznych sieci neuronowych do problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce.

Inną publikację przedstawiającą wyniki badań nad stosowaniem sztucznych sieci neuronowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw przedstawił Hołda [2006]. Autor zaproponował w swojej pracy podejście, w którym poszczególne sieci neuronowe budowane były w obrębie podmiotów prowadzących podobną działalność, zgodną z Europejską Klasyfikacją Działalności. W pracy rozważano sieci neuronowe złożone z 3 warstw, w których warstwa wejściowa zawierała od 2 do 6 neuronów (wskaźników finansowych), a warstwa ukryta od 3 do 4 neuronów. Ustalanie wag w sieci dla poszczególnych neuronów odbywała się z wykorzystaniem algorytmu wstecznej propagacji błędów.

Badania w obszarze przewidywania ryzyka upadłości przedsiębiorstw przedstawił także zespół pod kierownictwem Pocięchy [Pocięcha i inni, 2014]. Autorzy dokonali porównania skuteczności działania wybranych metod prognozowania upadłości



przedsiębiorstw (analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, drzewa klasyfikacyjne, sieci neuronowe) oraz zaproponowali wprowadzenie czynnika czasowego do modeli, uwzględniając w ten sposób zmieniającą się koniunkturę gospodarczą. W przeprowadzonych badaniach wykorzystano dane dotyczące 133 podmiotów gospodarczych, które zbankrutowały oraz 1719 podmiotów, których sytuacja finansowo-majątkowa była dobra. Dane pochodziły z okresu od 2007 do 2010 roku. Wstępny zbiór cech diagnostycznych opisujących działalność przedsiębiorstw obejmował 36 wskaźników finansowych. Przeprowadzona analiza porównawcza jakości prognoz stawianych przez różne modele prowadzi autorów do jednego z wniosków, w którym stwierdzają, że *„na efektywność klasyfikacji wpływa wiele czynników. (...) Pozostaje jednak faktem, że nieparametryczne metody data mining i nauczania maszynowego z reguły lepiej sprawdzają się jako narzędzia klasyfikacji obiektów ekonomicznych”* [Pociecha i inni, 2014, s. 134]. Autorzy wskazują we wnioskach na najwyższe wyniki w poprawnym klasyfikowaniu obiektów uzyskiwane przez sztuczne sieci neuronowe. W pracy stwierdzono ponadto, że wprowadzanie sztucznych zmiennych reprezentujących czynnik czasowy w modelach poprawia jakość predykcji w obrębie obserwacji należących do próby testującej.

Badania nad prognozowaniem niewypłacalności przedsiębiorstw z wykorzystaniem wybranych metod uczenia maszynowego podjął Paliński [2018]. Autor porównał trafność prognoz drzew klasyfikacyjnych i sztucznych sieci neuronowych z prostą metodą ekspercką. W swoim badaniu wykorzystał obszerną bazę danych zawierającą wartości dla 64 wskaźników finansowych wyznaczonych na podstawie danych ze sprawozdań finansowych przedsiębiorstw z lat 2007-2012. W zgromadzonym zbiorze obserwacji znalazło się 700 spółek, wobec których ogłoszono upadłość oraz 10000 spółek kontynuujących swoją działalność. W toku prowadzonych badań autor skonstruował drzewa klasyfikacyjne dla różnych okresów przed ogłoszeniem upadłości przedsiębiorstw, zarówno dla zbiorów zbilansowanych, jak i niezbilansowanych. Lepszą jakość prognoz uzyskano w przypadku drzew konstruowanych na podstawie próby zbilansowanej, w której znajdowało się 700 spółek wobec których ogłoszono upadłość i 700 losowo wybranych spółek w dobrej kondycji finansowej. Po pierwszym etapie badania autor wyłączył z analizy metodę sztucznej sieci neuronowej ze względu na niską jakość uzyskiwanych prognoz. Prognozy wyznaczone przez drzewa klasyfikacyjne zostały następnie porównane z prostą metodą ekspercką opartą na 5 wskaźnikach finansowych wybranych w sposób arbitralny. Uzyskane wyniki pokazały wyższą zdolność wykrywania spółek zagrożonych upadłością w przypadku metody

eksperckiej niż drzew klasyfikacyjnych. Metoda ekspercka pozwoliła wykryć od 67 do 84% przedsiębiorstw, wobec których ogłoszono upadłość (w zależności od okresu przed ogłoszeniem upadłości), gdzie w przypadku drzew klasyfikacyjnych było to od 51 do 71%. Wadą metody eksperckiej było jednak częste, błędne wskazywanie przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej jako przedsiębiorstw zagrożonych upadłością. Takich przypadków było 40% w próbie zbilansowanej i ponad 50% w próbie niezbilansowanej. Autor zaznacza we wnioskach, że wykorzystanie metod uczenia maszynowego do prognozowania niewypłacalności przedsiębiorstw może być użyteczne w przypadku dużych zbiorów danych, gdzie wymagane jest ocenienie ryzyka upadłości dużej liczby przedsiębiorstw. W przypadku oceny pojedynczych przypadków, lepszym rozwiązaniem jest podejście eksperckie [Paliński, 2018].

Znane z literatury modele prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce powstawały w różnych okresach. Do ich budowy wykorzystywano różne zbiory danych o przedsiębiorstwach działających w różnych branżach. Parametry niektórych z przytoczonych modeli szacowane były wiele lat temu. Pomimo to, część z opracowanych modeli w dalszym ciągu dobrze funkcjonuje i charakteryzuje się wysoką skutecznością w klasyfikowaniu obiektów. W tabeli 9 przedstawiono wyniki weryfikacji zdolności predykcyjnych wybranych modeli prognozowania upadłości w Polsce. Badanie zostało przeprowadzone przez firmę consultingową PwC [2017] i objęło 700 podmiotów gospodarczych działających w różnych sektorach gospodarki w latach 2013-2016. Pośród badanych przedsiębiorstw, ponad 250 ogłosiło upadłość lub zostało poddane procedurom restrukturyzacyjnym. W tekście publikacji dla niektórych modeli brakuje informacji, które z ich wersji zostały wykorzystane w przeprowadzonej analizie. Brak tej informacji nie jest jednak kluczowy dla wyciągnięcia ogólnych wniosków na podstawie wyników przeprowadzonej analizy.

**Tabela 9. Weryfikacja wybranych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce**

Model	Współczynnik globalnej trafności
Model poznański [Hamrol i inni, 2004]	0,828
Model Mączyńskiej [1994]	0,774
Model Wierzby [2000]	0,76
Model Hadasik [1998]	0,753
Model Appenzeller i Szarzec [2004]	0,749
Model Gajdki i Stosa [1996]	0,711
Model Hołdy [2001]	0,693
Model Prusaka [2005]	0,659
Model Sojaka i Stawickiego [2001]	0,570
Model Pogodzińskiej i Sojaka [1995]	0,520

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [Zespół ds. finansowania i restrukturyzacji PwC, 2017]

Zawarte w zestawieniu wyniki pokazują, że część z istniejących modeli upadłościowych w Polsce jest w dalszym ciągu zdolna uzyskiwać wysoką jakość predykcji nawet po wielu latach od czasu ich powstania. Sześć z dziesięciu porównywanych modeli poprawnie klasyfikowało ponad 70% wszystkich obiektów uwzględnionych w badaniu. Szczególnie wysoki wynik współczynnika globalnej trafności uzyskał model poznański, który błędnie sklasyfikował zaledwie 17% obserwacji. Na podstawie rezultatów z tabeli 9 można stwierdzić, że pomimo zmieniających się warunków w jakich funkcjonują przedsiębiorstwa, symptomy pogarszającej się sytuacji finansowej oraz ryzyka upadłości przedsiębiorstw wciąż są podobne. Porównywane modele w dalszym ciągu potrafią rozpoznawać w danych wzorce zapewniając poprawną klasyfikację przedsiębiorstw zagrożonych ryzykiem upadłości. Warto przypomnieć, że model poznański, który w badaniu firmy PwC uzyskał zdecydowanie najwyższy wynik spośród wszystkich analizowanych modeli, uwzględnia zaledwie 4 wskaźniki finansowe.

Przedstawione w rozdziale modele prognozowania upadłości przedsiębiorstw nie wyczerpują listy wszystkich prac, które powstały na ten temat. Istotne jest jednak zwrócenie uwagi na to, że prognozowanie upadłości z technicznego punktu widzenia stanowi problem klasyfikacyjny, który rozwiązać można wykorzystując metody parametryczne lub nieparametryczne. Pomimo znaczącej ilości prac poświęconych modelowaniu upadłości

w Polsce, rozwój metod i narzędzi pozwalających oceniać sytuację finansowo-majątkową przedsiębiorstw oraz ryzyko ich upadłości stanowi w dalszym ciągu przedmiot zainteresowania wielu badaczy.

## Rozdział III

### Zespoły klasyfikatorów i sposoby ich konstruowania

Ze względu na odmienną budowę i sposób działania metod klasyfikacyjnych, trudno jest jednoznacznie ocenić, która z nich jest lepsza od pozostałych. W ocenie metody ważny jest również cel jej stosowania. Może on polegać na maksymalizacji skuteczności stawianych prognoz i wykorzystaniu modelu jako narzędzia do prognozowania (instrumentalna rola budowanego modelu) lub na możliwie dobrym wyjaśnieniu znaczenia oraz siły wpływu poszczególnych zmiennych na przynależność obiektów do odpowiednich populacji (poznawcza rola modelu) [Czerwiński, 2002].

Instrumentalna rola modelu podkreśla znaczenie samego procesu klasyfikacji obiektów. Związane z tym jest pojęcie „klasyfikatora” stosowane w obszarze rozpoznawania wzorców (ang. *pattern recognition*), będącego częścią dziedziny uczenia maszynowego (ang. *machine learning*). Metody łączenia i selekcji klasyfikatorów zostały opracowane w ramach prac naukowych z obszaru rozpoznawania wzorców. Z tego powodu w dalszej części pracy pojęcie „model” zostanie zastąpione pojęciem „klasyfikator”, podobnie jak zrobili to w swojej pracy Olmeda i Fernandez [1997].

W niniejszym rozdziale przedstawiono ideę oraz sposoby konstruowania klasyfikatorów zespołowych, ze szczególnym uwzględnieniem metod łączenia i selekcji klasyfikatorów. Metody te stanowią technikę mającą na celu poprawę jakości klasyfikacji poprzez wykorzystanie zespołu (rodziny, zbioru) klasyfikatorów indywidualnych (bazowych) w prognozowaniu przynależności obiektów do zdefiniowanych klas. W ostatniej części rozdziału przedstawiono przykłady badań, w których wykorzystano podejścia zespołowe do problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw.

#### 3.1. Idea wykorzystania zespołu klasyfikatorów

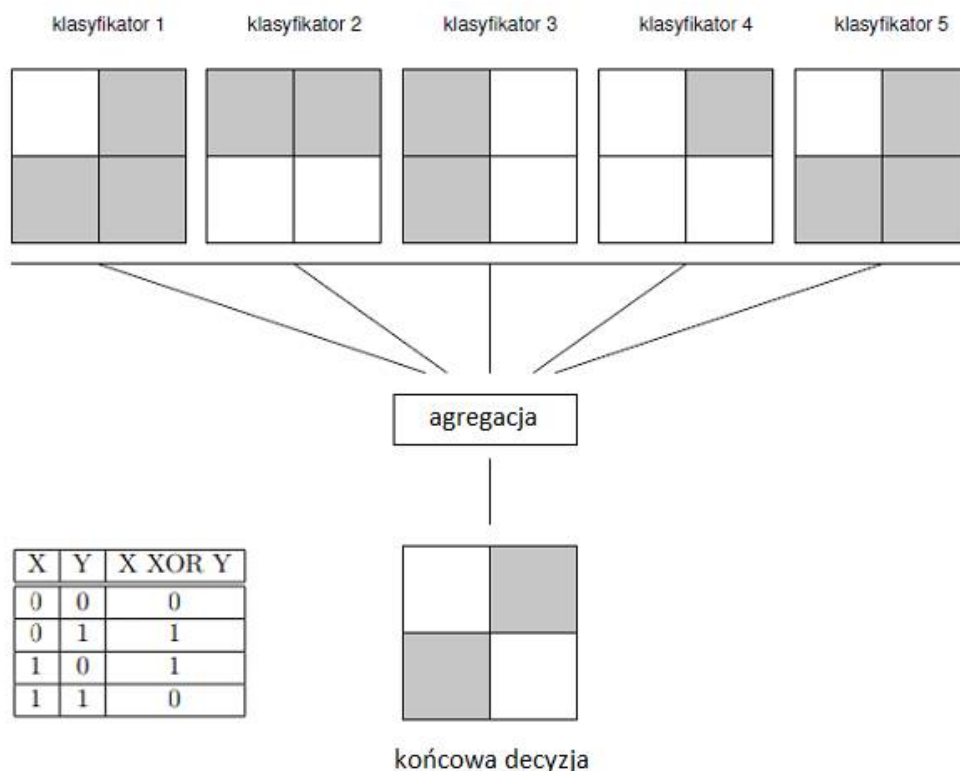
Wykorzystanie zespołu klasyfikatorów polega na określaniu przynależności obiektu do populacji w oparciu o wskazania wielu klasyfikatorów indywidualnych (bazowych).

Ostateczna decyzja o klasyfikacji obiektu podejmowana jest zgodnie z przyjętym algorytmem agregacji. Istnieje wiele metod budowania zespołów klasyfikatorów wykorzystywanych w badaniach empirycznych.

Przed omówieniem algorytmów budowy klasyfikatorów zespołowych warto uświadomić sobie sens i znaczenie takiego podejścia. Zilustrować to może prosty przykład przedstawiony na rysunku 12. Rysunek przedstawia problem klasyfikacyjny czterech obserwacji, których ułożenie względem siebie na płaszczyźnie odpowiada wyrażeniu alternatywy rozłącznej (XOR). Cztery obiekty należące do dwóch różnych klas (0 – kolor biały, 1 – kolor szary) znajdują się naprzeciwko siebie.

W przykładzie wykorzystano 5 prostych klasyfikatorów liniowych, w celu zbudowania zespołu klasyfikatorów podejmujących wspólnie decyzję o klasie, do której przynależy każda z czterech obserwacji. Dla przykładu, klasyfikatory 1, 4 i 5 wskazują na przynależność pierwszej obserwacji (górny lewy kwadrat) do klasy 0 – kolor biały. Dwa pozostałe klasyfikatory wskazują na klasę 1 – kolor szary. Dysponując wyłącznie jednym klasyfikatorem liniowym nie jesteśmy w stanie dokonać poprawnej klasyfikacji wszystkich czterech obserwacji ułożonych w przedstawiony sposób. Na schemacie przedstawiono zastosowanie metody głosowania większościowego, która stanowi najprostszą formę agregacji wyników klasyfikacji. W metodzie tej przynależność obiektu do klasy zależy od liczby „głosów” oddanych przez poszczególne klasyfikatory indywidualne. Pierwszej obserwacji przypisana zostaje klasa 0 – oznaczona kolorem białym. Dla trzech pozostałych obserwacji przeprowadza się analogiczną procedurę klasyfikacyjną (druga obserwacja – kolor szary, trzecia – szary, czwarta – biały). W efekcie zespół klasyfikatorów poprawnie klasyfikuje wszystkie obserwacje, których ułożenie względem siebie odpowiada wyrażeniu XOR. Przykład ten pokazuje, że jednoczesne wykorzystanie zespołu klasyfikatorów może prowadzić do poprawy zdolności predykcyjnych w stosunku do predykcji otrzymywanych przez pojedynczy klasyfikator [Ćwiklińska-Jurkowska, 2013b].

Rysunek 12. Idea wykorzystania zespołu klasyfikatorów na przykładzie problemu XOR



Źródło: Opracowanie własne na podstawie [Ćwiklińska-Jurkowska, 2013b, s. 35]

Niektóre z metod klasyfikacyjnych charakteryzują się brakiem stabilności klasyfikatora na etapie jego uczenia. Oznacza to, że w przypadku tych metod (np. drzew klasyfikacyjnych) nieznaczna zmiana zbioru uczącego może doprowadzić do powstania klasyfikatora o zupełnie innej budowie. W efekcie, jakość prognoz dla obserwacji spoza próby uczącej dla takiego klasyfikatora może być znacząco niższa. W celu zwiększenia odporności konstruowanego klasyfikatora na problem braku stabilności pojedynczego drzewa klasyfikacyjnego możliwa jest budowa klasyfikatora zespołowego, dla którego każdy z klasyfikatorów składowych uczony jest na innym zbiorze obserwacji. Agregacja wielu drzew klasyfikacyjnych może pozwolić uniknąć negatywnych skutków braku stabilności pojedynczego klasyfikatora [Gatnar i Walesiak, 2004].

Podstawowy podział budowanych zespołów klasyfikatorów związany jest z liczbą metod klasyfikacyjnych wykorzystanych do budowy klasyfikatorów indywidualnych (bazowych). W sytuacji kiedy dokonuje się fuzji klasyfikatorów budowanych w oparciu o jedną metodę klasyfikacyjną (np. drzewo klasyfikacyjne) mówi się o **homogenicznym** zespole klasyfikatorów lub o rodzinie klasyfikatorów [Ćwiklińska-Jurkowska, 2013b].

Klasyfikator bazujący na wykorzystaniu jednej metody klasyfikacyjnej jest więc wzmacniany poprzez wykorzystanie homogenicznego zespołu klasyfikatorów [Krzyśko i inni, 2008]. Najczęściej wykorzystywanymi metodami wzmacniania klasyfikatorów jest *bagging* oraz *boosting*.

W sytuacji gdy zespół klasyfikatorów budowany jest w oparciu o większą liczbę różnych metod klasyfikacyjnych i powstaje na drodze fuzji klasyfikatorów indywidualnych, klasyfikator zespołowy nazywany jest **heterogenicznym** [Ćwiklińska-Jurkowska, 2013b]. Klasyfikator ten można określić również jako system różnych klasyfikatorów (ang. *multiple classifier system*). Ten typ klasyfikatorów zespołowych może powstawać przez zastosowanie metod łączenia (ang. *classifier fusion*) bądź selekcji klasyfikatorów indywidualnych. (ang. *classifier selection*) [Kuncheva, 2004].

### 3.2. Wzmacnianie klasyfikatorów tego samego typu

Metody wzmacniania klasyfikatorów mają na celu poprawę jakości stawianych przez nie prognoz. Poprawa może odbywać się w dwóch wymiarach. Pierwszym z nich jest redukcja błędu klasyfikacyjnego (redukcja obciążenia klasyfikatora indywidualnego). Drugim jest poprawa stabilności wyników klasyfikacyjnych w sytuacji zmieniającego się zestawu obserwacji biorących udział w procesie uczenia (redukcja wariancji klasyfikatora). Poza pożądaną poprawą zdolności predykcyjnych klasyfikatora zespołowego należy mieć na uwadze to, że jego (często) skomplikowana budowa utrudnia interpretację oraz ocenę znaczenia i siły wpływu poszczególnych zmiennych na przynależność obserwacji do wskazanych populacji. Postać klasyfikatora zespołowego można porównać do „czarnej skrzynki”, której reguły działania trudno jest opisać lub przedstawić w sposób łatwy do interpretacji [Gatnar i Walesiak, 2004].

#### 3.2.1. Metoda bagging

Jedną z podstawowych metod wzmacniania klasyfikatorów jest **metoda bagging**<sup>3</sup>. Została ona zaproponowana przez Breimana [1996] w celu zredukowania zmienności (wariancji) wyników klasyfikacyjnych. Niektóre klasyfikatory charakteryzują się dużą niestabilnością rozumianą jako występowanie istotnych zmian w postaci budowanego

---

<sup>3</sup> W literaturze polskojęzycznej nie funkcjonują polskie odpowiedniki dla nazw metod takich jak bagging czy boosting. Z tego powodu w dalszej części pracy stosowane są pojęcia anglojęzyczne.



klasyfikatora na skutek nieznaczących zmian obiektów próby uczącej. Metoda bagging pozwala „wzmocnić” klasyfikator poprzez wielokrotne uczenie ciągu klasyfikatorów tego samego typu na podstawie obserwacji pobieranych z wykorzystaniem  $N$ -elementowych prób bootstrapowych bazujących na pierwotnym zbiorze uczącym. Końcowa agregacja wyników klasyfikacji wszystkich pojedynczych klasyfikatorów pozwala uzyskać homogeniczny klasyfikator zespołowy, który powinien charakteryzować się wyższą stabilnością wyników klasyfikacji [Krzyśko i inni, 2008]. Schemat działania metody bagging przedstawiono na rysunku 13. Algorytm metody bagging można także zapisać w następujących krokach:

Niech  $\mathcal{L}_n = \{z_1, \dots, z_n\} = \{(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_n, y_n)\}$  będzie  $n$ -elementową próbą uczącą, gdzie  $\mathbf{x}_i$  jest wektorem obserwowanych cech dla  $i$ -tego obiektu, a  $y_i$  jest etykietą jego klasy ( $k = 1, 2, \dots, K$ ).

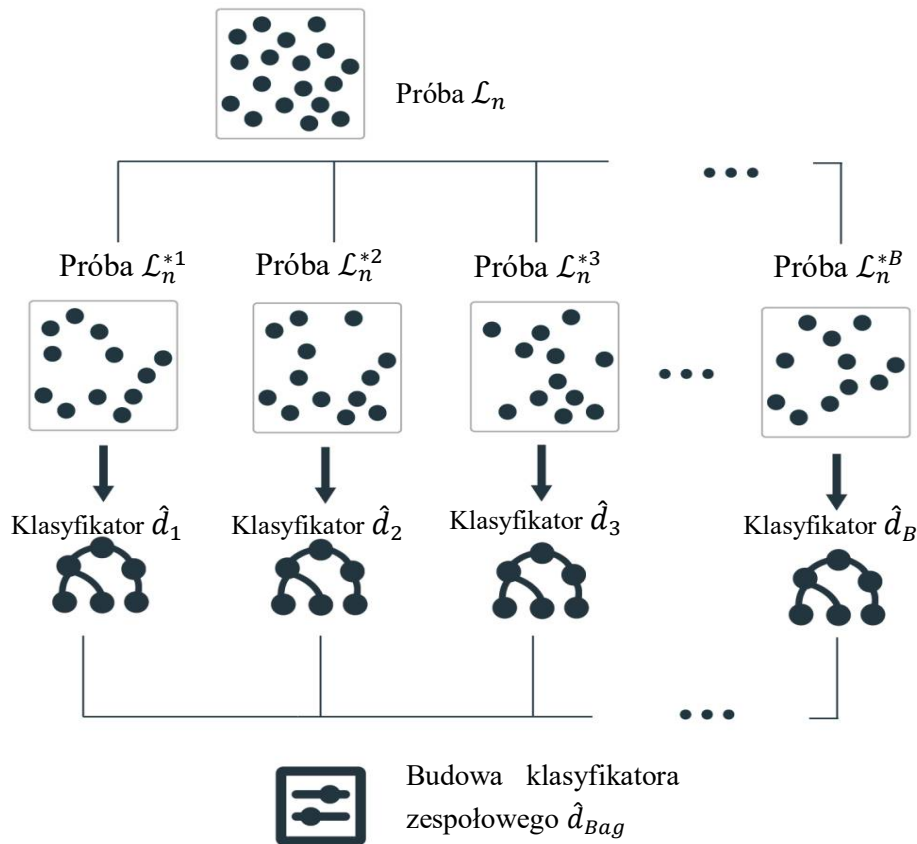
1. Dla  $b = 1, 2, \dots, B$  następuje:
  - a) Pobranie próby bootstrapowej  $\mathcal{L}_n^{*b}$  z próby  $\mathcal{L}_n$ ,
  - b) Konstrukcja klasyfikatora  $\hat{d}_b$  dla próby bootstrapowej  $\mathcal{L}_n^{*b}$ .
2. Klasyfikacja obserwacji  $\mathbf{x}$  według reguły<sup>4</sup>:

$$\hat{d}_{Bag}(\mathbf{x}) = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{b=1}^B I(\hat{d}_b(\mathbf{x}) = k). \quad (3.1)$$

---

<sup>4</sup>  $I(q)$  jest funkcją wskaźnikową przyjmującą wartość 1 gdy zdanie  $q$  jest prawdziwe lub 0 gdy zdanie  $q$  jest fałszywe.

Rysunek 13. Schemat działania metody bagging



Źródło: Opracowanie własne

Na podstawie równania (3.1) można stwierdzić, że agregacja wyników klasyfikacji kolejnych klasyfikatorów  $\hat{d}_b$  w podstawowym wariancie metody bagging odbywa się na drodze głosowania większościowego. Oznacza to, że klasa, którą wskaże najwięcej spośród wszystkich klasyfikatorów  $\hat{d}_b$  będzie klasą wskazaną przez klasyfikator zespołowy  $\hat{d}_{Bag}$ . Analizując przedstawiony schemat działania metody bagging (Rysunek 13) widoczne jest, że metoda ta opiera się na równoległej architekturze budowy klasyfikatora zespołowego. Oznacza to, że klasyfikatory tworzone w toku działania procedury bagging powstają w sposób niezależny od siebie. Warto w tym miejscu przypomnieć, że wykorzystanie metody bagging stanowi jeden z kluczowych elementów budowy lasu losowego, który zakłada konstrukcję dużej liczby drzew klasyfikacyjnych podejmujących wspólną decyzję o przynależności obiektów do populacji [Breiman, 2001].

Opisana metoda bagging przyczynia się do zredukowania zmienności wyników klasyfikacji, a zatem poprawy jego stabilności. Metoda ta nie gwarantuje jednak redukcji

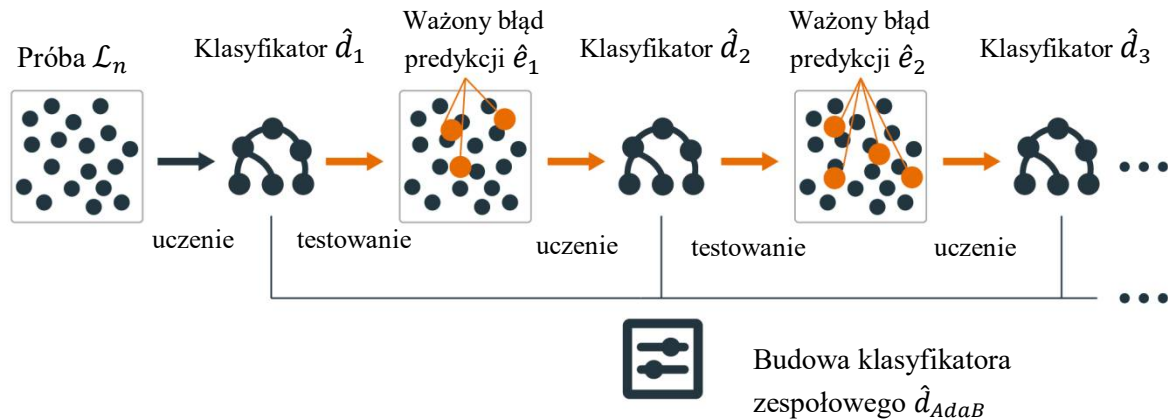
obciążenia klasyfikatora, a więc zmniejszenia błędu predykcji. Istnieją badania, które dowodzą, że błąd predykcji klasyfikatora zespołowego zbudowanego z wykorzystaniem metody bagging w niektórych przypadkach rośnie [Kuncheva, 2004].

### **3.2.2. Metoda boosting**

Kolejną często stosowaną metodą wzmacniania klasyfikatorów jest boosting. Metoda ta została opracowana przez Freund'a i Schapire'a [1996]. Podobnie jak bagging, służy ona do polepszania własności klasyfikatorów poprzez wykorzystanie podejścia zespołowego. Została zaprojektowana w taki sposób, aby poza redukcją wariancji błędu predykcji dochodziło również do obniżenia samego błędu predykcji na skutek obniżenia wrażliwości klasyfikatora na dobór obserwacji do próby uczącej. Metoda ta umożliwia konstrukcję klasyfikatora zespołowego o niskiej wariancji i błędzie predykcji na drodze adaptacyjnego uczenia wielu klasyfikatorów. Adaptacyjność polega tutaj na uwzględnianiu w procesie uczenia wyników klasyfikacji uzyskanych przez wcześniej tworzone klasyfikatory. Każdy kolejny tworzony klasyfikator uwzględnia informacje o błędnie sklasyfikowanych (do tej pory) obserwacjach, nadając im większą „ważność” w kolejnej iteracji procesu uczenia. Dzięki tak zaprojektowanemu algorytmowi uczenia, kolejne klasyfikatory tworzone w ramach zespołu mogą zwiększyć zdolność poprawnego klasyfikowania problematycznych obserwacji.

Po zbudowaniu odpowiednio dużego zespołu klasyfikatorów następuje ich agregacja. W tym celu, w podstawowej postaci metody boosting wykorzystuje się metodę głosowania większościowego. Rysunek 14 przedstawia schemat działania tej metody. Boosting jest przykładem metody, w której tworzy się kolejne klasyfikatory w sposób szeregowy, co odróżnia ją od wcześniej opisanej metody bagging, w której niezależnie tworzone klasyfikatory powstają w architekturze równoległej.

Rysunek 14. Schemat działania metody boosting



Źródło: Opracowanie własne

Szeregowa architektura stosowana w metodzie boosting wynika z braku niezależności tworzonych kolejno klasyfikatorów. Jest to związane z aktualizacją wag, na podstawie, których dokonywane jest repróbkiwanie obserwacji do próby uczącej każdego kolejnego klasyfikatora. Wzrost wag dla obserwacji błędnie klasyfikowanych w przeszłości zwiększa ich szansę znalezienia się w próbie uczącej przy budowie kolejnego klasyfikatora. Częstsze wylosowanie „problematicznych” w klasyfikacji obserwacji może natomiast wpłynąć na redukcję błędu klasyfikacyjnego całego zespołu klasyfikatorów.

Najpopularniejszą wersją metody boosting jest algorytm AdaBoost (od ang. *Adaptive Boosting*) [Freund i Schapire, 1997]. Początkowo algorytm rozwiązywał jedynie problem klasyfikacji do dwóch klas, jednak dalsze prace autorów doprowadziły do wersji algorytmu dla  $K$ -klas. Niech  $\mathcal{L}_n = \{z_1, \dots, z_n\} = \{(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_n, y_n)\}$  będzie  $n$ -elementową próbą uczącą, gdzie  $\mathbf{x}_i$  jest wektorem obserwowanych cech dla  $i$ -tego obiektu, a  $y_i$  etykietą jego klasy ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), a  $B$  liczbą losowań prób bootstrapowych. Kolejne kroki algorytmu AdaBoost zapisano poniżej [Krzyśko i inni, 2008 s. 296].

1. Ustal wektor wag  $w^{(1)} = (w_1^{(1)}, w_2^{(1)}, \dots, w_n^{(1)})'$ , przy czym:

$$w_1^{(1)} \in [0, 1], \quad \sum_{j=1}^n w_j^{(1)} = 1$$

(Można przyjąć, że  $w_1^{(1)} = \frac{1}{n}$ ).

2. Dla  $b = 1, 2, \dots, B$ :

- a) Pobierz próbę bootstrapową  $\mathcal{L}_n^{*b}$  z próby  $\mathcal{L}_n$  według rozkładu

$$P(z_j \in \mathcal{L}_n^{*b}) = w_j^{(b)}, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

b) Konstrukuj klasyfikator  $\hat{d}_b$  dla próby bootstrapowej  $\mathcal{L}_n^{*b}$ ,

c) Oblicz:

$$\hat{e}_b = \sum_{j=1}^n w_j^{(b)} l_j^{(b)},$$

gdzie

$$l_j^{(b)} = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } \hat{d}_b(\mathbf{x}_j) \neq y_j \\ 0, & \text{jeżeli } \hat{d}_b(\mathbf{x}_j) = y_j \end{cases}$$

d) Jeżeli  $\hat{e}_b \in (0, \frac{1}{2})$ , oblicz:

$$\beta_b = \frac{\hat{e}_b}{1 - \hat{e}_b}.$$

W przeciwnym przypadku podstaw  $w_j^{(b)} = \frac{1}{n}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) i przejdź do kroku

2a)

e) Aktualizuj wagi:

$$w_j^{(b+1)} = \frac{w_j^{(b)} \beta_b^{1-l_j^{(b)}}}{\sum_{j=1}^n w_j^{(b)} \beta_b^{1-l_j^{(b)}}}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

3. Klasyfikuj obserwację  $\mathbf{x}$  według reguły

$$\hat{d}_{AdaB}(\mathbf{x}) = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{b=1}^B \left[ \ln \left( \frac{1}{\beta_b} \right) I(\hat{d}_b(\mathbf{x}) = k) \right]. \quad (3.2)$$

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele modyfikacji algorytmu AdaBoost. Poza wariantem metody opisanym powyżej, do metod typu boosting można zaliczyć również logitBoosting, L2Boosting [Friedman, 2001] czy różne wersje podejścia gradient boosting (np. algorytm XGBoost).

### 3.2.3. Metoda losowych podprzestrzeni

Trzecią z omawianych metod wzmacniania klasyfikatorów tego samego typu jest metoda losowych podprzestrzeni (ang. *random subspaces*). W języku angielskim występuje ona również pod nazwą *attribute bagging* albo *feature bagging* [Bryll, 2003]. Metoda ta działa w sposób podobny do algorytmu bagging, jednak kolejne klasyfikatory należące do zespołu powstają na podstawie losowo dobieranego zestawu cech, a nie obserwacji, jak to ma

miejsce w opisanym wcześniej metodzie bagging. Celem metody jest redukcja stopnia korelacji błędów predykcji dla klasyfikatorów wchodzących w skład zespołu, a tym samym wzrost stabilności oraz skuteczności uzyskiwanych prognoz klasyfikatora zespołowego [Ho, 1998].

Metoda ta jest szczególnie przydatna w sytuacji, kiedy stosunkowo niewielka liczba obserwacji próby uczącej opisana jest za pomocą bardzo dużej ilości cech (atrybutów). Przykładem mogą tutaj być dane z obszaru przetwarzania obrazów [Kuncheva, 2010] lub genetyki [Bertoni i inni, 2005]. Zakładając, że zbiór danych stanowiący próbę uczącą do budowy klasyfikatora zespołowego zawiera  $N$  obserwacji reprezentowanych przez  $D$  zmiennych objaśniających, a  $L$  jest liczbą modeli wchodzących w skład zespołu, algorytm metody losowych podprzestrzeni można zapisać w następujący sposób:

1. Ustalenie liczby zmiennych objaśniających wykorzystywanych do budowy każdego z klasyfikatorów indywidualnych  $d_l$ . Najczęściej przyjmuje się, że liczba zmiennych dla każdego klasyfikatora jest taka sama.
2. Utworzenie dla każdego klasyfikatora indywidualnego zbioru uczącego poprzez wylosowanie  $d_l$  zmiennych objaśniających ze zbioru wszystkich zmiennych  $D$  (losowanie proste ze zwracaniem).
3. Konstrukcja klasyfikatorów w oparciu o utworzone zbiory uczące oraz wybraną postać klasyfikatora bazowego (np. drzewo klasyfikacyjne)
4. Konstrukcja klasyfikatora zespołowego z wykorzystaniem metody głosowania większościowego.

### **3.3. Metody kombinowane agregacji klasyfikatorów różnego typu**

W drugim rozdziale niniejszej pracy omówiono cztery wybrane metody klasyfikacyjne wykorzystywane w literaturze przedmiotu w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Ze względu na odmienne koncepcje działania tych metod, uzyskiwane prognozy na podstawie klasyfikatorów (modeli) uczonych z wykorzystaniem tego samego zestawu obiektów mogą różnić się od siebie. W sytuacji, kiedy klasyfikatory indywidualne, budowane w oparciu o różne metody klasyfikacyjne dokonują błędnej klasyfikacji odmiennych obiektów, a żaden z nich nie jest jednoznacznie lepszy od pozostałych, zasadne jest podjęcie próby zbudowania zespołu klasyfikatorów różnego typu, określanego jako klasyfikatory zespołowe heterogeniczne. Klasyfikatory indywidualne wchodzące w skład zespołu powinny charakteryzować się wysoką precyzją oraz możliwą różnorodnością stawianych prognoz

[Kuncheva, 2000]. Przez wysoką różnorodność rozumie się niską lub nawet ujemną korelację błędów poszczególnych klasyfikatorów indywidualnych. Metodami kombinowanymi agregacji klasyfikatorów różnego typu (ang. *combining classifiers*), pozwalającymi na konstrukcję klasyfikatorów zespołowych heterogenicznych, są metody **łączenia** (ang. *classifier fusion*) oraz metody **selekcji klasyfikatorów** (ang. *classifier selection*) [Kuncheva, 2004]. Przy zastosowaniu każdej z tych dwóch metod ostateczna decyzja o przynależności obiektu do populacji podejmowana jest z wykorzystaniem większej liczby klasyfikatorów indywidualnych, dając tym samym szansę na uzyskanie pełniejszej informacji o klasyfikowanych obiektach oraz poprawę wyników ogólnej trafności i stabilności wyników [Krzyśko i inni, 2008].

W literaturze zwraca się uwagę na kwestię znaczącego wzrostu złożoności (ang. *complexity*) i trudności interpretacyjnych związanych z wykorzystaniem klasyfikatorów zespołowych heterogenicznych. Problem ten przedstawiła Ho w jednym z rozdziałów książki zatytułowanej „*Hybrid methods in pattern recognition*” [Ho, 2002]. Autorka przedstawiła swoje obawy dotyczące możliwego nadmiernego wzrostu liczby odmiennych koncepcji stosowania metod kombinowanej agregacji klasyfikatorów, bez wystarczająco wnikliwej eksploracji metod już istniejących. Projektowanie i budowa kolejnych schematów wykorzystania zespołu klasyfikatorów lub (co bardziej skomplikowane) zespołu metod bazujących na zespołach klasyfikatorów, może powodować rozmycie, a nawet utratę pełnego rozumienia działania algorytmów oraz uzyskiwanych wyników [Ho, 2002, s. 171].

Podobne stanowisko prezentuje także Kuncheva [2004], która stwierdza, że metody kombinowanej agregacji klasyfikatorów różnego typu stanowią pewien naturalny kierunek rozwoju metod klasyfikacji wielowymiarowych obiektów. Autorka wskazuje jednak na konieczność opracowania najlepszych możliwych sposobów wykorzystania istniejących metod zanim tworzone będą kolejne, bardziej skomplikowane. Pomimo dużego zainteresowania tą grupą metod przez osoby zajmujące się rozpoznawaniem wzorców oraz uczeniem maszynowym, zdaniem autorki, niezbędny jest wzrost liczby prowadzonych badań empirycznych pozwalających na weryfikację przydatności tych metod w warunkach rzeczywistych problemów klasyfikacyjnych [Kuncheva, 2004, s. 101].

### **3.3.1. Metody łączenia klasyfikatorów**

Łączenie klasyfikatorów jest sposobem jednoczesnego wykorzystania informacji pochodzących z wielu klasyfikatorów indywidualnych. Można wskazać dwa podstawowe

podejścia pozwalające na określenie przynależności obiektu do jednej ze zdefiniowanych klas. W pierwszym przypadku, ostateczna decyzja o przynależności obiektu podejmowana jest na podstawie wskazań etykiety klasy przez każdy z klasyfikatorów indywidualnych (np. metoda głosowania większościowego). W drugim przypadku, ostateczna decyzja klasyfikacyjna podejmowana przez klasyfikator zespołowy bazuje na prawdopodobieństwach *a posteriori* przynależności obiektów do każdej z możliwych klas (np. metoda sumacyjna). Podstawowa różnica pomiędzy wybranymi metodami łączenia polega na odmiennym sposobie agregowania informacji pochodzących z klasyfikatorów indywidualnych.

W metodzie głosowania większościowego, o której wspomniano już w przykładzie w punkcie 3.1, decyzja o przynależności obiektu do klasy zależy jest od liczby „głosów” oddanych przez poszczególne klasyfikatory indywidualne wchodzące w skład zespołu. Zaletą głosowania większościowego jest możliwość zastosowania tej metody dla klasyfikatorów zbudowanych na podstawie dowolnych metod klasyfikacyjnych. Wynika to z konieczności wskazania przez wszystkie klasyfikatory indywidualne jedynie klasy, do której przynależy klasyfikowany obiekt. Nie ma konieczności znajomości wielkości prawdopodobieństwa *a posteriori* przynależności obiektu do danej klasy. Należy mieć na uwadze, że w przypadku parzystej liczby klasyfikatorów indywidualnych oraz dwóch klas, z których pochodzą obiekty, metoda może nie rozstrzygać o przynależności obiektu do klasy. Dzieje się tak w sytuacji, gdy liczba głosów oddanych na każdą z klas jest taka sama [Krzyśko i inni, 2008].

Zakładając, że występuje  $c$  różnych klasyfikatorów indywidualnych  $\hat{d}_1, \hat{d}_2, \dots, \hat{d}_c$ , wyznaczonych na bazie  $n$ -elementowej próby uczącej  $\mathcal{L}_n = \{(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_n, y_n)\}$ , gdzie  $\mathbf{x}_i$  jest wektorem obserwowanych cech dla  $i$ -tego obiektu, a  $y_i$  etykietą jego klasy ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), klasyfikator głosowania większościowego można zapisać jako:

$$\hat{d}_V(\mathbf{x}) = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{j=1}^c I(\hat{d}_j(\mathbf{x}) = k), \quad j = 1, 2, \dots, c. \quad (3.3)$$

Możliwe jest także wprowadzenie dodatkowej restrykcyjnej związanej z odpowiednim poziomem „zgodności decyzji” podejmowanej przez klasyfikatory indywidualne. Przykładem może być metoda BKS zaproponowana przez Huang i Suen, która wykorzystuje „głosy” jedynie tych klasyfikatorów, które charakteryzują się odpowiednim stopniem zgodności [Huang i Suen, 1995].

Innym sposobem łączenia klasyfikatorów jest zastosowanie metody sumacyjnej. Warunkiem koniecznym możliwości wykorzystania tej metody jest posiadanie ocen



prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności klasyfikowanego obiektu do zdefiniowanych klas  $\hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x})$ ,  $j = 1, 2, \dots, c$ ;  $k = 1, 2, \dots, K$ , gdzie  $j$  jest indeksem dla każdego z  $c$  klasyfikatorów, a  $k$  numerem jednej z  $K$  możliwych klas, do których przynależą obiekty opisane zestawem cech diagnostycznych  $\mathbf{x}$ . Klasyfikator sumacyjny można wtedy zapisać:

$$\hat{d}_{SUM}(\mathbf{x}) = \arg \max_k s_k(\mathbf{x}), \quad (3.4)$$

gdzie:

$$s_k(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^c \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}).$$

Sumę prawdopodobieństw można zastąpić również ich wartością średnią uzyskując takie same wskazania klasyfikatora zespołowego. Możliwe jest także wprowadzenie dodatkowych wag różnicujących wpływ określonych klasyfikatorów indywidualnych na decyzję podejmowaną przez cały zespół. Przykładem mogą być wagi proporcjonalne do współczynników globalnej trafności klasyfikatorów indywidualnych. W literaturze przedmiotu można znaleźć także inne propozycje systemów wag dla klasyfikatorów sumacyjnych ważonych [Woods i inni 1997, Górecki 2005].

Kolejną metodą stosowaną w łączeniu klasyfikatorów jest metoda iloczynowa, w której wykorzystuje się iloczyny prawdopodobieństw *a posteriori* uzyskane dla klasyfikatorów indywidualnych. Z tego powodu, w przypadku gdy przynajmniej jeden z klasyfikatorów indywidualnych wskazuje niskie prawdopodobieństwo przynależności obiektu do danej klasy, prawdopodobieństwo tego, że klasyfikator zespołowy wskaże ostatecznie tę klasę dla rozważanego obiektu, obniża się. Klasyfikator iloczynowy dla zespołu  $c$  klasyfikatorów ( $j = 1, 2, \dots, c$ ) i  $K$  różnych klas ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) dla obiektów opisanych zestawem cech diagnostycznych  $\mathbf{x}$  można zapisać jako:

$$\hat{d}_{PROD}(\mathbf{x}) = \arg \max_k r_k(\mathbf{x}), \quad (3.5)$$

gdzie:

$$r_k(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^c \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}).$$

Kolejnym sposobem łączenia klasyfikatorów indywidualnych jest wykorzystanie metod bazujących na statystykach pozycyjnych wyznaczanych dla prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności obiektów do poszczególnych klas. Łączenie klasyfikatorów odbywa się dla statystyk: minimum, maksimum oraz mediany dla zespołu  $c$  klasyfikatorów

( $j = 1, 2, \dots, c$ ) i  $K$  różnych klas ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) dla obiektów opisanych zestawem cech diagnostycznych  $\mathbf{x}$  można zapisać:

$$\text{Metoda minimum} \quad \hat{d}_{MIN}(\mathbf{x}) = \arg \max_k \min_j \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}), \quad (3.6)$$

$$\text{Metoda maksimum} \quad \hat{d}_{MAX}(\mathbf{x}) = \arg \max_k \max_j \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}), \quad (3.7)$$

$$\text{Metoda medianowa} \quad \hat{d}_{ME}(\mathbf{x}) = \arg \max_k \text{Me} \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}). \quad (3.8)$$

Zasady działania opisanych powyżej metod łączenia klasyfikatorów opartych na wykorzystaniu wektorów prawdopodobieństw *a posteriori* można przedstawić na prostym przykładzie podanym poniżej.

### Przykład

Dysponujemy 5 klasyfikatorami indywidualnymi wskazującymi przynależność obiektów do 3 różnych klas. Macierz prawdopodobieństwa *a posteriori* dla pewnego obiektu  $x$  ma przykładową postać:

$$P = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,0 \\ 0,0 & 0,2 & 1,0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,9 & 0,5 \\ 0,1 & 0,3 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Dla poszczególnych metod uzyskujemy następujące wskazania przynależności do klas:

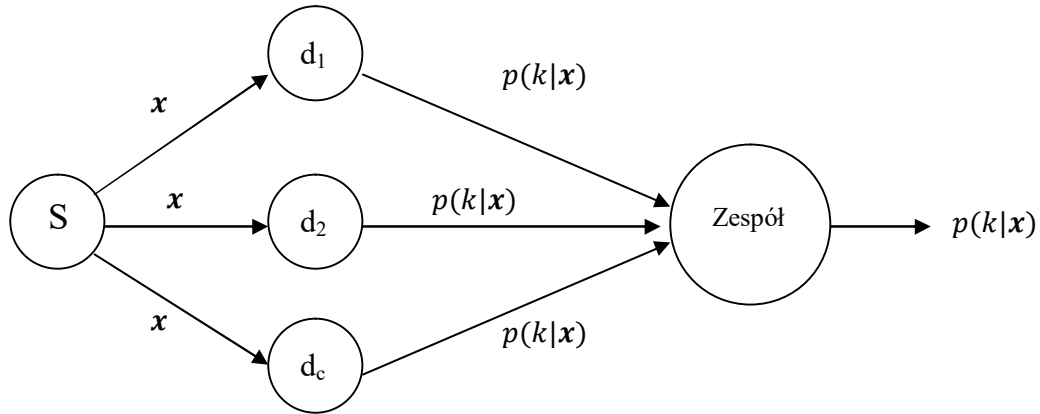
1. Metoda sumacyjna: (0,7; 1,9; **2, 2**)
2. Metoda iloczynowa: (0,0; **0, 00216**; 0,0)
3. Metoda minimum: (0,0; **0, 1**; 0,0)
4. Metoda maksimum: (0,3; 0,9; **1, 0**)
5. Metoda medianowa: (0,1; 0,3; **0, 5**)

W powyższym przykładzie, metoda sumacyjna, maksimum oraz medianowa zaliczyły obiekt  $x$  do klasy trzeciej. Metoda iloczynowa oraz minimum zaliczyły go natomiast do klasy drugiej.

Wszystkie opisane w tym podrozdziale metody budowania klasyfikatorów zespołowych na drodze łączenia różnych klasyfikatorów indywidualnych bazują na tym samym zbiorze obiektów opisywanych takim samym zestawem cech  $S$ . Oznacza to, że klasyfikatory indywidualne, które podlegają procedurze łączenia, powstały i działają również

w oparciu o przestrzeń cech  $S$ . Można to przedstawić na poniższym schemacie (Rysunek 15). Jest to przypadek architektury, który został wykorzystany w rozdziałach empirycznych niniejszej pracy.

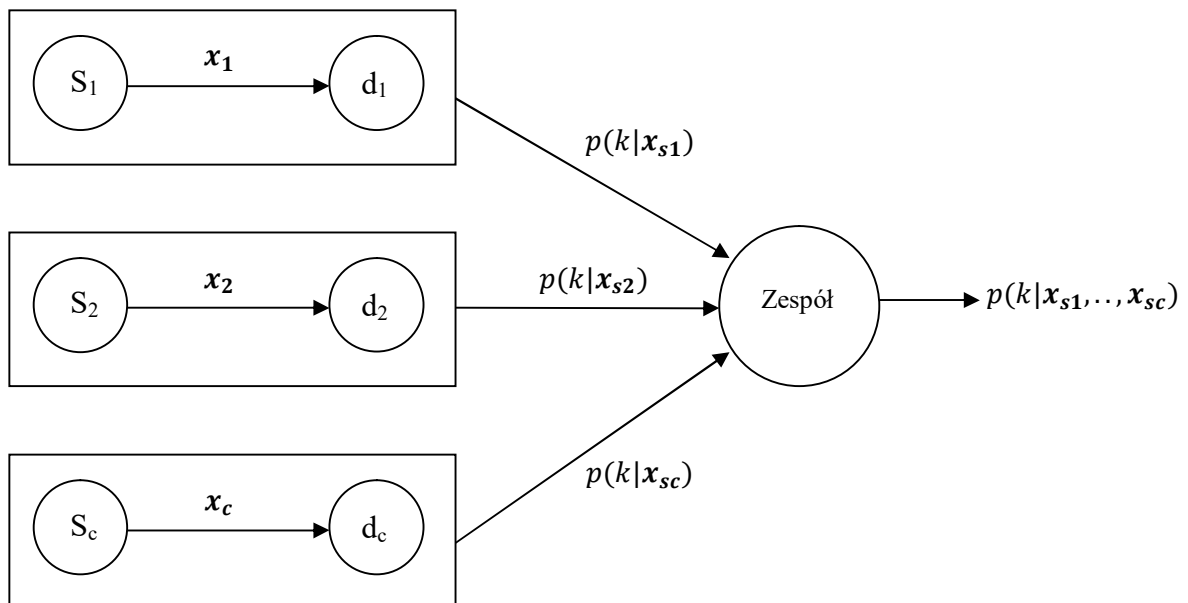
**Rysunek 15. Wspólna przestrzeń cech dla klasyfikatora zespołowego łącznego**



Źródło: Na podstawie [Krzyśko i inni, 2008, s. 325].

W badaniach nad wykorzystaniem metod łączenia klasyfikatorów stosuje się także podejście, w którym każdy z klasyfikatorów indywidualnych budowany jest w oparciu o inną przestrzeń cech  $S_i$ . Oznacza to, że do budowy każdego klasyfikatora wykorzystywany jest inny zestaw cech opisujący te same obiekty.

**Rysunek 16. Różne przestrzenie cech dla klasyfikatora zespołowego łącznego**



Źródło: Na podstawie [Krzyśko i inni, 2008, s. 326].

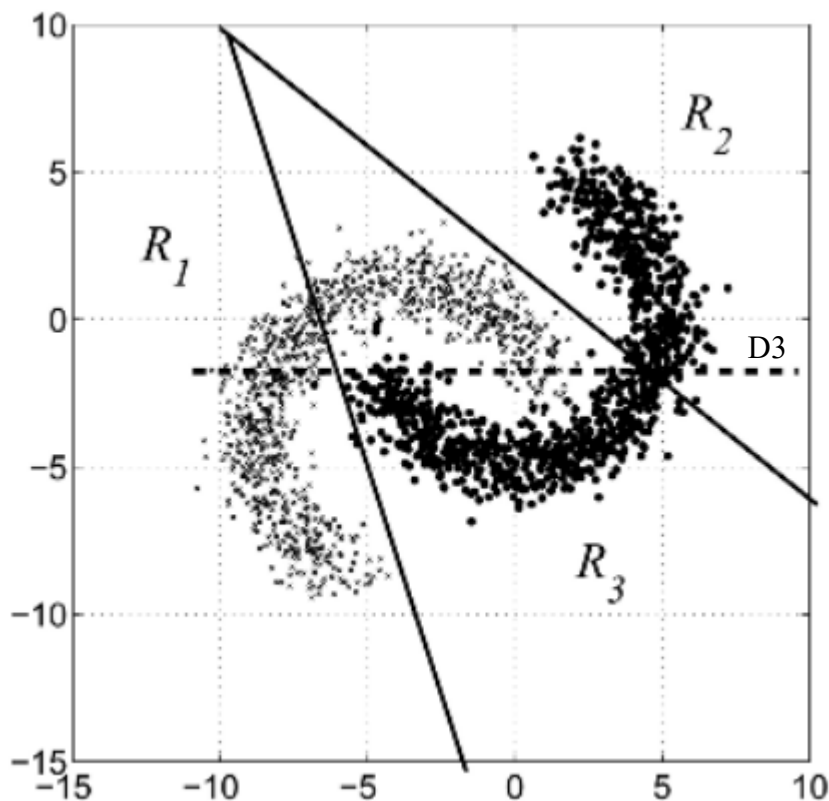
Przykładem takiej architektury może być wykorzystanie klasyfikatora łącznego do prognozowania upadłości przedsiębiorstw z wykorzystaniem 3 różnych klasyfikatorów indywidualnych, z których każdy klasyfikuje te same obiekty do jednej z dwóch klas: „podmioty w dobrej kondycji finansowej” oraz „podmioty zagrożone upadłością”. Do budowy każdego z trzech klasyfikatorów wykorzystuje się informacje dotyczące odmiennych obszarów działalności przedsiębiorstw. Przykładem jest przestrzeń cech  $S_1$  dla pierwszego klasyfikatora, która uwzględnia wyłącznie cechy (wskaźniki finansowe) związane z zadłużeniem i płynnością finansową przedsiębiorstwa. Przestrzeń cech  $S_2$  dla drugiego klasyfikatora obejmuje natomiast cechy związane wyłącznie z obrotowością w przedsiębiorstwie, a przestrzeń cech  $S_3$  dla trzeciego klasyfikatora dotyczy rentowności przedsiębiorstwa. Dla podanego przykładu schemat architektury klasyfikatora zespołowego wyglądałby tak jak przedstawiono na rysunku 16.

### 3.3.2. Metody selekcji klasyfikatorów

Drugą z grup metod wykorzystujących zespół klasyfikatorów indywidualnych do określania przynależności obiektu jest metoda selekcji. Ideę wykorzystania odmiennych klasyfikatorów dla obiektów opisanych różnymi wartościami cech zaproponowano już pod koniec lat 70-tych ubiegłego wieku [Dasarathy i Sheela, 1979]. W roku 1981 Rastrigin i Erenstein formalnie opisali metodę selekcji klasyfikatorów [Rastrigin i Erenstein, 1981], której ogólna postać funkcjonuje do dzisiaj. Metoda **selekcji klasyfikatorów** (ang. *classifier selection*) zakłada, że klasyfikatory działają skuteczniej, gdy stosuje się je w obrębie określonych podzbiorów przestrzeni cech obiektów tzw. regionów (ang. *selection regions*). W każdym regionie znajdują się obiekty podobne ze względu na pewne cechy. Możliwe jest zatem znalezienie lokalnie najlepszego klasyfikatora indywidualnego dla każdego z utworzonych regionów. W przypadku klasyfikacji obiektu nieznanego pochodzenia, w pierwszej kolejności ustalany jest region, do którego obiekt przynależy. Następnie, w celu dokonania klasyfikacji tego obiektu, wykorzystuje się klasyfikator, który został do tego regionu przyporządkowany. Najczęściej jest to ten z klasyfikatorów indywidualnych, który w danym regionie okazał się najlepszy na etapie uczenia. Metoda selekcji klasyfikatorów zakłada możliwość redukcji błędu predykcji uzyskanego dla klasyfikatora zespołowego w porównaniu z błędami każdego z klasyfikatorów indywidualnych z osobna [Kuncheva, 2004].

Ideę wykorzystania metody selekcji przedstawiono na rysunku 17. W prezentowanym przykładzie występują 3 klasyfikatory indywidualne ( $D1$ ,  $D2$  i  $D3$ ) wskazujące przynależność do jednej z dwóch klas ( $K1$ ,  $K2$ ). Klasyfikator  $D1$  zawsze przewiduje przynależność do klasy  $K1$ , a klasyfikator  $D2$  zawsze przewiduje przynależność do klasy  $K2$ . Klasyfikator  $D3$  ma postać liniowej funkcji dyskryminacyjnej i oznaczony został poziomą, przerywaną linią na rysunku 17. Ponadto, przestrzeń cech została podzielona na trzy regiony:  $R1$ ,  $R2$  i  $R3$ . Granice podziału regionów wyznaczają linie ciągłe.

**Rysunek 17. Idea wykorzystania metod selekcji klasyfikatorów**



Źródło: Na podstawie [Kuncheva, 2004, s. 191].

Uwzględniając położenie jaśniejszych i ciemniejszych punktów reprezentujących obserwacje należące do dwóch różnych klas należy stwierdzić, że zdolności predykcyjne każdego z trzech klasyfikatorów indywidualnych  $D1$ ,  $D2$  i  $D3$  są zbliżone. Przybliżona wartość współczynnika globalnej trafności dla każdego z nich wynosi 0,5. Zastosowanie metody głosowania większościowego nie poprawiłoby jakości stawianych prognoz, ponieważ za każdym razem wskazanie klasyfikatora zespołowego łącznego zależałoby od wskazania klasyfikatora  $D3$ , którego współczynnik trafności również wynosi 0,5. W podanym przykładzie wprowadzenie

podziału przestrzeni cech na 3 regiony ( $R1$ ,  $R2$ ,  $R3$ ) i wykorzystanie klasyfikatora zespołowego selekcji znacząco podnosi zdolność poprawnej klasyfikacji obiektów. Zastosowanie metody selekcji sprowadza się w tym przypadku do wykorzystania w regionach  $R1$ ,  $R2$ ,  $R3$  odpowiednio klasyfikatorów  $D1$ ,  $D2$  i  $D3$ . We wszystkich regionach współczynnik globalnej trafności zbliży się do wartości 1. Przedstawiony przykład zakłada oczywiście bardzo optymistyczny układ obiektów w dwuwymiarowej przestrzeni dla stosowania metody selekcji. Pokazuje on jednak w bardzo wyraźny sposób potencjał stosowania tej metody w poprawie jakości klasyfikacji.

Warto zauważyć, że konstrukcja klasyfikatora selekcji gwarantuje, że błąd predykcji klasyfikatora zespołowego na etapie uczenia się jest mniejszy bądź równy błędowi predykcji najlepszego z klasyfikatorów indywidualnych. Sytuacja, w której błąd klasyfikatora selekcji byłby równy błędowi najlepszego z klasyfikatorów indywidualnych miałaby miejsce, gdy we wszystkich wyznaczonych regionach najlepszy okazałby się za każdym razem ten sam klasyfikator indywidualny.

Inną cechą zespołowych klasyfikatorów selekcji jest większa szybkość ich działania w porównaniu z zespołowymi klasyfikatorami łącznymi. Może to być szczególnie istotne w przypadku konieczności uzyskiwania wyników klasyfikacji w czasie rzeczywistym. Warto zwrócić uwagę na to, że w zależności od regionu, do którego przynależy dana obserwacja, do jej sklasyfikowania wykorzystany zostanie tylko jeden klasyfikator, wybrany dla tego regionu. Nie występuje zatem konieczność wyznaczania i agregowania za każdym razem prognoz dla wszystkich klasyfikatorów indywidualnych, tak jak wymaga tego stosowanie metod łączenia klasyfikatorów [Lam, 2000].

Podobnie jak w przypadku metod łączenia klasyfikatorów, wariantów metod selekcji może być wiele. Jeden z nich zaproponowali Woods, Kegelmeyear i Bowyer [1997]. Autorzy przedstawili w swojej pracy metodę CLA (ang. *Classifier's Local Accuracy*), która zakłada wybór najlepszego z  $c$  klasyfikatorów w otoczeniu punktu  $\mathbf{x}$ . Otoczenie punktu  $\mathbf{x}$  wyznaczone jest przez jego  $J$  najbliższych sąsiadów i oznaczone przez  $NN(\mathbf{x})$ . Miarą sąsiedztwa jest zwykła odległość euklidesowa. W zaproponowanym podejściu, regiony mają charakter dynamiczny i wyznaczone są dla każdego obiektu z osobna. Idea ich wykorzystania pozostaje jednak taka sama. Oznacza to, że za lokalnie najlepszy klasyfikator  $\hat{d}_{CLA}$  uznaje się ten z  $c$  klasyfikatorów  $\hat{d}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, c$ , który w otoczeniu punktu  $\mathbf{x}$  charakteryzuje się

najwyższą zdolnością poprawnej klasyfikacji. Prawdopodobieństwo poprawnej klasyfikacji dla każdego z  $c$  klasyfikatorów szacowane jest w tym przypadku zgodnie ze wzorem:

$$\hat{p}^{(j)}(\mathbf{x}) = \frac{1}{J} \sum_{x_i \in NN(\mathbf{x})} \sum_{k=1}^K I(\hat{d}_j(x_i) = k) I(y_i = k), \quad j = 1, 2, \dots, c. \quad (3.9)$$

Za lokalnie najlepszy klasyfikator w metodzie CLA uznaje się ten, dla którego powyższa wartość prawdopodobieństwa jest maksymalna.

Metoda CLA została dodatkowo rozszerzona przez Giacinta i Roliego [Giacinto i Roli, 2001] i przedstawiona pod nazwą *Multiple Classifier Behaviour* (MCB). Autorzy w swoim podejściu zaproponowali dodatkową miarę podobieństwa obiektów wykorzystywaną jako kryterium ograniczające otoczenie punktu  $\mathbf{x}$ . Nowe otoczenie punktu  $\mathbf{x}$  oznaczone jest przez  $NNS(\mathbf{x})$ . Miara podobieństwa  $S$  obiektów  $r$  i  $s$  można zapisać jako:

$$S(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s) = \frac{1}{c} \sum_{j=1}^c I(d_j(\mathbf{x}_r) = d_j(\mathbf{x}_s)) \quad (3.10)$$

Ograniczone otoczenie punktu  $\mathbf{x}$  ma natomiast postać:

$$NNS(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in NN(\mathbf{x}) : S(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) > \gamma\}, \quad (3.11)$$

gdzie  $0 < \gamma < 1$  jest określoną wartością progową.

Podobnie jak w przypadku poprzedniej metody, za lokalnie najlepszy klasyfikator uznaje się ten, dla którego poprawność klasyfikacji w otoczeniu  $NNS(\mathbf{x})$  jest największa, a zatem największa jest wartość prawdopodobieństwa opisanego wzorem:

$$\hat{p}^{(j)}(\mathbf{x}) = \frac{1}{J} \sum_{x_i \in NNS(\mathbf{x})} \sum_{k=1}^K I(\hat{d}_j(x_i) = k) I(y_i = k), \quad j = 1, 2, \dots, c. \quad (3.12)$$

Różnica pomiędzy metodami CLA i MCB sprowadza się jedynie do różnicy w definicji otoczenia punktu  $\mathbf{x}$ .

Propozycję wykorzystania metody selekcji przedstawiła także Kuncheva [2000]. W jednej ze swoich prac zaproponowała metodę grupowania i selekcji (ang. *Clustering and Selection – CS*), w której do ustalenia regionów w obrębie przestrzeni cech zastosowała algorytm  $k$ -średnich. Autorka w swoim badaniu wykorzystywała 5 nauczonych sieci

neuronowych z jedną warstwą ukrytą oraz sigmoidalną funkcją aktywacji. Dla kilku zbiorów danych zostały ustalone niezależne regiony. W tym celu wykorzystany został algorytm metody  $k$ -średnich. Regionowi przypisana została ta z sieci neuronowych, która charakteryzowała się najwyższą jakością stawianych prognoz w obrębie obiektów w tym regionie. Autorka porównała uzyskane wyniki klasyfikacji z wynikami innych metod klasyfikacyjnych. Na podstawie zagregowanej oceny skuteczności wykorzystanych metod dla wszystkich analizowanych zbiorów danych, autorka wskazała metodę CS jako najlepszą spośród wszystkich poddanych analizie.

W ocenie autora, omówiona wyżej metoda CS [Kuncheva, 2000] jest bardzo intuicyjna w działaniu, a uzyskana przez autorkę poprawa jakości prognoz zachęca do jej wykorzystania w badaniach nad skutecznością metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw.

### **3.4. Klasyfikatory zespołowe w badaniach nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw**

Wykorzystanie zespołu klasyfikatorów stanowi obecnie jeden z kierunków rozwoju metod klasyfikacji wielowymiarowych obiektów. Spowodowane jest to dążeniem badaczy do ciągłego polepszania wyników klasyfikacji, co jest procesem naturalnym. Rozwój metod opartych o zespołowe wykorzystanie klasyfikatorów ma również związek ze wzrastającą dostępnością metod klasyfikacyjnych (parametrycznych i nieparametrycznych) w popularnych pakietach statystycznych oraz programach komputerowych przeznaczonych do analizy danych. Obserwowany jest również ciągły wzrost dostępnej mocy obliczeniowej komputerów, która jest niezbędna przy wykorzystaniu algorytmów uczenia maszynowego oraz wielokrotnego budowania dużej liczby klasyfikatorów w podejściu zespołowym. W takiej sytuacji rozwój koncepcji klasyfikacji zespołowej jest obszarem dynamicznie zmieniającym się, który w ocenie autora, wymaga eksploracji i weryfikacji skuteczności działania opracowywanych metod. Z punktu widzenia autora, szczególnie interesujące w kontekście przygotowywanej rozprawy doktorskiej, są badania stanowiące próbę aplikowania podejścia zespołowego w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw.

W zagranicznej literaturze przedmiotu można znaleźć badania nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw z wykorzystaniem zarówno klasyfikatorów zespołowych homogenicznych, jak i heterogenicznych. Znane są badania wykorzystujące metody bagging, boosting oraz metody losowych podprzestrzeni, które w swojej konstrukcji wykorzystują



wybrany klasyfikator bazowy. Badanie nad bankructwem przedsiębiorstw, w którym wykorzystano metodę boosting (algorytm AdaBoost) oraz klasyfikator bazowy, którym było drzewo klasyfikacyjne, przedstawili Heo i Yang [2014]. Wykorzystanie klasyfikatora zespołowego doprowadziło w tym przypadku do poprawy współczynnika globalnej trafności z 77,08% do 78,52%. W innym badaniu grupa autorów [Li i inni, 2011] zaproponowała wykorzystanie metody losowych podprzestrzeni w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw. Klasyfikatorem bazowym w tym przypadku był klasyfikator regresji logistycznej. Zaproponowane podejście pozwoliło uzyskać poprawę współczynnika globalnej trafności z 82,98 do 83,97%. W kolejnym badaniu Kim i Kang [2010] wykorzystali sztuczną sieć neuronową do konstrukcji zespołowego klasyfikatora homogenicznego przy pomocy metody bagging. W tym przypadku autorzy uzyskali poprawę jakości prognoz mierzonej współczynnikiem globalnej trafności z 71,02 do 75,97%.

W literaturze zagranicznej można także wskazać przykłady badań nad prognozowaniem bankructwa przedsiębiorstw wykorzystujących jednocześnie klasyfikatory różnego typu, czyli klasyfikatory zespołowe heterogeniczne. Jeden z przykładów takiego badania przedstawili Geng i inni [2015], którzy zaproponowali wykorzystanie metody głosowania większościowego dla grupy klasyfikatorów indywidualnych: sztucznej sieci neuronowej, drzewa klasyfikacyjnego oraz metody wektorów nośnych. Co interesujące, uzyskane wyniki klasyfikatora zespołowego były w tym przypadku niższe niż dla najlepszego z klasyfikatorów indywidualnych – sztucznej sieci neuronowej. Współczynnik globalnej trafności w tym przypadku uległ bardzo nieznacznemu obniżeniu z 78,8% do 78,4%. W innym badaniu Xiao i inni [2012] ponownie wykorzystali metodę łączenia różnych klasyfikatorów indywidualnych, którymi były: regresja logistyczna, sztuczna sieć neuronowa oraz metoda wektorów nośnych. W efekcie uzyskano poprawę współczynników globalnej trafności z 85,43% do 86,25%.

Warto zauważyć, że w przytoczonych badaniach pojawił się przypadek, w którym wykorzystanie klasyfikatora zespołowego nie przyniosło pożądanego efektu, doprowadzając do nieznacznego pogorszenia jakości stawianych prognoz przez klasyfikator zespołowy w stosunku do najlepszego z klasyfikatorów indywidualnych. Na podstawie przeglądu 31 badań (w latach 2000 – 2017) nad prognozowaniem bankructwa przedsiębiorstw z wykorzystaniem różnych sposobów budowania klasyfikatorów zespołowych, du Jardin [2018] stwierdził, że w zdecydowanej większości analizowanych przypadków (29 z 31), stosowane klasyfikatory zespołowe przyczyniały się do wzrostu współczynnika globalnej

trafności prognoz. Badacz zaznaczył jednak, że przeciętna korzyść, mierzona wzrostem współczynnika globalnej trafności, z wykorzystania często skomplikowanych podejść zespołowych, wynosi średnio tylko 2,4 punktu procentowego. Oceniając wielkość uzyskanej średniej należy mieć na uwadze, że w momencie, kiedy klasyfikatory indywidualne charakteryzują się wysoką skutecznością prognoz (rzędu 70-90%), trudno jest oczekiwać od klasyfikatorów zespołowych dużo większej poprawy w prognozowaniu przynależności obiektów do populacji. Innymi słowy, w przypadku klasyfikatorów indywidualnych o wysokiej trafności prognoz potencjał do poprawy skuteczności klasyfikacji jest mniejszy niż w przypadku klasyfikatorów indywidualnych charakteryzujących się niską trafnością prognoz.

Liczba publikacji dotycząca wykorzystania klasyfikatorów zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce jest niewielka. Tematykę w ostatnich latach podjęły Pawełek i Grochowina współtworząc dwa artykuły naukowe poświęcone wykorzystaniu metod wzmacniania klasyfikatorów tego samego typu. Autorki zweryfikowały w swojej pracy użyteczność wykorzystania metod losowych podprzestrzeni oraz lasów losowych w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw w Polsce [Pawełek i Grochowina, 2017a]. Badania objęły 7223 podmioty, spośród których ostatecznie wybrano zbalansowaną próbę 84 przedsiębiorstw (42 bankrutów i 42 w dobrej kondycji finansowej). Wszystkie podmioty pochodziły z sektora przetwórstwa przemysłowego i działały aktywnie w latach 2013-2014. W badaniu klasyfikatorem bazowym było drzewo klasyfikacyjne. Uzyskane wyniki klasyfikacji dla metody losowych podprzestrzeni oraz lasu losowego porównywane były z wynikami uzyskanymi przez pojedyncze drzewo klasyfikacyjne (algorytm CART). W wyniku przeprowadzonego badania autorki wskazują, że wykorzystanie zarówno metody losowych podprzestrzeni, jak i lasów losowych pozwala uzyskiwać wyższą jakość prognoz niż w przypadku stosowania pojedynczego drzewa klasyfikacyjnego. Na podstawie przeprowadzonego badania nie było jednak możliwe jednoznaczne wskazanie, która z analizowanych metod przynosi lepsze rezultaty w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw w Polsce.

Druga wspólna praca autorek [Pawełek i Grochowina, 2017b] poświęcona została wykorzystaniu podejścia wielomodelowego w prognozowaniu zagrożenia przedsiębiorstw upadłością w Polsce. Autorki w swojej pracy wykorzystały metody bagging, boosting, metodę losowych podprzestrzeni oraz metodę lasu losowego. Poza uwzględnieniem większej liczby metod, autorki przeanalizowały także wpływ proporcji obserwacji różnych klas w próbie

uczającej, wyróżniając warianty badania dla prób zbilansowanych i niezbilansowanych. Klasyfikatorem bazowym dla wszystkich wykorzystanych metod było drzewo klasyfikacyjne. Przeprowadzone obszerne badanie empiryczne doprowadziło autorki do wniosku, że podejście wielomodelowe (w niniejszej pracy nazywane klasyfikatorami zespołowymi homogenicznymi) może przyczynić się do poprawy dokładności prognozowania. Badanie nie pozwoliło jednak na wskazanie metody, która jednoznacznie byłaby lepsza od pozostałych, we wszystkich przyjętych wariantach.

Wykorzystanie metod bagging i boosting w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw przedstawił także Gąska [2016]. Autor w swoich badaniach dokonał empirycznej analizy porównawczej wielu metod uczenia pod nadzorem. Wśród nich znalazły się dwie metody konstrukcji klasyfikatorów zespołowych homogenicznych – bagging i boosting z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego jako klasyfikatora bazowego. Po przeprowadzeniu szeregu badań nad skutecznością poszczególnych metod, autor zaznacza w podsumowaniu wysoką jakość predykcji uzyskaną m.in. przy zastosowaniu metod: lasu losowego, metody boosting oraz bagging [Gąska, 2016, s. 181]. Praca Gąski potwierdza istnienie potencjału do poprawy zdolności predykcyjnych przez wykorzystanie klasyfikatorów zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce.

Dokonując przeglądu literatury zagranicznej oraz krajowej dotyczącej badań w zakresie stosowania klasyfikatorów zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw, warto podkreślić bardzo wysoką aktualność tego problemu badawczego, co dodatkowo uzasadnia podjętą tematykę pracy doktorskiej. Nieznaczna liczba publikacji w literaturze krajowej na temat wykorzystania klasyfikatorów zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw wskazuje na możliwości dalszego eksplorowania tego zagadnienia również w przyszłości. Warto także zaznaczyć, że badania przeprowadzone dla podmiotów działających w Polsce we wszystkich przytoczonych przypadkach dotyczyły wyłącznie wykorzystania klasyfikatorów zespołowych homogenicznych. Przedmiotem rozważań autora niniejszej pracy są natomiast metody łączenia i selekcji klasyfikatorów różnego typu, które pozwalają na budowę klasyfikatorów zespołowych heterogenicznych.

## **Rozdział IV**

### **Prognozowanie upadłości przedsiębiorstw w Polsce z wykorzystaniem wybranych klasyfikatorów**

Kolejne dwa rozdziały składają się na empiryczną część pracy. Niniejszy rozdział zawiera prezentację wyników uzyskanych w pierwszej części badań: przedstawione w poprzednich rozdziałach metody klasyfikacyjne oraz koncepcje łączenia i selekcji klasyfikatorów zostały wykorzystane do budowy oraz oceny zdolności predykcyjnych wybranych klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Zrealizowane badanie pozwala na dokonanie analizy porównawczej jakości prognoz stawianych przez klasyfikatory należące do grupy indywidualnych oraz zespołowych, zarówno w obrębie każdej z tych grup, jak również pomiędzy nimi.

#### **4.1. Cele i procedura przeprowadzonego badania**

Głównym celem prowadzonych badań jest ocena skuteczności metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. W pierwszej kolejności, w oparciu o dostępne dane empiryczne, zbudowano klasyfikatory indywidualne bazujące na znanych metodach klasyfikacyjnych. Następnie utworzone zostały klasyfikatory zespołowe. Do budowy klasyfikatorów indywidualnych oraz zespołowych prognozujących upadłość przedsiębiorstw w Polsce wykorzystane zostały metody klasyfikacyjne oraz koncepcje łączenia i selekcji klasyfikatorów, których celem jest poprawa jakości stawianych prognoz.

Wybrane w badaniu klasyfikatory indywidualne budowane są w oparciu o cztery metody klasyfikacyjne: liniową analizę dyskryminacyjną, regresję logistyczną, las losowy oraz sztuczną sieć neuronową. Do uczenia klasyfikatorów wykorzystano 70% dostępnych obserwacji. Pozostałe 30% stanowiło próbę testującą. Należy podkreślić, że wszystkie klasyfikatory konstruowane w tej części badań empirycznych uwzględniają identyczny zestaw zmiennych diagnostycznych, a proces uczenia i testowania odbywa się na podstawie takich samych zbiorów obiektów próby uczącej i testującej. Oznacza to, że różnice w wynikach

klasyfikacji poszczególnych klasyfikatorów związane są tylko i wyłącznie z odmiennym sposobem działania poszczególnych metod klasyfikacyjnych. Tak zaprojektowane badanie zapewnia wysoki stopień porównywalności wyników uzyskiwanych przez poszczególne klasyfikatory, gdyż umożliwia zestawienie ze sobą wyników klasyfikacji uzyskanych przez klasyfikatory indywidualne oraz wskazanie tych z nich, dla których zdolność prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce jest najwyższa.

Na podstawie wyników klasyfikacji uzyskanych przez klasyfikatory indywidualne, w kolejnym etapie tej części badań, dokonano próby poprawy jakości uzyskiwanych prognoz poprzez jednoczesne wykorzystanie zespołu klasyfikatorów, zgodnie z regułami metod łączenia i selekcji. W toku prowadzonych analiz wykorzystano 7 klasyfikatorów łączenia (głosowanie większościowe, klasyfikator sumacyjny, ważony klasyfikator sumacyjny, klasyfikator iloczynowy, 3 klasyfikatory bazujące na statystykach pozycyjnych) oraz 2 klasyfikatory selekcji. Wszystkie z wymienionych metod zostały szczegółowo opisane w trzecim rozdziale pracy. Wyniki klasyfikacji 9 klasyfikatorów zespołowych heterogenicznych zostały ostatecznie porównane z wcześniej uzyskanymi wynikami dla 4 klasyfikatorów indywidualnych. Dokonanie analizy porównawczej wyników klasyfikacji w grupach klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych stanowiło jeden z celów szczegółowych prowadzonych badań.

W kolejnym etapie badania, oceniono wpływ doboru próby uczącej i testującej na jakość prognoz wszystkich klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. W tym celu dokonano wielokrotnego uczenia i testowania konstruowanych klasyfikatorów oraz oceny uzyskiwanych wyników w próbie uczącej i testującej. Przeprowadzony w ten sposób proces walidacji polegał na 100-krotnym losowaniu obiektów próby uczącej stanowiącej 70% wszystkich dostępnych obserwacji. Pozostałe 30% obiektów stanowiło próbę testującą w każdym powtórzeniu losowania. Wielokrotne budowanie wszystkich 13 klasyfikatorów uwzględniających taki sam zestaw zmiennych diagnostycznych umożliwiło także przeprowadzenie analizy stabilności wyników klasyfikacji. Uzyskane rezultaty pozwalają na ocenę wpływu doboru obiektów do próby uczącej i testującej na jakość prognoz stawianych przez klasyfikatory bazujące w swojej konstrukcji na różnych metodach klasyfikacyjnych. Przeprowadzenie procesu walidacji poprzez wielokrotne uczenie i testowanie klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych pozwala na wiarygodną ocenę uzyskiwanych przez nie rezultatów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Podejście to pozwala uniknąć sytuacji, w której pojedynczy, szczególny przypadek doboru obiektów do prób uczącej

i testującej wpływa na błędną ogólną ocenę metod klasyfikacyjnych, wykorzystywanych do budowy klasyfikatorów.

Wielokrotne konstruowanie oraz testowanie klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych pozwala także na zbadanie zdolności do uogólniania (generalizacji) wyników klasyfikacji obiektów uzyskanych w próbie uczącej na obiekty próby testującej. Analiza wpływu doboru próby uczącej i testującej na trafność klasyfikacji oraz ocena zdolności do uogólniania wyników klasyfikacji określają trzeci z przyjętych celów prowadzonych badań.

W ostatniej części rozdziału przedstawione zostały wyniki badania, które pozwoliło na statystyczną weryfikację występowania zależności pomiędzy niezgodnością prognoz klasyfikatorów indywidualnych a skutecznością metod łączenia i selekcji klasyfikatorów. Zaproponowana analiza stanowi ważny etap w wyjaśnieniu przyczyn i warunków skuteczności metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce.

#### **4.2. Opis próby badawczej**

Do budowy klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych niezbędny jest zbiór danych empirycznych na podstawie, których możliwe jest uczenie i testowanie klasyfikatorów. W badaniach empirycznych wykorzystano informacje o sytuacji finansowo-majątkowej 180 spółek akcyjnych działających w Polsce. Spółki te prowadziły swoją działalność w jednej z trzech branż: budownictwo, handel hurtowy i detaliczny oraz przetwórstwo przemysłowe. Informacje o działalności przedsiębiorstw uwzględnionych w analizie pochodziły z rocznych sprawozdań finansowych z okresu od 1999 do 2012 roku.

Zgromadzone dane opisują funkcjonowanie dwóch grup podmiotów. Pierwszą z grup stanowi 90 przedsiębiorstw, dla których odpowiedni sąd ogłosił upadłość. Każde z przedsiębiorstw opisuje zestaw wskaźników finansowych konstruowanych na podstawie danych z rocznego sprawozdania finansowego za okres poprzedzający rok, w którym złożono pierwszy wniosek o ogłoszenie upadłości podmiotu gospodarczego. Drugą grupę obiektów badania stanowiło 90 przedsiębiorstw, których sytuacja finansowo-majątkowa była dobra, i o których wiadomo, że prowadziły one swoją działalność przez przynajmniej jeden rok po zakończeniu roku, którego dotyczyło sprawozdanie finansowe. Należy zaznaczyć, że spółki w dobrej kondycji finansowe dobierane były w taki sposób, aby odpowiadały one wielkością aktywów oraz rodzajem prowadzonej działalności odpowiednim spółkom, wobec których ogłoszono upadłość. Źródłami danych i informacji o spółkach w badaniu były: baza danych

firmy Notoria Serwis, Internetowy Monitor Sądowy i Gospodarczy oraz Monitor Polski B. Baza danych, zbudowana zgodnie z powyższym opisem, została wykorzystana również w innych badaniach prowadzonych przez pracowników Katedry Ekonometrii Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.

Na podstawie danych zawartych w rocznych sprawozdaniach finansowych wyznaczono 19 wskaźników finansowych opisujących w możliwie pełny sposób sytuację finansowo-majątkową każdego z przedsiębiorstw uwzględnionych w analizie. Wskaźniki finansowe stanowiące potencjalny zbiór zmiennych objaśniających konstruowanych klasyfikatorów opisywały następujące obszary funkcjonowania przedsiębiorstw: rentowność, płynność finansową, zadłużenie oraz sprawność działania. W tabeli 10 przedstawiono pełne zestawienie wszystkich wskaźników finansowych uwzględnionych w badaniach empirycznych, a także sposób wyznaczenia ich wartości.

**Tabela 10. Zestawienie wskaźników finansowych wykorzystanych w badaniu**

Zmienna	Wskaźnik finansowy
X1	Stopa zwrotu z aktywów = zysk netto / średnia wartość aktywów
X2	Stopa zwrotu z kapitału własnego = zysk netto / średnia wartość kapitałów własnych
X3	Zysk brutto / średnia wartość aktywów
X4	Zysk ze sprzedaży / średnia wartość aktywów
X5	Marża zysku brutto = zysk brutto / przychody ze sprzedaży
X6	Marża zysku netto = zysk netto / przychody ze sprzedaży
X7	Marża zysku operacyjnego = zysk operacyjny / przychody ze sprzedaży
X8	Kapitał pracujący / suma bilansowa
X9	Wskaźnik bieżącej płynności = majątek obrotowy / zobowiązania krótkoterminowe
X10	Wskaźnik szybkiej płynności = (majątek obrotowy - zapasy) / zobowiązania krótkoterminowe
X11	Wskaźnik podwyższonej płynności = (majątek obrotowy – zapasy – należności) / zobowiązania krótkoterminowe
X12	Zobowiązania ogółem / aktywa ogółem
X13	Zobowiązania długoterminowe / aktywa ogółem
X14	Kapitał własny / aktywa ogółem
X15	Kapitał własny / zobowiązania ogółem
X16	Wskaźnik rotacji należności = średnia wartość należności / przychody ze sprzedaży netto · 365
X17	Wskaźnik rotacji zapasów = średnia wartość zapasów / przychody ze sprzedaży netto · 365
X18	Wskaźnik rotacji zobowiązań = średnia wartość zobowiązań / przychody ze sprzedaży · 365
X19	Wskaźnik rotacji aktywów = średnia wartość aktywów / przychody ze sprzedaży · 365

Źródło: Opracowanie własne.

Celem konstruowanych klasyfikatorów jest właściwe rozróżnianie obiektów pochodzących z różnych populacji na podstawie opisujących je cech diagnostycznych. Z tego powodu obiekty należące do różnych populacji powinny możliwe silnie różnić się między sobą pod względem opisujących je cech diagnostycznych. Wymogiem formalnym stosowania niektórych metod klasyfikacyjnych jest także występowanie normalności rozkładu zmiennych diagnostycznych. Przeprowadzony test Shapiro-Wilka wskazuje na brak występowania normalności rozkładu w obrębie zdecydowanej większości analizowanych wskaźników finansowych. Wyniki przeprowadzonego testu zaprezentowano w tabeli 11. W tabeli przedstawiono także wyniki przeprowadzonego testu dla różnic poziomów zmiennych w grupach przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej oraz przedsiębiorstw zagrożonych upadłością. Testem statystycznym, który wykorzystano w tym celu był nieparametryczny test U Manna-Whitneya. Wykorzystanie testu nieparametrycznego jest związane z występowaniem braku normalności rozkładu poszczególnych zmiennych dla większości wskaźników finansowych uwzględnionych w badaniu.

**Tabela 11. Wybrane testy statystyczne dla zmiennych uwzględnionych w badaniu**

Zmienna	Średni poziom zmiennej		Test normalności rozkładu			Czy obiekty w obu grupach pochodzą z tej samej populacji ? [wartość p dla testu U]
	Spółki w dobrej kondycji	Spółki zagrożone upadłością	Spółki w dobrej kondycji	Spółki zagrożone upadłością	Ogółem	
X1	0,03	-0,17	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X2	0,08	-0,20	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X3	0,04	-0,15	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X4	0,05	-0,09	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X5	0,03	-0,19	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X6	0,03	-0,20	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X7	0,04	-0,13	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X8	0,22	-0,32	TAK [0,95]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X9	1,90	0,89	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X10	1,33	0,60	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X11	0,48	0,17	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X12	0,46	1,00	TAK [0,05]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X13	0,08	0,13	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,03]
X14	0,48	0,08	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X15	1,63	0,24	NIE [0,00]	NIE [0,02]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X16	71,03	92,60	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,03]
X17	55,78	70,47	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	TAK [0,09]
X18	113,84	283,30	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]
X19	315,53	398,75	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]	NIE [0,00]

Źródło: Opracowanie własne.



W kolumnach związanych z przeprowadzonym testem normalności rozkładu zmiennych znajdują się odpowiedzi na pytanie czy rozkład danej zmiennej jest normalny. W nawiasach kwadratowych umieszczono wartości  $p$  dla testu Shapiro-Wilka. Przeprowadzone testy wskazują na brak występowania normalności rozkładów zmiennych diagnostycznych wykorzystanych w badaniu. Wyjątkami są jedynie zmienne X8 (kapitał pracujący/suma bilansowa) oraz X12 (zobowiązania ogółem/aktywa ogółem), których rozkłady są zgodne z rozkładem normalnym w obrębie obiektów grupy spółek w dobrej kondycji finansowej. Podczas weryfikacji hipotez przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ . Warto przypomnieć, że normalność rozkładu jest warunkiem stawianym zmiennym objaśniającym podczas konstrukcji klasyfikatorów liniowej analizy dyskryminacyjnej. W przypadku danych finansowych, warunek normalności rozkładu zmiennej jest często niespełniony. Z tego powodu, w wielu badaniach nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw z wykorzystaniem liniowej analizy dyskryminacyjnej, niespełnienie postulatu normalności rozkładu nie stanowi przyczyny zaprzestania prowadzonych analiz [Kasjaniuk, 2006].

Przeprowadzone testy U Manna-Whitneya dla wszystkich zmiennych wskazują na występowanie istotnych statystycznie różnic pomiędzy poziomami wartości wskaźników finansowych spółek w dobrej kondycji finansowej oraz tych, wobec których ogłoszono upadłość. Wyjątek stanowi zmienna X17 (wskaźnik rotacji zapasów). Wyniki testu U potwierdzają zasadność budowania klasyfikatorów dla problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce i dają nadzieję na konstrukcję narzędzi przejawiających wysokie zdolności prawidłowego klasyfikowania obiektów.

### **4.3. Dobór zmiennych objaśniających do budowy klasyfikatorów**

Dobór zmiennych diagnostycznych stanowi jeden z najważniejszych etapów budowy klasyfikatorów w przypadku dowolnego problemu klasyfikacyjnego. Etap ten jest często kluczowym elementem konstrukcji klasyfikatorów, bezpośrednio wpływającym na uzyskiwaną zdolność poprawnej klasyfikacji obiektów. Przygotowany zestaw 19 wskaźników finansowych opisujących sytuację finansowo-majątkową przedsiębiorstw stanowi wstępny zbiór zmiennych diagnostycznych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce w prowadzonych badaniach.

Spśród wszystkich 19 dostępnych wskaźników finansowych do budowy klasyfikatorów w pierwszej części prowadzonych badań empirycznych wykorzystane zostaną jedynie te zmienne, które spełniają dwa warunki. Pierwszy z nich zakłada brak występowania

korelacji pomiędzy zmiennymi znajdującymi się w zbiorze zmiennych diagnostycznych. Warunek ten jest szczególnie istotny z punktu widzenia wymogów formalnych konstruowania klasyfikatorów liniowej analizy dyskryminacyjnej. Wynika on z konieczności zapewnienia odwracalności macierzy wariancji-kowariancji podczas szacowania parametrów funkcji dyskryminacyjnej. Usuwanie zmiennych skorelowanych w tej części prowadzonych badań odpowiada standardowej procedurze konstrukcji klasyfikatorów bazujących na metodach parametrycznych (w szczególności liniowej analizy dyskryminacyjnej). Ponadto, uwzględnianie zmiennych silnie skorelowanych ze sobą oznacza powielenie tych samych informacji o obiektach, powodując tym samym ograniczony przyrost całkowitej pojemności informacyjnej budowanego klasyfikatora. Filtracja wstępnego zbioru zmiennych diagnostycznych pod kątem stopnia ich skorelowania odbyła się na podstawie macierzy korelacji zmiennych (Tabela 12) oraz procedury opisaney przez Nowaka [1990, s. 28]. Można ją przedstawić w następujących krokach:

1. Z macierzy korelacji zbudowanej dla wstępnego zbioru zmiennych diagnostycznych wybrano zmienną – wiersz (kolumnę), dla której suma bezwzględnych wartości współczynników korelacji Pearsona jest najwyższa. Zmienną tę nazwano centralną.
2. W kolejnym kroku, z macierzy usunięto te zmienne, dla których współczynnik korelacji Pearsona ze zmienną centralną jest wyższy od przyjętej granicznej wartości, ustalonej na poziomie 0,6.
3. Z pozostałego zbioru zmiennych wybrano kolejną zmienną centralną i powtórzono procedurę do momentu, w którym współczynnik korelacji Pearsona pomiędzy pozostałymi zmiennymi nie przekraczał granicznego poziomu.
4. Zmienne centralne oraz te, które nie zostały usunięte z macierzy korelacji stanowią ostateczny zbiór zmiennych diagnostycznych.

**Tabela 12. Macierz korelacji wstępnego zbioru zmiennych diagnostycznych**

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19
X1	1,00	0,17	0,83	0,71	0,66	0,82	0,82	0,32	0,42	0,38	0,23	0,25	0,01	0,27	0,36	0,02	0,12	0,17	0,08
X2	0,17	1,00	0,04	0,05	0,04	0,06	0,02	0,13	0,02	0,03	0,04	0,12	0,07	0,12	0,00	0,06	0,03	0,01	0,04
X3	0,83	0,04	1,00	0,75	0,80	0,73	0,72	0,27	0,45	0,42	0,27	0,21	0,03	0,24	0,40	0,05	0,18	0,19	0,11
X4	0,71	0,05	0,75	1,00	0,53	0,55	0,65	0,61	0,39	0,35	0,24	0,52	0,21	0,54	0,36	0,05	0,15	0,20	0,08
X5	0,66	0,04	0,80	0,53	1,00	0,92	0,83	0,22	0,36	0,33	0,19	0,17	0,01	0,19	0,34	0,22	0,24	0,35	0,20
X6	0,82	0,06	0,73	0,55	0,92	1,00	0,93	0,26	0,35	0,32	0,17	0,21	0,01	0,22	0,33	0,19	0,20	0,34	0,18
X7	0,82	0,02	0,72	0,65	0,83	0,93	1,00	0,27	0,34	0,32	0,19	0,22	0,01	0,23	0,30	0,08	0,10	0,19	0,07
X8	0,32	0,13	0,27	0,61	0,22	0,26	0,27	1,00	0,41	0,34	0,23	0,97	0,42	0,97	0,32	0,04	0,03	0,34	0,02
X9	0,42	0,02	0,45	0,39	0,36	0,35	0,34	0,41	1,00	0,90	0,74	0,34	0,13	0,35	0,78	0,03	0,06	0,31	0,08
X10	0,38	0,03	0,42	0,35	0,33	0,32	0,32	0,34	0,90	1,00	0,85	0,28	0,15	0,28	0,73	0,12	0,21	0,26	0,07
X11	0,23	0,04	0,27	0,24	0,19	0,17	0,19	0,23	0,74	0,85	1,00	0,18	0,11	0,18	0,64	0,03	0,15	0,15	0,02
X12	0,25	0,12	0,21	0,52	0,17	0,21	0,22	0,97	0,34	0,28	0,18	1,00	0,49	0,99	0,36	0,03	0,04	0,28	0,05
X13	0,01	0,07	0,03	0,21	0,01	0,01	0,01	0,42	0,13	0,15	0,11	0,49	1,00	0,49	0,26	0,06	0,05	0,03	0,05
X14	0,27	0,12	0,24	0,54	0,19	0,27	0,23	0,97	0,34	0,28	0,18	0,99	0,49	1,00	0,37	0,01	0,03	0,30	0,03
X15	0,36	0,00	0,40	0,36	0,00	0,36	0,37	0,36	0,78	0,73	0,64	0,36	0,26	0,37	1,00	0,03	0,04	0,25	0,07
X16	0,02	0,06	0,05	0,05	0,22	0,19	0,08	0,04	0,03	0,12	0,03	0,03	0,06	0,01	0,03	1,00	0,64	0,44	0,54
X17	0,12	0,03	0,18	0,15	0,24	0,20	0,10	0,03	0,06	0,21	0,15	0,04	0,05	0,03	0,04	0,64	1,00	0,44	0,74
X18	0,17	0,01	0,19	0,20	0,35	0,34	0,19	0,34	0,31	0,26	0,15	0,28	0,03	0,30	0,25	0,44	0,44	1,00	0,66
X19	0,08	0,04	0,11	0,08	0,20	0,18	0,07	0,02	0,08	0,07	0,02	0,05	0,05	0,03	0,07	0,54	0,74	0,66	1,00

Źródło: Opracowanie własne

Na podstawie opisanej procedury dokonano wstępnej selekcji 8 zmiennych spośród dostępnego zbioru wszystkich wskaźników finansowych. Zmienne zaznaczone w macierzy korelacji spełniają warunek nieskorelowania na poziomie nie przekraczającym 0,6.

Spśród wspomnianych 8 wskaźników finansowych, do ostatecznego zbioru zmiennych diagnostycznych wybrano te, dla których wartości istotnie różnią się w dwóch badanych populacjach obiektów: spółek w dobrej sytuacji finansowej oraz spółek, względem których ogłoszono upadłość. Podstawową zasadą działania wszystkich metod klasyfikacyjnych jest rozpoznanie różnic pomiędzy obiektami wielowymiarowymi, pochodzącymi z dwóch odmiennych populacji. W celu przeprowadzenia drugiego etapu filtracji zmiennych wykorzystano wskazania przeprowadzonego wcześniej testu U Manna-Whitneya (wyniki przedstawiono w tabeli 11). Na ich podstawie ze zbioru zmiennych usunięto zmienną X17 (wskaźnik rotacji zapasów), dla której przeprowadzony test nie wskazał statystycznie istotnej różnicy w poziomie wskaźnika w dwóch badanych populacjach obiektów ( $\alpha = 0,05$ ).

**Tabela 13. Zmienne diagnostyczne wykorzystane do budowy klasyfikatorów**

Zmienna	Wskaźnik finansowy
X2	Stopa zwrotu z kapitału własnego = zysk netto / średnia wartość kapitałów własnych
X4	Zysk ze sprzedaży / średnia wartość aktywów
X6	Marża zysku netto = zysk netto / przychody ze sprzedaży
X9	Wskaźnik bieżącej płynności = majątek obrotowy / zobowiązania krótkoterminowe
X13	Zobowiązania długoterminowe / aktywa ogółem
X16	Wskaźnik rotacji należności = średnia wartość należności / przychody ze sprzedaży netto · 365
X18	Wskaźnik rotacji zobowiązań = średnia wartość zobowiązań / przychody ze sprzedaży · 365

Źródło: Opracowanie własne.

Pozostałe 7 wskaźników finansowych stanowi ostateczny zbiór zmiennych diagnostycznych. Zmienne te zostały przedstawione w tabeli 13. Na podstawie tego zbioru powstało 13 klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych wykorzystywanych w dalszej części badania.

#### **4.4. Ocena zdolności predykcyjnych wybranych klasyfikatorów**

Zgodnie z przyjętą procedurą badawczą, w pierwszej części prowadzonych badań, do budowy klasyfikatorów indywidualnych wykorzystano cztery różne metody klasyfikacji obiektów wielowymiarowych. Warto zwrócić uwagę, że dwie metody należą do grupy metod

parametrycznych (liniowa analiza dyskryminacyjna i regresja logistyczna), a pozostałe dwie do grupy metod nieparametrycznych (las losowy i sztuczna sieć neuronowa). Możliwe jest zatem porównanie wyników poprawnej klasyfikacji obiektów również w tym aspekcie. Na podstawie wskazań oraz prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności obiektów do populacji spółek w dobrej kondycji finansowej lub spółek, wobec których ogłoszono upadłość, zbudowano dziewięć klasyfikatorów zespołowych.

Na potrzeby tej części badania, wszystkie zbudowane klasyfikatory były uczone i testowane na podstawie takich samych prób obserwacji. Tabela 14 przedstawia klasyfikatory indywidualne i zespołowe wykorzystane w badaniu.

**Tabela 14. Klasyfikatory indywidualne i zespołowe wykorzystane w badaniu**

Oznaczenie	Klasyfikator
AD	Liniowa analiza dyskryminacyjna
RL	Regresja logistyczna
LL	Las losowy
SSN	Sztuczna sieć neuronowa
H1	Głosowanie większościowe
H2	Klasyfikator sumacyjny
H3	Klasyfikator sumacyjny (ważony)
H4	Klasyfikator iloczynowy
H5	Klasyfikator minimum
H6	Klasyfikator medianowy
H7	Klasyfikator maksimum
H8	Klasyfikator selekcji 1
H9	Klasyfikator selekcji 2

Źródło: Opracowanie własne.

Większość klasyfikatorów zespołowych uwzględnionych w prowadzonych badaniach w swoim działaniu wykorzystuje wektory prawdopodobieństw *a posteriori* uzyskiwane na podstawie predykcji klasyfikatorów indywidualnych. Wyjątkiem jest klasyfikator głosowania większościowego, który w swojej budowie zakłada jedynie znajomość wskazań populacji (klas) dokonanych przez klasyfikatory indywidualne dla poszczególnych obiektów. Klasyfikator głosowania większościowego jest więc najprostszą, ale również najbardziej uniwersalną metodą budowy zespołów klasyfikatorów.

#### 4.4.1. Ocena zdolności predykcyjnych klasyfikatorów indywidualnych

Opisane i przygotowane dane empiryczne dotyczące upadłości spółek akcyjnych działających w Polsce posłużyły do budowy narzędzi prognozowania upadłości przedsiębiorstw bazujących na 4 różnych metodach klasyfikacyjnych. Uzyskane rezultaty konstrukcji klasyfikatorów indywidualnych przedstawione zostały w trzech aspektach: (1) postać budowanego klasyfikatora, (2) istotność i zdolność dyskryminacyjna zmiennych diagnostycznych oraz (3) jakość prognoz klasyfikatora w próbie uczącej i testującej.

#### Liniowa analiza dyskryminacyjna

Przedstawienie rezultatów budowy klasyfikatora liniowej analizy dyskryminacyjnej można zacząć od postaci oszacowanej funkcji dyskryminacyjnej budowanego klasyfikatora. Poniżej przedstawiono uzyskane równanie:

$$AD = 0,56 - 0,06X_2 - 1,94X_4 - 2,44X_6 - 0,83X_9 + 1,59X_{13} + 0,002X_{16} + 0,0001X_{18} \quad (4.1)$$

W modelu oszacowanym na podstawie próby badawczej graniczną wartością funkcji dyskryminacyjnej, powyżej której obiekty uznawane są za zagrożone upadłością jest 0,13. Spółki, dla których funkcja  $AD$  przyjmuje niższą wartość uznawane są za podmioty w dobrej kondycji finansowej, niezagrożone ryzykiem upadłości w ciągu roku od zakończenia roku, którego dotyczyło sprawozdanie finansowe. Warto przeanalizować znaki współczynników funkcji dyskryminacyjnej stojących przy każdej ze zmiennych. Zgodnie z oczekiwaniami, w przypadku zmiennych związanych z dochodowością oraz płynnością spółek znaki współczynników są ujemne ( $X_2$ ,  $X_4$ ,  $X_6$ ,  $X_9$ ). Oznacza to, że wzrost wartości tych wskaźników finansowych wpływa na spadek prawdopodobieństwa kwalifikacji obiektów do populacji spółek, wobec których ogłoszono upadłość. Merytorycznie uzasadnione są również dodatnie znaki parametrów stojących przy zmiennych związanych z poziomem zadłużenia ( $X_{13}$ ), a także rotacją należności i zobowiązań ( $X_{16}$ ,  $X_{18}$ ). Wzrastający poziom zadłużenia przedsiębiorstwa, wydłużający się okres regulacji zobowiązań oraz spłat należności wpływa na wzrost ryzyka bankructwa podmiotu. Warto zwrócić uwagę na dodatni współczynnik stojący przy wskaźniku rotacji należności. W przypadku postaci funkcji dyskryminacyjnej, wysokie wartości tego współczynnika wpływają negatywnie na ogólną ocenę kondycji finansowej firmy. Utrzymujący się względnie wysoki poziom należności przedsiębiorstwa może negatywnie wpływać na jego zdolność do regulowania własnych, bieżących

zobowiązań, co jest także widoczne w obniżającym się poziomie wskaźnika przyspieszonej płynności.

Drugim istotnym aspektem prezentacji konstruowanego klasyfikatora jest ocena zdolności dyskryminacyjnych poszczególnych zmiennych biorących udział w jego budowie. W tabeli 15 przedstawiono wyniki zastosowania krokowej procedury doboru zmiennych na podstawie zmian wartości współczynnika lambda Wilksa. W kolejnych krokach procedury, zaobserwowane spadki wartości współczynnika lambda Wilksa świadczą o zmniejszeniu zdolności dyskryminacyjnych zmiennych włączanych krokowo w konstrukcji funkcji dyskryminacyjnej.

**Tabela 15. Krokowa procedura doboru zmiennych w oparciu o współczynnik lambda Wilksa**

Numer kroku	Zmienna	Lambda Wilksa	Statystyka testowa F	Wartość p
1	X9	0,731	45,57	0,000
2	X6	0,636	35,25	0,000
3	X13	0,614	25,57	0,000
4	X4	0,601	20,10	0,000
5	X16	0,593	16,45	0,000
6	X2	0,591	13,72	0,000
7	X18	0,590	11,68	0,000

Źródło: Opracowanie własne.

Najwyższe własności dyskryminacyjne uzyskały wskaźniki bieżącej płynności (X9), marży zysku netto (X6) oraz relacji zobowiązań długoterminowych do wielkości aktywów (X13). Ostatnią zmienną, która została włączona do budowy funkcji dyskryminacyjnej w przyjętej procedurze był wskaźnik obrotowości należności (X18), co wskazuje na jego najniższe zdolności dyskryminacyjne spośród rozważanych zmiennych. W tabeli 15 przedstawiono ponadto wartości statystyki F mierzącej moc dyskryminacyjną w kolejnych krokach wprowadzania zmiennych. Wartości p dla statystyk testowych potwierdzają występowanie istotnych zdolności dyskryminacyjnych każdej z wprowadzanych zmiennych.

Ostatnim aspektem oceny zbudowanego klasyfikatora jest jakość uzyskiwanych prognoz. Zdolność do prawidłowego klasyfikowania obiektów stanowi podstawowe kryterium porównywania wszystkich klasyfikatorów zbudowanych na potrzeby prowadzonych badań. Wyniki klasyfikacji obiektów próby uczącej oraz testującej przedstawione zostały w tabeli 16. W tabeli znajdują się również wyznaczone współczynniki globalnej trafności oraz trafności dla populacji spółek w dobrej kondycji finansowej

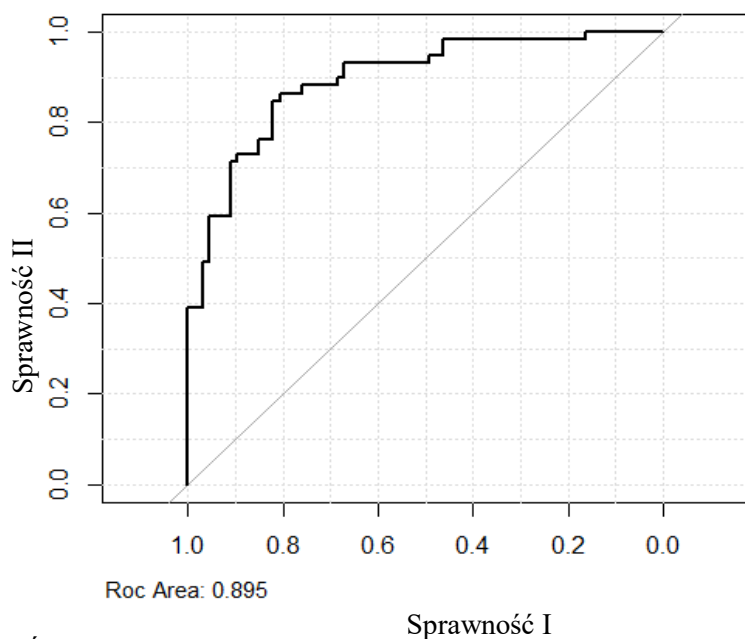
(Sprawność I) i spółek zagrożonych upadłością (Sprawność II). Dodatkowym narzędziem ogólnej oceny zdolności dyskryminacyjnej klasyfikatorów jest krzywa ROC zaprezentowana na wykresie 7.

**Tabela 16. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – liniowa analiza dyskryminacyjna**

		Próba ucząca			Próba testująca		
Przynależność		Modelowa					
		0	1	Razem	0	1	Razem
Rzeczywista	0	58	9	67	23	0	23
	1	16	43	59	11	20	31
Razem		74	52	126	34	20	54
Współczynniki trafności							
Globalnie		0,802			0,796		
Spółki w dobrej kondycji (Sprawność I)		0,866			1		
Spółki zagrożone upadłością (Sprawność II)		0,729			0,645		

Źródło: Opracowanie własne.

**Wykres 7. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – liniowa analiza dyskryminacyjna**



Źródło: Opracowanie własne.



Uzyskane macierze trafności klasyfikacyjnej pozwoliły na wyznaczenie współczynników trafności dla klasyfikatora indywidualnego liniowej analizy dyskryminacyjnej. Oceniając jakość stawianych prognoz, można stwierdzić, że poziom współczynnika globalnej trafności uzyskany dla klasyfikatora w próbie uczącej oraz testującej jest zbliżony. Otrzymane wyniki wskazują także na wysokie zdolności klasyfikatora do poprawnego klasyfikowania obiektów w dobrej kondycji finansowej. W przypadku próby testującej, wszystkie takie obiekty zostały poprawnie zaklasyfikowane. Niższą jakością charakteryzują się natomiast prognozy wyznaczane dla podmiotów, wobec których ogłoszono upadłość. W próbie uczącej współczynnik sprawności II wyniósł 0,729, a w próbie testującej zaledwie 0,645. Przebieg krzywej ROC oraz wysoka wartość współczynnika ROC Area (0,895) wskazują na wysokie zdolności poprawnego klasyfikowania obiektów należących do próby uczącej. Warto przypomnieć, że pole pod wykresem krzywej (ROC Area) określa ogólną zdolność dyskryminacyjną klasyfikatora uwzględniając różne punkty odcięcia, rozgraniczające klasyfikację obiektów do jednej z dwóch populacji. Maksymalna wartość tego współczynnika odpowiadająca doskonałym zdolnościom klasyfikacyjnym jest równa 1.

### **Regresja logistyczna**

W badaniu zmienna zależna konstruowanego klasyfikatora ma charakter binarny, dla której 1 odpowiada podmiotom gospodarczym, wobec których ogłoszono upadłość, a 0 podmiotom w dobrej kondycji finansowej. W tabeli 17 przedstawiono oszacowane parametry klasyfikatora regresji logistycznej uzyskane w trakcie budowy klasyfikatorów służących prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw, jak również wielkości błędów związanych z szacowanymi parametrami, wartości statystyki  $z$  dla testu na istotność poszczególnych zmiennych oraz odpowiadające im wartości  $p$ .

**Tabela 17. Oszacowania parametrów klasyfikatora regresji logistycznej**

Zmienna	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki z	Wartość p
X2	-0,056	0,169	-0,331	0,739
X4	0,029	3,019	0,010	0,923
X6	-10,337	4,285	-2,412	0,016 ***
X9	-1,733	0,586	-2,957	0,003 ***
X13	4,830	2,332	2,071	0,038 ***
X16	0,009	0,006	1,452	0,143
X18	0,003	0,002	1,364	0,233
Stała	0,054	0,860	0,063	0,949

Źródło: Opracowanie własne.

Oszacowane wartości parametrów regresji logistycznej nie podlegają bezpośredniej interpretacji. Istotny jest natomiast ich znak wskazujący na charakter wpływu zmiennych na logarytm ilorazu szansy przynależności obiektu do populacji spółek, wobec których ogłoszono upadłość w stosunku do szansy przynależności do populacji spółek w dobrej kondycji finansowej.

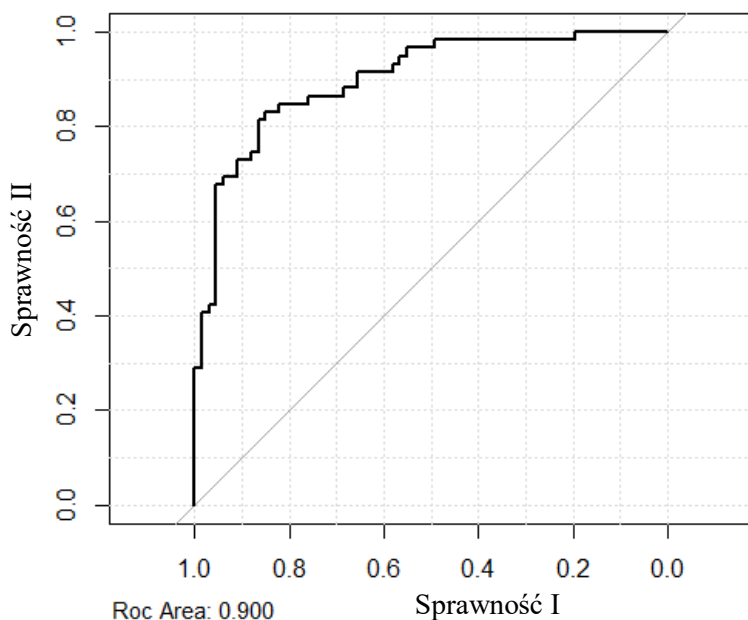
Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że trzy zmienne okazały się statystycznie istotne dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$ . Były to wskaźniki marży zysku netto (X6), bieżącej płynności (X9) oraz relacji zobowiązań długookresowych do wielkości aktywów (X13). Wskaźniki te zostały również jako pierwsze włączone w procedurze krokowej podczas budowy klasyfikatora liniowej analizy dyskryminacyjnej. Znaki stojące przy oszacowanych parametrach dla zmiennych X6, X9 oraz X13 są zgodne z intuicyjną oceną kierunku wpływu zmiennych na prawdopodobieństwo zdarzenia jakim jest upadłość przedsiębiorstwa. Wysokie wartości wskaźników rentowności i płynności obniżają prawdopodobieństwo zaklasyfikowania obiektu do populacji spółek zagrożonych upadłością. Wysokie wartości wskaźnika związanego z zadłużeniem wpływają natomiast na wzrost prawdopodobieństwa takiego zdarzenia. W tabeli 18 przedstawiono wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej. Na wykresie 8 przedstawiono także kształtowanie się krzywej ROC oraz wielkość współczynnika ROC Area dla tego klasyfikatora.

**Tabela 18. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – klasyfikator regresji logistycznej**

		Próba ucząca			Próba testująca		
Przynależność		Modelowa					
		0	1	Razem	0	1	Razem
Rzeczywista	0	58	9	67	22	1	23
	1	12	47	59	11	20	31
Razem		70	56	126	33	21	54
Współczynniki trafności							
Globalnie		0,833			0,778		
Spółki w dobrej kondycji (Sprawność I)		0,866			0,957		
Spółki zagrożone upadłością (Sprawność II)		0,797			0,645		

Źródło: Opracowanie własne.

**Wykres 8. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – regresja logistyczna**



Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie tabeli 18 należy stwierdzić, że zbudowany klasyfikator regresji logistycznej charakteryzuje wysoka jakość predykcji, zbliżona do jakości uzyskiwanej przez klasyfikator liniowej analizy dyskryminacyjnej. Współczynnik globalnej trafności dla obiektów próby uczącej w tym przypadku wyniósł 0,833 i był wyższy od współczynnika klasyfikatora liniowej analizy dyskryminacyjnej. Krzywa ROC oraz współczynnik ROC Area równy 0,9 także wskazują na wysokie zdolności poprawnego klasyfikowania obiektów w obrębie obiektów próby uczącej. Z punktu widzenia potencjalnego zastosowania klasyfikatora jako narzędzia prognozowania upadłości w przyszłości ważniejsze są natomiast wyniki klasyfikacji w obrębie obiektów próby testującej. W tym przypadku klasyfikator zbudowany w oparciu o regresję logistyczną uzyskał nieznacznie gorszy wynik od klasyfikatora analizy dyskryminacyjnej. Niższy poziom współczynnika globalnej trafności w próbie testującej związany jest z pogorszeniem klasyfikacji podmiotów w dobrej kondycji finansowej w porównaniu z wynikami klasyfikatora liniowej analizy dyskryminacyjnej.

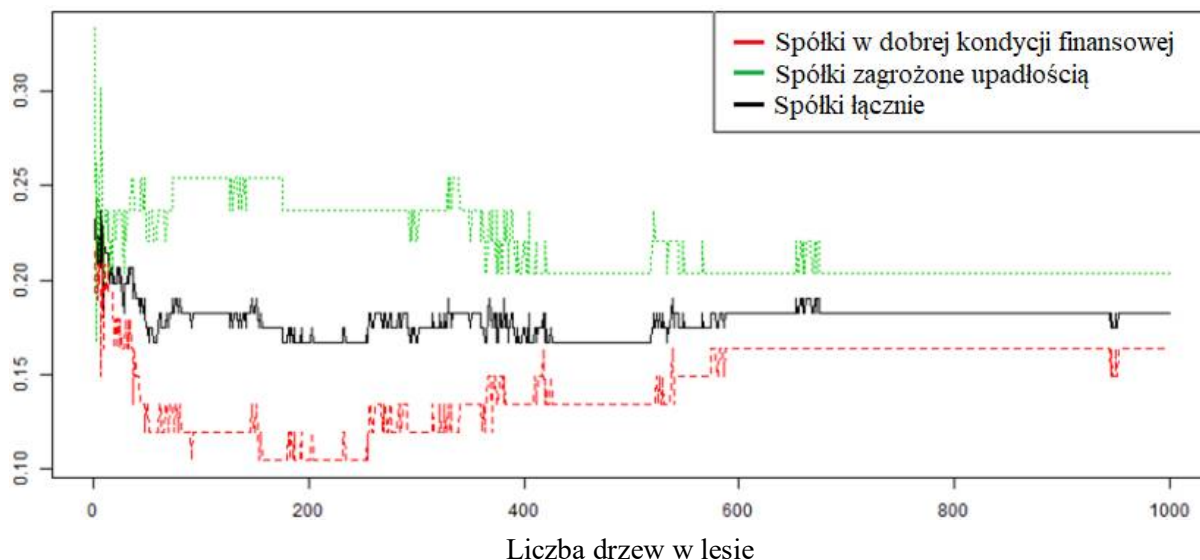
### **Las losowy**

Las losowy jest jedną z dwóch nieparametrycznych metod wykorzystanych do budowy klasyfikatorów w prowadzonych badaniach empirycznych. Algorytm lasu losowego zakłada konstrukcję wielu drzew klasyfikacyjnych podejmujących decyzje o przynależności obiektów do jednej z możliwych populacji. Ostateczna przynależność obiektu do którejś z populacji wynika z liczby „oddanych głosów” przez wszystkie drzewa w lesie.

W prowadzonych badaniach, do konstrukcji lasu losowego wykorzystywano 1000 drzew klasyfikacyjnych. Dodatkowym ustalonym parametrem była liczba losowo wybieranych zmiennych spośród siedmiu wskazanych wcześniej wskaźników finansowych służących do podziału obiektów w każdym węźle drzewa klasyfikacyjnego. Ponieważ w przypadku lasów losowych sugerowana wartość parametru stanowi pierwiastek liczby zmiennych, parametr ten ustalono na poziomie 3. W doborze zmiennych w kolejnych węzłach każdego drzewa klasyfikacyjnego wykorzystany był indeks Giniego. Indeks ten stanowi podstawowe kryterium oceny jakości podziału węzła w drzewie klasyfikacyjnym. Ze względu na złożoną budowę lasu losowego składającego się z 1000 drzew klasyfikacyjnych budowanych w sposób losowy, nie jest możliwe przedstawienie konstruowanego klasyfikatora w postaci analitycznej – charakterystycznej dla parametrycznych metod klasyfikacji obiektów. Zamiast tego na wykresie 9 zaprezentowano wielkości błędów

klasyfikacyjnych obiektów w procesie powstawania lasu losowego wraz ze zwiększającą się liczbą znajdujących się w nim drzew.

**Wykres 9. Błędy klasyfikacji obiektów klasyfikatora lasu losowego**

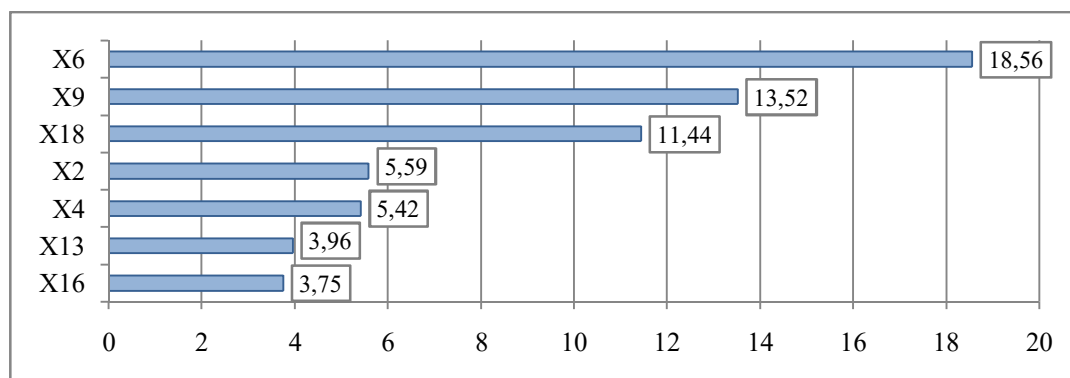


Źródło: Opracowanie własne.

Wraz ze wzrostem liczby drzew klasyfikacyjnych, błąd klasyfikacyjny stanowiący dopełnienie współczynnika globalnej trafności stabilizuje się na określonym poziomie. Najniższy poziom błędnej klasyfikacji obiektów w lesie składającym się z 1000 drzew klasyfikacyjnych wynoszący 0,164 odpowiada populacji spółek w dobrej kondycji finansowej. Błąd klasyfikacyjny spółek zagrożonych upadłością wyniósł natomiast 0,203. Łączny błąd klasyfikacji obiektów podczas uczenia klasyfikatora lasu losowego wyniósł 0,183.

Poza zdolnością do klasyfikowania obiektów, powstały las losowy dostarcza także informacji dotyczących ważności zmiennych diagnostycznych w poprawnym klasyfikowaniu obiektów. Uzyskane wyniki przedstawiono na wykresie 10. Wykorzystywana miara średnich spadków indeksu Giniego obrazuje wpływ poszczególnych wskaźników finansowych na uzyskiwanie właściwego podziału obiektów w węzłach i liściach budowanych drzew klasyfikacyjnych.

**Wykres 10. Ważność zmiennych wykorzystanych do budowy lasu losowego**



Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że zmiennymi, które w największym stopniu przyczyniły się do właściwego podziału obiektów w węzłach drzew, wskazując na właściwą przynależność spółek do jednej z dwóch populacji były: wskaźnik marży zysku netto (X6), wskaźnik bieżącej płynności (X9) oraz wskaźnik rotacji zobowiązań (X18). Najniższy poziom istotności wskazywany przez nieparametryczną miarę istotności zmiennych uzyskał wskaźnik rotacji należności (X16).

Ostatnim etapem prezentacji klasyfikatora lasu losowego jest ocena jakości uzyskanych prognoz. Wyniki klasyfikacji obiektów zaprezentowano w tabeli 19.

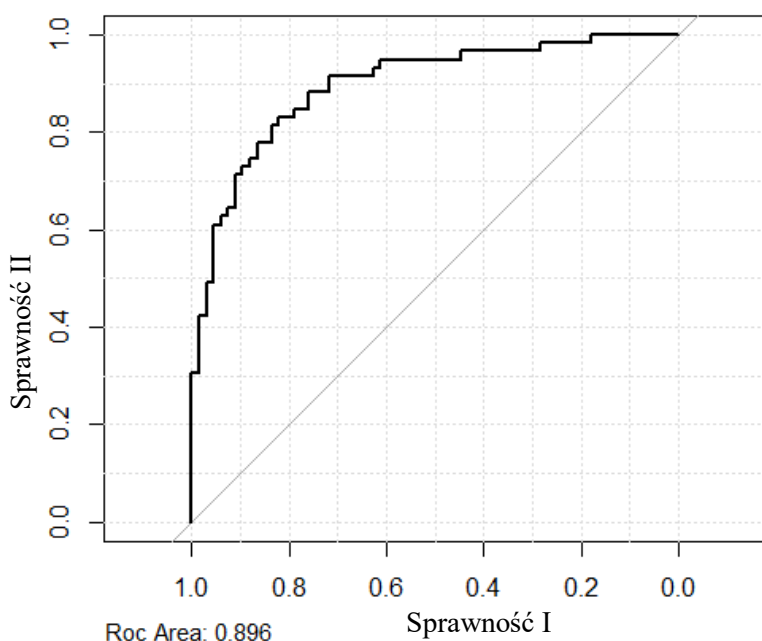
**Tabela 19. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – klasyfikator lasu losowego**

		Próba ucząca			Próba testująca		
Przynależność		Modelowa					
		0	1	Razem	0	1	Razem
Rzeczywista	0	<b>56</b>	<b>11</b>	67	<b>21</b>	<b>2</b>	23
	1	<b>12</b>	<b>47</b>	59	<b>8</b>	<b>23</b>	31
Razem		68	58	126	29	25	54
Współczynniki trafności							
Globalnie		0,817			0,815		
Spółki w dobrej kondycji (Sprawność I)		0,836			0,913		
Spółki zagrożone upadłością (Sprawność II)		0,797			0,742		

Źródło: Opracowanie własne.

W powyższej tabeli przedstawiono wyniki klasyfikacji obiektów w obrębie próby uczącej oraz testującej, a także odpowiadające im współczynniki trafności. Współczynniki globalnej trafności oraz sprawności I i II wyznaczone dla klasyfikatora lasu losowego kształtują się na wysokim poziomie, zbliżonym w obu populacjach spółek. Zauważalna jest również wyraźnie wyższa zdolność poprawnej klasyfikacji obiektów próby testującej, u których wystąpiła upadłość (Sprawność II) w stosunku do dwóch wcześniej opisanych klasyfikatorów bazujących na metodach parametrycznych. Wysoką zdolność klasyfikacji obiektów potwierdza również współczynnik ROC Area przedstawione na wykresie 11.

**Wykres 11. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – las losowy**



Źródło: Opracowanie własne.

Wartość współczynnika ROC Area wyznaczana dla klasyfikatora lasu losowego wyniosła 0,896. Wskazuje ona na wysokie zdolności poprawnego klasyfikowania spółek przez klasyfikator lasu losowego w próbie uczącej.

### **Sztuczna sieć neuronowa**

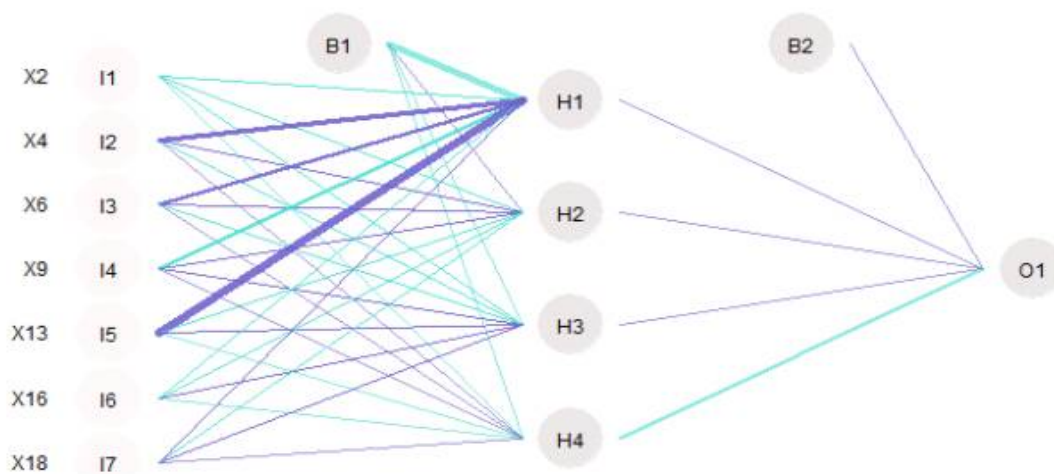
Ostatnim z klasyfikatorów indywidualnych wykorzystanych badaniu była sztuczna sieć neuronowa. Konstruowana sieć miała postać perceptronu wielowarstwowego z jedną warstwą ukrytą. W warstwie wejściowej sieci znajdowało się 7 neuronów odpowiadających 7 wskaźnikom finansowym uwzględnionym we wszystkich konstruowanych klasyfikatorach. Liczbę neuronów warstwy ukrytej ustalono na 4. W przypadku wszystkich konstruowanych

sieci neuronowych w realizowanych badaniach przyjęto regułę mówiącą o tym, że w warstwie ukrytej sieci, liczba neuronów jest równa połowie liczby neuronów warstwy wejściowej. W sytuacji nieparzystej liczby neuronów pierwszej warstwy, wyznaczoną liczbę neuronów w warstwie ukrytej zaokrąglano w górę. Przyjęte reguły ustalania liczby neuronów wynikają z potrzeby automatyzacji procesu budowy dużej liczby sieci neuronowych w drugiej części prowadzonych badań. W procesie uczenia sieci wykorzystano algorytm zmiennej metryki (BFGS) [Krzyśko i inni, 2008]. Klasyfikacja odbywała się na podstawie binarnej zmiennej celu, dla której wartość 1 oznaczała obiekt pochodzący z populacji spółek, wobec których ogłoszono upadłość, a 0 oznaczało obiekt pochodzący z populacji spółek w dobrej kondycji finansowej. Funkcją aktywacji wykorzystaną do wskazania przynależności obiektu do jednej z dwóch populacji była funkcja sigmoidalna, której wartości znajdują się w przedziale (0; 1) i mogły być interpretowane w badaniu jako prawdopodobieństwo przynależności obiektu do populacji spółek zagrożonych upadłością.

Na rysunku 18 przedstawiona została graficzna reprezentacja zbudowanej sztucznej sieci neuronowej. Punkty oznaczone literą I oznaczają neurony warstwy wejściowej (ang. *input*), literą H – neurony warstwy ukrytej (ang. *hidden*), a literą O – neurony warstwy wyjściowej (ang. *output*). Kolorem seledynowym zaznaczono połączenie pomiędzy neuronami sieci, dla których wagi są dodatnie, a kolorem niebieskim połączenia z wagami ujemnymi. Grubość linii łączących poszczególne neurony odpowiada wartościom bezwzględnyim poszczególnych wag. Szczególnym typem wag oznaczonym na rysunku przez B1 oraz B2 są wagi, które nie są związane z żadnym z sygnałów wejściowych. Nazywane są one wyrazami wolnymi (ang. *bias*) i służą lepszej reprezentacji zadania rozwiązywanego przez sztuczną sieć neuronową [Tadeusiewicz i Szaleniec, 2015]. W tabeli 20 przedstawiono dodatkowo zestawienie wszystkich końcowo ustalonych wag dla poszczególnych połączeń pomiędzy neuronami sieci.



**Rysunek 18. Graficzna reprezentacja klasyfikatora sztucznej sieci neuronowej**



Źródło: Opracowanie własne.

**Tabela 20. Wagi połączeń pomiędzy neuronami klasyfikatora sztucznej sieci neuronowej**

Wagi połączeń warstwy wejściowej z warstwą ukrytą					
	H1	H2	H3	H4	
B1	168,77	-0,63	0,10	3,26	
I1 (X2)	2,58	0,32	0,11	0,19	
I2 (X4)	-106,84	-0,51	0,28	-4,28	
I3 (X6)	-52,77	-0,65	0,31	-23,52	
I4 (X9)	92,08	-0,54	-0,29	0,00	
I5 (X13)	-200,91	0,14	-0,12	0,06	
I6 (X16)	4,41	0,36	-0,67	0,01	
I7 (X18)	-5,75	0,24	-0,14	0,00	
Wagi połączeń warstwy ukrytej z warstwą wyjściową					
	B2	H1	H2	H3	H4
O1	-36,35	-5,01	-37,51	-0,44	77,18

Źródło: Opracowanie własne.

W tabeli 21 przedstawiono wyniki klasyfikacji obiektów w próbach uczącej i testującej oraz odpowiadające im współczynniki trafności. Na podstawie danych zawartych w tej tabeli oraz tabelach 17-19 stwierdzono, że klasyfikator sieci neuronowej najlepiej dopasował się do obserwacji próby uczącej spośród wszystkich czterech klasyfikatorów indywidualnych. Współczynnik globalnej trafności dla obiektów próby uczącej wyniósł 0,889. Zarówno spółki zagrożone upadłością, jak i te w dobrej kondycji finansowej były w zdecydowanej większości przypadków poprawnie klasyfikowane. Jakość stawianych prognoz w przypadku obiektów próby testującej nie jest już tak wysoka. Współczynnik globalnej trafności wynoszący 0,815 jest równy współczynnikowi uzyskanemu przez klasyfikator lasu losowego. Na tym etapie prowadzonych badań, obie metody nieparametryczne przewyższyły jakością stawianych prognoz (w obrębie obiektów próby testującej) parametryczne metody liniowej analizy dyskryminacyjnej oraz regresji logistycznej.

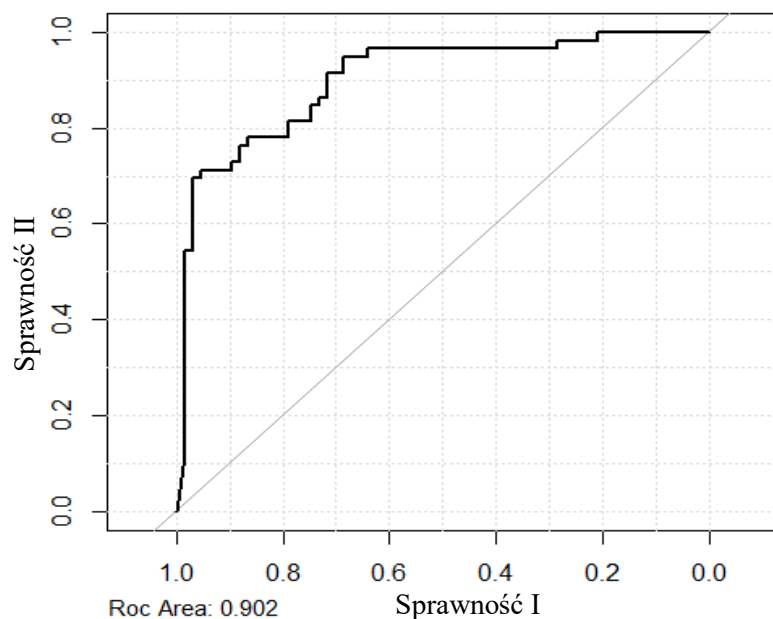
**Tabela 21. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – klasyfikator sztucznej sieci neuronowej**

Przynależność		Próba ucząca			Próba testująca		
		Modelowa					
		0	1	Razem	0	1	Razem
Rzeczywista	0	<b>60</b>	<b>7</b>	67	<b>20</b>	<b>3</b>	23
	1	<b>7</b>	<b>52</b>	59	<b>7</b>	<b>24</b>	31
Razem		67	59	126	27	27	54
Współczynniki trafności							
Globalnie		0,889			0,814		
Spółki w dobrej kondycji (Sprawność I)		0,896			0,87		
Spółki zagrożone upadłością (Sprawność II)		0,881			0,774		

Źródło: Opracowanie własne.

Podobnie jak w przypadku poprzednich 3 klasyfikatorów, również dla klasyfikatora sztucznej sieci neuronowej wyznaczono krzywą ROC oraz policzono współczynnik ROC Area. Uzyskane wyniki przedstawiono na wykresie 12.

Wykres 12. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – sztuczna sieć neuronowa



Źródło: Opracowanie własne.

Wysokie zdolności poprawnego klasyfikowania obiektów przez klasyfikator sztucznej sieci neuronowej w próbie uczącej potwierdził również współczynnik ROC Area, który wyniósł 0,902. Porównując wielkości tego współczynnika dla wszystkich czterech zbudowanych klasyfikatorów indywidualnych należy stwierdzić, że uzyskane wartości były do siebie bardzo zbliżone. Najwyższą z nich w obrębie obiektów próby uczącej uzyskał klasyfikator sztucznej sieci neuronowej (0,902), a najniższą klasyfikator liniowej analizy dyskryminacyjnej (0,895).

Skonstruowane klasyfikatory indywidualne posłużą w dalszej części badania do budowy klasyfikatorów zespołowych heterogenicznych, opartych na metodach łączenia i selekcji klasyfikatorów. W dalszej części rozdziału przedstawione zostanie również porównanie wyników klasyfikacyjnych wszystkich utworzonych narzędzi prognozowania upadłości przedsiębiorstw.

#### 4.4.2. Ocena zdolności predykcyjnych klasyfikatorów zespołowych

Wszystkie skonstruowane klasyfikatory indywidualne pozwalają wskazywać przynależność obiektów próby uczącej oraz testującej do populacji spółek w dobrej kondycji finansowej lub populacji spółek, wobec których ogłoszono upadłość. Ponadto, dostarczają one także wektory prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności obiektów do każdej z możliwych populacji. Na tej podstawie możliwe było zbudowanie klasyfikatorów

zespołowych, opierających się na metodach łączenia i selekcji. Na tym etapie prowadzonych badań zbudowano 9 klasyfikatorów zespołowych bazujących na metodach opisanych w trzecim rozdziale pracy.

Klasyfikator głosowania większościowego w swojej konstrukcji wykorzystywał jedynie wskazania przynależności obiektów do jednej z dwóch populacji. Pozostałe klasyfikatory były oparte na wektorach prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności spółek do populacji spółek w dobrej kondycji finansowej lub populacji spółek, wobec których ogłoszono upadłość. Ze względu na parzystą liczbę uwzględnionych klasyfikatorów indywidualnych, możliwe było występowanie sytuacji, w której liczba głosów oddanych przez klasyfikatory indywidualne na obie populacje była taka sama. Z tego powodu, w badaniu przyjęto, że obiekt klasyfikowany był do populacji spółek zagrożonych upadłością, gdy liczba głosów wskazujących na tą populację była większa od 2.

W przypadku ważonego klasyfikatora sumacyjnego, wagi wykorzystane podczas sumowania prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności obiektów do populacji były proporcjonalne do współczynników globalnej trafności klasyfikatorów indywidualnych uzyskanych dla obiektów próby uczącej. Oznacza to, że ostateczna decyzja o przynależności obiektów do populacji w przypadku klasyfikatora zespołowego w większym stopniu uzależniona była od wskazań klasyfikatorów indywidualnych, które uzyskały wyższą jakość prognoz na etapie uczenia.

W badaniu posłużono się również dwoma klasyfikatorami selekcji. Do ich budowy zastosowano metodę CS (ang. *Clustering and Selection*), wykorzystującą metodę *k*-średnich do konstrukcji rozłącznych regionów (podprzestrzeni cech) [Kuncheva, 2000]. W badaniu przyjęto budowę 4 regionów, do których należą obiekty podobne do siebie pod względem określonych cech. Każda obserwacja należy do dokładnie jednego regionu. Pierwszy z konstruowanych klasyfikatorów zespołowych selekcji zakłada podział obiektów na 4 regiony na podstawie wektorów cech diagnostycznych, którymi było 7 wskaźników finansowych, wyselekcjonowanych na wcześniejszym etapie badania. W drugim wariantcie konstruowanego klasyfikatora selekcji, do podziału obiektów na 4 grupy obiektów wykorzystano wektory prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności obiektów do populacji spółek zagrożonych upadłością wskazywanych przez 4 klasyfikatory indywidualne. Na etapie uczenia obu klasyfikatorów, dla każdego z utworzonych regionów wskazano lokalnie najlepszy klasyfikator indywidualny pod względem zdolności poprawnego klasyfikowania spółek.

W tabeli 22 przedstawiono wyniki klasyfikacji uzyskane dla klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Jakość stawianych prognoz w próbie uczącej i testującej przedstawiona została za pomocą trzech współczynników trafności. Poza współczynnikiem globalnej trafności wyznaczono również współczynniki sprawności I i II, pozwalające ocenić jakość prognoz w obrębie spółek w dobrej kondycji finansowej (sprawność I) oraz w obrębie spółek, wobec których ogłoszono upadłość (sprawność II).

**Tabela 22. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej**

Klasyfikator		Próba ucząca			Próba testująca		
		Globalnie	Sprawność I	Sprawność II	Globalnie	Sprawność I	Sprawność II
indywidualny	AD	0,80	0,87	0,73	0,80	1,00	0,64
	RL	0,83	0,87	0,80	0,78	0,96	0,64
	LL	0,82	0,84	0,80	0,81	0,91	0,74
	SSN	0,87	0,88	0,86	0,81	0,87	0,77
zespołowy	Głosowanie (H1)	0,83	0,90	0,76	0,78	1,00	0,61
	Sumacyjny (H2)	0,84	0,88	0,80	0,87	0,96	0,81
	Sumacyjny (ważony) (H3)	0,84	0,88	0,80	0,87	0,96	0,81
	Iloczynowy (H4)	0,84	0,88	0,80	0,85	0,96	0,77
	Minimum (H5)	0,85	0,88	0,81	0,83	0,91	0,77
	Medianowy (H6)	0,83	0,88	0,78	0,85	0,96	0,77
	Maksimum (H7)	0,85	0,88	0,81	0,83	0,91	0,77
	Selekcji 1 (H8)	0,89	0,90	0,88	0,81	0,87	0,77
	Selekcji 2 (H9)	0,89	0,90	0,88	0,80	0,83	0,77

Źródło: Opracowanie własne.

Pośród wszystkich klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych, najwyższy współczynnik globalnej trafności w próbie uczącej uzyskały dwa klasyfikatory zespołowe, bazujące na metodach selekcji. Ponadto, w obrębie obiektów próby uczącej, wszystkie klasyfikatory zespołowe uzyskały wyższe współczynniki trafności niż najmniej skuteczny klasyfikator indywidualny. Najwyższą zdolnością poprawnego klasyfikowania obiektów w obrębie klasyfikatorów indywidualnych wykazała się sztuczna sieć neuronowa.

Z punktu widzenia wykorzystania klasyfikatorów jako narzędzi prognozowania upadłości przedsiębiorstw, szczególnie istotna jest wiedza o jakości prognoz stawianych przez klasyfikatory wobec obiektów pochodzących z próby testującej, nie uczestniczących

w procesie uczenia klasyfikatorów. Uzyskane wyniki klasyfikacji dla obiektów próby testującej wskazują na możliwość poprawy jakości prognoz przez zastosowanie niektórych metod łączenia klasyfikatorów. Współczynniki globalnej trafności w przypadku 4 klasyfikatorów zespołowych (H2, H3, H4, H6) były wyższe niż współczynniki najlepszych klasyfikatorów indywidualnych (LL i SSN). Otrzymane rezultaty wskazują na poprawę klasyfikacji spółek zagrożonych upadłością (sprawność II) przez dwa klasyfikatory sumacyjne (H2, H3). Warto także zauważyć znaczący spadek jakości prognoz klasyfikatorów zespołowych opartych na metodach selekcji. Wysoka zdolność klasyfikatorów do poprawnego klasyfikowania obiektów uzyskana podczas uczenia klasyfikatorów nie została potwierdzona w procesie ich testowania.

Przeprowadzone badanie pozwoliło na porównanie jakości stawianych prognoz wyznaczanych na etapie uczenia i testowania przez wszystkie zbudowane klasyfikatory. Uzyskane wyniki wskazują na możliwość poprawy jakości prognoz przez wykorzystanie metod łączenia klasyfikatorów. Na tym etapie badania należy być jednak ostrożnym w generalnej ocenie skuteczności metod łączenia i selekcji. Ze względu na jednokrotne losowanie próby, nie można wykluczyć, że w przypadku innego podziału obiektów pomiędzy próbę uczącą i testującą, poprawa klasyfikacji na skutek zastosowanych metod łączenia i selekcji nie byłaby widoczna. W celu uzyskania pełniejszego obrazu skuteczności działania tych metod, niezbędne jest pogłębienie analizy poprzez uwzględnienie wpływu doboru próby uczącej i testującej na uzyskiwane wyniki klasyfikacji.

#### **4.5. Wpływ doboru próby uczącej i testującej na stabilność wyników klasyfikacji**

Zakładając wielokrotne losowanie próby uczącej spośród wszystkich dostępnych obserwacji, uzyskiwane zbiory obiektów w kolejnych iteracjach losowania różniłyby się pod względem średniego poziomu wskaźników finansowych dla obiektów w dobrej kondycji finansowej i obiektów, wobec których ogłoszono upadłość. W efekcie, klasyfikatory budowane z wykorzystaniem takiej samej metody klasyfikacyjnej oraz takiego samego zestawu zmiennych diagnostycznych mogłyby różnić się co do swojej postaci oraz uzyskiwanych wyników klasyfikacyjnych. Z tego powodu w tej części badania zweryfikowano wpływ doboru próby uczącej i testującej na stabilność wyników prognozowania upadłości przedsiębiorstw, uzyskanych przez wszystkie z rozważanych klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Ponadto, zbadano także zdolności

klasyfikatorów do generalizowania (uogólniania) wyników klasyfikacji, uzyskanych dla obiektów próby uczącej na obiekty próby testującej.

W tabelach 23 i 24 przedstawiono wyniki klasyfikacji obiektów dla 100 powtórzeń losowania próby uczącej oraz testującej, na podstawie których budowane i oceniane były wszystkie klasyfikatory indywidualne i zespołowe. Przeprowadzona analiza pozwoliła na ustalenie średnich poziomów trzech współczynników trafności oraz wielkości ich odchyłeń standardowych uzyskanych dla 100 powtórzeń losowania.

**Tabela 23. Wyniki klasyfikacji dla wielokrotnego losowania próby – próba ucząca**

Klasyfikator		Globalnie		Sprawność I		Sprawność II	
		Średnia wartość	Odch. standard.	Średnia wartość	Odch. standard.	Średnia wartość	Odch. standard.
indywidualny	AD	0,81	0,02	0,86	0,04	0,77	0,05
	RL	0,83	0,02	0,86	0,03	0,80	0,04
	LL	0,82	0,02	0,85	0,03	0,79	0,04
	SSN	0,87	0,05	0,88	0,12	0,85	0,08
zespołowy	Głosowanie (H1)	0,84	0,02	0,9	0,03	0,77	0,05
	Sumacyjny (H2)	0,85	0,03	0,87	0,04	0,83	0,05
	Sumacyjny (ważony) (H3)	0,85	0,03	0,87	0,04	0,83	0,05
	Iloczynowy (H4)	0,86	0,03	0,89	0,04	0,83	0,05
	Minimum (H5)	0,86	0,04	0,88	0,05	0,84	0,05
	Medianowy (H6)	0,84	0,03	0,87	0,03	0,81	0,04
	Maksimum (H7)	0,86	0,04	0,88	0,05	0,84	0,05
	Selekcji 1 (H8)	0,88	0,03	0,91	0,06	0,85	0,06
	Selekcji 2 (H9)	0,88	0,03	0,91	0,05	0,84	0,06

Źródło: Opracowanie własne.

**Tabela 24. Wyniki klasyfikacji dla wielokrotnego losowania próby – próba testująca**

Klasyfikator		Globalnie		Sprawność I		Sprawność II	
		Średnia wartość	Odch. standard.	Średnia wartość	Odch. standard.	Średnia wartość	Odch. standard.
indywidualny	AD	0,80	0,05	0,86	0,07	0,74	0,10
	RL	0,80	0,05	0,85	0,08	0,76	0,09
	LL	0,82	0,04	0,87	0,07	0,78	0,09
	SSN	0,78	0,06	0,81	0,16	0,74	0,10
zespołowy	Głosowanie (H1)	0,81	0,05	0,89	0,07	0,73	0,09
	Sumacyjny (H2)	0,81	0,05	0,85	0,08	0,77	0,09
	Sumacyjny (ważony) (H3)	0,81	0,05	0,85	0,08	0,77	0,09
	Iloczynowy (H4)	0,81	0,05	0,86	0,09	0,76	0,09
	Minimum (H5)	0,80	0,05	0,84	0,10	0,77	0,09
	Medianowy (H6)	0,81	0,05	0,86	0,08	0,76	0,09
	Maksimum (H7)	0,80	0,05	0,84	0,10	0,77	0,09
	Selekcji 1 (H8)	0,79	0,05	0,84	0,11	0,74	0,10
	Selekcji 2 (H9)	0,79	0,06	0,84	0,12	0,74	0,09

Źródło: Opracowanie własne.

Dla przyjętego zestawu siedmiu zmiennych diagnostycznych, najwyższe współczynniki trafności w próbie uczącej uzyskały klasyfikatory zespołowe selekcji oraz klasyfikator sztucznej sieci neuronowej. Wyniki te pokrywają się z rezultatami uzyskanymi dla klasyfikatorów prezentowanych we wcześniejszej części rozdziału. Najwyższe odchylenia standardowe współczynników trafności uzyskał klasyfikator sztucznej sieci neuronowej. Wskazuje to na dużą wrażliwość klasyfikatora na dobór obiektów do próby uczącej podczas jego uczenia, co może być związane z przyjętą architekturą sieci. Największą stabilność wyników w próbie uczącej przejawiały klasyfikatory liniowej analizy dyskryminacyjnej (AD), regresji logistycznej (RL), lasu losowego (LL) oraz głosowania większościowego (H1). Takie same wyniki klasyfikacji uzyskano parami dla klasyfikatorów: sumacyjny (H2) i sumacyjny ważony (H3) oraz minimum (H5) i maksimum (H7).

Dla 100-krotnego losowania próby, najwyższą jakość stawianych prognoz w próbie testującej uzyskał klasyfikator lasu losowego, którego uśredniony współczynnik globalnej trafności był nieznacznie lepszy od pięciu klasyfikatorów zespołowych (H1, H2, H3, H4, H6). Las losowy uzyskał najwyższy średni poziom współczynnika globalnej trafności na poziomie



0,82. Klasyfikator lasu losowego był średnio biorąc najskuteczniejszy w klasyfikowaniu obiektów pochodzących z populacji spółek zagrożonych upadłością (sprawność II). Najwyższą zdolność klasyfikowania obiektów w dobrej kondycji finansowej przejawiały natomiast klasyfikator zespołowy głosowania większościowego.

Wielokrotne uczenie i testowanie klasyfikatorów dla zmieniającej się próby uczącej i testującej pozwoliło także na zbadanie zdolności do generalizowania wyników klasyfikacyjnych. W tym celu skonstruowano wskaźnik mierzący odchylenie wyników klasyfikacji w próbie testującej od wyników uzyskanych w próbie uczącej. Wskaźnik ma następującą postać:

$$u_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_{ij}^u - T_{ij}^t)^2}{N}} \quad (4.3)$$

gdzie:

$T_{ij}^u$  – współczynnik trafności w próbie uczącej modelu dla  $j$ -tego klasyfikatora oraz  $i$ -tego losowania próby;  $j = 1$  (AD), 2 (RL), 3 (LL), 4 (SSN), 5 (H1), ..., 13 (H9);  $i = 1, 2, \dots, 100$ ,

$T_{ij}^t$  – współczynnik trafności w próbie testującej modelu dla  $j$ -tego klasyfikatora oraz  $i$ -tego losowania próby,

$N$  – liczba powtórzeń losowania próby.

Przedstawiony powyżej wskaźnik stanowi średnie odchylenie współczynnika trafności uzyskanego przez klasyfikator dla obiektów próby testującej w stosunku do współczynnika trafności dla obiektów próby uczącej. Często występujący problem przeuczenia klasyfikatorów, dla których trafność klasyfikacyjna w próbie testującej jest znacząco niższa od trafności w próbie uczącej, widoczny jest dla wysokich wartości wskaźnika. Od klasyfikatorów o wysokich zdolnościach do generalizowania wyników oczekuje się, aby poziom wyznaczonego w ten sposób odchylenia był możliwie niski. Zdolności uogólniania wyników przez klasyfikatory zbadano dla wszystkich trzech współczynników trafności, a uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 25.

Najniższe wartości wskaźnika  $u_j$  uzyskano dla klasyfikatora lasu losowego. Dla 100 powtórzeń budowy klasyfikatora lasu losowego, wyniki klasyfikacji obiektów mierzone za pomocą współczynnika globalnej trafności w najmniejszym stopniu różniły dla próby uczącej i testującej.

**Tabela 25. Zdolność klasyfikatorów do generalizowania wyników klasyfikacji**

Model		Globalnie	Sprawność I	Sprawność II
indywidualny	AD	0,07	0,09	0,12
	RL	0,07	0,09	0,11
	LL	0,06	0,09	0,11
	SSN	0,12	0,13	0,14
zespołowy	Głosowanie (H1)	0,07	0,09	0,12
	Sumacyjny (H2)	0,08	0,10	0,12
	Sumacyjny (ważony) (H3)	0,08	0,10	0,12
	Iloczynowy (H4)	0,09	0,11	0,13
	Minimum (H5)	0,09	0,12	0,13
	Medianowy (H6)	0,07	0,09	0,11
	Maksimum (H7)	0,09	0,12	0,13
	Selekcji 1 (H8)	0,11	0,12	0,14
	Selekcji 2 (H9)	0,12	0,13	0,14

Źródło: Opracowanie własne.

Najniższe zdolności do generalizowania wyników klasyfikacji wykazały klasyfikatory sztucznej sieci neuronowej oraz zespołowe klasyfikatory selekcji. Rezultaty przedstawione w tabeli 25, a także analiza wyników klasyfikacji z wcześniejszych etapów badania pozwalają stwierdzić, że w przypadku tych klasyfikatorów występuje problem przeuczenia, co może być związane z architekturą i algorytmem uczenia sztucznej sieci neuronowej. Obniżająca się jakość predykcji sztucznej sieci neuronowej wpływa bezpośrednio na wyniki uzyskiwane przez klasyfikatory selekcji, które w dużym stopniu wykorzystują wskazania sztucznej sieci neuronowej jako najlepszego klasyfikatora indywidualnego na etapie uczenia.

#### **4.6. Wpływ stopnia niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych na skuteczność metod łączenia i selekcji**

Wykorzystanie klasyfikatorów zespołowych powinno być skuteczniejsze w sytuacji, gdy różne klasyfikatory indywidualne posiadają wysokie zdolności predykcyjne, a dokonywane przez nie błędne klasyfikacje dotyczą różnych obserwacji [Kuncheva, 2000]. Weryfikacja opisanej zależności dla problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw stanowi ostatni etap pierwszej części przeprowadzonych badań.

W toku prowadzonej wcześniej analizy wpływu doboru próby uczącej na skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów wielokrotnie konstruowano wszystkie klasyfikatory indywidualne i zespołowe. Jedną z dodatkowych, wykonanych czynności był pomiar stopnia niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych na etapie ich uczenia. Za miarę niezgodności prognoz przyjęto odsetek obiektów próby uczącej niejednoznacznie zaklasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne. W prowadzonych badaniach przyjęto, że obiekt jest klasyfikowany niejednoznacznie jeżeli przynajmniej jeden z klasyfikatorów indywidualnych wskaże na jego przynależność do populacji innej niż pozostałe klasyfikatory. Dla każdego powtórzenia losowania próby, autor posiadał zatem informacje o stopniu niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych oraz o jakości prognoz wszystkich zbudowanych klasyfikatorów w próbie uczącej i testującej. Dzięki tak zebranych danym, zaprezentowanym w tabeli 26, możliwe było odniesienie informacji o stopniu niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych do wyników klasyfikacji poszczególnych metod. Pełne zestawienie uzyskanych wyników znajduje się w załączniku 1.

**Tabela 26. Stopień niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych a skuteczność metod łączenia i selekcji – zebranie danych**

Numer losowania	Współczynnik globalnej trafności najlepszego z klasyfikatorów:		Czy klasyfikator zespołowy uzyskał najwyższą trafność w próbie testującej ?	Odsetek obiektów niejednoznacznie zaklasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne (R)
	indywidualnych	zespołowych		
1	0,87	0,89	TAK	0,37
2	0,85	0,81	NIE	0,19
3	0,87	0,87	NIE	0,26
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
98	0,87	0,89	TAK	0,33
99	0,85	0,81	NIE	0,17
100	0,78	0,78	NIE	0,24

Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie informacji o najwyższych uzyskanych wartościach współczynników globalnej trafności wśród klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych zliczono przypadki, w których zastosowanie metod łączenia lub selekcji klasyfikatorów umożliwiło poprawę jakości stawianych prognoz w próbie testującej. Takich przypadków było 24. Można zatem stwierdzić, że dla 24 ze 100 losowań próby, zastosowanie metod łączenia lub selekcji klasyfikatorów poprawiło jakość stawianych prognoz dla obiektów próby testującej.

Zebrane dane posłużyły do przeprowadzenia testu istotności różnic stopnia niezgodności prognoz w utworzonych dwóch grupach. Pierwszą z grup stanowiły przypadki losowań, w których najlepszym spośród wszystkich klasyfikatorów okazywał się klasyfikator zespołowy (24 ze 100). Drugą grupę stanowiły pozostałe przypadki (76 ze 100). Ze względu na brak występowania rozkładu normalnego zmiennych zastosowano nieparametryczny test U Manna-Whitneya. Wynik przeprowadzonego testu zaprezentowano w tabeli 27.

**Tabela 27. Stopień niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych a skuteczność metod łączenia i selekcji – test statystyczny**

Czy klasyfikator zespołowy uzyskał najwyższą trafność w próbie testującej ?	Liczba wystąpień	Średni odsetek obiektów niejednoznacznie klasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne ( $\bar{R}$ ) w grupie	Statystyka testowa U Manna-Whitneya	Wartość p
TAK	24	0,254	649	0,0329
NIE	76	0,219		

Źródło: Opracowanie własne.

Uzyskane wyniki testu potwierdzają występowanie statystycznie istotnych różnic wartości badanej zmiennej dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$ . Wyższy odsetek obiektów niejednoznacznie klasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne zwiększa szansę uzyskania poprawy jakości prognoz przez zastosowanie metod łączenia lub selekcji klasyfikatorów.

Badania przeprowadzone w tej części pracy pozwoliły zbudować szereg klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych, a także porównać uzyskane przez nie wyniki, co odpowiada realizacji pierwszego z przyjętych celów szczegółowych w pracy. Klasyfikatory, które charakteryzowała najwyższa jakość prognoz w próbach uczącej i testującej mogą stanowić praktyczne narzędzia prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Dokonana analiza porównawcza pozwoliła ocenić skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów oraz przedstawić jakość prognoz uzyskaną przez klasyfikatory zespołowe na tle jakości prognoz klasyfikatorów bazujących na popularnych metodach wykorzystywanych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Wyniki badania wpływu doboru próby uczącej na skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów wskazują, że oczekiwana poprawa jakości klasyfikacji nie zawsze występuje. Poszukując odpowiedzi na pytanie, w jakich sytuacjach rozważana grupa metod przyczynia się do poprawy prognozowania upadłości przedsiębiorstw, w ostatniej części rozdziału, przedstawiono analizę wpływu stopnia niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych na skuteczność metod

łączenia i selekcji. Przeprowadzony test statystyczny potwierdził, że dla przypadków, w których najlepszym z klasyfikatorów był klasyfikator zespołowy, udział obiektów niejednoznacznie klasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne był istotnie wyższy niż dla przypadków, gdy najlepszym klasyfikatorem był jeden z klasyfikatorów indywidualnych. Znacząca część badań opisanych w rozdziale czwartym poświęcona była ocenie wpływu doboru obserwacji do próby uczącej na skuteczność podejścia zespołowego w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw i odpowiadała realizacji drugiemu z czterech celów szczegółowych rozprawy. Drugim obszarem, który warto poddać analizie w rozważaniach nad skutecznością metod łączenia i selekcji klasyfikatorów jest obszar związany z doбором zmiennych diagnostycznych biorących udział przy budowie klasyfikatorów. Rozważaniom w tym zakresie poświęcony został piąty rozdział niniejszej pracy, stanowiący kontynuację prezentacji wyników przeprowadzonych badań empirycznych i przybliżający autora do ostatecznej weryfikacji hipotez przyjętych w rozprawie.

## Rozdział V

### Wpływ doboru zmiennych na skuteczność metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów

W badaniach empirycznych opisanych w czwartym rozdziale porównano jakość predykcji klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce na podstawie jednego, określonego zestawu zmiennych diagnostycznych. Druga część przeprowadzonych badań empirycznych, opisanych w niniejszym rozdziale, ma na celu ocenę wpływu doboru zmiennych objaśniających na skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Zaprojektowane badanie symulacyjne pozwoli ocenić czy liczba zmiennych objaśniających, biorących udział przy budowie klasyfikatorów indywidualnych, ma wpływ na jakość prognoz uzyskiwanych przez klasyfikatory zespołowe. Realizując trzeci z przyjętych celów szczegółowych rozprawy zbadano zależność pomiędzy liczbą zmiennych objaśniających a skutecznością metod łączenia i selekcji. W dalszej części rozdziału zbadano także, które ze zmiennych diagnostycznych w największym stopniu przyczyniły się do prawidłowego klasyfikowania obiektów. Ocena zdolności dyskryminacyjnych wykorzystanych wskaźników finansowych na podstawie przeprowadzonego badania symulacyjnego stanowiła czwarty – ostatni cel szczegółowy rozprawy. W ostatniej części rozdziału zaprezentowano autorski program komputerowy, który został stworzony na potrzeby przygotowywanej rozprawy doktorskiej.

Wykorzystane w badaniach metody uczenia klasyfikatorów poprawnego rozpoznawania populacji, z której pochodzą obserwacje, a także budowa uczącego się programu komputerowego<sup>5</sup> automatyzującego działanie całego systemu klasyfikatorów

---

<sup>5</sup> Program uczący się jest rozumiany jako program wykorzystujący pewien abstrakcyjny, parametryzowany algorytm rozwiązywania danego problemu. Uczenie programu oznacza wówczas odnalezienie parametrów algorytmu na podstawie pewnego zbioru danych (próba ucząca). Gotowy algorytm może zostać wykorzystany do rozwiązania zdefiniowanego problemu.

stanowią przykład praktycznego wykorzystania podejścia uczenia maszynowego (ang. *machine learning*) w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce [Cichosz, 2007]. W badaniach wykorzystano zbiór metod rozpoznawania wzorców takich jak: lasy losowe, sztuczne sieci neuronowe, metody kombinowanej agregacji klasyfikatorów różnego typu, czy też metoda losowych podprzestrzeni. Metody te zaliczane są do obszaru statystycznych systemów uczących się pod nadzorem [Krzyśko i inni, 2008].

W celu porównania oraz dokonania obiektywnej oceny działania poszczególnych metod klasyfikacyjnych wykorzystanych w badaniach, przeanalizowano wyniki klasyfikacji dla dużej liczby skonstruowanych klasyfikatorów. Ostateczna weryfikacja prawdziwości postawionych hipotez badawczych wykonana została w oparciu o wyniki klasyfikacji prawie 550 tys. klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Liczba klasyfikatorów wynika z przyjętej procedury badawczej, opisanej w rozdziale 5.1. Część przedstawionych w rozdziale rezultatów badań empirycznych została opublikowana przez autora niniejszej pracy w czasopiśmie „Przegląd Statystyczny” [Lach, 2017].

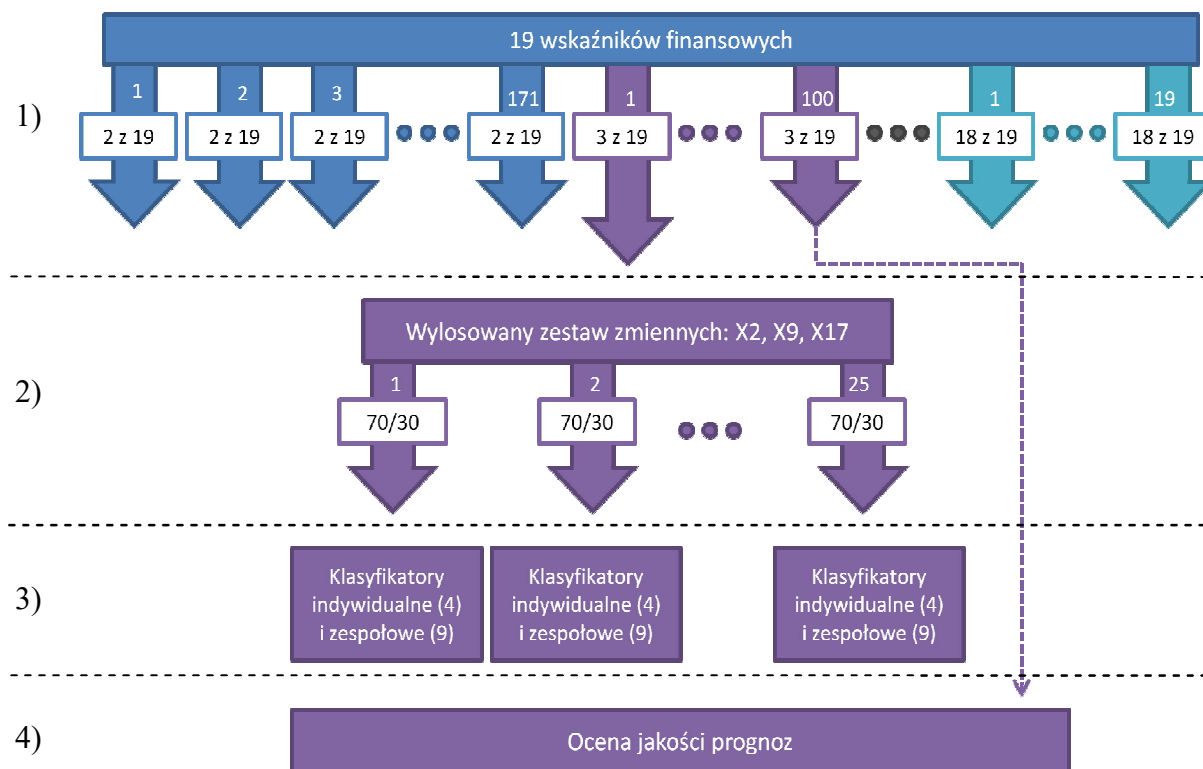
### **5.1. Cel i procedura przeprowadzonego badania symulacyjnego**

Badanie służy ostatecznej weryfikacji hipotezy mówiącej o wyższej skuteczności klasyfikatorów zespołowych nad klasyfikatorami indywidualnymi w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw oraz wpływie liczby uwzględnianych zmiennych na skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów. Przeprowadzone badanie pozwoli ocenić i porównać wyniki klasyfikacji wszystkich 13 klasyfikatorów (4 indywidualnych i 9 zespołowych) biorąc pod uwagę zarówno wpływ doboru obserwacji do próby uczącej i testującej, jak i wpływ doboru zmiennych objaśniających. Istotnym elementem badania, szczególnie z punktu widzenia ekonomicznego, było utworzenie listy wskaźników finansowych, które w największym stopniu wpływały na poprawną klasyfikację obiektów do populacji spółek w dobrej kondycji finansowej oraz populacji spółek zagrożonych upadłością. W tym celu zaproponowano konstrukcję miernika zdolności dyskryminacyjnych wszystkich wykorzystanych w badaniu wskaźników finansowych. W ocenie autora, wyniki przeprowadzonej analizy w niniejszym rozdziale pozwalają odpowiedzieć na pytanie, czy i kiedy warto stosować metody łączenia oraz selekcji klasyfikatorów do problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw.

W celu zapewnienia porównywalności uzyskiwanych wyników, na poszczególnych etapach badania, wszystkie klasyfikatory (4 indywidualne i 9 zespołowych) były za każdym

razem konstruowane i oceniane na podstawie takich samych prób uczących i testujących. Uzyskane różnice jakości klasyfikacji obiektów w próbach wynikały zatem wyłącznie ze specyfiki działania poszczególnych metod. Schemat zaproponowanego badania symulacyjnego przedstawiono na rysunku 19.

**Rysunek 19. Procedura przeprowadzonego badania symulacyjnego**



- 1) 100 krotne losowanie zestawów zmiennych dla każdej możliwej liczebności od 2 do 18.
- 2) 25 krotne losowanie próby uczącej i testującej w proporcji 70:30.
- 3) Uczenie i testowanie klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych.
- 4) Ocena i porównanie jakości prognoz dla różnej liczby zmiennych objaśniających oraz ocena zdolności dyskryminacyjnych wskaźników finansowych.

Źródło: Opracowanie własne.



**W pierwszym kroku badania**, dla każdej z możliwych liczebności zmiennych w konstruowanych klasyfikatorach (przyjęto od 2 do 18) wylosowano po 100 różnych kombinacji zmiennych spośród wszystkich 19 dostępnych wskaźników finansowych<sup>6</sup>. Losowanie różnych zestawów zmiennych objaśniających w celu zbudowania na ich podstawie dużej liczby klasyfikatorów odpowiada założeniom metody losowych podprzestrzeni, opisanej w trzecim rozdziale pracy. W przypadku zaprojektowanego badania symulacyjnego, wykorzystane elementy metody losowych podprzestrzeni służą możliwości oceny wpływu różnej liczby zmiennych objaśniających na skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów.

Autor badania ma świadomość, że w losowym zestawie zmiennych mogą znajdować się pary zmiennych silnie skorelowanych. Taka analiza również została przeprowadzona<sup>7</sup>. Nie zdecydowano się jednak na usuwanie zmiennych skorelowanych, ponieważ nadrzędnym kryterium oceny klasyfikatorów przyjętym w badaniu była wyłącznie zdolność poprawnej klasyfikacji obiektów. Ze względu na przyjęty instrumentalny charakter konstruowanych klasyfikatorów oraz ich dużą liczbę, w toku prowadzonych badań własności statystyczno-ekonometryczne konstruowanych klasyfikatorów nie podlegały głębszej analizie (dotyczy to szczególnie klasyfikatorów parametrycznych). Rozważania na temat „dobrych modeli” w przypadku ich poznawczej i instrumentalnej roli przedstawił Zbigniew Czerwiński w książce pt. „Moje zmagania z ekonomią”. Autor tłumaczy dlaczego z punktu widzenia instrumentalnej roli modelu dozwolone jest wykorzystywanie do prognozowania modeli ekonometrycznych, przy których budowie brały udział skorelowane ze sobą zmienne [Czerwiński, 2002].

Dla każdego wylosowanego zestawu zmiennych objaśniających z pierwszego kroku badania, w **drugim kroku procedury badawczej**, 25-krotnie losowano próbę uczącą i testującą w proporcji 70:30 (70% - próba ucząca: 30% - próba testująca). W tym celu wykorzystano metodę losowania prostego bez zwracania. Wielokrotne losowanie próby dla każdego z zestawów zmiennych objaśniających pozwoli uwzględnić wpływ doboru obserwacji do próby podczas porównywania i oceniania skuteczności poszczególnych metod.

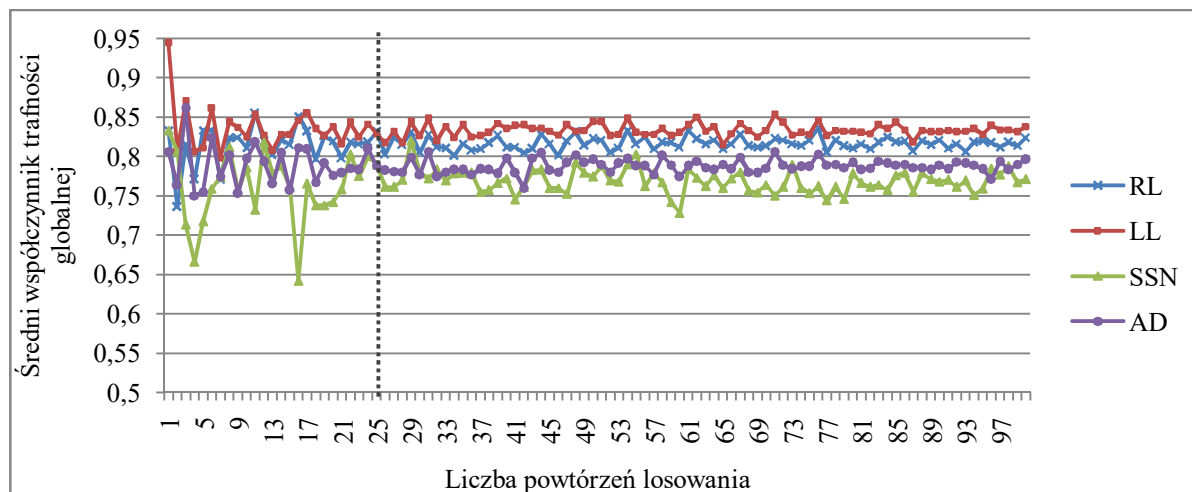
---

<sup>6</sup> Wyjątkami były losowania 2-elementowych oraz 18-elementowych kombinacji spośród 19 wskaźników finansowych. W tych wypadkach zbadano wszystkie możliwe kombinacje dokonując przeglądu zupełnego możliwych zestawów zmiennych. Było ich odpowiednio 171 oraz 19.

<sup>7</sup> Macierz korelacji dla wszystkich zmiennych objaśniających wykorzystanych w badaniach znajduje się w tabeli 12 w rozdziale IV niniejszej pracy.

W celu określenia krotności losowania przeprowadzono dodatkową analizę stabilności wyników klasyfikacji czterech klasyfikatorów indywidualnych, budowanych na potrzeby badań przedstawionych w czwartym rozdziale niniejszej pracy. Uzyskane wyniki przedstawiono na wykresie 13.

**Wykres 13. Stabilność wyników klasyfikacji a wybór liczby powtórzeń losowania próby**



Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie wartości współczynników globalnej trafności w próbie testującej, uśrednianych dla różnej liczby powtórzeń losowania, autor zdecydował się ustalić liczbę powtórzeń losowania w badaniu symulacyjnym na poziomie 25.

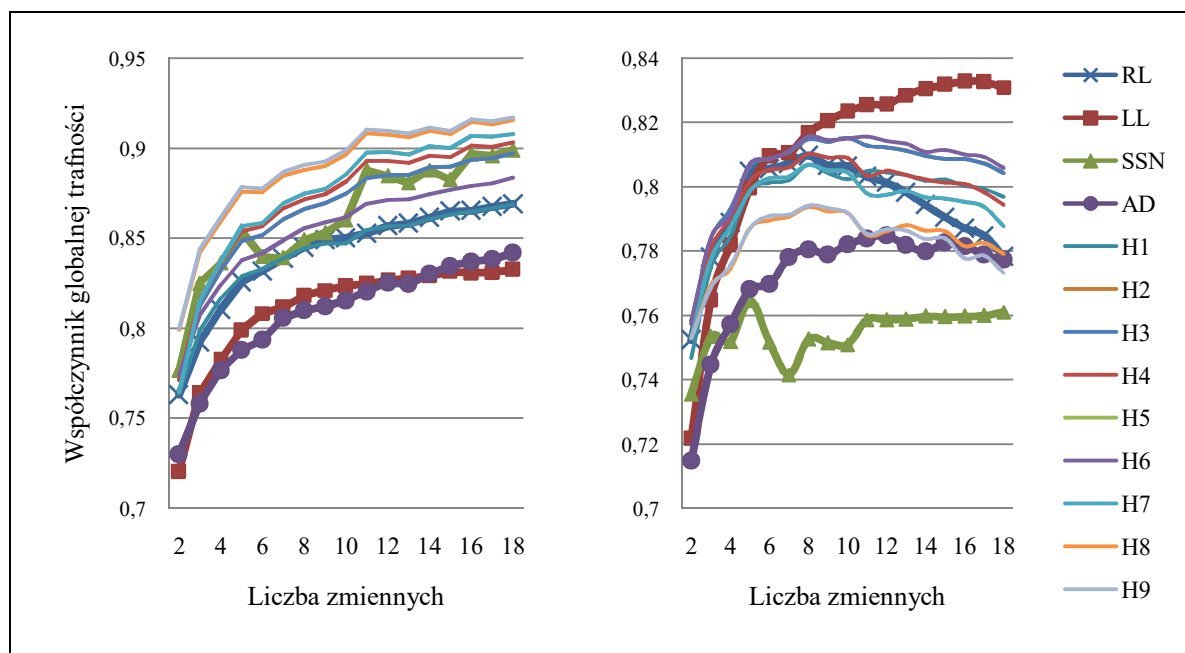
**W trzecim kroku** procedury badawczej dla każdej pojedynczej wylosowanej kombinacji zmiennych, 25-krotnie zbudowano i oceniono jakość prognoz dla każdego z 13 klasyfikatorów. Warto przypomnieć, że były to 4 klasyfikatory indywidualne (AD, RL, SSN, LL) oraz 9 klasyfikatorów zespołowych (H1, H2, H3, H4, H5, H6, H7, H8, H9). W tej części badań przyjęto takie same założenia dotyczące konstrukcji niektórych klasyfikatorów jak zostało to przedstawiono w poprzednim rozdziale pracy. W przypadku tak zaprojektowanego badania, uzyskane wyniki klasyfikacji dla wszystkich 13 klasyfikatorów są w pełni porównywalne. Dla każdej pojedynczej, wylosowanej kombinacji zmiennych, wszystkie klasyfikatory były uczone i testowane na dokładnie tych samych losowych zestawach obserwacji. Dla pojedynczego losowego zestawu zmiennych objaśniających wyznaczono 325 klasyfikatorów  $((4+9) \cdot 25)$ , a łączna liczba klasyfikatorów uwzględniona w badaniu dla wszystkich możliwych kombinacji zmiennych (wskazanych w pierwszym kroku procedury badawczej) wyniosła 549 250.

W czwartym, ostatnim kroku przyjętej procedury badawczej dokonano agregacji wyników prognoz wszystkich klasyfikatorów na poziomie próby uczącej oraz testującej dla każdej możliwej liczebności obserwacji, co pozwoliło na ostateczne porównanie klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Podobnie jak w przypadku pierwszej części badań empirycznych wszystkie analizy wykonano z wykorzystaniem aplikacji komputerowej napisanej w środowisku R z graficznym interfejsem użytkownika.

## 5.2. Porównanie jakości prognoz klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych z uwzględnieniem różnej liczby zmiennych diagnostycznych

Na wykresie 14 przedstawiono kształtowanie się średnich współczynników globalnej trafności uzyskanych przez budowane klasyfikatory dla obiektów próby uczącej (lewy wykres) oraz testującej (prawy wykres) w zależności od liczby zmiennych diagnostycznych biorących udział przy ich budowie. Linia pogrubioną, dodatkowo znakowaną symbolem, zaznaczono wyniki, które uzyskały klasyfikatory indywidualne. Warto przypomnieć, że dla każdej z możliwych liczebności zmiennych (od 2 do 18) wyznaczono po 100 losowych kombinacji zmiennych (wyjątkami były klasyfikatory dla 2 i 18 zmiennych diagnostycznych), dla których 25-krotnie budowano i testowano wszystkie 13 klasyfikatorów.

Wykres 14. Liczba zmiennych w modelach a trafność prognoz w próbach uczącej i testującej



Źródło: Opracowanie własne.

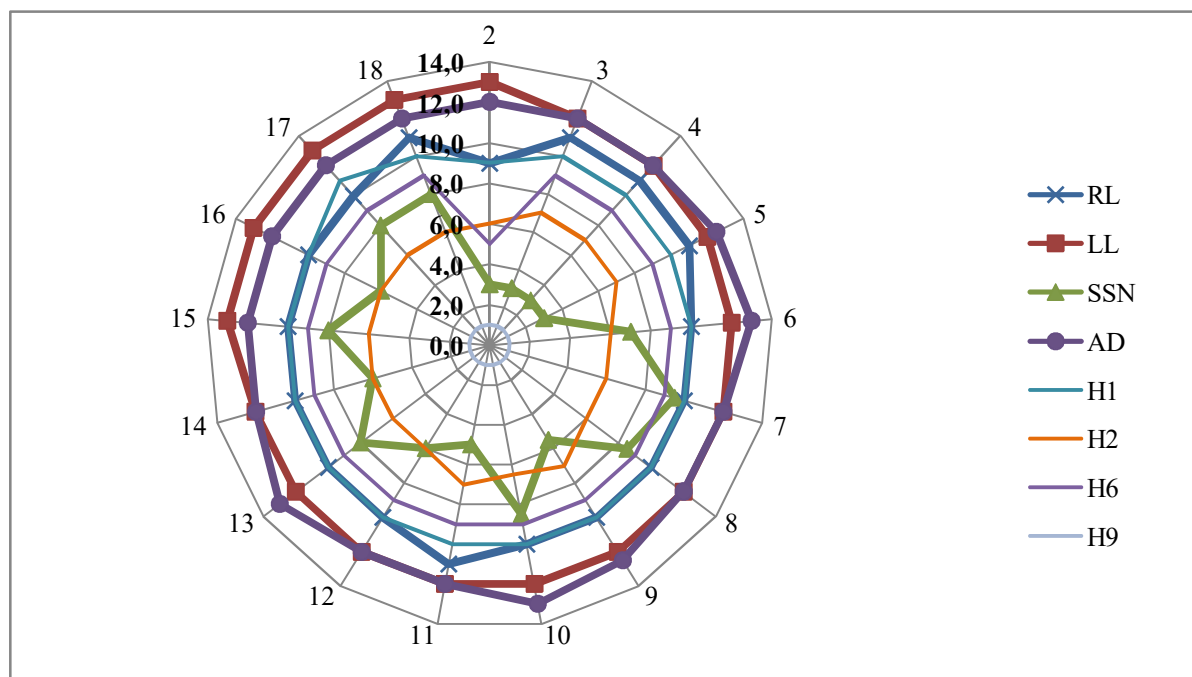
Na podstawie wyników uzyskanych dla próby uczącej można stwierdzić, że średnia wartość współczynników globalnej trafności dla wszystkich analizowanych klasyfikatorów wzrastała wraz ze wzrostem liczby zmiennych diagnostycznych biorących udział przy budowie klasyfikatorów. Jest to spodziewany efekt, ponieważ wraz ze wzrostem liczby zmiennych, zwiększany jest zasób informacji, na podstawie którego dokonywana jest klasyfikacja obiektów. Z tego powodu, wraz ze wzrostem liczby zmiennych diagnostycznych, należy w ogólnym przypadku spodziewać się wyższej jakości stawianych prognoz na poziomie próby uczącej. Najskuteczniejsze w próbie uczącej okazały się klasyfikatory selekcji uzyskujące średnią trafność globalną przekraczającą poziom 0,9. Dla wszystkich możliwych liczebności zmiennych, klasyfikatory selekcji okazywały się lepsze od najlepszego z klasyfikatorów indywidualnych. Sytuacja ta wynika bezpośrednio z samej konstrukcji tego typu klasyfikatora zespołowego. Warto przypomnieć, że stosując metodę selekcji klasyfikatorów, w pierwszym kroku przyjętej w badaniach metody CS, dokonywany jest podział wszystkich obserwacji próby uczącej na rozłączne podzbiory obiektów (regiony) podobnych do siebie pod względem określonych cech. Dla każdego ustalonego regionu, do klasyfikacji wykorzystuje się ten z klasyfikatorów, który w danym regionie na etapie uczenia uzyskał najwyższą jakość klasyfikacji. Najlepszy z klasyfikatorów indywidualnych może uzyskać w próbie uczącej co najwyżej taką samą jakość klasyfikacji co klasyfikator selekcji. Taka sytuacja może mieć miejsce tylko w przypadku, gdy w każdym z ustalonych regionów najlepszy okazywałby się za każdym razem ten sam klasyfikator indywidualny.

Większość budowanych klasyfikatorów zwiększała zdolność poprawnej klasyfikacji obiektów próby testującej do momentu uwzględniania liczby zmiennych nieprzekraczającej 6-8. Przy wyższej liczbie zmiennych współczynniki globalnej trafności stabilizowały się lub obniżały swoją wartość. Jest to widoczne w prawej części wykresu 14. Wyjątkiem jest klasyfikator lasu losowego, dla którego średnia trafność prognoz w próbie testującej wzrasta wraz ze wzrostem liczby uwzględnianych zmiennych. Klasyfikatory lasu losowego uzyskiwały średnio biorąc najwyższą jakość prognoz spośród wszystkich analizowanych klasyfikatorów dla liczby zmiennych diagnostycznych większej niż 8. Warto przypomnieć w tym miejscu, że w konstrukcji lasu losowego, wykorzystywane są próby bootstrapowe obiektów, biorące udział podczas uczenia pojedynczych drzew klasyfikacyjnych składających się na las losowy. Z tego powodu każde drzewo klasyfikacyjne uczone jest na podstawie około 2/3 wszystkich obiektów próby uczącej. Na etapie agregacji wyników klasyfikacji lasu losowego, każda obserwacja klasyfikowana jest tylko przez te drzewa, w których budowie nie

brała udziału. Jest to mechanizm walidacyjny wbudowany w algorytm uczenia lasu losowego. Z tego powodu, w próbie testującej, las losowy uzyskuje wysokie wyniki klasyfikacji, zbliżone do tych uzyskiwanych na etapie uczenia. W przypadku mniejszej liczby zmiennych diagnostycznych, najwyższe wyniki klasyfikacji w próbie testującej uzyskały klasyfikatory zespołowe (sumacyjny i medianowy) oraz klasyfikator regresji logistycznej. Takie same wyniki uzyskały pary klasyfikatorów zespołowych łączonych: sumacyjny i sumacyjny (ważony), a także minimum i maksimum.

Przeprowadzone badanie umożliwia zbudowanie rankingów klasyfikatorów ze względu na jakość uzyskiwanych prognoz z uwzględnieniem liczby zmiennych diagnostycznych biorących udział przy ich budowie. W następnym kroku dokonywano budowy rankingów, w ramach których każdy z klasyfikatorów mógł zająć pozycję od 1 (najlepszy z klasyfikatorów) do 13 (najgorszy z klasyfikatorów). W ostatnim kroku procedury budowy rankingów, dla każdej z możliwych liczebności zmiennych diagnostycznych (od 2 do 18) wskazano na medianę pozycji rankingowych uzyskanych przez każdy z klasyfikatorów (mediana na podstawie pozycji w rankingach dla 100 losowań zestawów zmiennych w obrębie każdej możliwej liczebności od 2 do 18). Uzyskane wyniki dla próby uczącej oraz testującej przedstawiono na wykresach 15 i 16 oraz w tabelach 1 i 2.

**Wykres 15. Mediany pozycji rankingowych – próba ucząca**



Źródło: Opracowanie własne.

Wykres radarowy 15 oraz tabela 28 prezentują mediany pozycji klasyfikatorów w rankingu jakości stawianych prognoz wyznaczanych dla obserwacji z próby uczącej. Dla zachowania przejrzystości, na wykresie przedstawiono 8 z 13 klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Wykres 15 potwierdza wcześniejsze obserwacje dotyczące najwyższej jakości prognoz na etapie uczenia uzyskiwane przez klasyfikator selekcji (na wykresie H9). Dla każdej możliwej liczebności zmiennych klasyfikator ten zajmował pierwsze pozycje. Spośród klasyfikatorów indywidualnych, najwyższą medianę pozycji rankingowych uzyskiwał klasyfikator sztucznej sieci neuronowej. Sztuczne sieci neuronowe uzyskiwały szczególnie wysokie pozycje w rankingu dla małej liczby zmiennych diagnostycznych (od 2 do 5). W przypadku tego klasyfikatora, na wykresie 15, widoczna jest duża niestabilność pozycji rankingowych uzyskiwanych w zależności od liczby zmiennych uwzględnianych przy jego konstrukcji. Warto także zauważyć, że na etapie uczenia, klasyfikatory indywidualne zajmowały odległe pozycje w rankingu dla każdej możliwej liczby zmiennych.

**Tabela 28. Mediany pozycji rankingowych – próba ucząca**

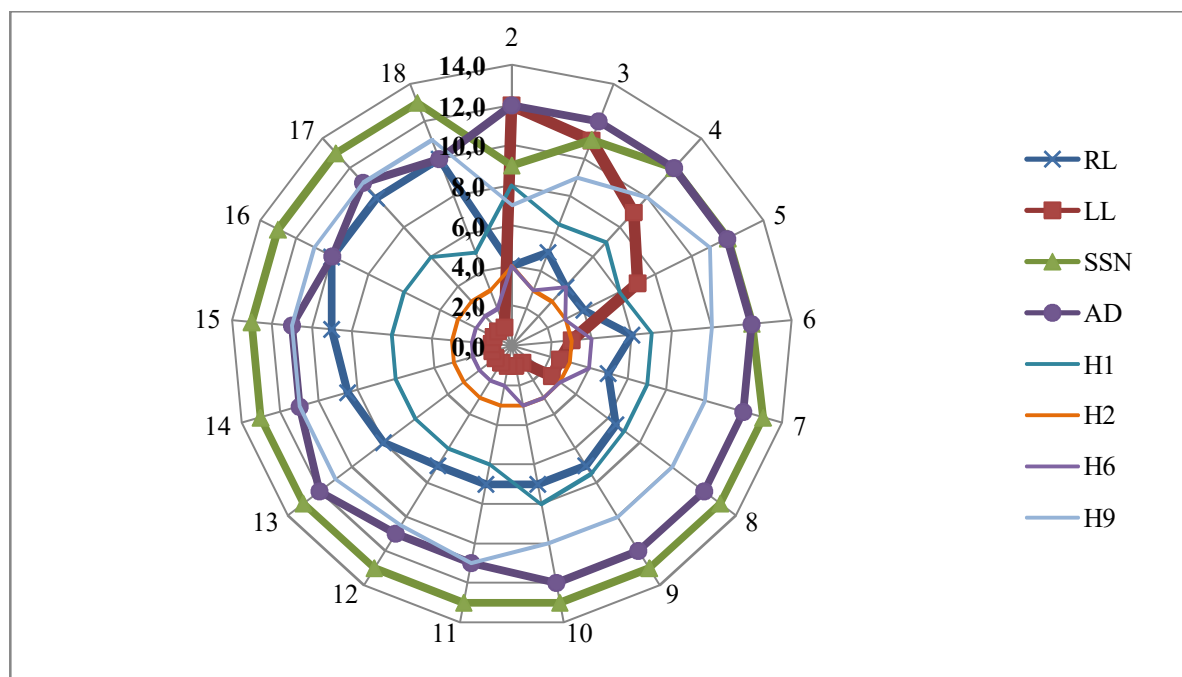
Liczba zmiennych	RL	LL	SSN	AD	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9
2	9	13	3	12	9	6	6	7	9	5	9	2	1
3	11	12	3	12	10	7	7	5	5	9	5	2	1
4	11	12	3	12	10	7	7	6	4	9	4	2	1
5	11	12	3	12,5	10	7	7	6	4	9	4	2	1
6	10	12	7	13	10	6	6	5	4	9	4	2	1
7	10	12	9,5	12	10	6	6	5	4	9	4	2	1
8	10	12	8,5	12	10	6	6	5	4	9	4	2	1
9	10	12	5,5	12,5	10	7	7	5	4	9	4	2	1
10	10	12	8,5	13	10	6,5	6,5	5	3	9	3	2	1
11	11	12	5	12	10	7	7	6	4	9	4	2	1
12	10	12	6	12	10	6	6	5	3	9	3	2	1
13	10	12	8	13	10	6	6	5	3	9	3	2	1
14	10	12	6	12	10	6	6	5	3	9	3	2	1
15	10	13	8	12	10	6	6	5	3	9	3	2	1
16	10	13	6	12	10	6	6	5	3	9	3	2	1
17	10	13	8	12	11	6	6	5	3	9	3	2	1
18	11	13	8	12	10	6	6	5	3	9	3	2	1

Źródło: Opracowanie własne.

Wykres radarowy 16 oraz tabela 29 prezentują mediany pozycji klasyfikatorów w rankingach jakości stawianych prognoz dla obiektów próby testującej. Z punktu widzenia przyszłego stosowania klasyfikatorów jako narzędzi prognozowania upadłości

przedsiębiorstw, wyniki uzyskiwane przez klasyfikatory w próbie testującej w większym stopniu wpływają na ogólną ocenę skuteczności poszczególnych metod, niż wyniki uzyskane w próbie uczącej.

**Wykres 16. Mediany pozycji rankingowych – próba testująca**



Źródło: Opracowanie własne.

Wykres radarowy (wykres 16) uzyskany dla obiektów próby testującej różni się w istotny sposób od wykresu uzyskanego dla obiektów próby uczącej (wykres 15). Pierwsza różnica związana jest ze znacznym pogorszeniem wyników uzyskiwanych przez klasyfikatory selekcji, które w próbie testującej plasują się na odległych pozycjach w rankingu jakości prognoz, bez względu na liczbę zmiennych diagnostycznych biorących udział przy budowie klasyfikatorów. Pogorszenie jakości prognoz klasyfikatorów selekcji jest widoczne również na wcześniej prezentowanym wykresie 14.

Warto także zauważyć znaczący spadek mediany pozycji w rankingu jakości prognoz uzyskiwanych przez sztuczną sieć neuronową w próbie testującej w stosunku do pozycji uzyskiwanych dla obiektów próby uczącej. Klasyfikatory sztucznej sieci neuronowej, które uzyskiwały średnio biorąc najwyższe pozycje w rankingu jakości prognoz w próbie uczącej spośród wszystkich klasyfikatorów indywidualnych, w próbie testującej zajmują odległe pozycje bez względu na liczbę zmiennych diagnostycznych (pozycje od 9 do 13).

Przeanalizowano także kolejność pozycji rankingowych uzyskiwanych przez klasyfikator lasu losowego w próbie testującej. W przypadku małej liczby zmiennych (od 2 do 5), klasyfikator lasu losowego zajmował dalekie miejsca w rankingu jakości stawianych prognoz (od 7 do 12). Wraz ze wzrostem liczby zmiennych, pozycja rankingowa lasu losowego poprawiała się. W przypadku klasyfikatorów, przy których budowie brało udział co najmniej 9 zmiennych diagnostycznych, las losowy za każdym razem wypadł najlepiej w rankingu jakości stawianych prognoz dla obiektów próby testującej. Sytuacja ta jest również widoczna na wykresie 14, na którym zauważalny jest spadek jakości prognoz w próbie testującej uzyskiwanych przez zdecydowaną większość klasyfikatorów dla liczby zmiennych diagnostycznych przekraczających 6-8.

**Tabela 29. Mediany pozycji rankingowych – próba testująca**

Liczba zmiennych	RL	LL	SSN	AD	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9
2	4	12	9	12	8	4	4	5	7	4	7	7	7
3	5	11	11	12	6,5	3	3	5	6	3	6	9	9
4	4	9	12	12	7	3	3	5	6	4	6	10	10
5	4	7	12	12	6	3	3	5,5	7	3	7	10,5	11
6	6	3	12	12	7	3	3	5	6	4	6	10,5	10
7	5	2,5	13	12	7	3	3	6	7	4	7	10	10
8	6,5	2,5	13	12	7	3	3	5	7	3	7	10	10
9	7	1	13	12	7,5	3	3	5	7	3	7	10	10
10	7	1	13	12	8	3	3	5	7	3	7	10	10
11	7	1	13	11	6	3	3	6	8	2	8	11	11
12	7	1	13	11	6	3	3	6	8	2	8	11	10,5
13	8	1	13	12	6	3	3	6	7	2	7	10	11
14	8,5	1	13	11	6	3	3	6	8	2	8	10	11
15	9	1	13	11	6	3	3	6	7	2	7	10	11
16	10	1	13	10	6	3	3	6	7	2	7	10	11
17	10	1	13	11	6	3	3	6	7	2	7	10	11
18	10	1	13	10	5	3	3	6	7	2	7	10	11

Źródło: Opracowanie własne.

Analizując mediany pozycji rankingowych, prezentowane w tabeli 29 należy podkreślić stabilne i wysokie pozycje rankingowe najlepszych z klasyfikatorów zespołowych. Były nimi klasyfikator sumacyjny (H2) oraz klasyfikator sumacyjny ważony (H3), których mediany pozycji w rankingu jakości prognoz były takie same, oraz klasyfikator medianowy



(H6). Warto także zauważyć, że klasyfikator głosowania większościowego, który jest najbardziej uniwersalnym<sup>8</sup> klasyfikatorem zespołowym [Krzyśko i inni, 2008], w przygotowanych rankingach jakości prognoz wypadł przeciętnie (pozycje od 5 do 8). Pośród klasyfikatorów zespołowych, znacznie wyższe średnie współczynniki globalnej trafności uzyskiwały, wspomniane wcześniej, klasyfikatory sumacyjne i medianowe. Dokonana analiza porównawcza zarówno na poziomie próby uczącej, jak i testującej, pozwala stwierdzić, że wykorzystanie klasyfikatorów zespołowych bazujących na wektorach prawdopodobieństw *a posteriori* dla każdego z klasyfikatorów indywidualnych (np. klasyfikator sumacyjny lub medianowy) stanowi skuteczniejszą metodę agregacji wyników klasyfikacji niż metoda głosowania większościowego.

Przeprowadzone obszerne badanie symulacyjne umożliwia wskazanie konkretnych klasyfikatorów, które dla każdej możliwej liczebności zmiennych uzyskały najwyższą jakość poprawnej klasyfikacji w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Zaprezentowane w tabeli 30 wartości współczynników globalnej trafności najlepszych klasyfikatorów wskazanych dla każdej możliwej liczebności zmiennych diagnostycznych są wartościami uśrednionymi dla 25-krotnego losowania próby uczącej i testującej. Tabela zawiera wyniki klasyfikacji uzyskane dla obiektów próby testującej.

---

<sup>8</sup> Uniwersalność klasyfikatora głosowania większościowego polega na tym, że może on być wykorzystywany w przypadku klasyfikatorów indywidualnych, które dostarczają jedynie wskazanie klasy (populacji) przynależności obiektów. Nie jest w tym przypadku wymagana znajomość prawdopodobieństwa *a posteriori* przynależności do każdej z możliwych klas.

**Tabela 30. Klasyfikatory z najwyższymi współczynnikami globalnej trafności w próbie testującej**

Liczba zmiennych	Wsp. globalnej trafności	Klasyfikator	Zestaw zmiennych
2	0,847	RL	X5, X12
3	0,848	RL	X1, X2, X15
4	0,865	RL	X5, X10, X11, X12
5	0,869	LL	X2, X4, X10, X14, X16
6	0,869	H2	X5, X6, X12, X14, X17, X18
7	0,852	LL	X2, X6, X9, X14, X16, X18, X19
8	0,857	H2 i H6	X1, X2, X5, X7, X8, X15, X17, X18
9	0,859	H2	X3, X4, X5, X8, X9, X10, X12, X18, X19
10	0,859	H6	X4, X7, X9, X10, X11, X13, X14, X16, X17, X18
11	0,858	LL	X2, X3, X5, X8, X9, X10, X13, X14, X16, X18, X19
12	0,866	LL	X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X11, X12, X13, X17, X18
13	0,858	LL	X1, X3, X4, X6, X7, X8, X9, X10, X14, X15, X16, X18, X19
14	0,869	LL	X2, X3, X4, X5, X8, X9, X11, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19
15	0,863	LL	X4, X5, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X12, X13, X14, X16, X17, X18, X19
16	0,862	LL	X2, X3, X4, X5, X6, X8, X9, X10, X12, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19
17	0,867	LL	X2, X3, X4, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X12, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19
18	0,853	LL	X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19

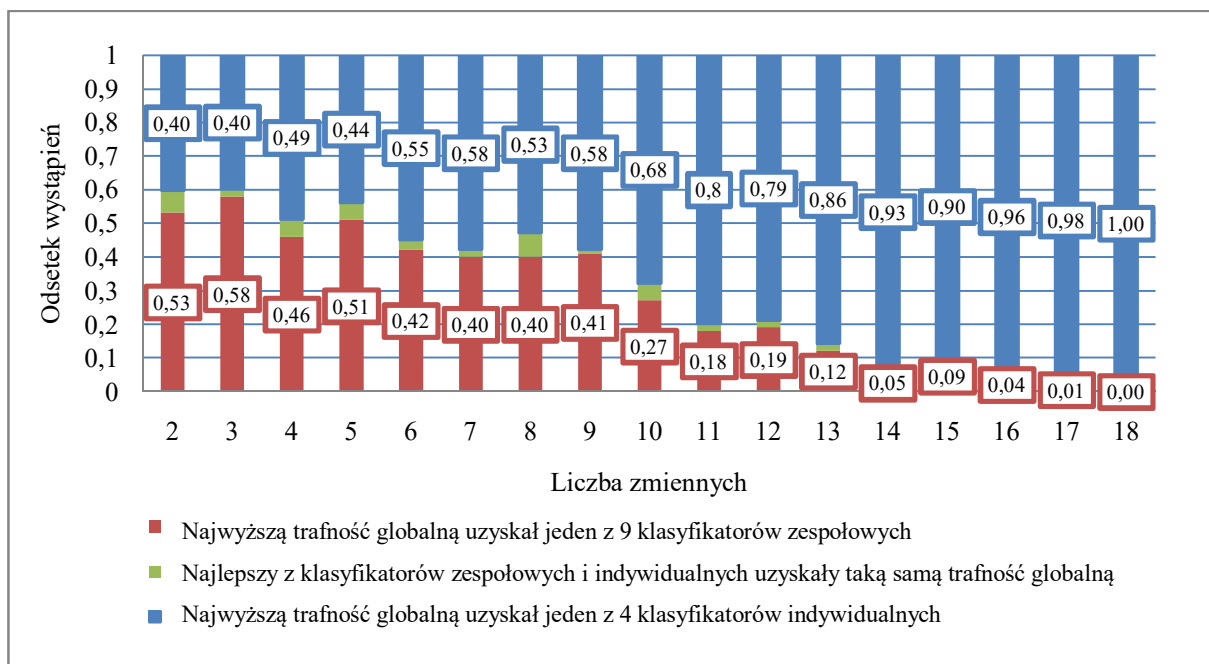
Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie informacji zawartych w tabeli 30 można stwierdzić, że w przypadku małej liczby zmiennych (od 2 do 4) najwyższe zdolności poprawnej klasyfikacji obiektów uzyskały za każdym razem klasyfikatory indywidualne regresji logistycznej. W przypadku klasyfikatorów uwzględniających dużą liczbę zmiennych diagnostycznych (od 11 do 18), za każdym razem najskuteczniejszy okazywał się klasyfikator lasu losowego. Klasyfikatory zespołowe oparte na metodach łączenia: H2 (klasyfikator sumacyjny) oraz H6 (klasyfikator medianowy) uzyskiwały najwyższe wyniki poprawnej klasyfikacji obiektów dla liczby zmiennych 6 oraz od 8 do 10. Najwyższy współczynnik globalnej trafności, który udało się uzyskać w próbie testującej dla wszystkich konstruowanych klasyfikatorów wyniósł 0,869, a uzyskano go w przypadku klasyfikatora zespołowego sumacyjnego (przypadek 6 zmiennych diagnostycznych) oraz klasyfikatora indywidualnego lasu losowego (przypadki 5 i 14 zmiennych diagnostycznych).

Na podstawie uzyskanych wyników przeprowadzonej symulacji, w dalszej części badania postanowiono przeanalizować częstość występowania sytuacji, w której jeden

z 9 klasyfikatorów zespołowych charakteryzował się najwyższą jakością prognoz spośród wszystkich 13 klasyfikatorów uwzględnianych w badaniu. Na wykresie 17 przedstawiono odsetek klasyfikatorów indywidualnych oraz zespołowych, które uzyskały najwyższą trafność globalną prognoz w próbie testującej dla każdej możliwych liczebności zmiennych diagnostycznych. Dla przykładu, spośród 100 wylosowanych zestawów zmiennych diagnostycznych z 4 zmiennymi, w 49 przypadkach klasyfikatorem, który uzyskał najwyższą trafność globalną w próbie testującej (pamiętając o uśrednieniu wyników dla 25-krotnego losowania próby uczącej i testującej) był jeden z 4 klasyfikatorów indywidualnych. W 46 przypadkach natomiast, najwyższą trafność globalną uzyskał jeden z 9 klasyfikatorów zespołowych. W pozostałych 5 przypadkach najlepszy z klasyfikatorów indywidualnych oraz zespołowych wskazały taką samą wielkość współczynnika globalnej trafności.

**Wykres 17. Częstość wystąpień klasyfikatorów z najwyższym współczynnikiem globalnej trafności w próbie testującej a liczba uwzględnianych zmiennych**



Źródło: Opracowanie własne.

Pośród klasyfikatorów z małą liczbą zmiennych (2, 3, 5) dla ponad połowy przypadków wylosowanych zestawów zmiennych diagnostycznych, spośród wszystkich 13 klasyfikatorów uwzględnianych w badaniu, najlepszym okazywał się jeden z 9 klasyfikatorów zespołowych. Odsetek ten spada wraz ze wzrostem liczby zmiennych. Sytuacja ta jest związana z rosnącą (wraz ze wzrostem liczby zmiennych) skutecznością

poprawnej klasyfikacji obiektów przez klasyfikator lasu losowego, należącego do grupy klasyfikatorów indywidualnych. Dla przyjętego w badaniach zestawu klasyfikatorów indywidualnych (AD, RL, SSN i LL) można stwierdzić, że klasyfikatory zespołowe częściej uzyskują wyższe wyniki klasyfikacji niż najlepsze z klasyfikatorów indywidualnych w przypadku mniejszej liczby zmiennych diagnostycznych. Warto przypomnieć także, że klasyfikatory zespołowe: sumacyjny i medianowy (H2 i H6) znalazły się również w zestawieniu najlepszych klasyfikatorów, zaprezentowanych w tabeli 30. Poza wyborem liczebności zmiennych, istotny jest oczywiście sam dobór zestawu zmiennych diagnostycznych, na podstawie którego budowane są konkretne klasyfikatory.

### **5.3. Ocena zdolności dyskryminacyjnych wskaźników finansowych na podstawie wyników przeprowadzonego badania symulacyjnego**

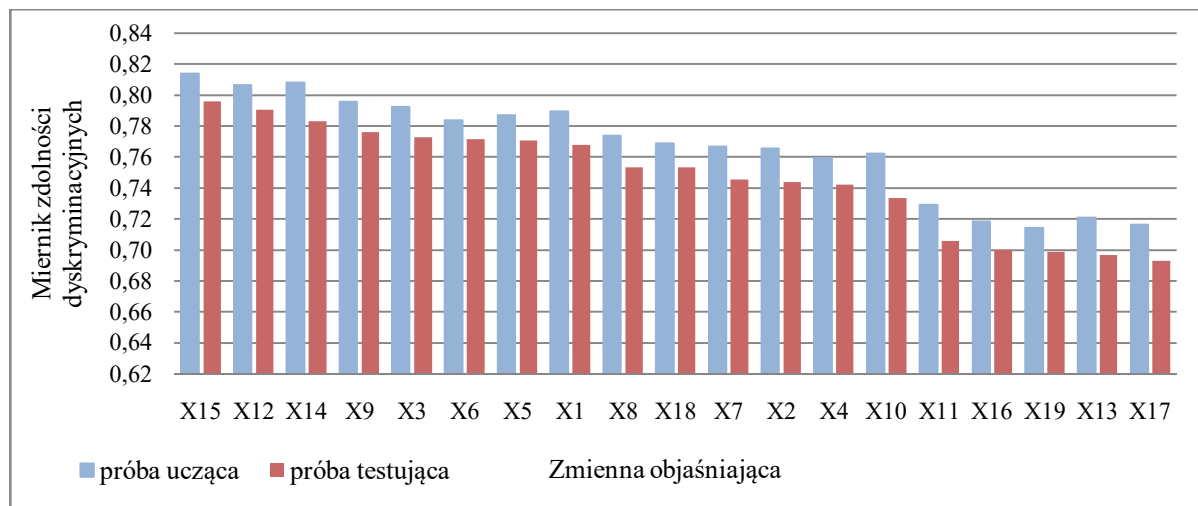
Z ekonomicznego punktu widzenia, istotnym aspektem badań nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw jest ocena siły wpływu poszczególnych wskaźników finansowych na decyzję o klasyfikacji obiektów do populacji spółek zdrowych lub zagrożonych upadłością. Ocena zdolności dyskryminacyjnych tych wskaźników pozwala wskazać kluczowe oraz mniej istotne zmienne diagnostyczne wpływające na sposób klasyfikowania obiektów w obrębie obu zdefiniowanych populacji.

W celu dokonania porównania wszystkich uwzględnionych w badaniach wskaźników finansowych ze względu na ich zdolności dyskryminacyjne, zaproponowano procedurę wyznaczania wskaźnika zdolności dyskryminacyjnych na podstawie uzyskanych już wyników. Warto przypomnieć w tym miejscu, że w toku prowadzonego badania symulacyjnego budowano m.in. zestawy wszystkich 13 klasyfikatorów dla wszystkich możliwych 2-elementowych kombinacji zmiennych diagnostycznych spośród 19 dostępnych wskaźników finansowych. Takich kombinacji było 171. Każdy ze wskaźników znalazł się w 18 zestawach zmiennych diagnostycznych, na podstawie których konstruowano wszystkie 13 klasyfikatorów.

Możliwe było zatem policzenie średniego współczynnika globalnej trafności w próbie uczącej oraz testującej dla wszystkich uzyskanych w ten sposób klasyfikatorów, w których budowie brał udział każdy z dostępnych wskaźników finansowych. Uśredniona wartość współczynników globalnej trafności wszystkich klasyfikatorów, dla których para zmiennych diagnostycznych zawierała dany wskaźnik finansowy, stanowi miernik zdolności dyskryminacyjnych tego wskaźnika. Uzyskane wyniki wyznaczonego w sposób numeryczny

wskaźnika zdolności dyskryminacyjnych zmiennych przedstawiono na wykresie 18 oraz w tabeli 31.

**Wykres 18. Zdolności dyskryminacyjne zmiennych objaśniających**



Źródło: Opracowanie własne.

**Tabela 31. Zdolności dyskryminacyjne zmiennych objaśniających**

Zmienna	Wskaźnik finansowy	Próba ucząca	Próba testująca
X15	kapitał własny / zobowiązania ogółem	0,814	0,796
X12	zobowiązania ogółem / aktywa ogółem	0,806	0,791
X14	kapitał własny / aktywa ogółem	0,808	0,783
X9	wskaźnik bieżącej płynności	0,796	0,776
X3	zysk brutto do aktywów ogółem	0,793	0,773
X6	marża zysku netto	0,784	0,772
X5	marża zysku brutto	0,787	0,771
X1	stopa zwrotu z aktywów ROA	0,790	0,768
X8	kapitał pracujący / suma bilansowa	0,774	0,754
X18	rotacja zobowiązań (w dniach)	0,769	0,753
X7	marża zysku operacyjnego	0,767	0,746
X2	stopa zwrotu z kapitału własnego ROE	0,766	0,744
X4	zysk ze sprzedaży / wartość średnia sumy bilansowej	0,759	0,743
X10	wskaźnik szybkiej płynności	0,762	0,734
X11	wskaźnik podwyższonej płynności	0,729	0,706
X16	rotacja należności (w dniach)	0,718	0,700
X19	rotacja aktywów (w dniach)	0,714	0,699
X13	zobowiązania długoterminowe / aktywa ogółem	0,721	0,697
X17	rotacja zapasów (w dniach)	0,716	0,693

Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, że najwyższe zdolności dyskryminacyjne, wpływające na poprawne klasyfikowanie obiektów do populacji spółek zagrożonych upadłością lub tych w dobrej kondycji finansowej charakteryzowały się wskaźniki finansowe związane z zadłużeniem przedsiębiorstwa takie jak: *kapitał własny / zobowiązania ogółem* (X15) oraz *zobowiązania ogółem / aktywa ogółem* (X12). Wysokie wartości miernika uzyskały także wskaźnik *kapitał własny / aktywa ogółem* (X14) oraz *wskaźnik bieżącej płynności* (X9). Najniższe zdolności dyskryminacyjne, zgodnie z wyznaczonym miernikiem, odpowiadały wskaźnikom *rotacji należności, rotacji zapasów i rotacji aktywów* (X16, X17, X19), a także wskaźnikowi *zobowiązania długoterminowe / aktywa ogółem* (X13).

Przeprowadzone badanie symulacyjne pozwoliło porównać wyniki klasyfikacji wielu klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych oraz ocenić wpływ doboru zmiennych diagnostycznych na skuteczność metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów w prognozowania upadłości przedsiębiorstw. Dokonana analiza pozwala stwierdzić, że wykorzystanie metod łączenia oraz selekcji w części przypadków wpłynęło na poprawę jakości stawianych prognoz. Klasyfikatory zespołowe częściej uzyskiwały najwyższą jakość stawianych prognoz spośród wszystkich analizowanych metod w sytuacji, gdy do ich budowy wykorzystywano mniejszą liczbę zmiennych diagnostycznych nieprzekraczającą 8. W przypadku liczby zmiennych większej od 8 najwyższy średni współczynnik globalnej trafności za każdym razem uzyskiwał las losowy. Warto podkreślić, że w tabeli 30 przedstawiającej wyniki klasyfikacji w próbie testującej najlepszych klasyfikatorów, znalazły się również klasyfikatory zespołowe (medianowy i sumacyjny dla liczby zmiennych: 6, 8, 9 i 10).

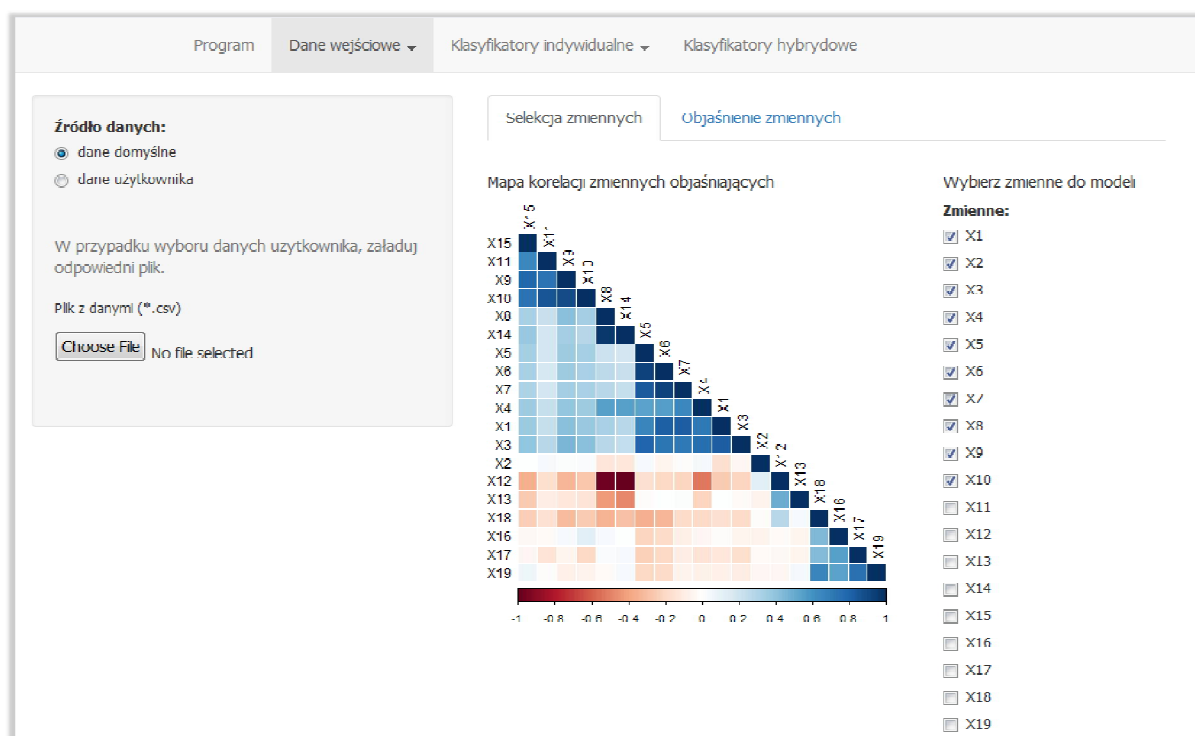
W toku prowadzonej analizy dokonano również oceny wykorzystanych wskaźników finansowych pod względem zdolności poprawnego klasyfikowania obiektów do populacji spółek zagrożonych upadłością oraz tych w dobrej kondycji finansowej. Najwyżej ocenione zostały wskaźniki zadłużenia przedsiębiorstwa, bieżącej płynności oraz relacji kapitału własnego do wielkości aktywów. Najniższe oceny przypadły natomiast wskaźnikom rotacji należności, zapasów oraz aktywów.

#### **5.4. Prezentacja autorskiego programu komputerowego wykorzystanego w badaniach empirycznych**

Większość analiz realizowanych w ramach prowadzonych badań naukowych została przeprowadzona z wykorzystaniem autorskiej aplikacji komputerowej napisanej w środowisku R, przeznaczonej dla dowolnego problemu binarnej klasyfikacji obiektów. Stworzenie dedykowanego programu komputerowego wynikało z chęci zapewnienia możliwie wysokiej zdolności aplikacyjnej badań nad wybranym problemem naukowym. Idea ta przyświecała autorowi od początku pracy badawczej nad problemem prognozowania upadłości przedsiębiorstw. Z tego powodu, powstałe narzędzie informatyczne było rozwijane w całym okresie realizowanych badań ilościowych, zgodnie z potrzebami prowadzonych analiz. Należy zaznaczyć, że dostępne programy i popularne pakiety statystyczne nie dostarczają narzędzi do bezpośredniego wykorzystania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów, co stanowiło ważny powód podjęcia pracy nad tym narzędziem informatycznym. Korzystanie z systemu komputerowego pozwoliło na przeprowadzenie wielu pogłębionych analiz badanego zjawiska. Poniżej przedstawiono sześć przykładowych widoków programu komputerowego wykorzystanego w badaniach empirycznych. Przedstawiane na rysunkach ustawienia oraz rezultaty analiz są przykładowe i stanowią jedynie prezentację narzędzia informatycznego.

- Rysunek 20: Okno wstępnej filtracji zmiennych diagnostycznych
- Rysunek 21: Okno definiowania wielkości próby uczącej i testującej
- Rysunek 22: Okno szacowania parametrów klasyfikatora regresji logistycznej
- Rysunek 23: Okno graficznej prezentacji działania sztucznej sieci neuronowej
- Rysunek 24: Okno wstępnych ustawień dla klasyfikatorów zespołowych

Rysunek 20. Okno wstępnej filtracji zmiennych diagnostycznych

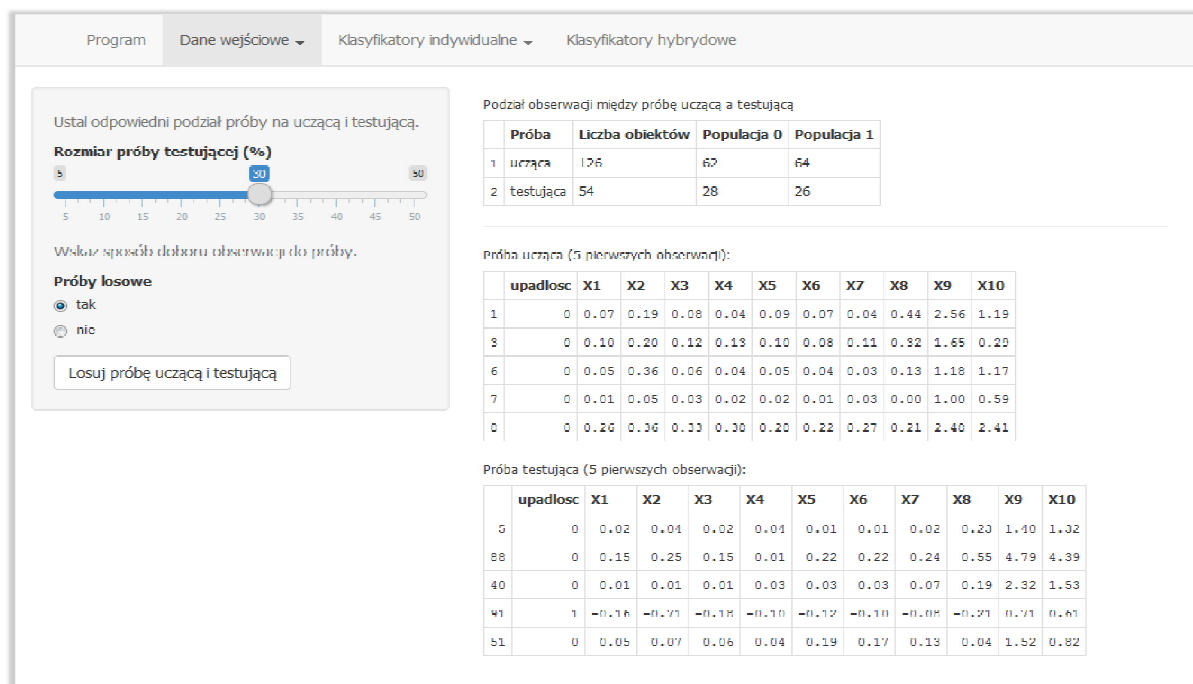


Źródło: Opracowanie własne.

Dostępna w programie opcja wyboru źródła danych (rysunek 20) daje możliwość budowy klasyfikatorów oraz badania skuteczności metod łączenia i selekcji dla różnych zbiorów danych, importowanych do programu z zewnętrznych źródeł. Ładowanie danych z plików zewnętrznych pozwala na szybką aktualizację parametrów budowanych klasyfikatorów np. wynikającą z konieczności aktualizacji dostępnego zbioru danych o obiektach. Dzięki tej funkcjonalności możliwe jest także wykorzystanie narzędzia dla innych problemów binarnej klasyfikacji obiektów niż prognozowanie upadłości przedsiębiorstw. Funkcjonalność ta wpływa zatem na dużą uniwersalność opracowanego programu, który może być ponownie wykorzystywany w przyszłości. Wybór domyślnego źródła danych w narzędziu jest równoznaczny z wykorzystaniem danych o 180 podmiotach gospodarczych działających w Polsce, stanowiących materiał badawczy w niniejszej rozprawie.



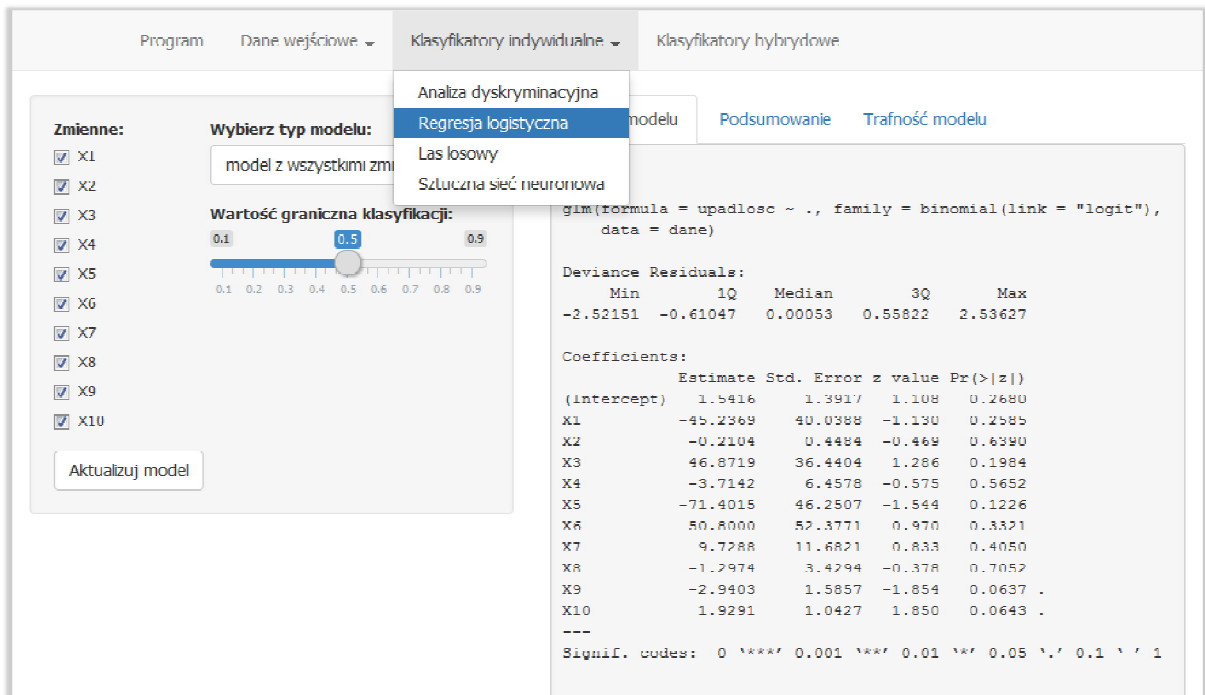
Rysunek 21. Okno definiowania wielkości próby uczącej i testującej



Źródło: Opracowanie własne.

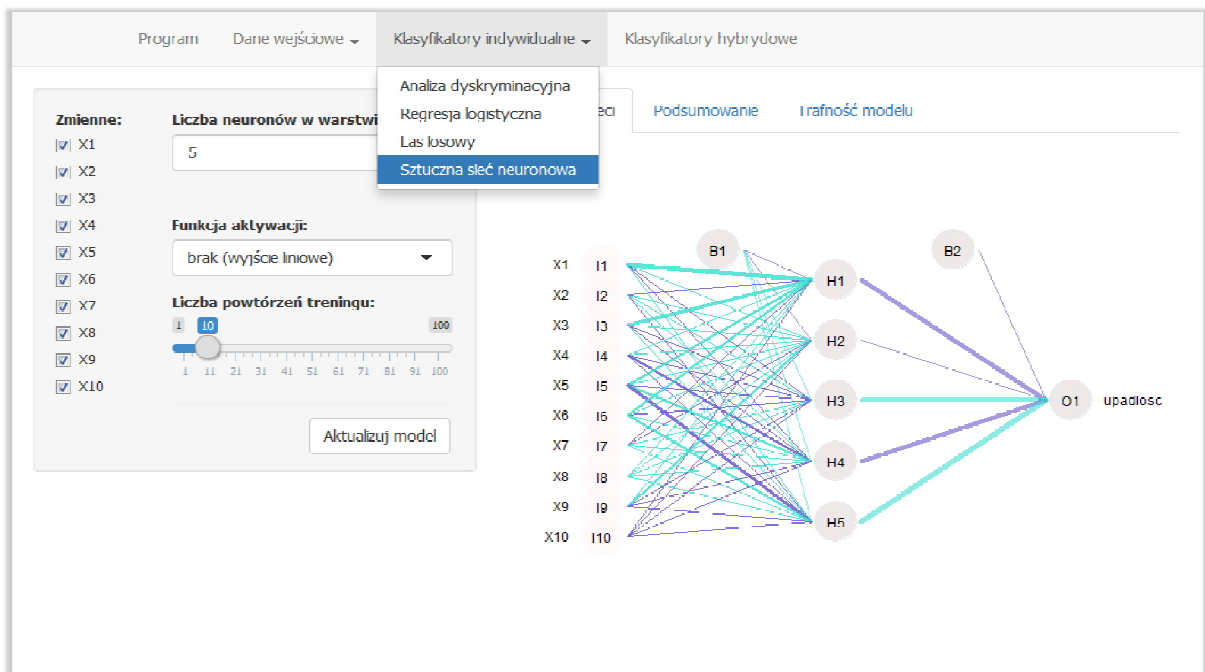
Przygotowany panel użytkownika pozwala na sterowanie parametrami istotnymi z punktu widzenia budowy klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Kontrolni podlegają takie ustawienia jak wielkość próby badawczej, proporcja rozdziału obiektów między próbę uczącą a testującą (rysunek 21), wybór zbioru zmiennych diagnostycznych czy też konkretne parametry konstruowanych klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Możliwość sterowania parametrami w narzędziu pozwoliła usprawnić pracę nad budowanymi klasyfikatorami we wszystkich etapach prowadzonych badań. Przykłady paneli kontrolnych w narzędziu przedstawiono na rysunkach 22, 23 i 24, gdzie użytkownik może wpływać na niektóre ustawienia podczas szacowania parametrów klasyfikatora regresji logistycznej (rysunek 22), konstruowanych sieci neuronowych (rysunek 23) czy też klasyfikatorów zespołowych (rysunek 24).

Rysunek 22. Okno szacowania parametrów klasyfikatora regresji logistycznej



Źródło: Opracowanie własne.

Rysunek 23. Okno graficznej prezentacji działania sztucznej sieci neuronowej



Źródło: Opracowanie własne.

**Rysunek 24. Okno wstępnych ustawień dla klasyfikatorów zespołowych**

The screenshot shows a software window titled 'Program' with a navigation bar containing 'Dane wejściowe', 'Klasyfikatory indywidualne', and 'Klasyfikatory hybrydowe'. Below the navigation bar are tabs for 'Ustawienia', 'Porównanie modeli', 'Validacja', 'Generalizacja wyników', and 'Dobór zmiennych'. The 'Ustawienia' tab is active.

**Klasyfikator indywidualny:**

- Regresja logistyczna
- Las losowy
- Sztuczna sieć neuronowa
- Analiza dyskryminacyjna

**Trafność globalna:**

	RL	LL	SSN	AD
próba ucząca	0.87	0.85	0.92	0.86
próba testująca	0.78	0.81	0.80	0.76

**Klasyfikator hybrydowy:**

- Głosowanie
- Sumacyjny
- Sumacyjny (ważony)
- Iloczynowy
- Minimum
- Medianowy
- Maksimum
- Selekcja 1
- Selekcja 2

**Liczba skupień klasyfikatora selekcji:**

4

Aktualizuj modele

Źródło: Opracowanie własne.

Opracowane narzędzie informatyczne znacząco usprawnia pracę nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw z wykorzystaniem klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych heterogenicznych. Program pozwala także dokonać wiarygodnej oceny i porównania skuteczności działania poszczególnych metod. Umożliwia on również wykonanie poszerzonej analizy wpływu różnej liczby zmiennych diagnostycznych na skuteczność wykorzystania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów. Przygotowany program komputerowy stanowiło ważne narzędzie wspierające prowadzone badania naukowe, które znacząco przyczyniło się do realizacji przyjętych celów badawczych oraz weryfikacji postawionych hipotez.

## Zakończenie

W niniejszej pracy podjęto się **zbadania skuteczności metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce**. W tym celu wykorzystano nowoczesne podejście w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Badania nad wykorzystaniem heterogenicznych klasyfikatorów zespołowych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce stanowią niszę, którą autor rozprawy miał na celu wypełnić. Obszar przeprowadzonych badań w przygotowywanej rozprawie doktorskiej odzwierciedla zainteresowania naukowe jej autora. Realizacja przyjętego celu głównego wymagała poszerzenia wiedzy oraz umiejętności z takich dziedzin jak ekonomia, metody klasyfikacyjne, metody rozpoznawanie wzorców, uczenie maszynowe czy programowanie. Warto przypomnieć, że nieformalnym celem pracy, który udało się osiągnąć, było opracowanie narzędzia komputerowego umożliwiającego budowę klasyfikatorów zespołowych dla dowolnego problemu binarnej klasyfikacji obiektów.

Realizacja głównego celu rozprawy odbywała się na drodze prowadzonych badań empirycznych, których przebieg oraz wyniki przedstawiono w dwóch ostatnich rozdziałach pracy. W obu częściach badań konstruowano klasyfikatory z wykorzystaniem próby 180 przedsiębiorstw działających w Polsce w jednej z trzech branż: budownictwo, handel hurtowy i detaliczny oraz przetwórstwo przemysłowe. Obiekty reprezentowane były za pomocą zestawu 19 wskaźników finansowych, opisujących sytuację finansowo-majątkową przedsiębiorstw. Połowę wszystkich obserwacji stanowiły przedsiębiorstwa, wobec których odpowiedni sąd gospodarczy ogłosił upadłość, a połowę podmioty w dobrej kondycji finansowej. W badaniach wykorzystano cztery metody klasyfikacyjne, które posłużyły do budowy klasyfikatorów indywidualnych. Były to: liniowa analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, las losowy oraz sztuczna sieć neuronowa. Na podstawie uzyskanych klasyfikatorów indywidualnych, w kolejnym kroku badania skonstruowano 9 heterogenicznych klasyfikatorów zespołowych. Do ich budowy wykorzystano architekturę wspólnej przestrzeni cech [Krzyśko i inni, 2008]. Pośród 9 klasyfikatorów zespołowych znalazło się 7 klasyfikatorów budowanych na podstawie metod łączenia: metoda głosowania większościowego, metoda sumacyjna i sumacyjna ważona, metoda iloczynowa, metoda

minimum, metoda medianowa oraz metoda maksimum. Dodatkowo utworzono także 2 warianty klasyfikatorów zespołowych selekcji bazujących na metodzie grupowania i selekcji (ang. *Clustering and Selection*) zaproponowanej przez Kunchevą [2000].

W czwartym rozdziale pracy przedstawiono rezultaty wykorzystania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Dla przygotowanego zbioru danych skonstruowano i przetestowano wszystkie 13 klasyfikatory indywidualne i zespołowe. Realizując pierwszy z celów szczegółowych pracy **dokonano porównania jakości prognoz uzyskanych dla wszystkich klasyfikatorów w próbie uczącej i testującej**. Najwyższy poziom współczynnika globalnej trafności w próbie uczącej, wskazujący na odsetek poprawnie sklasyfikowanych obiektów, uzyskały dwa klasyfikatory zespołowe selekcji, dla których uśredniony współczynnik globalnej trafności wyniósł 0,89. Drugi najlepszy wynik odpowiadał klasyfikatorowi sztucznej sieci neuronowej (0,87) należącemu do grupy klasyfikatorów indywidualnych. Najniższą jakość prognoz dla obiektów próby uczącej charakteryzował się natomiast klasyfikator liniowej analizy dyskryminacyjnej (0,80). W przypadku obiektów próby testującej, najwyższą jakość prognoz, mierzoną współczynnikiem globalnej trafności, uzyskały dwa klasyfikatory zespołowe, zbudowane w oparciu o metody łączenia: sumacyjny oraz sumacyjny ważony (0,87). Spośród klasyfikatorów indywidualnych, najwyższą jakość prognoz uzyskały sztuczna sieć neuronowa oraz las losowy (0,81).

W dalszej części rozdziału czwartego **przeprowadzono analizę wpływu doboru próby uczącej i testującej na trafność klasyfikacji**, co odpowiadało realizacji drugiego z celów szczegółowych pracy. Wielokrotne losowanie próby i konstrukcja klasyfikatorów umożliwiło porównanie jakości uzyskanych prognoz, ponieważ uwzględniało wpływ losowego doboru obserwacji do próby uczącej i testującej. Otrzymane wyniki potwierdziły najwyższą jakość prognoz w obrębie obiektów próby uczącej uzyskiwaną przez klasyfikator zespołowy selekcji, dla którego uśredniony współczynnik globalnej trafności wyniósł 0,88. Najlepszym z klasyfikatorów indywidualnych na etapie uczenia ponownie okazała się sztuczna sieć neuronowa (0,87).

Z punktu widzenia stosowania klasyfikatorów jako narzędzi prognozowania upadłości w przyszłości, istotniejsza jest z pewnością weryfikacja jakości prognoz w obrębie obiektów próby testującej. Analiza przeprowadzona w tym zakresie pokazała, że dla klasyfikatorów konstruowanych z uwzględnieniem wybranego zestawu 7 wskaźników finansowych, wykorzystanie metod łączenia i selekcji klasyfikatorów nie przyczyniło się do poprawy

jakości predykcji obiektów. Najwyższą jakość prognoz spośród wszystkich 13 klasyfikatorów uzyskał las losowy zaliczany w badaniu do grupy klasyfikatorów indywidualnych. Uśredniony współczynnik globalnej trafności w tym przypadku wyniósł 0,82. Nieznacznie niższy współczynnik uzyskały klasyfikatory zespołowe łączone: głosowania większościowego, sumacyjny, sumacyjny ważony, iloczynowy oraz medianowy (0,81).

Kolejnym etapem badania, opisanym w czwartym rozdziale pracy, było **dokonanie oceny stabilności prognoz poszczególnych klasyfikatorów oraz ich zdolności do generalizowania wyników**. W tym celu wyznaczono odchylenia standardowe otrzymywanych współczynników globalnej trafności dla 100 losowań próby uczącej i testującej. Zdolność do generalizowania wyników klasyfikatorów została oceniona na podstawie zaproponowanego wskaźnika mierzącego średnie odchylenie współczynników globalnej trafności uzyskiwanych dla obiektów próby testującej od tych, które uzyskiwano dla obiektów próby uczącej. Przeprowadzona analiza pozwala stwierdzić, że największą stabilność prognoz w próbach uczącej i testującej wykazywał klasyfikator lasu losowego. Uzyskiwane w tym przypadku współczynniki globalnej trafności w próbie uczącej i testującej różniły się średnio o 0,06, co było najniższą zaobserwowaną wartością. Największa wartość odchylenia, wskazująca na klasyfikator o najmniejszej zdolności do generalizowania wyników w badaniu, odpowiadała klasyfikatorowi sztucznej sieci neuronowej (0,12).

Poszukując przyczyn, dla których tylko w części przypadków losowania próby uczącej i testującej wykorzystanie klasyfikatorów zespołowych umożliwiło poprawę jakości prognoz, przeprowadzono badanie wpływu stopnia niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych na skuteczność metod łączenia oraz selekcji. Uzyskane wyniki testu statystycznego pozwoliły stwierdzić, że wyższy odsetek obiektów niejednoznacznie klasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne zwiększa szansę uzyskania poprawy jakości prognoz przez zastosowanie metod łączenia lub selekcji. W badaniu przyjęto, że obiekt jest klasyfikowany niejednoznacznie, jeżeli przynajmniej jeden z klasyfikatorów indywidualnych wskaże na jego przynależność do populacji innej niż pozostałe klasyfikatory.

W drugiej części przeprowadzonych badań, opisanych w piątym rozdziale rozprawy, przeanalizowano wpływ doboru zmiennych diagnostycznych na skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. **Zbadanie zależności pomiędzy liczbą zmiennych objaśniających uwzględnianą przy budowie klasyfikatorów a skutecznością metod łączenia i selekcji** stanowiło trzeci z celów szczegółowych rozprawy. W ramach tej części badań wykonano obszerne badanie symulacyjne, uwzględniające

konstrukcję prawie 550 tys. klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych. Do budowy klasyfikatorów wykorzystano podejście losowych podprzestrzeni (ang. *random subspaces method*) polegające na wielokrotnym losowaniu różnych zestawów zmiennych objaśniających dla każdej możliwej liczebności zmiennych od 2 do 18.

Uzyskane wyniki analizy dla obiektów próby uczącej ukazały spodziewaną zależność, w której wraz ze wzrostem liczby zmiennych, klasyfikatory indywidualne i zespołowe uzyskiwały coraz wyższe średnie współczynniki globalnej trafności. Dla każdej możliwej liczby zmiennych, najwyższą jakość prognoz prezentowały klasyfikatory zespołowe selekcji, co potwierdziło wyniki opisane w czwartym rozdziale pracy. Równie interesująco prezentowały się wyniki uzyskane dla obiektów próby testującej. Średni współczynnik globalnej trafności dla wszystkich klasyfikatorów wzrastał do momentu, gdy liczba zmiennych nie przekraczała 6-8. W sytuacji dalszego wzrostu liczby zmiennych, większość klasyfikatorów indywidualnych i zespołowych charakteryzowała się coraz niższą zdolnością poprawnego klasyfikowania obiektów. Jedynym wyjątkiem od tej reguły był klasyfikator lasu losowego, dla którego średni współczynnik globalnej trafności wzrastał również w przypadkach dużej liczby zmiennych. Las losowy był zdecydowanie najskuteczniejszy w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw, gdy liczba zmiennych uwzględniana przy budowie klasyfikatorów przekraczała 9. Porównanie jakości prognoz uzyskanych dla rozważanych klasyfikatorów zespołowych w próbie testującej pozwoliło **pozytywnie zweryfikować hipotezę, zgodnie z którą klasyfikatory zespołowe oparte na metodach łączenia charakteryzuje wyższa zdolnością poprawnego przewidywania upadłości przedsiębiorstw niż klasyfikatory zespołowe oparte na metodach selekcji (H2)**. Dla każdej możliwej liczebności zmiennych od 2 do 18, najlepszym spośród klasyfikatorów zespołowych okazywał się jeden z klasyfikatorów łączenia. Najwyższe wartości uśrednionego współczynnika globalnej trafności uzyskiwały klasyfikatory medianowy, sumacyjny i sumacyjny ważony. Przeprowadzona analiza porównawcza pokazała również, że wykorzystanie klasyfikatorów zespołowych bazujących na wektorach prawdopodobieństw *a posteriori* (np. klasyfikator sumacyjny lub medianowy) stanowi skuteczniejszą metodę agregacji wyników klasyfikacji niż metoda głosowania większościowego, bazująca jedynie na wskazaniach przynależności obiektów do populacji.

W przeprowadzonym badaniu symulacyjnym, klasyfikatory zespołowe łączenia uzyskiwały najwyższe średnie współczynniki globalnej trafności spośród wszystkich analizowanych klasyfikatorów, gdy do ich budowy wykorzystywano mniejszą liczbę

zmiennych objaśniających. Dla liczby zmiennych powyżej 8 wzrastała przewaga lasu losowego nad pozostałymi klasyfikatorami. Uzyskane wyniki dla analizowanych metod umożliwiają **pozytywną weryfikację hipotezy, w ramach której przyjęto, że skuteczność metod łączenia i selekcji klasyfikatorów jest zależna od liczby zmiennych objaśniających uwzględnianych przy budowie klasyfikatorów (H3)**. Potwierdza to również analiza częstości wystąpień klasyfikatorów z najwyższym współczynnikiem globalnej trafności w próbie testującej. W przypadku klasyfikatorów z małą liczbą zmiennych, dla ponad połowy losowań zestawów zmiennych objaśniających, najskuteczniejszym z klasyfikatorów okazywał się jeden z dziewięciu klasyfikatorów zespołowych. Klasyfikatory zespołowe sumacyjny oraz medianowy uzyskały również najwyższe współczynniki globalnej trafności dla liczby zmiennych 6 oraz od 8 do 10. Ich wartości wynosiły od 0,859 do 0,869. Na tej podstawie należy stwierdzić, że **hipoteza główna H1, w ramach której przyjęto, że wykorzystanie metod łączenia i selekcji klasyfikatorów poprawia trafność klasyfikacji obiektów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw została potwierdzona jedynie w grupie klasyfikatorów z małą liczbą zmiennych objaśniających**. Pośród klasyfikatorów z liczbą zmiennych przekraczającą 8, zdecydowanie najskuteczniejszym klasyfikatorem okazywał się las losowy.

W ostatniej części piątego rozdziału pracy dokonano analizy zdolności dyskryminacyjnych 19 wskaźników finansowych wykorzystanych do budowy klasyfikatorów. **Zbadanie w jakim stopniu poszczególne wskaźniki finansowe wpływają na poprawne klasyfikowanie przedsiębiorstw do populacji spółek w dobrej kondycji finansowej lub zagrożonych upadłością** stanowiło czwarty cel szczegółowy w pracy. Aby go zrealizować zaproponowano utworzenie miernika zdolności dyskryminacyjnych, bazującego na wynikach przeprowadzonego badania symulacyjnego. Proponowany miernik wyznaczany dla danego wskaźnika finansowego odpowiadał średniemu współczynniki globalnej trafności dla wszystkich klasyfikatorów z dwoma zmiennymi objaśniającymi, z których jedną ze zmiennych był dany wskaźnik. Najwyższe zdolności dyskryminacyjne uzyskały wskaźniki: kapitał własny / zobowiązania ogółem, zobowiązania ogółem / aktywa ogółem, kapitał własny / aktywa ogółem oraz wskaźnik bieżącej płynności. Najniższe zdolności dyskryminacyjne odpowiadały natomiast wskaźnikom rotacji należności, rotacji zapasów i rotacji aktywów oraz wskaźnikowi zobowiązania długoterminowe / aktywa ogółem.



Przeprowadzone badania empiryczne wskazują kilka obszarów, które mogą stanowić przedmiot dalszych rozważań nad wykorzystaniem metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Wśród nich można wyróżnić:

1. Zbudowanie heterogenicznych klasyfikatorów zespołowych w oparciu o architekturę różnych przestrzeni cech. W przeprowadzonym badaniu wykorzystano podejście, w którym konstruowane były klasyfikatory indywidualne, bazujące na takim samym zestawie zmiennych diagnostycznych. Alternatywą dla tego podejścia jest budowa klasyfikatorów indywidualnych dla różnych zestawów zmiennych. Sposób doboru zmiennych dla poszczególnych klasyfikatorów mógłby odpowiadać np. różnym grupom wskaźników finansowych.
2. Uwzględnienie w analizie innych metod klasyfikacyjnych. Przykładem nowoczesnej metody bazującej na wykorzystaniu drzew klasyfikacyjnych jest opracowana przez Chena i Guestrina [2016] metoda XGBoost (ang. *eXtreme Gradient Boosting*). Wśród autorów zajmujących się obecnie zagadnieniami związanymi z uczeniem maszynowym, metoda ta uważana jest często za najskuteczniejszą w poprawnym klasyfikowaniu wielowymiarowych obiektów [Pan, 2018].
3. Analiza skuteczności stosowania podejścia zespołowego w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw z uwzględnieniem różnego okresu poprzedzającego rok ogłoszenia upadłości. Poza prognozami wyznaczanymi na rok przed ogłoszeniem upadłości, warto również zweryfikować jakość prognoz dla perspektywy dwu- i trzy- letniej.
4. Próba stworzenia wskaźnika potencjału dla stosowania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów. Skuteczność metod łączenia i selekcji zależy m.in. od stopnia niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych, co zaprezentowano w czwartym rozdziale pracy. Dla badacza rozważającego budowę heterogenicznych klasyfikatorów zespołowych, wskaźnik potencjału mógłby pomóc w podjęciu decyzji o wykorzystaniu tego podejścia przed rozpoczęciem pracy nad ich budową.

W ocenie autora, kontynuacja badań naukowych w wybranym kierunku jest wskazana. Obszar zastosowania metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw może być w dalszym ciągu rozwijany, na co także wskazuje niewielka liczba publikacji naukowych w Polsce w tym zakresie.

## Załącznik 1

Numer losowania	Współczynnik globalnej trafności najlepszego z klasyfikatorów:		Czy klasyfikator zespołowy uzyskał najwyższą trafność w próbie testującej ?	Odsetek obiektów niejednoznacznie klasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne (R)
	Indywidualnych	Zespołowych		
1	0,87	0,89	TAK	0,37
2	0,85	0,81	NIE	0,19
3	0,87	0,87	NIE	0,26
4	0,87	0,87	NIE	0,39
5	0,91	0,89	NIE	0,2
6	0,87	0,93	TAK	0,2
7	0,89	0,87	NIE	0,22
8	0,81	0,81	NIE	0,31
9	0,87	0,87	NIE	0,19
10	0,8	0,78	NIE	0,19
11	0,85	0,87	TAK	0,24
12	0,8	0,81	TAK	0,31
13	0,87	0,89	TAK	0,28
14	0,89	0,89	NIE	0,2
15	0,83	0,83	NIE	0,31
16	0,91	0,91	NIE	0,2
17	0,85	0,85	NIE	0,28
18	0,87	0,89	TAK	0,2
19	0,81	0,78	NIE	0,24
20	0,83	0,85	TAK	0,17
21	0,76	0,8	TAK	0,31
22	0,87	0,87	NIE	0,19
23	0,93	0,91	NIE	0,24
24	0,81	0,8	NIE	0,17
25	0,8	0,81	TAK	0,19
26	0,85	0,81	NIE	0,17
27	0,87	0,83	NIE	0,2
28	0,87	0,87	NIE	0,15
29	0,8	0,81	TAK	0,39
30	0,87	0,83	NIE	0,43
31	0,8	0,83	TAK	0,22
32	0,87	0,87	NIE	0,22
33	0,85	0,87	TAK	0,3
34	0,8	0,76	NIE	0,17
35	0,87	0,81	NIE	0,24
36	0,85	0,83	NIE	0,33
37	0,83	0,83	NIE	0,15

Numer losowania	Współczynnik globalnej trafności najlepszego z klasyfikatorów:		Czy klasyfikator zespołowy uzyskał najwyższą trafność w próbie testującej ?	Odsetek obiektów niejednoznacznie klasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne (R)
	Indywidualnych	Zespołowych		
38	0,83	0,8	NIE	0,3
39	0,85	0,83	NIE	0,24
40	0,91	0,91	NIE	0,22
41	0,85	0,85	NIE	0,35
42	0,91	0,91	NIE	0,2
43	0,89	0,89	NIE	0,11
44	0,89	0,91	TAK	0,28
45	0,87	0,85	NIE	0,22
46	0,81	0,87	TAK	0,33
47	0,78	0,74	NIE	0,31
48	0,83	0,78	NIE	0,22
49	0,85	0,81	NIE	0,24
50	0,85	0,85	NIE	0,17
51	0,8	0,8	NIE	0,15
52	0,85	0,85	NIE	0,19
53	0,81	0,81	NIE	0,22
54	0,85	0,85	NIE	0,24
55	0,83	0,83	NIE	0,17
56	0,85	0,81	NIE	0,15
57	0,87	0,87	NIE	0,22
58	0,89	0,89	NIE	0,13
59	0,85	0,85	NIE	0,2
60	0,87	0,74	NIE	0,26
61	0,83	0,8	NIE	0,13
62	0,85	0,85	NIE	0,15
63	0,85	0,85	NIE	0,33
64	0,85	0,85	NIE	0,28
65	0,85	0,89	TAK	0,2
66	0,87	0,89	TAK	0,26
67	0,85	0,85	NIE	0,22
68	0,91	0,89	NIE	0,24
69	0,85	0,87	TAK	0,22
70	0,8	0,76	NIE	0,15
71	0,87	0,85	NIE	0,15
72	0,85	0,83	NIE	0,2
73	0,81	0,81	NIE	0,22
74	0,85	0,81	NIE	0,19
75	0,87	0,87	NIE	0,19
76	0,81	0,78	NIE	0,2
77	0,85	0,85	NIE	0,2
78	0,89	0,89	NIE	0,24

Numer losowania	Współczynnik globalnej trafności najlepszego z klasyfikatorów:		Czy klasyfikator zespołowy uzyskał najwyższą trafność w próbie testującej ?	Odsetek obiektów niejednoznacznie klasyfikowanych przez klasyfikatory indywidualne (R)
	Indywidualnych	Zespołowych		
79	0,83	0,83	NIE	0,26
80	0,85	0,85	NIE	0,06
81	0,8	0,8	NIE	0,22
82	0,89	0,89	NIE	0,19
83	0,83	0,8	NIE	0,28
84	0,87	0,81	NIE	0,3
85	0,85	0,87	TAK	0,19
86	0,91	0,89	NIE	0,2
87	0,83	0,85	TAK	0,2
88	0,83	0,85	TAK	0,17
89	0,85	0,8	NIE	0,26
90	0,81	0,83	TAK	0,19
91	0,83	0,83	NIE	0,11
92	0,85	0,83	NIE	0,26
93	0,78	0,81	TAK	0,3
94	0,83	0,85	TAK	0,24
95	0,89	0,89	NIE	0,2
96	0,81	0,8	NIE	0,15
97	0,83	0,83	NIE	0,28
98	0,87	0,89	TAK	0,33
99	0,85	0,81	NIE	0,17
100	0,78	0,78	NIE	0,24

## Wykaz rysunków

Rysunek 1. Etapy cyklu życia przedsiębiorstwa z uwzględnieniem fazy schyłkowej.....	12
Rysunek 2. Grupy wskaźników finansowych.....	31
Rysunek 3. Klasyfikacja obiektów do dwóch różnych populacji .....	40
Rysunek 4. Przykład działania algorytmu konstrukcji drzewa klasyfikacyjnego.....	45
Rysunek 5. Reprezentacja graficzna drzewa klasyfikacyjnego .....	46
Rysunek 6. Struktura i podstawowe elementy modelu sztucznej sieci neuronowej.....	50
Rysunek 7. Schemat budowy modelu sztucznego neuronu.....	51
Rysunek 8. Graficzna reprezentacja wybranych funkcji aktywacji .....	53
Rysunek 9. Schemat uczenia sztucznej sieci neuronowej .....	54
Rysunek 10. Przykładowa krzywa ROC dla modelu klasyfikacyjnego .....	59
Rysunek 11. Przykłady niedouczenia, przeuczenia oraz dobrego nauczenia modelu.....	61
Rysunek 12. Idea wykorzystania zespołu klasyfikatorów na przykładzie problemu XOR.....	79
Rysunek 13. Schemat działania metody bagging.....	82
Rysunek 14. Schemat działania metody boosting.....	84
Rysunek 15. Wspólna przestrzeń cech dla klasyfikatora zespołowego łącznego.....	91
Rysunek 16. Różne przestrzenie cech dla klasyfikatora zespołowego łącznego.....	91
Rysunek 17. Idea wykorzystania metod selekcji klasyfikatorów .....	93
Rysunek 18. Graficzna reprezentacja klasyfikatora sztucznej sieci neuronowej.....	121
Rysunek 19. Procedura przeprowadzonego badania symulacyjnego.....	136
Rysunek 20. Okno wstępnej filtracji zmiennych diagnostycznych.....	152
Rysunek 21. Okno definiowania wielkości próby uczącej i testującej .....	153
Rysunek 22. Okno szacowania parametrów klasyfikatora regresji logistycznej.....	154

Rysunek 23. Okno graficznej prezentacji działania sztucznej sieci neuronowej.....	154
Rysunek 24. Okno wstępnych ustawień dla klasyfikatorów zespołowych .....	155

## Wykaz tabel

Tabela 1. Przyczyny upadłości przedsiębiorstw w Polsce – porównanie wyników badań .....	21
Tabela 2. Postanowienia upadłościowe i restrukturyzacyjne w Polsce według rodzaju postępowania.....	25
Tabela 3. Upadłości i restrukturyzacje przedsiębiorstw według województw .....	27
Tabela 4. Skala działalności a procentowy udział w łącznej liczbie upadłości przedsiębiorstw .....	28
Tabela 5. Forma prawna przedsiębiorstw a liczba postanowień upadłościowych i restrukturyzacyjnych w Polsce.....	29
Tabela 6. Wskaźniki finansowe wykorzystywane w modelach prognozowania upadłości przedsiębiorstw w literaturze światowej.....	33
Tabela 7. Macierz klasyfikacji obiektów.....	56
Tabela 8. Liczba zmiennych objaśniających w modelach prognozowania upadłości .....	64
Tabela 9. Weryfikacja wybranych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce .....	75
Tabela 10. Zestawienie wskaźników finansowych wykorzystanych w badaniu .....	103
Tabela 11. Wybrane testy statystyczne dla zmiennych uwzględnionych w badaniu.....	104
Tabela 12. Macierz korelacji wstępnego zbioru zmiennych diagnostycznych.....	107
Tabela 13. Zmienne diagnostyczne wykorzystane do budowy klasyfikatorów.....	108
Tabela 14. Klasyfikatory indywidualne i zespołowe wykorzystane w badaniu .....	109
Tabela 15. Krokowa procedura doboru zmiennych w oparciu o współczynnik lambda Wilksa .....	111

Tabela 16. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – liniowa analiza dyskryminacyjna .....	112
Tabela 17. Oszacowania parametrów klasyfikatora regresji logistycznej.....	114
Tabela 18. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – klasyfikator regresji logistycznej .....	115
Tabela 19. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – klasyfikator lasu losowego .....	118
Tabela 20. Wagi połączeń pomiędzy neuronami klasyfikatora sztucznej sieci neuronowej..	121
Tabela 21. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej – klasyfikator sztucznej sieci neuronowej.....	122
Tabela 22. Wyniki klasyfikacji spółek w próbie uczącej i testującej.....	125
Tabela 23. Wyniki klasyfikacji dla wielokrotnego losowania próby – próba ucząca.....	127
Tabela 24. Wyniki klasyfikacji dla wielokrotnego losowania próby – próba testująca.....	128
Tabela 25. Zdolność klasyfikatorów do generalizowania wyników klasyfikacji .....	130
Tabela 26. Stopień niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych a skuteczność metod łączenia i selekcji – zebranie danych.....	131
Tabela 27. Stopień niezgodności prognoz klasyfikatorów indywidualnych a skuteczność metod łączenia i selekcji – test statystyczny.....	132
Tabela 28. Mediany pozycji rankingowych – próba ucząca.....	142
Tabela 29. Mediany pozycji rankingowych – próba testująca.....	144
Tabela 30. Klasyfikatory z najwyższymi współczynnikami globalnej trafności w próbie testującej .....	146
Tabela 31. Zdolności dyskryminacyjne zmiennych objaśniających .....	149



## Wykaz wykresów

Wykres 1. Przyczyny upadłości małych i średnich przedsiębiorstw w Austrii .....	19
Wykres 2. Postanowienia upadłościowe i restrukturyzacyjne w Polsce w latach 1997-2018..	23
Wykres 3. Liczba postanowień upadłościowych i restrukturyzacyjnych w Polsce .....	26
Wykres 4. Upadłość przedsiębiorstw w wybranych krajach Europy w 2015 r. ....	30
Wykres 5. Prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia na podstawie funkcji logistycznej ...	44
Wykres 6. Częstość stosowania metod klasyfikacyjnych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw .....	63
Wykres 7. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – liniowa analiza dyskryminacyjna ...	112
Wykres 8. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – regresja logistyczna .....	115
Wykres 9. Błędy klasyfikacji obiektów klasyfikatora lasu losowego.....	117
Wykres 10. Ważność zmiennych wykorzystanych do budowy lasu losowego .....	118
Wykres 11. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – las losowy.....	119
Wykres 12. Krzywa ROC dla obiektów próby uczącej – sztuczna sieć neuronowa.....	123
Wykres 13. Stabilność wyników klasyfikacji a wybór liczby powtórzeń losowania próby ..	138
Wykres 14. Liczba zmiennych w modelach a trafność prognoz w próbach uczącej i testującej .....	139
Wykres 15. Mediany pozycji rankingowych – próba ucząca .....	141
Wykres 16. Mediany pozycji rankingowych – próba testująca .....	143
Wykres 17. Częstość wystąpień klasyfikatorów z najwyższym współczynnikiem globalnej trafności w próbie testującej a liczba uwzględnianych zmiennych.....	147
Wykres 18. Zdolności dyskryminacyjne zmiennych objaśniających.....	149

## **Bibliografia**

- Aczel, A. D, Sounderpandian, J., 2009, Complete Business Statistics, Seventh Edition, McGraw-Hill, Boston.
- Altman, E. I., 1968, Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, *The Journal of Finance* 23(4), s. 589-609.
- Altman, E. I., 1983, Corporate Financial Distress, Wiley Interscience, New York.
- Altman, E. I., 1993, Corporate Financial Distress, John Wiley & Sons, New York.
- Altman, E. I., Caouette J., 1998, Managing Credit Risk – The Next Great Financial Challenge, John Wiley, New York.
- Altman, E. I., Haldeman, R. G., Narayanan, P., 1977, Zeta Analysis: A New model to Identify Bankruptcy Risk of Corporations. *Journal of Banking and Finance*.
- Altman, E. I., Narayanan, P., 1997, An International Survey of Business Failure Classification Models. In *International Accounting and Finance Handbook*, edited by F. D. S. Choi, New York, John Wiley & Sons.
- Altman, E. I., Roggi O., 2013, Managing and Measuring Risk. Emerging Global Standards and Regulations After Financial Crisis, World Scientific Press.
- Appenzeller, D., 1998, Mikro- i makroekonomiczne przyczyny upadłości, *Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny*, nr 3-4, s. 333-350.
- Appenzeller, D., Szarzec, K., 2004, Prognozowanie zagrożenia upadłością polskich spółek publicznych. *Rynek Terminowy*, 1, s. 120-128.
- Argenti, J., 1976, Corporate collapse: the cause and symptoms. London–New York: McGraw-Hill.
- Aziz, M. A., Dar, H. A., 2006, Predicting corporate bankruptcy – where we stand?, „*Corporate Governance Journal*” 6 (1), s. 18–33.

- Back, B., Laitinen, T., Sere, K., 1996, Neural networks and genetic algorithms for bankruptcy predictions, *Expert Systems with Applications*, Vol 11, Issue 4, s. 407-413.
- Baldwin, J., Gray, T., Johnson, J., Proctor, J., Rafiguzzaman, M., Sabourin, D., 1997, *Failing Concerns: Business Bankruptcy in Canada*, Ministry of Industry, Ottawa.
- Batóg, B., Batóg, J., Niemiec, A., Skoczylas, W., Waśniewski, P., 2015, Zastosowanie metod klasyfikacyjnych w identyfikacji kluczowych indyktorów osiągnięć w zarządzaniu wynikami przedsiębiorstw, *Prace naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, Nr 385, *Taksonomia 25, Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, s. 20-27.
- Bednarski, L., 1998, Symptomy i metody oceny zagrożenia sytuacji finansowej przedsiębiorstwa, w: Skolimowska, L.(red.), *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Administracji i Biznesu w Gdyni 2, Wyższa Szkoła Administracji i Biznesu w Gdyni*, Gdynia, s. 33-41.
- Bellovary, J. L., Giacomino, D. E., Akers, M. D., 2007, A Review of Bankruptcy Prediction Studies: 1930 to Present, *Journal of Financial Education*, Vol. 33.
- Berkson, J., 1944, Application of the Logistic Function to Bio-assay, *Journal of the American Statistical Association*, nr 9, s. 357-365.
- Bertoni, A., Folgieri, R., Valentini, G., 2005, Bio-molecular cancer prediction with random subspace ensembles of support vector machines, *Neurocomputing*, 63, s. 535–539.
- Bonsiep, W., Fischer, T., Klich, J., 2000, Zrównoważona karta wyników jako narzędzie kontroli, *Przegląd Organizacji* nr 2, s. 252-274.
- Boratyńska, K., 2009, Przyczyny upadłości przedsiębiorstw w Polsce. *Zeszyty Naukowe. Ekonomiczne Problemy Usług*, 39, s. 450–457.
- Breiman, L., 1996, Bagging predictors, *“Machine Learning”*, 26, s. 123-140.
- Breiman, L., 2001, Random forests, *“Machine Learning”*, 45, s. 5-32.
- Brol, J., 2000, ABC prawa spółek. Upadłość jako przyczyna jej likwidacji, *Rachunkowość* nr 3, s. 153-174.

- Bryll, R., 2003, Attribute bagging: improving accuracy of classifier ensembles by using random feature subsets. *Pattern Recognition*. 36 (6), s. 1291–1302.
- Cichosz, P., 2007, *Systemy uczące się*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Chen, T., Guestrin, C., 2016, XGBoost: A Scalable Tree Boosting System. In Krishnapuram, Balaji, Shah, Mohak, Smola, Alexander J., Aggarwal, Charu C., Shen, Dou, Rastogi, Rajeev (eds.), *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, San Francisco, CA, USA, August 13-17, ACM, s. 785–794.
- Cunningham, P., 2000, *Overfitting and Diversity in Classification Ensembles based on Feature Selection*, Trinity College Dublin, Department of Computer Science, TCD-CS-2000-07.
- Czerwiński, Z., 2002, *Moje zmagania z ekonomią*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Czeszejko-Sochacki, M., 2007, *Przyczyny upadłości przedsiębiorstw z rejonu województwa warmińsko-mazurskiego w latach 1999-2004*, w: Prusak, B. (red.), *Ekonomiczne i prawne aspekty upadłości przedsiębiorstw*, Difin, Warszawa, s. 29-37.
- Ćwiklińska-Jurkowska, M., 2013a, Performance of Resampling Methods Based on Decision Trees, Parametric and Nonparametric Bayesian Classifiers for Three Medical Datasets, *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric* 35 (1), s. 71-86.
- Ćwiklińska-Jurkowska, M., 2013b, *Klasyfikatory pojedyncze i zintegrowane jako narzędzie wspomaganie medycyny*, StatSoft Polska, s. 31-46.
- Dasarathy, B. V., Sheela, B. V., 1979, A composite classifier system design: Concepts and methodology, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 67, Issue 5, s. 708-713.
- Dec, P., 2014, *Niepewność funkcjonowania przedsiębiorstw. Bankructwa, restrukturyzacja, likwidacja*, redakcja naukowa – Dec P., Szkoła Główna Handlowa w Warszawie – Oficyna Wydawnicza.
- Du Jardin, P., 2018, Failure pattern-based ensembles applied to bankruptcy forecasting, *Decision Support Systems* 107, s. 64–77.

- Fawcett, T., 2006, An introduction to ROC analysis, *Pattern Recognition Letters* 27, s. 861- 874.
- Fedorova, E., Gilenko, E., Dovzhenko, S., 2013, Bankruptcy prediction for Russian companies: Application of combined classifiers, "Expert Systems with Applications", Vol. 40, No. 18.
- Fielding, A. H., 2007, *Cluster and Classification Techniques for the Biosciences*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Fisher, R. A., 1936, The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems, *Annals of Eugenics*, 7, s. 179-189.
- Flaga-Gieruszyńska, K., 2012, *Prawo upadłościowe i naprawcze*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Freund, Y., Schapire, R. E., 1996, Experiments with a New Boosting Algorithm. In Saitta L., red. *Proceedings of the Thirteenth International Conference on Machine Learning*, Morgan Kaufmann.
- Freund, Y., Schapire, R. E., 1997, A decision-theoretic generalization of online learning and an application to boosting, *Journal of Computer and System Sciences* 55, s. 119-139.
- Friedman, J., 2001, Greedy Function Approximation: A Gradient Boosting Machine. *The Annals of Statistics*, Volume 29(5), s. 1189-1232.
- Gajdka, J., Stos, D., 1996, Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw, w: *Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw*, red. R. Borowieckiego, Wyd. AE, Kraków, s. 56-65.
- Gatnar, E., 2008, *Podejście wielomodelowe w zagadnieniach dyskryminacji i regresji*, PWN, Warszawa.
- Gatnar, E., 2001, *Nieparametryczne metody dyskryminacji i regresji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Gatnar, E., Walesiak, M., 2004, *Metody statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych*, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław.

- Gąska, D., 2016, Przewidywanie bankructwa przedsiębiorstw za pomocą metod uczenia, praca doktorska, promotor pracy: dr hab. Joanna Dębicka, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu.
- Geng, R., Bose, I., Chen, X., 2015, Prediction of financial distress: an empirical study of listed Chinese companies using data mining, *European Journal of Operational Research*, vol. 241, s. 236–247.
- Giacinto, G., Roli F., 2001, Dynamic classifier selection based on multiple classifier behavior, *Pattern Recognition* 34, 1879-1881.
- Gibbons, J. D., 2003, Subhabrata Chakraborti: Nonparametric Statistical Inference, Wyd. 4, CRC, ISBN 0-8247-4052-1.
- Górecki, T., 2005, Effect of choice of dissimilarity measure on classification efficiency with nearest neighbor method, *Discussiones Mathematicae Probability and Statistics*, 25 (II), s. 217-239.
- Gruszczyński, M., 2003 Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw, *Zeszyty PAN*, nr 34, Warszawa.
- Hadasik, D., 1998, Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania, *Zeszyty naukowe – seria II, Prace habilitacyjne, Zeszyt 153*, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań.
- Hamrol, M., Chodakowski, J., 2008, Prognozowanie zagrożenia finansowego przedsiębiorstwa. Wartość predykcyjna polskich modeli analizy dyskryminacyjnej. *Badania Operacyjne i Decyzje*, 3, s. 17–32.
- Hamrol, M., Czajka B., Piechocki M., 2004 Upadłość przedsiębiorstwa – model analizy dyskryminacyjnej, „*Przegląd Organizacji*” nr 6.
- Harańczyk, G., 2010, Krzywe ROC, czyli ocena jakości klasyfikatora i poszukiwanie optymalnego punktu odcięcia, *StatSoft Polska*.
- Hastie, T., Tibishirani, R., Friedman J., 2009, *The Elements of Statistical Learning: Prediction. Inference and Data Mining, Second Edition*, Springer Verlag.

- Heo, J., Yang, J. Y., 2014, AdaBoost based bankruptcy forecasting of Korean construction companies, *Appl. Soft Comput.* 24, s. 494–499.
- Herman, S., 2016, Analiza porównawcza wybranych metod szacowania błędu predykcji klasyfikatora, *Przegląd Statystyczny*, R. LXIII – Zeszyt 4, s. 449-463.
- Ho, T. K., 1998, The Random Subspace Method for Constructing Decision Forests, *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, Vol. 20, No. 8.
- Ho, T. K., 2002, Multiple classifier combination: Lessons and the next steps. In A. Kandel and H. Bunke, *Hybrid Methods in Pattern Recognition*, World Scientific Publishing, s. 171–198.
- Hołda, A., 2000, Optymalizacja i model zastosowania procedur analitycznych w rewizji sprawozdań finansowych, praca doktorska, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków.
- Hołda, A., 2002, Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej do prognozy upadłości spółek rynku kapitałowego, *Nasz Rynek Kapitałowy*.
- Hołda, A., 2006, Zasada kontynuacji działalności i prognozowanie upadłości w polskich realiach gospodarczych, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Hołda, A., Pocięcha, J., 2009, Probabilistyczne metody badania sprawozdań finansowych, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Huang, Y. S., Suen, C. Y., 1995, A method of combining multiple experts for the recognition of unconstrained handwritten numerals, *IEEE Transactions of Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17, s. 90-93.
- Jajuga, K., Walesiak, M., 2005, *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Lanego we Wrocławiu, Wrocław.
- Jerzemowska, M., 1996, *Analiza finansowa w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, tom 1, praca zbiorowa pod red. L. Bednarskiego i T. Waśniewskiego, FRR w Polsce, Warszawa.
- Kasjaniuk, M., 2006, Zastosowanie analizy dyskryminacyjnej do modelowania i prognozowania upadłości przedsiębiorstw, „*Barometr Regionalny*” nr 6.

- Kempa, A., 2009, Weryfikacja skuteczności sztucznych systemów immunologicznych w ocenie zdolności kredytowej klientów indywidualnych, *Studies & Proceedings of Polish Association for Knowledge Management*, Tom 19, Bydgoszcz.
- Kim, M. J., Kang, D. K., 2010, Ensemble with neural networks for bankruptcy prediction, *Expert Syst. Appl.* 37, s. 3373–3379.
- Kim, M.J., Kang, D.K., 2012, Classifiers selection in ensembles using genetic algorithms for bankruptcy prediction, *Expert Syst. Appl.* 39, s. 9308–9314.
- Kirkos, E., 2015, Assessing methodologies for intelligent bankruptcy prediction, *Artificial Intelligence Review*, 43(1), s. 83–123.
- Kisielińska, J., 2008, Panelowe klasyfikacyjne modele upadłości ekonomicznej gospodarstw rolniczych, *Zeszyty Naukowe SGGW, Problemy Rolnictwa Światowego*, tom 4(19), s. 259-269.
- Kolenda, M., 2006, Taksonomia numeryczna : klasyfikacja, porządkowanie i analiza obiektów wielocechowych, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. Seria: Monografie i Opracowania (nr 100)*.
- Korol, T., 2010, *Systemy ostrzegania przedsiębiorstw przed ryzykiem upadłości*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Korol, T., Prusak, B., 2005, *Upadłość przedsiębiorstw a wykorzystanie sztucznej inteligencji*, CeDeWu, Warszawa.
- Krzyśko, M., Wołyński, W., Górecki, T., Skorzybut, M., 2008, *Systemy uczące się. Rozpoznawanie wzorców, analiza skupień i redukcja wymiarowości*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne w Warszawie, Warszawa.
- Kuncheva, L., 2000, Cluster-and-Selection Method for Classifier Combination, 4th International Conference on Knowledge-Based Intelligent Engineering Systems & Allied Technologies, Brighton, UK.
- Kuncheva, L., 2004, *Combining Pattern Classifiers: Methods and Algorithms*, Wiley.



- Kuncheva, L., 2010, Random Subspace Ensembles for fMRI Classification, IEEE Transactions on Medical Imaging, 29 (2), s. 531–542.
- Kücher, A., Mayr, S., Mitter, C., 2018, Firm age dynamics and causes of corporate bankruptcy: age dependent explanations for business failure, Review of Managerial Science 14, s. 633–661.
- Lach, B., 2017, Metody łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw, Przegląd Statystyczny, R. LXIV – ZESZYT 2, s. 177-191.
- Lam, L., 2000, Classifier combinations: implementations and theoretical issues. In J. Kittler and F. Roli, editors, Multiple Classifier Systems, Vol. 1857 of Lecture Notes in Computer Science, Cagliari, Italy, Springer, s. 78–86.
- Li, H., Lee, Y. C., Zhou, Y. C., Sun, J., 2011, The random subspace binary logit (RSBL) model for bankruptcy prediction, Knowl.-Based Syst. 24, 1380–1388.
- Luecke, R., 2003, Finanse dla menedżerów, Wydawnictwo MT Biznes, Warszawa.
- Lukason, O., Hoffman, R., C., 2015, Firm failure causes: a population level study, Problems and Perspectives in Management, Volume 13, Issue 1.
- Maddala, G. S., 1992, Introduction to Econometrics, Macmillan Publishing Company, New York.
- Martin, D., 1977, Early warning of bank failures: A logit regression approach, Journal of Banking and Finance 1, s. 249-276.
- Mączyńska, E., 1994, Ocena kondycji przedsiębiorstwa (uproszczone metody), Życie Gospodarcze, 38, s. 42-45.
- Mączyńska, E., 2006, Predykcja bankructwa przedsiębiorstw. Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytet Gdańskiego, 1, s. 303–305.
- Mączyńska, E., 2012, Ekonomiczno-instytucjonalne uwarunkowania bankructw i upadłości, w: Morawska, S. (red.), Ekonomia i prawo upadłości przedsiębiorstw, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, s. 13-33.

- Mączyńska, E., Zawadzki, M., 2006, Dyskryminacyjne modele predykcji bankructwa przedsiębiorstw. *Ekonomista*, 2.
- McCulloch, W., Pitts, W., 1943, A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity, *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5, s. 115–133.
- McKee, T. E., 2000, Developing a Bankruptcy Prediction Model via Rough Sets Theory, *International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, No. 9, No. 3.
- McLachlan, G. J., 2004, *Discriminant Analysis and Statistical Pattern Recognition*, John Wiley & sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Min, J. H., Lee, C., 2005, Bankruptcy prediction using support vector machine with optimal choice of kernel function parameters, *Expert Systems with Applications*, Volume 28, Issue 4, s. 603-614.
- Mioduchowska-Jaroszewicz, E., Szczepkowska, M., 2016, Pozytywne i negatywne skutki upadłości, *Studia i Prace WNEiZ*, 43/1, Uniwersytet Szczeciński.
- Missala, W., 2005, Ostrzegawcza rola sprawozdawczości finansowej. *Materiały i Prace Instytutu Funkcjonowania Gospodarki Narodowej*, 93 (XCIII), s. 234–235.
- Misztal, M., 2014, Wybrane metody oceny jakości klasyfikatorów – przegląd i przykłady zastosowań, w: Jajuga K., Walesiak, M. (red.), *Taksonomia 23. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 328, Wydawnictwo UE we Wrocławiu, Wrocław, s. 156-166.
- Morgan, J., Sonquist, J., 1963, Problems in the analysis of survey data and a proposal, *Journal of the American Statistical Association*, nr 58, s. 415-434.
- Nahotko, S., 2003, *Zarządzanie przedsiębiorstwem w warunkach zagrożenia upadłością*, Wydawnictwo AJG, Bydgoszcz.
- Nowak, E., 1990, *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

- Nowicka, S., Stankiewicz, J. 2009, Analiza i ocena kondycji finansowej na przykładzie wybranych spółek, Stowarzyszenie Wyższej Użyteczności „Dom Organizatora”, Toruń.
- Odom, M. D., Sharda, R., 1990, A neural network model for bankruptcy prediction, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, s. 151-173.
- Olmeda, I., Fernandez, E., 1997, Hybrid Classifiers for Financial Milticriteria Decision Making: The Case of Bankruptcy Prediction, Computational Economics 10, Kluwer Academic Publishers, s. 317-335.
- Oowski, S., 2000, Sieci neuronowe do przetwarzania informacji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Paliński, A., 2018, Metody uczenia maszynowego w prognozowaniu niewypłacalności, Studia Ekonomiczne, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Nr 358, s. 173-181.
- Pan, B., 2018, Application of XGBoost algorithm in hourly PM2.5 concentration prediction, IOP Conference Series: Earth and Environmental Science.
- Panek, T., 2008, Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie – Oficyna Wydawnicza, Warszawa.
- Pawełek, B., Grochowina, D., 2017a, Forecasting the Bankruptcy of Companies : the Study on the Usefulness of the Random Subspaces and Random Forests Methods, The 11th Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena, Cracow University of Economics.
- Pawełek, B., Grochowina, D., 2017b, Podejście wielomodelowe w prognozowaniu zagrożenia przedsiębiorstw upadłością w Polsce. Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, s. 171-179.
- Pociecha, J., Pawełek, B., Baryła, M., Augustyn, S., 2014, Statystyczne metody prognozowania bankructwa w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej, Fundacja Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.

- Pogodzińska, M., Sojak, S., 1995, Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w przewidywaniu bankructwa przedsiębiorstw, AUNC, *Ekonomia XXV*, Zeszyt 299, Toruń.
- Prusak, B., 2005, Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw, Wydawnictwo Difin, Warszawa.
- Prusak., B., 2019, Corporate bankruptcy prediction in Poland against the background of foreign experience, *Financial Internet Quarterly "e-Finance"*, vol. 15/no. 1, s. 10-19.
- Rastrigin, L. A., Erenstein, R. H., 1981, *Method of Collective Recognition*. Energoizdat, Moskwa.
- Shin, K. S., and Lee, Y. J., 2002, A genetic algorithm application in bankruptcy prediction modeling, *Expert Systems with Applications*, Volume 23, Issue 3, pp. 321-328.
- Sierpińska, M., Jachna, T., 1997, *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa.
- Schumpeter, J. A., 1942, *Capitalism, Socialism, and Democracy*. New York: Harper and Brothers.
- Skorbiłowicz, M., 2009, Wykorzystanie techniki sztucznych sieci neuronowych (ANN) do prognozowania stężenia mineralnych form azotu w wodach górnej Narwi, *Woda-Środowisko-Obszary Wiejskie*, T. 9, z. 1, s. 129-140.
- Sojak, S., Stawicki, J., 2001, Wykorzystanie metod taksonomicznych do oceny kondycji finansowej przedsiębiorstw, *Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości*, 3(59), s. 55-66.
- Specht D. F., 1990, Probabilistic Neural Networks, *Neural Networks*, Vol.3. s.113-115.
- Sprengers, A., 2005, *Bankruptcy prediction using classification and regression tree*, Bachelor Thesis Informatics and Economics, Faculty of Economics, Erasmus University Rotterdam.
- Sudoł, S., Matuszak, M., 2002, *Przyczyny rozwoju i upadku polskich przedsiębiorstw przemysłowych w okresie transformacji ustrojowej 1990-1998*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.

- Sun, J., Wu, J., Li, H., 2010, Predicting business failure using classification and regression tree: An empirical comparison with popular classical statistical methods and top classification mining methods, *Expert Systems with Applications*, Vol 37, Issue 8, s. 5895-5904.
- Szczerbak, M., 2005, Przyczyny upadłości przedsiębiorstw w świetle opinii syndyków i nadzorców sądowych, w: Kuciński, K., Mączyńska, E.(red.), *Zagrożenie upadłością*, Szkoła Główna Handlowa – Oficyna Wydawnicza, Warszawa.
- Tadeusiewicz, R., Szaleniec, M., 2015, *Leksykon sieci neuronowych*, Wydawnictwo Fundacji „Projekt Nauka”, Wrocław.
- Tokarski, A., 2012, Charakterystyka podstawowych rodzajów upadłości firm w edukacji przedsiębiorczości, w: Ziolo, Z., Rachwał, T. (red.), *Rola przedsiębiorczości w edukacji, Przedsiębiorczość — Edukacja*, nr 8, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa-Kraków.
- Walesiak, M., 1996, *Metody analizy danych marketingowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Wasserman, L., 2007, *All of Nonparametric Statistics*, Springer, ISBN 0-387-25145-6.
- Wędzki, D., 2003, *Strategia płynności finansowej przedsiębiorstwa. Przepływy pieniężne a wartość dla właścicieli*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Wędzki, D., 2005, Bankruptcy Logit Model for Polish Economy, *Argumenta Oeconomia Cracoviensia*, nr 3 , Kraków, s. 49-70.
- Wędzki, D., 2009, *Analiza wskaźnikowa sprawozdania finansowego, Tom 2. Wskaźniki finansowe*, Wolters Kluwer business, Kraków.
- Wierzba, D., 2000, Wczesne wykrywanie przedsiębiorstw zagrożonych upadłością na podstawie wskaźników finansowych – teoria i badania empiryczne, „*Zeszyty Naukowe*” nr 9, Wyd. Wyższej Szkoły Ekonomiczno-Informacyjnej w Warszawie.
- Witkowska, D., 2002, *Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne. Wybrane zagadnienia finansowe*, Wydawnictwo C.H.Beck, Warszawa.

Woods, K., Kegelmeyer, W. P., Bowyer, K., 1997, Combinations of multiple classifiers using local accuracy estimates, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(4), s. 405-410.

Xiao, Z., Yang, X., Pang, Y., Dang, X., 2012, The prediction for listed companies' financial distress by using multiple prediction methods with rough set and Dempster-Shafer evidence theory, *Knowl.-Based Syst.* 26, 196–206.

Zespół ds. finansowania i restrukturyzacji PwC, 2017, Upadłość i restrukturyzacja w Polsce. Wskaźniki prognozujące trudności finansowe oraz wybrane skutki zmian w przepisach z zakresu upadłości i restrukturyzacji, kwiecień 2017.

### **Źródła internetowe**

Coface Poland, 2019, Raport Roczny Coface: Upadłość i restrukturyzacja firm w Polsce w 2018r. [dostęp 13.01.2020]

Creditreform, 2016, Insolvencies in Europe 2015/2016, [https://www.creditreform.de/fileadmin/user\\_upload/crefo/download\\_de/news\\_termine/wirtschaftsforschung/insolvenzen-europa/Analysis\\_Corporate\\_insolvencies\\_in\\_Europe\\_2015-16.pdf](https://www.creditreform.de/fileadmin/user_upload/crefo/download_de/news_termine/wirtschaftsforschung/insolvenzen-europa/Analysis_Corporate_insolvencies_in_Europe_2015-16.pdf) [dostęp 13.08.2017]

Grzyb, M., 2017, Wybór odpowiedniego algorytmu. Część 2 – Algorytmy klasyfikacyjne, <https://mateuszgrzyb.pl/wybor-odpowiedniego-algorytmu-czesc-2-algorytmy-klasyfikacyjne> [dostęp 25.03.2018]

Główny Urząd Statystyczny, Baza Danych Lokalnych, <https://bdl.stat.gov.pl>, [dostęp: 7.01.2020]

Główny Urząd Statystyczny, Baza Danych Makroekonomicznych, <https://bdm.stat.gov.pl>, [dostęp: 7.01.2020]

## **Akty prawne**

Ustawa z dnia 28 lutego 2003 r. Prawo upadłościowe, Dz. U., nr 60, poz. 535.

(wcześniej Prawo upadłościowe i naprawcze)

Ustawa z dnia 15 maja 2015 r. - Prawo restrukturyzacyjne, Dz.U. 2015 poz. 978